

UDT Migration

Grupo Desminado

July 2022

1 Introducción

El presente documento presenta los resultados de implementar el algoritmo de migración de difracción tomográfica uniforme (*Uniform Diffraction Tomography*, UDT) presentado en [1] enfocado en la detección de objetos enterrados en el suelo.

2 UDT

La configuración para la toma de medidas con el fin de realizar UDT se visualiza en la Fig.1. Donde se supone un ambiente compuesto por n capas de grosor t_n cada una con una permitividad relativa $\epsilon_{r,n}$.

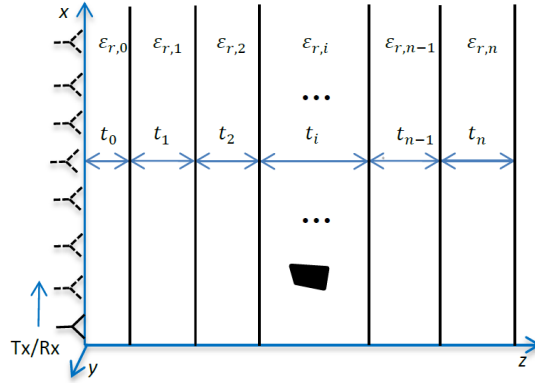


Figure 1: Configuración para la toma de C-Scan. Objeto embebido en alguna capa.

El algoritmo UDT busca una relación lineal entre la señal recibida y la función de reflectividad del objeto enterrado presentados en la ecuación (1).

$$S_{\sigma}(\mathbf{r}', \omega) = j \frac{k_0}{\eta_0} \int_V \mathbf{E}_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \mathbf{E}_n(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega) \sigma_n(\mathbf{r}) dV \quad (1)$$

Siendo:

- n : Número de capa
- E_n : Intensidad del campo eléctrico de la capa n .
- σ_n : Función de reflectividad del objeto enterrado en la capa n .
- k_0 : Número de onda en el vacío.
- η_0 : Impedancia característica del vacío.

La relación lineal desarrollada en [1] se presenta en la ecuación (2).

$$\sigma_n(\mathbf{r}) = \frac{\int_{\omega} \sigma_n(\mathbf{r}, \omega) \frac{k_n^2}{\omega} d\omega}{\int_{\omega} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x'' dk_y''}{k_{zn}'' \sqrt{A_n(k_x'', k_y'', z, \omega)}} \frac{k_n^2}{\omega} d\omega} \quad (2)$$

Donde σ_n se calcula a partir de la ecuación (3), que constituye una transformada de Fourier.

$$\sigma_n(\mathbf{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\sigma}_n(k_x'', k_y'', k_{zn}'', \omega) e^{j(k_x'' x + k_y'' y + k_{zn}'' z)} \frac{dk_x'' dk_y''}{k_{zn}''} \quad (3)$$

Para calcular $\hat{\sigma}_n$ (función de reflectividad espectral) se utiliza la ecuación (4).

$$\hat{\sigma}_n(k_x'', k_y'', k_{zn}'', \omega) = \frac{\eta_0 \hat{S}_{\sigma}(k_x'', k_y'', \omega) e^{-j(k_{zn}'' \sum_{l=0}^{n-1} t_l - \sum_{l=0}^{n-1} k_{zl} t_l)}}{8\pi^3 k_0 P^2(k_x''/2, k_y''/2, \omega) |\mathbf{F}(k_x''/2, k_y''/2, \omega)|^2} \quad (4)$$

Donde: \hat{S}_n la señal recibida en el dominio espectral, aplicando una transformada de Fourier sobre x, y ; P es el patrón de radiación de la antena en este caso utilizando el de una antena de bocina, ecuación 5; \mathbf{F} es el vector espectral viene dado por la ecuación (6)

$$P = \frac{k_{z0}}{k_0} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(k_x, k_y, \omega) = & \frac{-\hat{x} \cdot k_x k_y + \hat{y} \cdot k_x^2}{k_{z0} k_{\rho}^2} \prod_{l=0}^{n-1} T_{l,l+1}^{TE} \\ & + k_y k_{zn} \frac{\hat{x} \cdot k_x k_{z0} + \hat{y} \cdot k_y k_{z0} + \hat{z} \cdot k_{\rho}^2}{k_n^2 k_{zo} k_{\rho}^2} \prod_{l=0}^{n-1} T_{l,l+1}^{TM} \end{aligned} \quad (6)$$

