

Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

Blatt6
Felix Müller
Philipp Müller
Donghyun Kim
29. Mai 2016

5.5/8

Aufgabe 6.1. Kombinatorik

a) $\binom{52}{5} = \frac{52!}{5! \cdot 47!} = \frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 2598960$
Wahrscheinlichkeit für ein solches Elementarereignis (in Prozent): $1 / 2598960 \cdot 100 = 0.00003848\%$

b) Wahrscheinlichkeit Royal flush
Royal flush: 4 cases nach Farben
Wahrscheinlichkeit ist 4 mal die Wahrscheinlichkeit für ein Elementarereignis (aus a)
 $= 4 \cdot 0.00003848 = 0.0001539\%$

c) Wahrscheinlichkeit Vierer
Cases = $13 \cdot (52-4) = 624$
Wahrscheinlichkeit Vierer = $624 \cdot 0.00003848\% (\text{aus a}) = 0.024\%$

1.5/1.5

Aufgabe 6.2. Totale Wahrscheinlichkeit

Geg: $P(K1) = 0.25, P(K2) = 0.1, P(K3) = 0.45, P(K4) = 0.2$
 $P(W-K1) = 1.0, P(W-K2) = 0.5, P(W-K3) = 0.0, P(W-K4) = 0.5$

Wahrscheinlichkeit Waffengesetz $P(W)$
 $P(W) = P(K1) \cdot P(W|K1) + P(K2) \cdot P(W|K2) + P(K3) \cdot P(W|K3) + P(K4) \cdot P(W|K4)$
 $= 0.25 \cdot 1.0 + 0.1 \cdot 0.5 + 0.45 \cdot 0.0 + 0.2 \cdot 0.5$
 $= 0.175$

0.4

Aufgabe 6.3. Hintergrundevidenzen

Aufgabe 6.4. Bedingte Wahrscheinlichkeit

a) $P(A) = \frac{1}{10} = 10\%$
 $P(B) = \frac{1}{10} = 10\%$
 $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{20} = 5\%$
b) $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{20} = 5\%$

31 statt 30. Rest dann Folgefehler

1

$$P(C) = \frac{1}{10} = 10\%$$

$$P(D) = \frac{1}{10} = 10\%$$

$$P(C|D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{1}{20} = 5\%$$

Nur die Verteilung
wahr gefragt
Bei $P(A|B), P(C|D)$
fehlt die Gegenwahrscheinlichkeit

1.5/2

$$\rightarrow -P(A|B) - P(C|D)$$

Aufgabe 6.5. Rechnen mit Verbundverteilungen

a) Ges: $P(\text{Alter}75), P(\text{Raucher}), P(\text{Uebergewichtig})$
 $P(\text{Alter}75) = 0.8\% + 2.0\% + 1\% + 2.2\% = 6\%$
 $P(\text{Raucher}) = 0.8\% + 14\% + 1\% + 34\% = 49.8\%$
 $P(\text{Uebergewichtig}) = 0.8\% + 2.0\% + 14\% + 15\% = 31.8\%$

b) Ges: $P(\text{Uebergewichtig}|\sim\text{raucher})$
 $P(\text{Uebergewichtig}|\sim\text{raucher}) = \frac{P(\sim\text{raucher} \cap \text{Uebergewichtig})}{P(\sim\text{raucher})}$
 $= \frac{P(\text{Uebergewichtig}) - P(\text{Raucher} \cap \text{Uebergewichtig})}{P(\sim\text{raucher})}$
 $= \frac{31.8\% - 15\%}{100\% - 49.8\%}$
 $= \frac{16.8\%}{50.2\%} = 33.4\%$

Wahrscheinlichkeitsverteilung fehlt
1.5/2

c) Ges: $P(\text{Raucher}|\text{alter}75 \vee \text{uebergewichtig})$
 $P(\text{Raucher}|\text{alter}75 \vee \text{uebergewichtig}) = \frac{P(\text{Raucher} \cap (\text{alter}75 \vee \text{uebergewichtig}))}{P(\text{alter}75 \vee \text{uebergewichtig})}$
 $= \frac{P(\text{Raucher} \cap \text{alter}75) + P(\text{Raucher} \cap \text{uebergewichtig})}{P(\text{alter}75) + P(\text{uebergewichtig}) - P(\text{Raucher} \cap \text{alter}75 \cap \text{uebergewichtig})}$
 $= \frac{0.8\% + 14\% + 1\%}{6\% + 31.8\% - 1\%}$
 $= \frac{15.8\%}{36.8\%} = 42.9\%$

Aufgabe 6.6. Bayes' Regel

a) Ges: Bedingten Wahrscheinlichkeiten, Gegenwahrscheinlichkeiten
 $P(a-b)$: Wenn das Wetter gestern b, ist das Wetter heute a
 $P(s|r) = 100 - 70 = 30\%$
 $P(s|s) = 40\%$
 $P(r|s) = 100 - 40 = 60\%$
 $P(r|r) = 70\%$

0.5/0.5

b)

$$A6.3) P(X|Y, e) = \frac{P(X|Y, e) \cdot P(Y|e)}{P(X|e)}$$

$$\bullet M: P(A) = \frac{1}{3} P(A|B)$$

$$\bullet \text{Bei } W: P(A|B) = \frac{P(A, B)}{P(B)} = P(B, A)$$

$$\bullet P(A, B) = P(A|B) P(B) = P(B|A) P(A)$$

$$\bullet \text{Bayes: } P(A|B) = \frac{P(B|A) P(A)}{P(B)}$$

$$A6.6) P(W_t = s | W_{t-1} = r) = \sum_{W_{t-2} \in \{r, s\}} P(W_t = s, W_{t-1} = r, W_{t-2} = r) \cdot P(W_{t-1} = r | W_{t-2} = r)$$

$$= \sum_{W_{t-2} \in \{r, s\}} P(W_t = s | W_{t-1} = r, W_{t-2} = r) \cdot P(W_{t-1} = r | W_{t-2} = r) \cdot P(W_{t-2} = r)$$

$$= \sum_{W_{t-2} \in \{r, s\}} P(W_t = s | W_{t-1} = r, W_{t-2} = r) \cdot P(W_{t-1} = r | W_{t-2} = r) \cdot P(W_{t-2} = r)$$

$$= 0.3 \cdot 0.7 + 0.4 \cdot 0.3$$

$$= \frac{7}{10}$$