



République Tunisienne
Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Université de Tunis El Manar
École nationale d'ingénieurs de Tunis



Département de Génie Civil

RAPPORT DE MÉMOIRE DE BÉTON PRÉCONTRAIT

CONCEPTION ET ETUDE D'UN PONT DE TYPE VIPP AVEC ENTRETOISES INTERMÉDIAIRES

Réalisé Par

Fares FRIKHA

Hamza MAAOUI

Classe

3 Année Génie Civil 2

Encadré Par

M. Mhamed Ali KARRAY

Année Universitaire 2020/2021

Remerciements

C'est avec un grand plaisir qu'on réserve cette page, en signe de gratitude et de profonde reconnaissance, afin d'exprimer nos vifs remerciements à toute personne ayant contribué au bon déroulement de cette mémoire et son achèvement dans les meilleures conditions.

On remercie en premier lieu Monsieur « Mhamed Ali KARRAY » pour nous avoir fait l'honneur de diriger notre mémoire de Béton Précontraint, pour toute l'attention qu'il nous a portée, pour son assistance permanente et pour n'avoir épargné aucun effort pour nous mettre sur la bonne voie.

Aussi nos remerciements vont aux cadres du département de génie civil de l'ENIT, qui nous ont permis de réaliser cette mémoire pour consolider nos connaissances théoriques.

Table des matières

Introduction générale	1
1 Les données du projet	2
1.1 Introduction	3
1.2 Présentation de projet	3
1.3 Géométrie des poutres	3
1.4 Caractéristiques des matériaux	5
1.4.1 Acier	5
1.4.2 Béton	6
2 Calcul de la précontrainte	8
2.1 Calcul de la précontrainte en phase d'exploitation finale	9
2.1.1 Calcul des sollicitations normales en service	9
2.1.2 Calcul du nombre de câbles	10
2.1.3 Vérification des conditions de coffrage en béton	10
2.2 Dimensionnement de la première famille de câbles	10
2.2.1 Calcul de la précontrainte minimale	10
2.2.2 Calcul du nombre de câbles	11
2.2.3 Vérification des conditions de coffrage en béton	11
2.3 Dimensionnement de la deuxième famille de câble	11
2.3.1 Tracé des câbles moyens	12
3 Evaluation des pertes de précontrainte	13
3.1 Introduction	14
3.2 Pertes instantanées 1er famille	14
3.2.1 Perte par frottement	14
3.2.2 Calcul de la perte par rentrée d'ancrage	15
3.2.3 Calcul des pertes par déformations élastiques	16
3.3 Perte instantané deuxième famille	19
3.3.1 Perte par rentrée d'ancrage	19

3.3.2	Calcul des pertes par déformations élastiques	20
3.4	Pertes différées	21
3.4.1	Pertes par retrait final du béton	21
3.4.2	Pertes par fluage du béton	21
3.4.3	Pertes par relaxation de l'acier	22
3.4.4	Pertes différées totales	23
3.5	Pertes Totales	23
3.6	Tension initiale probable	24
3.7	Tension finale probable	24
3.8	Forces probable initiale et finale	25
4	Vérification de contraintes de compression et de traction	26
4.1	Vérification de contraintes de compression et de traction en phase finale d'exploitation	27
4.1.1	Combinaison rare	27
4.1.2	Combinaison Fréquente	28
4.1.3	Combinaison quasi-Permanente	29
4.2	Vérification de la section médiane du montage vis-à-vis de la flexion à l'ELUR en phase finale d'exploitation	30
4.2.1	Armatures passives longitudinales	30
4.2.2	Détermination du moment résistant	31
	Conclusion générale	32

Table des figures

1.1	Section transversale d’une partie du tablier	3
1.2	Contraintes admissibles pour un ouvrage de classe I en phase d’exécution et d’exploitation	
	6	
4.1	Section du béton en traction	30

Liste des tableaux

1.1	Tableau récapitulatif des caractéristiques de la section	4
1.2	Tableau récapitulatif des caractéristiques géométriques de la poutre	4
1.3	Les caractéristiques du toron	5
1.4	Les caractéristiques du béton	6
2.1	Câblage des aciers longitudinaux	12
3.1	Pertes par frottement pour la 1 ère famille	14
3.2	Pertes par recul d’ancrage de la 1 ère famille	15
3.3	Pertes par echonnement	16
3.4	Gainsuite à l’application de mise en tension de la deuxième famille	17
3.5	Gain suite à l’application du poids propre	17
3.6	Gain suite à l’application de la superstructure	18
3.7	Perte instantané total	18
3.8	Perte instantané 2eme famille	19
3.9	Perte par rentrée d’ancrage 2eme famille	19
3.10	Pertes par mise en tension échelonnée à partir de 60 jours pour la deuxième famille	20
3.11	Gain suite à l’application du poids propre (poutre avec hourdis) à partir de 60 jours d’âge du béton pour la première famille	20
3.12	Gain suite à l’application du poids propre (poutre avec hourdis) à partir de 60 jours d’âge du béton pour la première famille	20
3.13	Pertes par retrait final du béton	21
3.14	Pertes par fluage du béton	22
3.15	Pertes par relaxation de l’acier	22
3.16	Pertes différés totales	23
3.17	Pertes totales	23
3.18	Tension initiale probable	24
3.19	Tension finale probable	24
3.20	Forces initiales et finales	25

4.1	Vérification des contraintes de traction en phase de construction	27
4.2	Vérification des contraintes de Compression en phase de construction	27
4.3	Contraintes normales de traction sous combinaison rare	28
4.4	Contraintes normales de compression sous combinaison rare	29
4.5	Contraintes normales de traction sous combinaison fréquente	29
4.6	Contraintes normales de compression sous combinaison fréquente	29

Introduction générale

Dans le cadre de notre formation à l'ENIT, nous étions amené à élaborer un mémoire de béton précontraint dont le but est de faire le dimensionnement de la précontrainte des poutres d'un pont à poutres préfabriquées en béton précontraint par post-tension à travées indépendantes (VIPP).

Dans tout le projet, un calcul manuel pour le dimensionnement des câbles du précontraint est réalisé, en suivant les normes. Pour ce faire, la démarche suivante est adoptée :

Le premier chapitre va être consacré à la présentation détaillée du projet et par la suite le calcul et l'estimation des différentes charges et des contraintes admissible du béton.

Dans le deuxième chapitre, un pré dimensionnement de la précontrainte des deux familles de câbles est présenté.