Los coeficientes de transmisión transversal eléctrico y magnético entre capas se calculan utilizando las ecuaciones (7) y (8) respectivamente.

$$T_{l,l+1}^{TE} = \frac{2k_{zl}}{k_{zl} + k_{z,l+1}} \quad (7)$$

$$T_{l,l+1}^{TM} = \frac{2\epsilon_{r,l+1}k_{zl}}{\epsilon_{r,l+1}k_{zl} + \epsilon_{r,l}k_{z,l+1}} \quad (8)$$

La relación de dispersión (k_{zn}) se calcula según la ecuación (9), utilizando k_ρ (10) y el número de onda de la capa (11), siendo $k_0 = \omega/c$ el número de onda en el vacío.

$$k_{zn} = \sqrt{k_n^2 - k_\rho^2} \quad (9)$$

$$k_\rho^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (10)$$

$$k_n = \sqrt{\epsilon_{r,n}}k_0 \quad (11)$$

Retomando el objetivo de calcular la ecuación (2), para calcular A_n se emplea la ecuación (12)

$$\begin{aligned} A_n(k_x'', k_y'', z, \omega) = & 4 \frac{k_n^2 (z - \sum_{l=0}^{n-1} t_l)^2}{k_{zn}} \\ & + 4 \sum_{l=0}^{n-1} \frac{k_l^2 t_l^2}{k_{zl}^4} \\ & + 4 \sum_{l=0}^{n-1} \frac{k_l^2 k_{zn}^2 + k_n^2 k_{zl}^2}{k_{zl}^3 k_{zn}^3} t_l (z - \sum_{l=0}^{n-1} t_l) \\ & + 4 \sum_{s=0}^{n-1} \sum_{m=0}^{n-1} \frac{k_s^2 k_{zm}^2 + k_m^2 k_{zs}^2}{k_{zs}^3 k_{zm}^3} t_s t_m (s \neq m) \end{aligned} \quad (12)$$

2.1 Algoritmo

A continuación se presenta el algoritmo de UDT utilizando las ecuaciones anteriormente mencionadas.

1. Utilizar la FFT espacial sobre los ejes x, y sobre la señal recibida $S_\sigma(x, y, \omega)$ para obtener $\hat{S}_\sigma(k_x, k_y, \omega)$.
2. Obtener las frecuencias espaciales (k_x'', k_y'') de la transformada de Fourier anterior y añadir una pequeña pérdida en el eje imaginario (Para evitar singularidades en otras ecuaciones).
3. Para cada capa n :
 - (a) Calcular $\hat{\sigma}_n(k_x'', k_y'', k_{zn}'', \omega)$ utilizando la ecuación (4). Calcular el patrón de radiación de la antena P con la ecuación (5) y el vector espectral \mathbf{F} utilizando (6), y para esto emplear las ecuaciones (7) a (11).
 - (b) Para cada valor z fijo dentro de la capa n :

- i. Calcular $A_n(k''_x, k''_y, z, \omega)$ utilizando (12).
- ii. Calcular el numerador de σ_n sin integrar sobre ω : Integrar sobre k''_x y k''_y .
- iii. Calcular $\sigma_n(\mathbf{r}, \omega)$ (para el denominador de (2)) utilizando (3). Para ello usar la transformada inversa de Fourier IFFT sobre k''_x y k''_y . Para el kernel de (3) utilizar solo el término exponencial de $jk''_{zn}z$ y la división de k''_{zn} (los otros términos exponenciales hacen parte de la rutina de IFFT).
- iv. Calcular el kernel (sobre ω) de (2) utilizando los cálculos de los pasos anteriores.
- v. Integrar sobre ω el kernel calculado en el paso anterior así obteniendo $\sigma(x, y, z)$ de (2) para ese valor de z .

4. Unir los valores de $\sigma(x, y, z)$ a lo largo del eje z .

Es importante aplicar alguna técnica (o combinación) de reducción de fondo al C-Scan en frecuencia (S_σ) antes de aplicar el algoritmo: sustracción de escenarios, sustracción del promedio, sustracción del promedio móvil.

