

Estimación de la permitividad y espesor de capas

Grupo Desminado

August 2022

1 Introduction

Este documento presenta los resultados de aplicar el procedimiento mostrado en [1] para determinar la permitividad relativa y el espesor de un suelo compuesto de dos capas, utilizando GPR. Los A-Scans requeridos se obtienen haciendo uso de gprMax [2].

2 Algoritmo

El algoritmo presentado en [1] se basa en el método *Common Midpoint (CMP)* en el cual se toman varios A-Scan donde la distancia entre antena transmisora y receptora se amplía (separación entre antenas, *offset*). Suponiendo un medio compuesto por capas horizontales y homogéneas, la diferencia entre tiempos de llegada de las reflexiones de las interfaces entre capas, cambiará de manera hipérbolica respecto a la separación entre antenas, esta suposición se presenta en la ecuación (1)

$$t_i(z) = \frac{\sqrt{x_i^2 + 4z^2}}{v} \quad (1)$$

El índice i hace referencia al A-Scan respectivo. Dónde t es el tiempo de llegada de la señal reflejada. La separación entre antenas es x . La velocidad de la onda es v , que depende de la permitividad del medio como se presenta en la ecuación (2). La profundidad del reflector se calcula a partir del tiempo de llegada de la señal reflejada cuando no hay separación entre antenas (τ , *two-way zero offset*) como muestra la ecuación (3).

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (2)$$

$$z = \frac{v\tau}{2} \quad (3)$$

Para determinar la velocidad del medio se utiliza el análisis de espectro de velocidad. Para ello se calcula la coherencia de las señales utilizando trayectorias de prueba (τ y v de prueba). La medida de coherencia utilizada es la suma de la correlación, obteniendo una gráfica de velocidad contra tiempo. Adicionalmente,

para evitar la naturaleza oscilante de las señales recibidas por el radar, se utiliza la transformada de Hilbert para calcular la envolvente. De esta forma, la suma de la correlación se obtiene según indica la ecuación (4)

$$CC(\tau, v) = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^N f_i(t_i) f_j(t_j) + g_i(t_i) g_j(t_j) \quad (4)$$

Dónde $f_i(t)$ es la parte real de transformada de Hilbert del A-Scan i (con separación x_i), t_i como se calcula en (1). Así mismo, $g_i(t)$ es la parte imaginaria de la transformada de Hilbert del i -ésimo A-Scan.

La velocidad y el tiempo de cero separación puede ser obtenido a partir de los picos de coherencia en la gráfica de $CC(\tau, v)$. De esta forma, el primer pico (ordenado por tiempo y suponiendo que el acople entre antenas no se visualiza) corresponde a la primera capa y se selecciona el tiempo y velocidad al que ocurre (τ_1, v_1), del mismo modo se selecciona el tiempo y velocidad del segundo pico (τ_2, v_2).

Para la primera capa la velocidad del intervalo corresponde a la seleccionada por lo que la permitividad relativa se estima con la ecuación (2) y la profundidad de la capa con la ecuación (3). Para la segunda capa es necesario calcular la velocidad del intervalo que se calcula utilizando la ecuación de Dix, ecuación (5).

$$v_{int,2} = \sqrt{\frac{v_2^2 \tau_2 - v_1^2 \tau_1}{\tau_2 - \tau_1}} \quad (5)$$

Con la velocidad $v_{int,2}$ se calcula la permitividad relativa de la segunda capa y el espesor de la misma con la ecuación (6).

$$d_2 = \frac{v_{int,2}(\tau_2 - \tau_1)}{2} \quad (6)$$

2.1 Implementación del algoritmo

A continuación se presentan los pasos que se utilizaron para implementar el algoritmo.

- Seleccionar un vector con tiempos de prueba (τ) y otro con velocidades de prueba (v).
- Calcular z de prueba utilizando la ecuación (3), a partir de las combinaciones de tiempo y velocidad.
- Calcular $t_i(z)$ de la ecuación (1) utilizando las separaciones a las que fueron tomadas los A-Scan usando z del paso anterior.
- Utilizar la transformada de Hilbert en cada uno de los N A-Scans.
- Utilizar interpolación para evaluar la transformada de Hilbert en $t_i(z)$ y así obtener $f_i(t_i)$ y $g_i(t_i)$.

- Calcular el espectro de velocidad para cada par (τ, v) utilizando la ecuación (4).
- Obtener los picos del espectro de velocidad. El procedimiento utilizado para los resultados de este documento es el siguiente:
 - Definir un umbral de coherencia: Percentil 90.
 - Separar los tiempos y velocidades correspondientes a los valores que superen el umbral en un vector de características X .
 - Utilizar un algoritmo de agrupamiento (*clustering*), en particular se utiliza uno por densidad DBScan para obtener los *clusters*.
 - Ordenar los *clusters* por tiempo.
 - Obtener el valor máximo de coherencia para cada *cluster* y sus respectivos τ y v .
- Utilizar los valores obtenidos τ_1, v_1 (primer *cluster*) para calcular $e_{r,1}$ y z_1 con las ecuaciones (2) y (3).
- Calcular $v_{int,2}$ con la ecuación (5) y así obtener $e_{r,2}$ y z_2 con las ecuaciones (2) y (6) respectivamente.

3 Recolección de datos

Para la recolección de datos se utilizó gprMax [2]. El primer escenario se describe en la Fig. 1. Los parámetros eléctricos y geométricos se seleccionaron de manera que simula el contexto del artículo [1], siendo la primera capa nieve, la segunda hielo y por último agua. Sin embargo, para la simulación no se replica de manera exacta estos materiales sino materiales dieléctricos con las permitividades relativas mostradas en la Fig. 1. El segundo escenario únicamente cambia el espesor de la segunda capa (20 cm). La antena transmisora es un dipolo hertziano y es excitada por un pulso Ricker centrado en 1.5 GHz.