Pour le troisième chapitre, un calcul détaillé des pertes instantanées et différées que subissent les câbles moyens des deux familles est explicité. Ce calcul de perte a ensuite permis de redimensionner la précontrainte en calculant les nouvelles valeurs des tensions initiale et finales d'un toron T15S.

Dans le quatrième chapitre, la vérification de la section médiane en phase d'exploitation est présentée sous sous combinaisons :

- Quasi-permanentes
- Fréquentes
- Rares

Et concernat le dernier chapitre on va Vérifier la section la plus sollicitée d'une poutre principale vis-à-vis de la flexion à l'ELU en phase d'exploitation.

LES DONNÉES DU PROJET

Plan

1	Introduction	3
2	Présentation de projet	3
3	Géométrie des poutres	3
4	Caractéristiques des matériaux	5

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, on va fournir une description qui porte sur les caractéristiques des matériaux utilisés pour la conception, les contraintes admissibles de dimensionnement et les actions de charges qui lui sont appliquées. Ces actions sont tirées du travail fait lors de la mémoire d'ouvrage d'art.

1.2 Présentation de projet

Le projet à entamer c'est une conception et étude d'un pont VIPP situé sur la route reliant Radés à l'ouvrage haubané Radés La-Goulette. L'ouvrage est un pont à poutres sous chaussée de type VIPP constitué des poutres identiques préfabriquées, précontraintes par post-tension moyennant deux familles de câbles. Ces poutres, de longueur 38 m et de portée 43 m, sont solidarisiées entre elles par un hourdis et par des entretoises intermédiaires. Le tablier est formé par une chaussée avec une largeur roulable $L_r = 13m$ ($L_{ch} = 12.5m$) et des deux trottoirs chacun de largeur $L_{tr} = 1m$.

1.3 Géométrie des poutres

La conception du pont étudié comporte 5 poutres à talon dont la géométrie est déterminée dans la partie du mémoire de l'ouvrage d'art. La figure suivante présente la section et les dimensions des poutres adoptées.

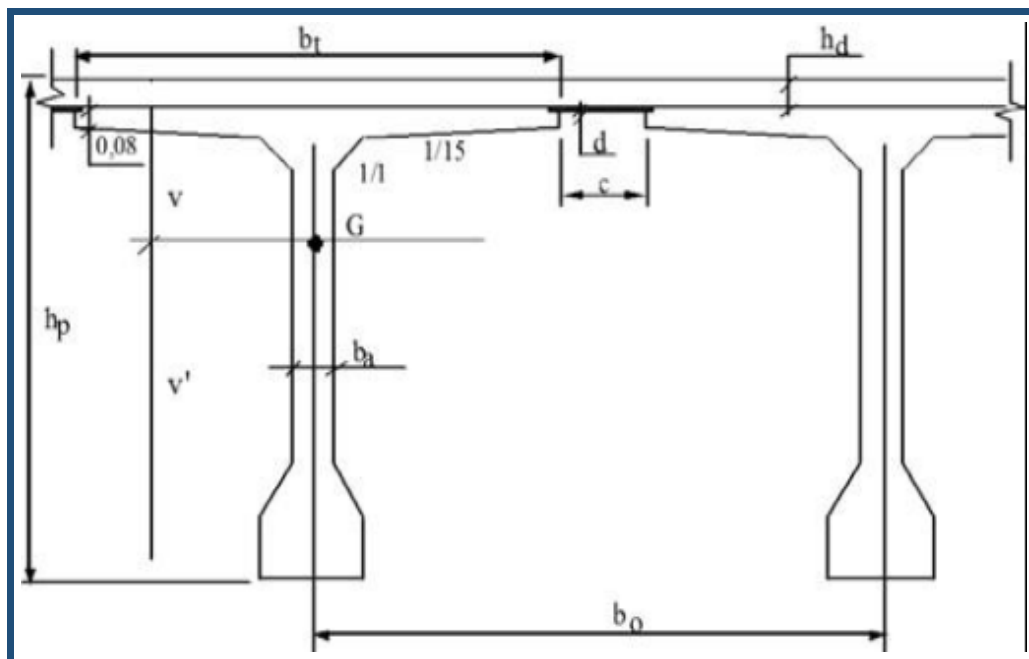


Figure 1.1: Section transversale d'une partie du tablier

Le tableau ci-dessous récapitule toutes les valeurs trouvées de la section.

Tableau 1.1: Tableau récapitulatif des caractéristiques de la section

Longueur da tablier	Lc (m)	43
Largeur de tablier	lt (m)	15
Largeur roulant	Lr (m)	13
Largeur chargeable	Lch (m)	12.5
Nombre de voie	Nv	4
Larguer de trottoir	Ltr (m)	1
Hauteur de la poutre	hp (m)	2.5
Hauteur de l'hourdis	hd (m)	0.21
Hauteur de l'entretoise	he (m)	2
Epaisseur de l'âme	ba (m)	0.25
Epaisseur de talon	bta (m)	0.7
Hauteur de talon	h1 (m)	0.25
Hauteur de talon	h2 (m)	0.2
Entraxe des poutres	b0 (m)	3.1
Largeur de la table de compression	bt (m)	2.4

Le tableau suivant résume les caractéristiques géométriques de la section des poutres qui sont des poutres VIPP.

Tableau 1.2: Tableau récapitulatif des caractéristiques géométriques de la poutre

Poutre sans houris		Poutre avec hourdis	
A (m^2)	1.0025	A (m2)	1.32
V (m)	1.07	V (m)	1.11
V' (m)	1.22	V' (m)	1.39
ρ	0.522	ρ	0.51

1.4 Caractéristiques des matériaux

1.4.1 Acier

Sachant que la précontrainte des poutres préfabriquées du VIPP étudié est dimensionnée en classe I et qu'elle est constituée de deux familles de câbles de type 12T15S :

- La première famille est mise en tension de façon échelonnée à 14 jours d'âge du béton et ancrée aux abouts des poutres préfabriquées quand elles sont encore sur leurs cintres.
- La deuxième famille est mise en tension de façon échelonnée à 60 jours d'âge du béton et ancrée dans l'hourdis au niveau des sections $x = \frac{L_c}{8}$ et $x = \frac{7L_c}{8}$.