El algoritmo anterior se implementó utilizando python y la librería numpy. En particular hay que señalar que de esta librería se utilizó la rutina de FFT, IFFT y la función `np.trapz()` para la integración numérica.

3 Resultados

A continuación se presentan los resultados de aplicar el algoritmo UDT 3D en los escenarios. Para las imágenes en tres dimensiones únicamente se visualizan los valores que se encuentren una desviación estándar sobre la media con el fin de remover el ruido.

Debido a que el objetivo es encontrar objetos enterrados para la aplicación de UDT, el número de capas n es 2, siendo la primera el aire ($\epsilon_r = 1$) y la segunda el suelo (arena, $\epsilon_r = 2.58$). El grosor de la capa 0 (t_0) es la altura de la antena y el grosor de la capa 1 (t_1) es la altura de la arena.

3.1 Escenario 2

Este escenario contiene una esfera metálica enterrada a 1 cm de la superficie en el centro de la caja de pruebas (0.35 m, 0.35 m). En la Fig. 2 se observan los resultados. Para visualizar mejor el centro de la imagen, en la Fig. 3 se presentan las imágenes en dos dimensiones con x y y fijos, respectivamente de izquierda a derecha.

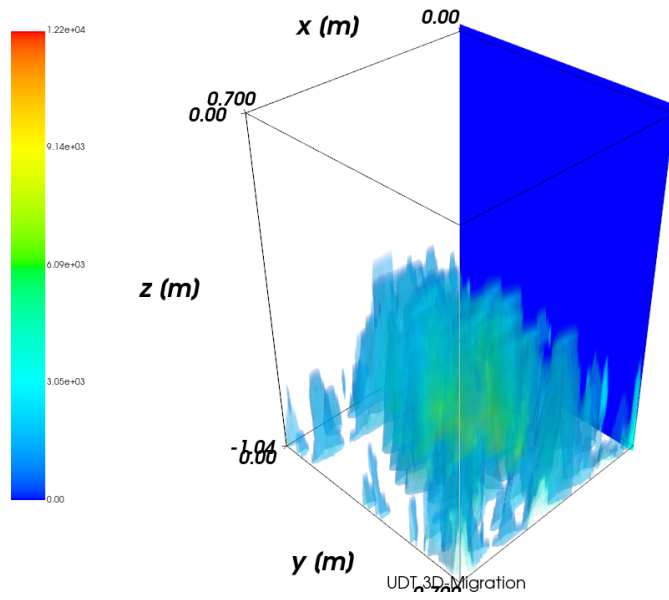


Figure 2: Resultados UDT Escenario 2

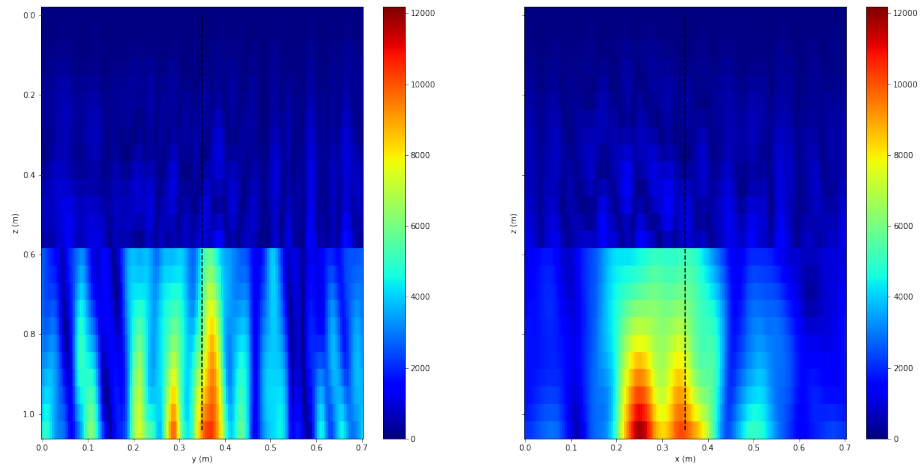


Figure 3: Resultados UDT Escenario 2. Izquierda: $x = 0.350m$. Derecha: $y = 0.350m$

3.2 Escenario 3

Este escenario contiene una esfera metálica enterrada a 10 cm de la superficie en el centro de la caja de pruebas (0.35 m, 0.35 m). En la Fig. 4 se observan los resultados. Para visualizar mejor el centro de la imagen, en la Fig. 5 se

presentan las imágenes en dos dimensiones con x y y fijos, respectivamente de izquierda a derecha.

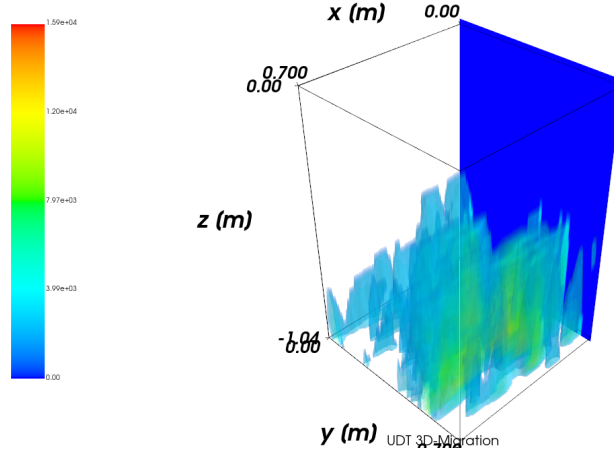


Figure 4: Resultados UDT Escenario 3

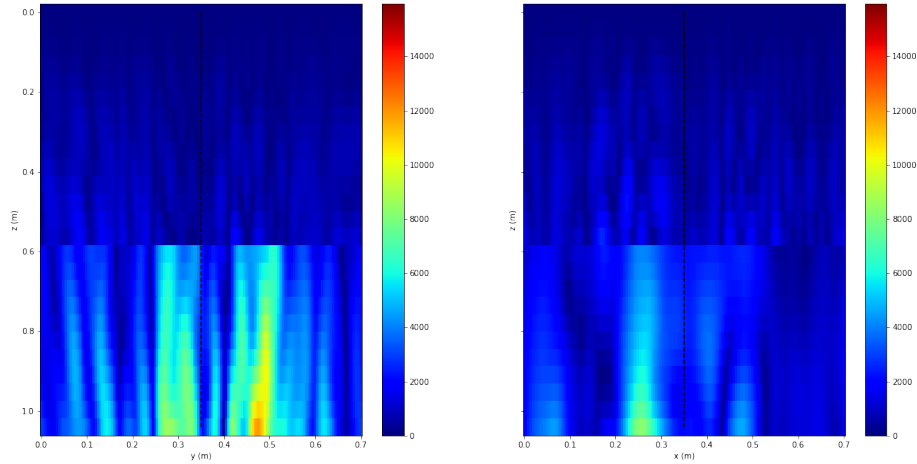


Figure 5: Resultados UDT Escenario 3. Izquierda: $x = 0.350m$. Derecha: $y = 0.350m$

3.3 Escenario 5

Este escenario contiene una mina plástica (forma cilíndrica) enterrada a 2 cm de la superficie en el centro de la caja de pruebas (0.35 m, 0.35 m). En la Fig. 6 se observan los resultados. Para visualizar mejor el centro de la imagen, en la Fig. 7 se presentan las imágenes en dos dimensiones con x y y fijos, respectivamente de izquierda a derecha.