Un toron de la précontrainte est de type T15S de section égale à 150 mm^2 et de diamètre de leurs gaines égale à 10.7mm, ces câbles sont constitués de 12 torons de type T15S ayant les caractéristiques suivantes :

Tableau 1.3: Les caractéristiques du toron

Rentrée d'ancrage	g (m)	0.006
Hygrométrie du milieu ambiant	$\rho_h(\%)$	50
Coefficient e frottement en courbe	f (rad-1)	0.18
Coefficient de perte en ligne	rd m-1	0.002
Section de 12T15S	A (m2)	0.0018
Diamètre de gaine	ϕ (m)	0.08
Force de précontrainte initiale	P_i^{T15S} (MN)	0.2
Force de précontrainte finale	P_f^{T15S} (MN)	0.16
Limite d'élasticité garantie	f_{peg} (MPa)	1655
Resistance a la rupture garantie	f_{prg} (MPa)	1860
Tension a l'origine	σ_{p0} (MPa)	1488
Module d'élasticité	E_p (MPa)	190000

1.4.2 Béton

Les caractéristiques du béton sont généralement les suivantes :

Tableau 1.4: Les caractéristiques du béton

Resistance a la compression à 28 jours (MPa)	40
Resistance a la traction à 28 jours (MPa)	3
Resistance a la compression à 14 jours (MPa)	34.19
Resistance a la traction à 14 jours (MPa)	2.65
Resistance a la compression à 60 jours (MPa)	43.99
Resistance a la traction à 60 jours (MPa)	3.24

Pour le calcul des caractéristiques, on a utilisé ces formules suivantes :

— Pour $f_{cj} < 60$ MPa :

$$f_{tj} = 0.6 + 0.06f_{cj}$$

— Pour $f_{cj} < 40$ MPa :

$$f_{cj} = \frac{j}{4.76 + 0.83j} f_{c28}$$

Sachant que notre ouvrage est dimensionné en classe I, on a déterminé les contraintes admissibles du béton en phase de la construction et en phase d'exploitation.

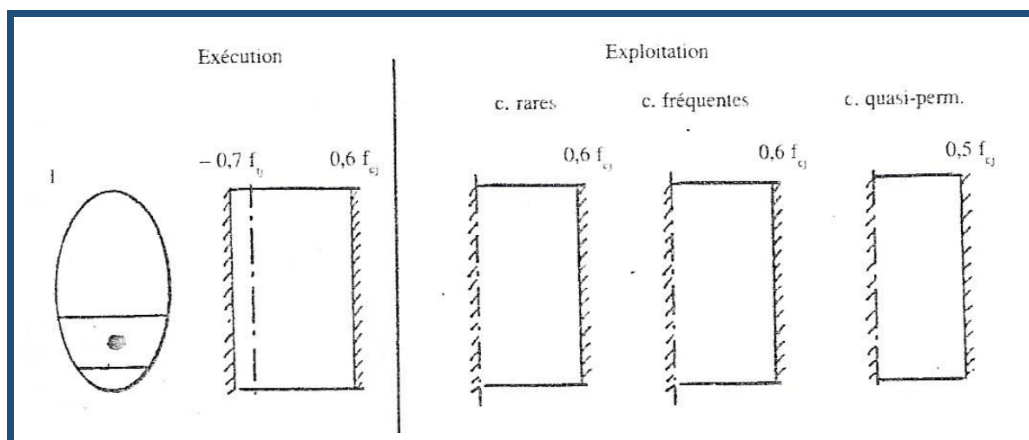


Figure 1.2: Contraintes admissibles pour un ouvrage de classe I en phase d'exécution et d'exploitation

- **Phase d'exécution :**

- Contrainte en traction :

$$\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}'_2 = -0.7 * f_{tj} = -1.855\text{MPa}$$

- Contrainte en compression :

$$\bar{\sigma}'_1 = \bar{\sigma}_2 = 0.6 * f_{cj} = 20.51\text{MPa}$$

- **Phase d'exécution :**

- Pour combinaison rare et fréquente :

$$\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}'_2 = 0\text{MPa}$$

$$\bar{\sigma}'_1 = \bar{\sigma}_2 = 0.6 * f_{cj} = 26.39\text{MPa}$$

- Pour combinaison quasi permanente :

$$\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}'_2 = 0\text{MPa}$$

$$\bar{\sigma}'_1 = \bar{\sigma}_2 = 0.5 * f_{cj} = 23.995\text{MPa}$$

CALCUL DE LA PRÉCONTRAINTÉ

Plan

1	Calcul de la précontrainte en phase d'exploitation finale	9
2	Dimensionnement de la première famille de câbles	10
3	Dimensionnement de la deuxième famille de câble	11

2.1 Calcul de la précontrainte en phase d'exploitation finale

Cette partie est consacrée au dimensionnement de la précontrainte nécessaire pour la première famille de câbles d'une poutre principale en phase provisoire de construction.

2.1.1 Calcul des sollicitations normales en service

Les sollicitations étudiées sont des charges réparties sur toute la poutre. Pour déterminer les sollicitations dues à cette charge, on n'a pas besoin des lignes d'influences. Le problème se réduit à déterminer les sollicitations d'une charge répartie sur toute une poutre sur appui simple.

Par suite, à mi travée, les moments respectifs dus aux charges permanentes, charge de la superstructure et charge d'exploitation sont les suivants :

$$\text{Soit } \begin{cases} g : \text{ poids propre de poutre et hourdis} \\ g' : \text{ poids de superstructure} \\ gq : \text{ charge variable} \end{cases}$$

$$M_{\max} = M_g + M_{g'} + M_q = \left((25.0625 + 16.275 + 31.98) * \frac{L^2}{8} + 18344.26 \right) * 10^{-3} = 35.28 MNm$$

$$M_{\min} = M_g + M_{g'} = (25.0625 + 16.275 + 31.98) * \frac{L^2}{8} * 10^{-3} = 16.95 MNm$$

Ainsi,

$$\Delta_M = M_{\max} - M_{\min} = 18.33 MNm$$

On a,

$$P_I = \frac{\Delta_M + \frac{I}{V'} * \bar{\sigma}'_2 + \frac{I}{V} * \bar{\sigma}_1}{\rho * h} = 14.47 MN$$

$$P_{II} = \frac{M_{\max} + \frac{I}{V'} * \bar{\sigma}'_2}{\rho * h + V' - d'} = 15.81 MN$$

On a

$$P_I \leq P_{II} \Rightarrow \text{section sur critique}$$

Or d' est la distance minimale entre le barycentre des câbles et les fibres extrêmes, inférieure, $d' > 2\Phi$ d'où on prend $d' = 16cm$