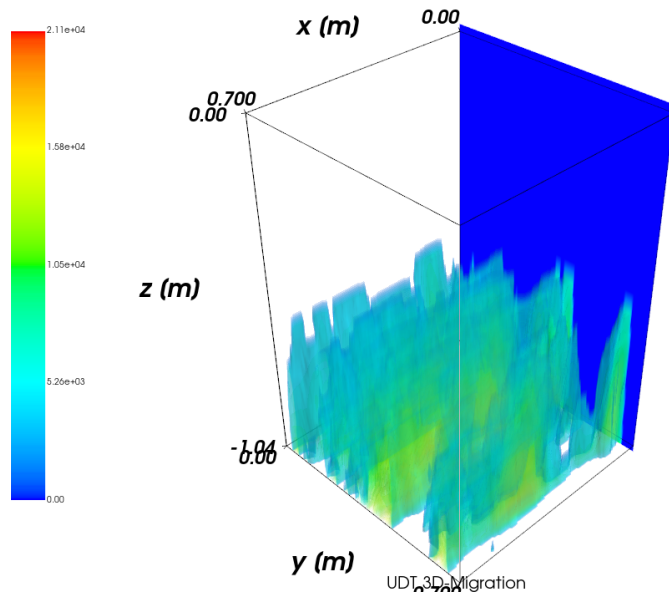


Figure 6: Resultados UDT Escenario 5

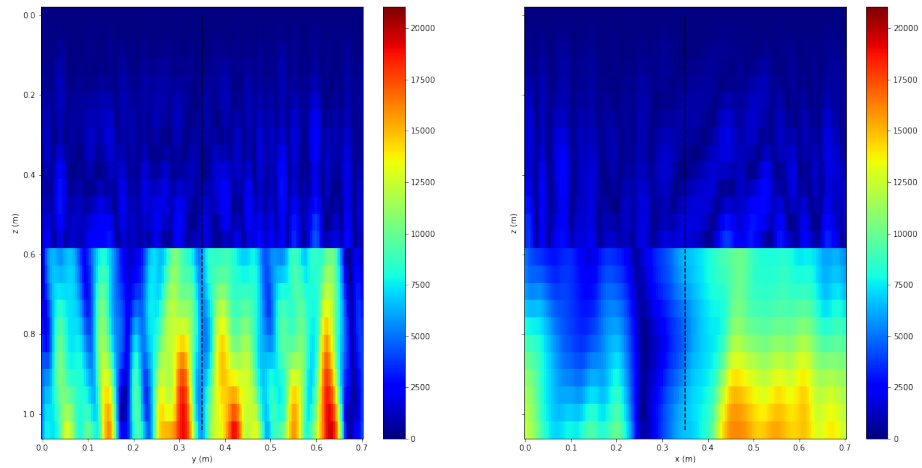


Figure 7: Resultados UDT Escenario 5. Izquierda: $x = 0.350m$. Derecha: $y = 0.350m$

3.4 Escenario 6

Este escenario contiene una placa metálica enterrada a 2 cm de la superficie en el centro de la caja de pruebas (0.35 m, 0.35 m). En la Fig. 8 se observan los resultados. Para visualizar mejor el centro de la imagen, en la Fig. 9 se

presentan las imágenes en dos dimensiones con x y y fijos, respectivamente de izquierda a derecha.

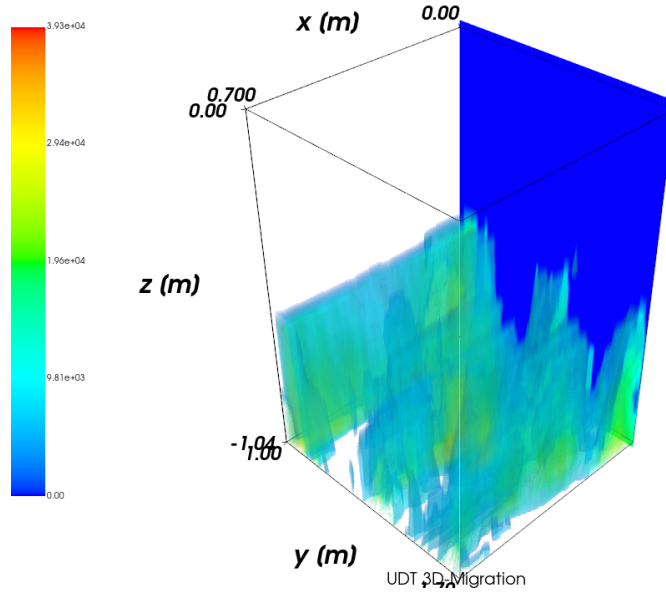


Figure 8: Resultados UDT Escenario 6

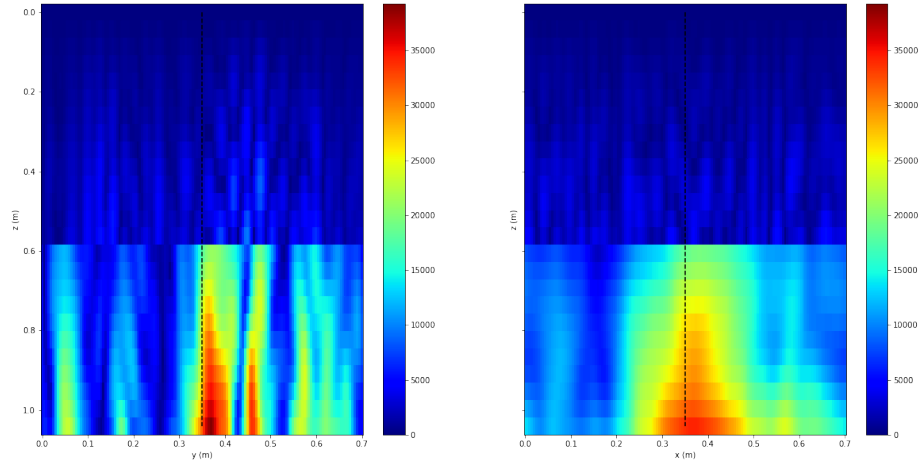


Figure 9: Resultados UDT Escenario 6. Izquierda: $x = 0.350m$. Derecha: $y = 0.350m$

3.5 Escenario 7

Este escenario contiene una mina enterrada a 2 cm de la superficie en el centro de la caja de pruebas (0.35 m, 0.35 m) y una esfera metálica enterrada a 11 cm en la posición (0.45 m, 0.25 m). En la Fig. 10 se observan los resultados. Para visualizar mejor el centro de la imagen (mina), en la Fig. 11 se presentan las imágenes en dos dimensiones con x y y fijos, respectivamente de izquierda a derecha. Y en la Fig. 12 se visualizan con las posiciones fijas de la esfera metálica.

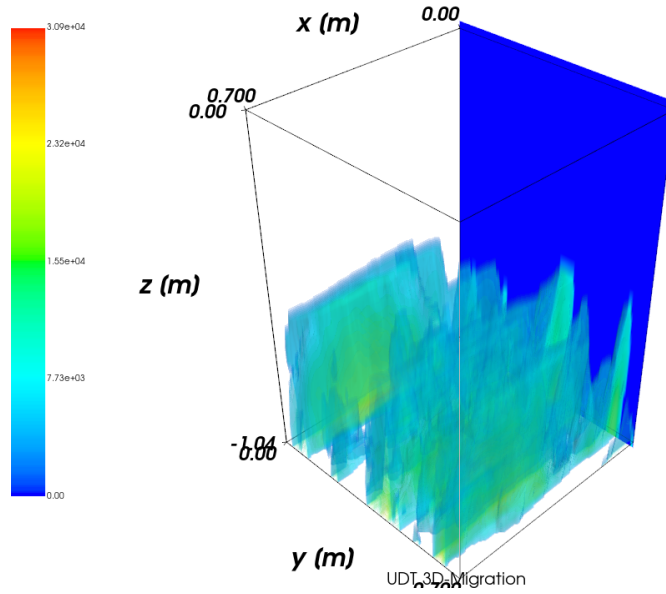


Figure 10: Resultados UDT Escenario 7

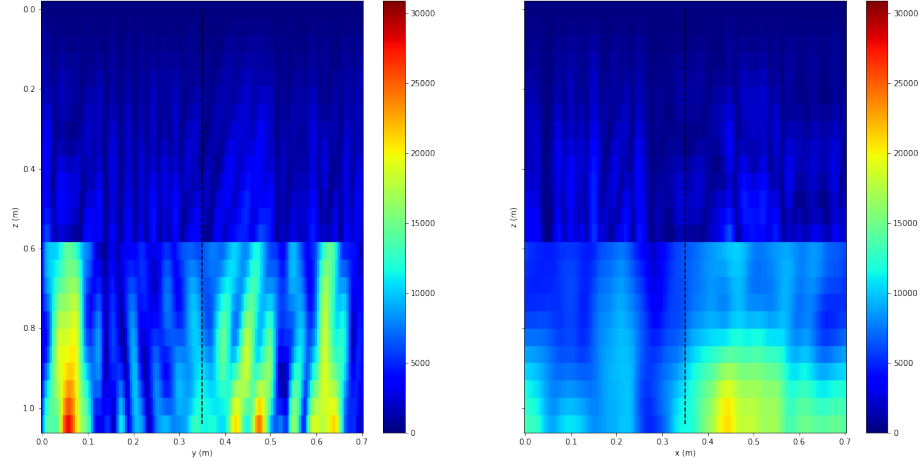


Figure 11: Resultados UDT Escenario 7. Izquierda: $x = 0.350m$. Derecha: $y = 0.350m$