D'où :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{\min} = P_{II} = 15.81 MN \\ et \\ e_0 = -(V' - d') = -1.06 m \end{array} \right.$$

2.1.2 Calcul du nombre de câbles

Le nombre des câbles pour la première famille est

$$N = E \left(\frac{P_I}{P^{12T5s}} \right) = 14.11 \Rightarrow 16 \text{ cables}$$

Soit

$$P_{\text{reel}} = 16 * 7 * 0.16 = 17.92 MN$$

2.1.3 Vérification des conditions de coffrage en béton

La section est sur-critique soumise à deux moments extrêmes positifs. Alors la section minimale du béton vérifie les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{I}{V} \right)_{\min} = \frac{P_{\text{reel}} * \rho * h}{\bar{\sigma}_2 - \frac{V}{V'} \bar{\sigma}_2'} = 0.75 \text{ m}^3 < \left(\frac{I}{V'} \right)_{\text{reel}} = 0.8 \text{ m}^3 \\ \left(\frac{I}{V'} \right)_{\min} = \frac{\Delta_M}{\bar{\sigma}_2' - \bar{\sigma}_1'} = 0.69 \text{ m}^3 < \left(\frac{I}{V'} \right)_{\text{reel}} = 0.71 \text{ m}^3 \end{array} \right.$$

Ainsi, le coffrage est bien vérifié pour la précontrainte (P_{reelle}, e_0) choisie.

2.2 Dimensionnement de la première famille de câbles

2.2.1 Calcul de la précontrainte minimale

En phase de construction, la poutre est soumise seulement à son poids propre.

Le moment maximal, à mi-travée, est :

$$M_{\max} = M_g = \left((25.0625) * \frac{L^2}{8} \right) * 10^{-3} = 5.79 MNm$$

$$M_{\min} = 0$$

Ainsi,

$$\Delta_M = M_{\max} - M_{\min} = 579 MNm$$

On a :

$$P_I = \frac{\Delta_M + \frac{I}{V'} * \bar{\sigma}'_2 + \frac{I}{V} * \bar{\sigma}_1}{\rho * h} = 7.18 MN$$

$$P_{II} = \frac{M_{\max} + \frac{I}{V'} * \bar{\sigma}'_2}{\rho * h + V' - d'} = 1.94 MN$$

On a

$$P_{II} \leq P_I \Rightarrow \text{section sous critique}$$

D'ou

$$e_0 = \rho V' * \left(1 - \frac{B * \bar{\sigma}_1}{P_I}\right) = -1.11 \text{ m}$$

2.2.2 Calcul du nombre de câbles

Le nombre des câbles pour la première famille est :

$$N = E \left(\frac{P_I}{P_{12T5s}} \right) = 5.13 \Rightarrow 6 \text{ cables}$$

Soit

$$P_{\text{reel}} = 6 * 7 * 0.2 = 8.4 MN$$

2.2.3 Vérification des conditions de coffrage en béton

La section est sous critique. Alors la section minimale du béton vérifie les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{I}{V}\right)_{\min} = \frac{\Delta_M}{\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_1} = 0.25 m^3 < \left(\frac{I}{V'}\right)_{\text{reel}} = 0.8 \\ \left(\frac{I}{V'}\right)_{\min} = \frac{\Delta_M}{\bar{\sigma}'_2 - \bar{\sigma}'_1} = 0.25 m^3 < \left(\frac{I}{V'}\right)_{\text{reel}} = 0.71 m^3 \end{array} \right.$$

Ainsi, le coffrage est bien vérifié pour la précontrainte (P_{reelle}, e_0) choisie.

2.3 Dimensionnement de la deuxième famille de câble

Pour le ferrailage de la poutre, le calcul nous a donné 6 câbles pour la première famille et 16 câbles en total. De ce fait, on peut conclure que la deuxième famille est de 10 câbles.

Les câbles de la première phase sont tous ancrés à l'about contrairement à ceux de la deuxième famille qui sont relevés en travée, ancrés dans l'hourdis et mis en tension sur la section complète poutre et hourdis.

Afin de déterminer l'excentricité du câble moyen des deux familles ainsi que de la deuxième famille, on va déterminer tout d'abord une disposition des câbles tout en respectant les dispositions constructives par les règles du BPEL 99.

On a une largeur du talon égale à 0.7 m donc on peut mettre 4 câbles de 8 cm de diamètre par lit, par suite la disposition est la suivante sachant que $d' = \Phi$ comme supposer dès le début.

Cette disposition nous permet de conclure que l'excentricité du câble moyen de la deuxième famille ainsi que celle du câble moyen des deux familles sont égales et sachant que l'excentricité de la première famille était calculée par rapport au centre de gravité de la poutre seule, on calcule celle de la première famille par rapport au centre de gravité de la poutre avec hourdis.

$$e_{1(1eme\ famille)} = - [| e_{o(1ere\ famille)} | + (V'_{poutre+hourdis} - V'_{poutre})] = -1.28 \text{ m}$$

Et selon la disposition de câbles, on peut calculer l'excentricité de la deuxième famille comme suit :

$$e_{o(2eme\ famille)} = - [V' - (1.5\Phi)] + 3 [V' - 2.5\Phi] / 4 = -1.15m$$

Dans ce tableau on récapitule le câblage des deux familles :

Tableau 2.1: Câblage des aciers longitudinaux

1ere famille		2eme famille	
Précontrainte réel (MN)	8.4	Précontrainte réel (MN)	11.2
Nombre de câble	6	Nombre de câble	10
Excentricité (m)	-1.06	Excentricité (m)	-1.15

2.3.1 Tracé des câbles moyens

- **Pour la première famille :** On trace le câble moyen de la première famille dont le montage est poutre seule.
- **Pour la deuxième famille :** On trace le câble moyen de la deuxième famille dont le montage est poutre avec hourdis.

EVALUATION DES PERTES DE PRÉCONTRAÎNTE

Plan

1	Introduction	14
2	Pertes instantanées 1er famille	14
3	Perte instantané deuxième famille	19
4	Pertes différées	21
5	Pertes Totales	23
6	Tension initiale probable	24
7	Tension finale probable	24
8	Forces probable initiale et finale	25

3.1 Introduction

Tout le long de ce chapitre, le calcul des différents types de pertes que subit un câble de précontrainte est présenté. Cette étude des pertes est basée sur des calculs manuels en appliquant les règles étudiées pendant le cours de Béton Précontraint.

Les pertes de tension instantanées et différées sont estimées dans les deux câbles moyens de la première et la deuxième famille au niveau de la section médiane du montage (poutre principale + hourdis). Ensuite, la tension initiale et la tension finale dans respectivement le câble moyen de la première famille et le câble moyen de la deuxième famille, au niveau de cette section médiane sont déduites.

3.2 Pertes instantanées 1er famille

Ce type de pertes ne dépend pas du temps et est souvent observé pendant la première période de mise en tension.

3.2.1 Perte par frottement

La perte par frottement en section médiane est donnée par l'expression suivante :

$$\Delta\sigma_{\varphi}(x) = \sigma_{p0} * \left(1 - e^{-f*(\alpha(x)+\varphi x)}\right)$$

La valeur du tension à l'origine est donné égale à 1488 MPa.

Les coefficients de frottement f et Φ sont respectivement égales à $0.18rd^{-1}$ et $0,002m^{-1}$.

Angle entre la tangente au câble dans la section considérée : $\alpha(x) = 0.006 * x$

Tableau 3.1: Pertes par frottement pour la 1 ère famille

f	0.18		σ_{p0}
f_i	0.002	α	perte
0	0	0	0
$\frac{l_c}{8}$	5.375	0.03225	23.889
$\frac{l_c}{4}$	10.75	0.0645	47.386
$\frac{l_c}{2}$	21.5	0.129	93.23
$\frac{3l_c}{4}$	32.25	0.1935	137.58

$\frac{7l_c}{8}$	37.625	0.2257	159.2
l_c	43	0.258	180.48

3.2.2 Calcul de la perte par rentrée d'ancrage

— Si $d > x$:

$$\Delta\sigma_\varphi(x) = \sigma_{P0} * e^{-K(x)} \left(1 - e^{-2*(k(d)+k(x))}\right)$$

— Sinon :

$$\Delta\sigma_\varphi(x) = 0$$

Avec,

$$\text{Avec } k(x) = f * \alpha(x) + \varphi x$$

$$d = \sqrt{\frac{g^* E_p}{\sigma_{P0} * k}}$$

$$k = f * \frac{\alpha(L)}{L} + \varphi = 0.00308 = 15.95$$

Tableau 3.2: Pertes par recul d'ancrage de la 1 ère famille

x	$\sigma_\varphi(x)$
0	138.46
$\frac{1l_c}{8}$	92.59
$\frac{l_c}{4}$	46.75
$\frac{l_c}{2}$	0
$\frac{3l_c}{4}$	0
$\frac{7l_c}{8}$	0
l_c	0

3.2.3 Calcul des pertes par déformations élastiques

3.2.3.1 Pertes par mise en tension échelonnée de la première famille de câbles à 14 jours d'âge de béton pour la première famille

$$\Delta\sigma_e(x) = 0.5 * E * \frac{\Delta\sigma_b^p(x, e)}{E_{ib}}$$

Avec,

$$\text{Avec } \Delta\sigma_b^p(x, e) = \frac{P}{B} + \frac{P * e_i^2}{I}$$

Pour la première famille :

$$E_{14} = 11000 \left(\sqrt{f_{c14}} \right)^{\frac{1}{3}} = 35701.99 \text{ MPa}$$

Tableau 3.3: Pertes par echonnement

e(x)	$\Delta\sigma$	Pertes (MPa)
-3E-16	8,37487537	22,2848407
-0,46352656	11,0289897	29,3472163
-0,79415625	16,1656796	43,015517
-1,056725	22,1690061	58,9898653
-0,78770625	16,0396424	42,6801426
-0,45385156	10,9193495	29,055473
0,0129	8,37693103	22,2903106

- **Gain suite à l'application de mise en tension de la deuxième famille de câbles à 60 jours d'âge de béton pour la première famille (montage : poutre avec hourdis) :** La première étape fut de calculer la position du câble moyen de la première famille par rapport au centre de gravité de la poutre avec hourdis :

$$e_{1(1eme\ famille)} = - \left[e_{o(1ere\ famille)} \right] + (V'_{poutre+hourdis} - V'_{poutre}) = -1.28 \text{ m}$$

$$\Delta\sigma_e(x) = 0.5 * E * \frac{\Delta\sigma_b^p(x, e)}{E_{ib}}$$

Avec,

$$\text{Avec } \Delta\sigma_b^p(x, e) = \frac{P}{B} + \frac{P * e_i^2}{I}$$

$$E_{60} = 11000 \left(\sqrt{f_{c60}} \right)^{\frac{1}{3}} = 38830.89 \text{MPa}$$

Tableau 3.4: Gainsuite à l'application de mise en tension de la deuxième famille

e(x)	$\Delta\sigma$	Gain (MPa)
-0,17	11,6425005	28,4834457
-0,63352656	17,7770684	43,4917019
-0,96415625	26,4775144	64,7773943
-1,226725	35,9523348	87,9575978
-0,95770625	26,2733448	64,2778921
-0,62385156	17,5767014	43,0015031
-0,1829	11,7174814	28,6668869

- Gain suite à l'application du poids propre (poutre avec hourdis) à partir de 60 jours d'âge du béton pour la première famille :

$$\Delta\sigma_e(x) = 0.5 * E * \frac{\Delta\sigma_b^p(x, e)}{E_{ib}}$$

Avec,

$$\Delta\sigma_b^p(x, e) = \frac{M_g * e_0}{I}$$

$$M_g = g * x * \frac{l - x}{2}$$

Tableau 3.5: Gain suite à l'application du poids propre

Mg	$\Delta\sigma$	Gain (MPa)
0	0	0
4,17993174	-3,89426145	-20,724606
7,16559727	-10,1599344	-54,069466
9,55412969	-17,2357202	-91,7256108
7,16559727	-10,0919666	-53,7077528

4,17993174	-3,83478963	-20,4081069
0	0	0

- Gain suite à l'application du poids se superstructure à partir de 60 jours d'âge du béton pour la première famille :

$$\Delta\sigma(\mathbf{x}) = 0.5 * E * \frac{\Delta\sigma_b^g(x, e)}{E_{ib}}$$

$$\text{Avec } \Delta\sigma_b^p(x, e) = \frac{M_g' * e_0}{I}$$

$$M_{g'} = g * x * (l - x)/2$$

Tableau 3.6: Gain suite à l'application de la superstructure

Mg'	$\Delta\sigma$	Gain (MPa)
0	0	0
3,23372766	-3,01272407	-14,7412942
5,54353313	-7,86004722	-38,4593032
7,3913775	-13,3340994	-65,2439045
5,54353313	-7,80746518	-38,2020186
3,23372766	-2,96671478	-14,5161702
0	0	0