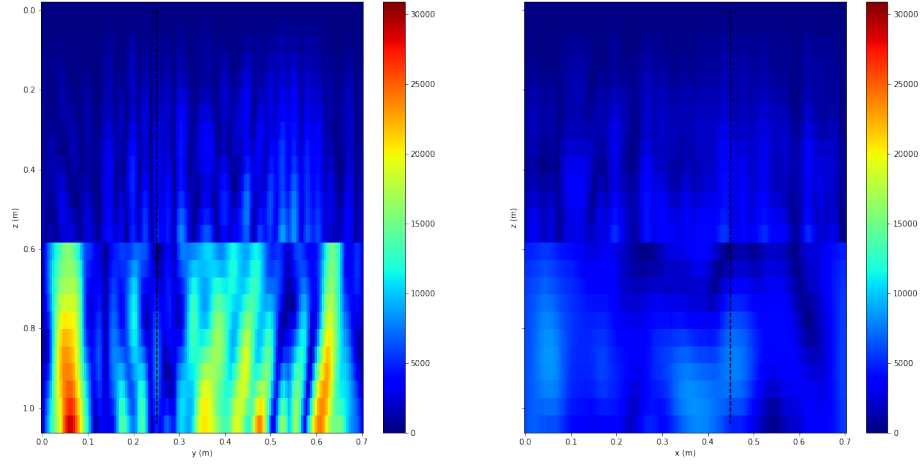


Figure 12: Resultados UDT Escenario 8. Izquierda: $x = 0.450m$. Derecha: $y = 0.250m$

3.6 Escenario 8

Este escenario contiene una placa metálica a 2 cm de la superficie en el centro de la caja de pruebas (0.35 m, 0.35 m) y una esfera metálica enterrada a 11 cm en la posición (0.45 m, 0.50 m). En la Fig. 13 se observan los resultados. Para visualizar mejor el centro de la imagen (placa metálica), en la Fig. 14 se presentan las imágenes en dos dimensiones con x y y fijos, respectivamente de

izquierda a derecha. Y en la Fig. 15 se visualizan con las posiciones fijas de la esfera metálica.