Pour la première famille la perte totale est :

$$\Delta\sigma(x) = \Delta\sigma_\rho(x) + \Delta\sigma_g(x) + \Delta\sigma_e(x)$$

Tableau 3.7: Perte instantanné total

Perte par déformation élastique totale	Perte instantanné total
50,7682864	189,229843
37,373018	153,857871

15,2641421	109,405438
-10,0220522	83,2071628
15,0482632	152,627444
37,132699	196,342242
50,9571975	231,44196

3.3 Perte instantané deuxième famille

Tableau 3.8: Perte instantané 2eme famille

Abcisse	x	α	σ (MPa)
0	0	0	0
lc/8	5,125	0,03075	22,7868566
lc/4	10,25	0,0615	45,2168466
lc/2	20,5	0,123	89,0284952
3lc/4	30,75	0,1845	131,478615
7lc/8	35,875	0,21525	152,206376
lc	41	0,246	172,609518

3.3.1 Perte par rentrée d'ancrage

Tableau 3.9: Perte par rentrée d'ancrage 2eme famille

k(x)	Perte (MPa)
0	138,461557
0,015785	94,728256
0,03157	51,0185587
0,06314	0
0,09471	0
0,110495	0
0,12628	0

3.3.2 Calcul des pertes par déformations élastiques

Tableau 3.10: Pertes par mise en tension échelonnée à partir de 60 jours pour la deuxième famille

$e(x)$	$\Delta\sigma$	σ
0,1149	11,3839454	27,8508891
-0,40304531	13,8420738	33,8647148
-0,77915625	21,1655387	51,7816145
-1,105875	31,3093631	76,5985404
-0,86525625	23,4975091	57,4867937
-0,53219531	15,8314957	38,731847
-0,0573	11,2205782	27,4512104

Tableau 3.11: Gain suite à l'application du poids propre (poutre avec hourdis) à partir de 60 jours d'âge du béton pour la première famille

$e1$	mg	$\delta\sigma$	σ
-0,2849	0	0	0
-0,23304531	3,77366162	-1,29328552	-6,3280612
-0,60915625	6,4086043	-5,74094318	-28,0905023
-0,935875	8,26233281	-11,3713393	-55,6400965
-0,69525625	5,56118555	-5,68595442	-27,8214417
-0,36219531	2,5025335	-1,33294986	-6,52213927
-0,1127	-1,6948375	0,28089439	1,37441955

Tableau 3.12: Gain suite à l'application du poids propre (poutre avec hourdis) à partir de 60 jours d'âge du béton pour la première famille

Mg'	$\Delta\sigma$	σ	Perte totale élastique	Perte totale instantané	Contrainte initiale
0	0	0	27,850	166,312	1288,687
2,939	-1,007	-4,929	22,60	140,1	1314,87
5,098	-4,51	-22,09	1,600	97,835	1357,16
6,71	-9,248	-45,748	-24,299	64,733	1390,265

5,0393	-5,155	-25,212	4,485	135,967	1319,933
2,931	-1,149	-7,695	24,548	176,043	1278,296
0	0	0	28,899	201,437	1253,56

3.4 Pertes différées

3.4.1 Pertes par retrait final du béton

La perte par retrait du béton est donnée par la formule simplifiée suivante :

$$\Delta\sigma_r = E_p \varepsilon_r$$

Avec,

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_0}{1 + 20 \frac{A_p}{B}} \text{ où } \begin{cases} A_p = 0.0018 \text{ m}^2 \\ B = 1.32 \text{ m}^2 \end{cases}$$

$$\varepsilon_0 = (100 - \rho_h) \left(6 + \frac{80}{10 + 3r_m} \right) 10^{-6} = 6.4810^{-4}$$

Les valeurs des pertes pour les deux familles de câbles est données dans le tableau suivant :

Tableau 3.13: Pertes par retrait final du béton

	Première famille	Deuxième famille
n câbles	6	10
$A_p(m^2)$	0.0108	0.018
ε_r	0.00055	0.00050
$\Delta_r(\text{MPa})$	104.5	95

3.4.2 Pertes par fluage du béton

La perte par fluage du béton est donnée par la formule suivante :

$$\Delta\sigma_f = \frac{E_p}{E_{ib}} (\sigma_{\min} + \sigma_{\max})$$

Avec,

$$\sigma_{\min} = \frac{P_f}{B} + \frac{P_f e_0^2}{I} + \frac{M_g + M_{g'}}{I} e_0$$

$$\sigma_{\max} = \frac{P_i}{B} + \frac{P_i e_0^2}{I} + \frac{M_g}{I} e_0$$

Tableau 3.14: Pertes par fluage du béton

σ_{\min}	σ_{\max}	σ 1er famille	σ 2em famille
0,15952144	0,19940179	1,9101292	1,75621557
-4,84349467	-2,58668352	39,5421616	36,355949
-14,5347813	-7,98363795	119,839249	110,182889
-25,911176	-14,3193543	214,100132	196,848456
-14,4166322	-7,91867103	118,864736	109,2869
-4,74010195	-2,52982218	38,6893163	35,571824
0,15956059	0,19945074	1,91059805	1,75664665

3.4.3 Pertes par relaxation de l'acier

La perte par relaxation est donnée par la formule suivante :

$$\Delta\sigma_p = 6 * \rho_{1000} \left[\frac{\sigma_{\text{in}}}{f_{\text{prg}}} - \mu_0 \right] \sigma_{\text{in}}$$

Avec,

$$\mu_0 = 0.43$$

$$\rho_{1000} = 2.5\%$$

Le tableau présente le calcul des pertes par relaxation pour les deux familles :

Tableau 3.15: Pertes par relaxation de l'acier

σ 1er famille	σ 2eme famille
47,5654128	50,8083312
52,6062392	54,6181496
59,2272738	61,0028304
63,2786836	66,2019102
52,7852181	55,2380849
46,5761998	49,3202911

41,8139159	45,8728766
------------	------------

3.4.4 Pertes différées totales

La perte différée totale est tout simplement la somme des trois pertes explicitées précédemment :

$$\Delta\sigma_d(x) = \Delta\sigma_r + \frac{5}{6} * \Delta\sigma_\rho + \Delta\sigma_f$$

Le tableau suivant illustre les valeurs des pertes différées totales :

Tableau 3.16: Pertes différées totales

	Première famille	Deuxième famille
$x = \frac{L}{2}(m)$	18.5	17.5
$\Delta\sigma_d(x)$ MPa	285.854	358.837

3.5 Pertes Totales

La perte totale est tout simplement la somme des pertes instantanées et des pertes différées :

$$\Delta\sigma_p(x) = \Delta\sigma_i + \Delta\sigma_d$$

Le tableau suivant illustre les valeurs des pertes totales :

Tableau 3.17: Pertes totales

1re fam	2eme fam
335,277816	305,408937
341,738565	316,992896
383,100748	353,854194
454,539531	411,751279
419,979861	386,249305
378,345058	348,42611
372,697488	336,419191

3.6 Tension initiale probable

La tension initiale d'un T15S peut être calculer moyennant la formule suivante :

$$\sigma_{in} = \sigma_{p0} - \sigma_i = 1488 - \sigma_i$$

Le tableau suivant illustre les valeurs des tention initiale totales :

Tableau 3.18: Tension initiale probable

1er famille	2eme famille
1265,77016	1288,68755
1301,14213	1314,87818
1345,59456	1357,16439
1371,79284	1390,26544
1302,37256	1319,06933
1258,65776	1278,24596
1223,55804	1253,56485

3.7 Tension finale probable

La tension finale d'un T15S peut être calculer moyennant la formule suivante :

Tableau 3.19: Tension finale probable

1er famille	2eme famille
1119,72218	1149,59106
1113,26144	1138,0071
1071,89925	1101,14581
1000,46047	1043,24872
1035,02014	1068,7507
1076,65494	1106,57389
1082,30251	1118,58081

3.8 Forces probable initiale et finale

Tableau 3.20: Forces initiales et finales

Force initiale 1er famille	Force finale 1er famille	Force initiale 2eme famille	Force finale 2em famille
2,27838628	2,01549993	2,3196376	2,06926391
2,34205583	2,00387058	2,36678072	2,04841279
2,42207021	1,92941865	2,4428959	1,98206245
2,46922711	1,80082884	2,50247778	1,8778477
2,3442706	1,86303625	2,3743248	1,92375125
2,26558396	1,9379789	2,30084272	1,991833
2,20240447	1,94814452	2,25641673	2,01344546

VÉRIFICATION DE CONTRAINTES DE COMPRESSION ET DE TRACTION

Plan

1	Vérification de contraintes de compression et de traction en phase finale d'exploitation	27
2	Vérification de la section médiane du montage vis-à-vis de la flexion à l'ELUR en phase finale d'exploitation	30

4.1 Vérification de contraintes de compression et de traction en phase finale d'exploitation

4.1.1 Combinaison rare

4.1.1.1 Contraintes normales de traction

$$\sigma'_1(V) = \frac{P_f}{B} + \frac{P_f e_0 * V}{I} + \frac{M_t}{I} V$$

$$\sigma_2(-V') = \frac{P_i}{B} + \frac{P_i e_0 * (-V')}{I} + \frac{M_t}{I} (-V')$$

Tableau 4.1: Vérification des contraintes de traction en phase de construction

x	0	5.375	10.75	21.5	32.25	37.625	43
Pi(1ère famille)	2.732	2.761	2.790	2.794	2.720	2.693	2.659
e0	0.000	-0.490	-0.839	-1.113	-0.822	-0.465	0.033
Pi*e0 =	0.000	-1.353	-2.341	-3.109	-2.236	-1.252	0.088
Mg	0.000	1.469	2.519	3.358	2.519	1.469	0.000
$\sigma'_1(v) =$	3.480	3.767	3.936	4.093	4.072	3.897	3.576
$\overline{\sigma}_1' = -1.8855\text{MPa}$	vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	vérifié
$\sigma_2(-v')$	3.480	3.819	3.051	2.854	2.665	2.815	3.139
$\overline{\sigma}_2 = -1.8855\text{MPa}$	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	vérifié

4.1.1.2 Contraintes normales de compression

$$\sigma_1(V) = \frac{P_f}{B} + \frac{P_f e_0 * V}{I} + \frac{M_t}{I} V$$

$$\sigma'_2(-V') = \frac{P_i}{B} + \frac{P_i e_0 * (-V')}{I} + \frac{M_t}{I} (-V')$$

Tableau 4.2: Vérification des contraintes de Compression en phase de construction

x	0	5.375	10.75	21.5	32.25	37.625	43
Pi(1ère famille)	2.732	2.761	2.790	2.794	2.720	2.693	2.659
e0	0.000	-0.490	-0.839	-1.113	-0.822	-0.465	0.033
Pi*e0 =	0.000	-1.353	-2.341	-3.109	-2.236	-1.252	0.088
Mg	0.000	1.469	2.519	3.358	2.519	1.469	0.000
$\sigma'_1(v) =$	3.480	4.194	4.776	5.153	4.390	3.821	3.139
$\overline{\sigma}_1' = 20.51\text{MPa}$	vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	vérifié
$\sigma_2(-v')$	3.480	3.767	3.936	4.093	4.072	3.897	3.576
$\overline{\sigma}_2 = 20.51\text{MPa}$	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	vérifié

4.1.2 Combinaison Fréquente

4.1.2.1 Contraintes normale de traction

$$\sigma'_1(V) = \frac{P_f}{B} + \frac{P_f e_0 * V}{I} + \frac{M'_t}{I} V$$

$$\sigma_2(-V') = \frac{P_i}{B} + \frac{P_i e_0 * (-V')}{I} + \frac{M_t}{I} (-V')$$

Tableau 4.3: Contraintes normales de traction sous combinaison rare

x	0	5.375	10.75	21.5	32.25	37.625	43
$\sigma'_1(v)$	1.339	10.677	6.403	2.948	6.641	10.587	1.206
$\overline{\sigma}_1' = 0\text{MPa}$	vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	vérifié
$\sigma_2(-v')$	3.580	3.401	9.829	14.093	8.83	2.976	3.667
$\overline{\sigma}_2 = 0\text{MPa}$	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	vérifié

4.1.2.2 Contraintes normales de compression

$$\sigma_1(V) = \frac{P_f}{B} + \frac{P_f e_0 * V}{I} + \frac{M'_t}{I} V$$

$$\sigma'_2(-V') = \frac{P_i}{B} + \frac{P_i e_0 * (-V')}{I} + \frac{M_t}{I} (-V')$$