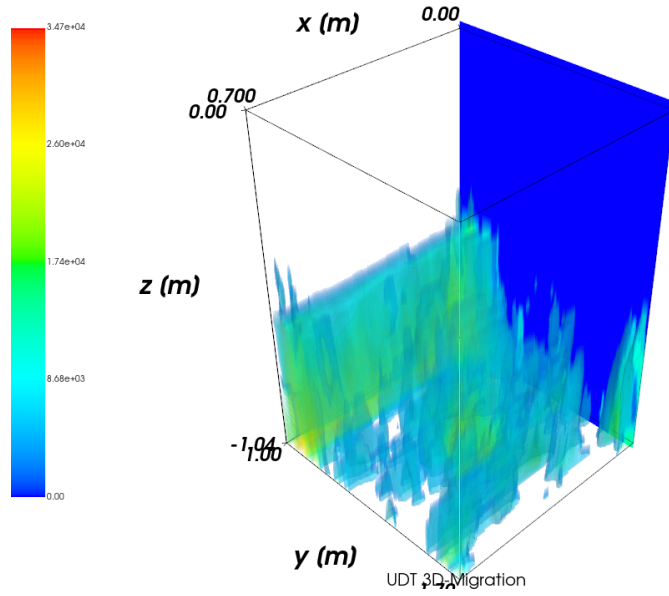


Figure 13: Resultados UDT Escenario 8

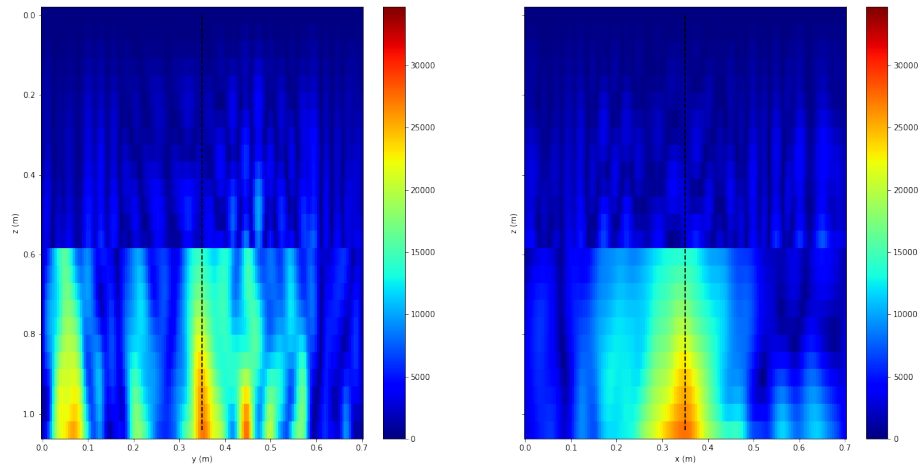


Figure 14: Resultados UDT Escenario 8. Izquierda: $x = 0.350m$. Derecha: $y = 0.350m$

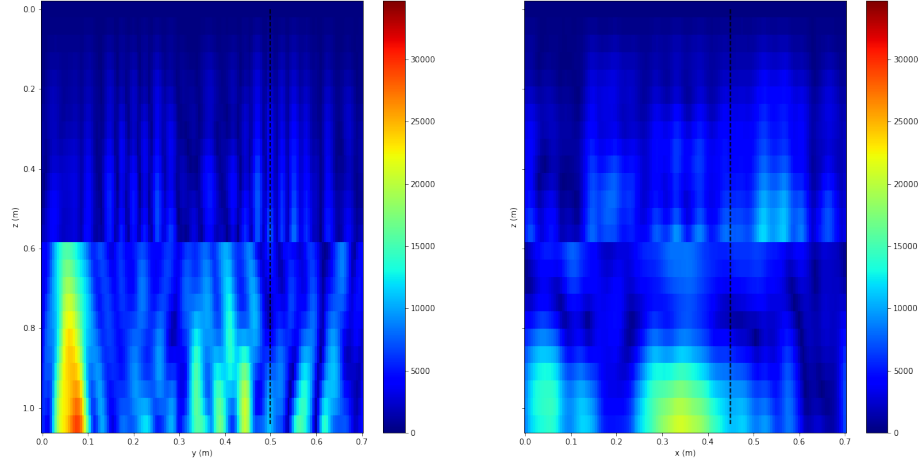


Figure 15: Resultados UDT Escenario 8. Izquierda: $x = 0.450m$. Derecha: $y = 0.500m$

4 Discusión

En las imágenes generadas por el algoritmo se observa persistentemente que los valores de mayor z tienen mayor intensidad, por lo que es necesario revisar la implementación del algoritmo. Ya que no se logra visualizar la profundidad a la que se encuentran los objetos. Sin embargo, es necesario

Es necesario tener en cuenta que el algoritmo está pensado en una configuración mono-estática, mientras que los datos fueron tomados de con una configuración bi-estática, lo que puede ser relevante debido a que el patrón de radicación de la antena es utilizado en el algoritmo.

References

- [1] K. Ren, *Physics-Based Near-Field Microwave Imaging Algorithms for Dense Layered Media*. PhD thesis, The Ohio State University, 2017.

A Implementación en Python

Para implementar el algoritmo UDT 3D se utilizó python. En particular las librería numpy y scipy para el trabajo numérico, matplotlib para graficar en 2D y mayavi para las gráficas 3D.

El archivo *udt_imaging.ipynb* contiene el jupyter notebook (no hay interfaz), para obtener las imágenes tanto en 2D como en 3D. La función *read_scan_freq()* lee un archivo *.h5* que contiene un C-Scan ($S_{21}(f)$) en frecuencia.

La función *udt()* utiliza la señal (C-Scan); los ejes x , y y f ; la lista de permitividades relativas de cada capa y la de grosores de cada capa. Esta función se ayuda de *spectral_horn_radiation()* para calcular P y *vector_spectral_coefficient()* para calcular \mathbf{F} .

Para la visualización de la imagen en 3D se utiliza la función *plot_migrated_image()* que recibe los ejes y la imagen migrada. Mientras que para la visualización 2D no hay una función, algunas celdas presentan como graficar utilizando Matplotlib.