Tableau 4.4: Contraintes normales de compression sous combinaison rare

x	0	5.375	10.75	21.5	32.25	37.625	43
$\sigma_1'(y = -v')$	5.741	4.557	5.749	6.595	4.535	3.920	5.776
$\overline{\sigma}_1' = 26.39\text{MPa}$	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié
$\sigma_2(y = v)$	1.339	11.732	8.214	5.362	8.452	11.642	1.206
$\overline{\sigma}_2 = 26.39\text{MPa}$	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié

4.1.3 Combinaison quasi-Permanente

4.1.3.1 Contraintes normale de traction

$$\sigma_1'(V) = \frac{P_f}{B} + \frac{P_{fe0} * V}{I} + \frac{M'_t}{I} V$$

$$\sigma_2(-V') = \frac{P_i}{B} + \frac{P_{ie0} * (-V')}{I} + \frac{M_t}{I} (-V')$$

Tableau 4.5: Contraintes normales de traction sous combinaison fréquente

x	0	5.375	10.75	21.5	32.25	37.625	43
$\sigma_1(v) =$	1.339	10.677	6.403	2.948	6.641	10.587	1.206
$\overline{\sigma}_1 = -0\text{MPa}$	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié
$\sigma_2'(y = -v')$	3.580	4.128	11.078	16.574	10.079	3.704	3.667
$\overline{\sigma}_2 = 0\text{MPa}$	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié

4.1.3.2 Contraintes normales de compression

$$\sigma_1(V) = \frac{P_f}{B} + \frac{P_{fe0} * V}{I} + \frac{M'_{qp}}{I} V$$

$$\sigma_2'(-V') = \frac{P_i}{B} + \frac{P_{ie0} * (-V')}{I} + \frac{M_{qp}}{I} (-V')$$

Tableau 4.6: Contraintes normales de compression sous combinaison fréquente

x	0	5.375	10.75	21.5	32.25	37.625	43
$\sigma_1'(y = -v')$	5.741	4.557	5.749	6.595	4.535	3.920	5.776
$\overline{\sigma}_1' = 24\text{MPa}$	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié
$\sigma_2(y = v)$	1.339	11.310	7.490	4.397	7.728	11.220	1.206
$\overline{\sigma}_2 = 24\text{MPa}$	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié	Vérifié

4.2 Vérification de la section médiane du montage vis-à-vis de la flexion à l'ELUR en phase finale d'exploitation

Le dépassement de l'état limite ultime conduit à la ruine de la structure. En effet, au-delà de cet état, la résistance du béton et de l'acier est atteinte, la sécurité n'est plus garantie et la structure risque de s'effondrer. D'où il est nécessaire de vérifier la structure à l'ELU.

Dans ce chapitre, on va vérifier la section médiane du tablier, en phase finale d'exploitation.

4.2.1 Armatures passives longitudinales

Ferraillage de peau : sur toute la périphérie et pour toutes les classes d'au moins $3\text{cm}^2/\text{m}$.

Section minimal :

$$\frac{4B_t}{1000} \leq A_s \leq \frac{7B_t}{1000}$$

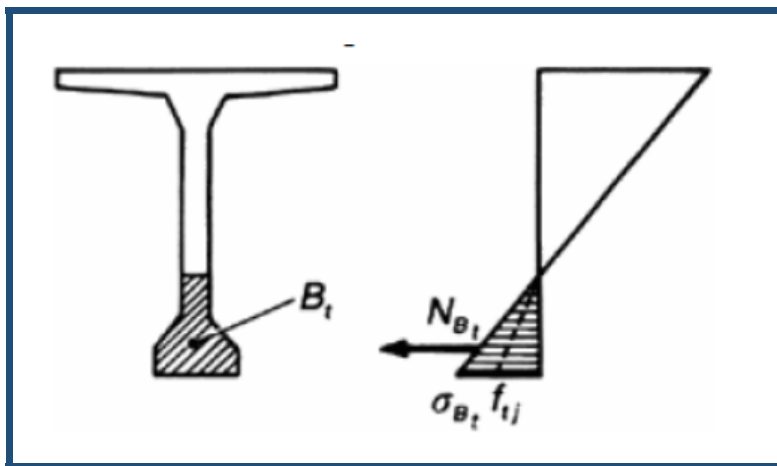


Figure 4.1: Section du béton en traction

On a opté pour 3HA25 $\rightarrow A_s = 0.001473 \text{ m}^2$

$$y_u = \frac{A_p f_{pu} + A_s f_{su} - f_{bu} (b - b_0) h_0}{0.8 b_0 f_{bu}} = 0.48 \text{ m}$$

4.2.2 Détermination du moment résistant

L'expression du moment résistant de la section est comme suit :

$$\bar{M}_u = \frac{A_p f_{pu} \left(d_p - \frac{h_0}{2} \right) (b - b_0) + (d_p - 0.4 y_u) (0.8 y_u b_0)}{(b - b_0) h_0 + 0.8 y_u b_0} + \frac{A_s \sigma \left(d_s - \frac{h_0}{2} \right) (b - b_0) + (d_s - 0.4 y_u) (0.8 y_u b_0)}{(b - b_0) h_0 + 0.8 y_u b_0}$$

Avec

$$\varepsilon_b = 0.0035$$

$$\varepsilon_s = \frac{3.5}{y_u} (d_s - y_u) = 0.019$$

$$\varepsilon_e = \frac{f_{pu}}{E_p} = 0.0075$$

$$\sigma_s = f_{su} = 347.82 \text{ MPa}$$

On a :

$$M_{u \max} = 1.35 M_{\text{per}} + 1.5 (M_{\text{expl}} + M_{\text{trot}}) = 22.5 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

$$\bar{M}_u = 60.63 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

On doit vérifier que : $\bar{M}_u \geq M_{u \max} \Rightarrow$ vérifié

Conclusion générale

Ce projet conclut tous les connaissances théoriques acquises durant cette année universitaire, il nous a permis de mieux comprendre le dimensionnement de la précontrainte ainsi que les vérifications à faire.

Tous les calculs sont faits selon notre notes de cours et en respectant les règles BPEL 99.

Nous avons trouvés quelques difficultés dans la vérification vis-à-vis de la flexion à l'ELUR en phase finale d'exploitation. Nous avons essayées de résoudre ces problèmes selon nos connaissances.