Se realizaron simulaciones de 20 distancias de separación entre las antenas ($N = 20$), desde los 10 cm espaciados uniformemente en pasos de 2 cm (1cm de alejamiento por cada antena).

Table 1: Parámetros de los escenarios

Escenario	$\epsilon_{r,1}$	d_1 (m)	$\epsilon_{r,2}$	d_2	$\epsilon_{r,3}$
1	2	0.20	4.5	0.40	80
2	2	0.20	4.5	0.20	80
3	2	0.40	4.5	0.20	80
4	4	0.30	2	0.30	80
5	2	0.30	6	0.30	80
6	3	0.30	10	0.30	80

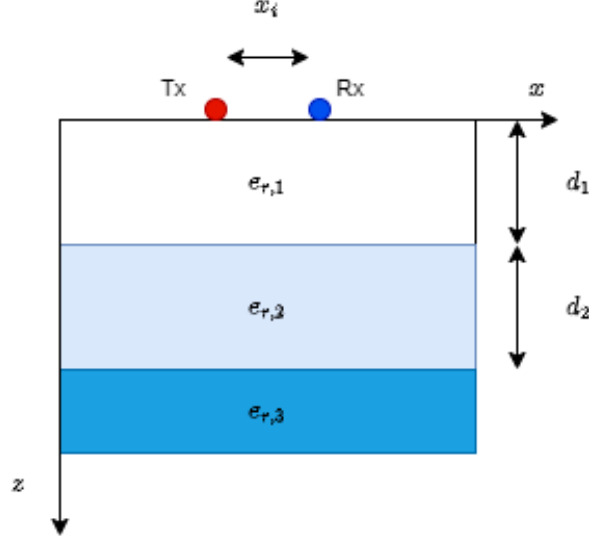


Figure 1: Escenario 1.

La Fig.2 presenta los perfiles de radar CMP obtenidos para ambos escenarios. Como se puede observar en ambos escenarios se evidencian tres hipérbolas notorias. Por orden de tiempo la primera corresponde al acople entre antenas, las dos siguientes a las reflexiones causadas en cada una de las interfaces. Es evidente que en el escenario 1 en el cual la capa 2 tiene un espesor mayor, la hipérbola se presenta más demora. Es importante mencionar que a diferencia de los datos utilizados en [1], estos si presentan acople entre antenas debido a que en la simulación no poseen ningún tipo de blindaje y que la frecuencia central de la antena es más alta por lo que posee mayor resolución.

Es importante mencionar que gprMax entrega más de 2 mil puntos en tiempo, pero con el fin de que el algoritmo se ejecutara en un tiempo razonable (menos de 2 minutos) se realizó un submuestreo de 250 puntos. Se realizaron pruebas con las señales sin submuestrear y no se evidencia una degradación de los resultados significativa (menor 0.1%), la Fig. 2 presenta los resultados al submuestrear.

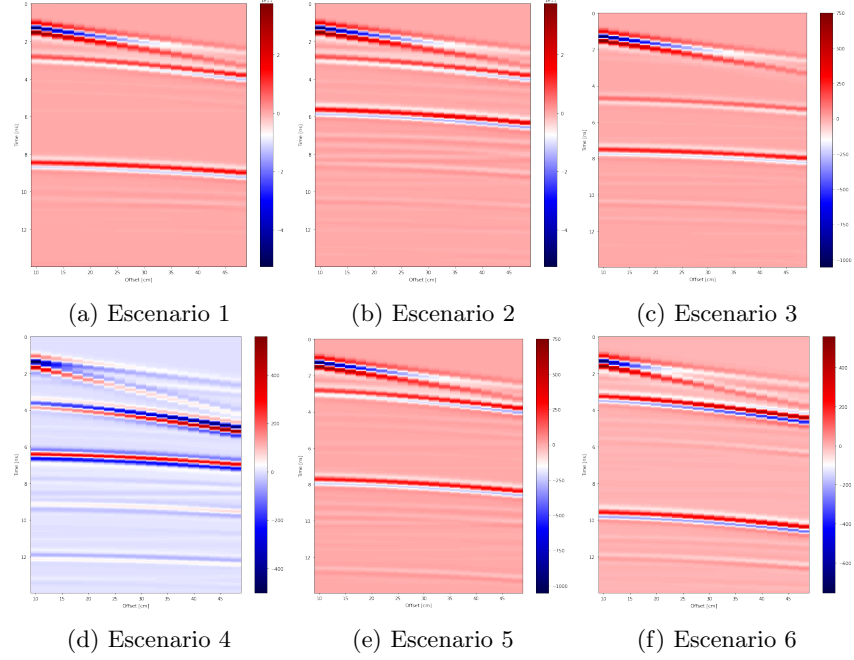


Figure 2: Conjunto de datos CMP

4 Resultados

En esta sección se presentan los resultados obtenidos utilizando el algoritmo mostrado anteriormente.

La Fig. 3 muestra el espectro de velocidad de ambos escenarios, junto con los puntos donde fueron tomadas las velocidades y tiempos. Como se puede observar hay tres picos notorios correspondientes a las tres hipérbolas mencionadas anteriormente, debido a que la primera corresponde al acople entre antenas esta es ignorada por defecto.

Utilizando los valores de tiempo y velocidad seleccionados del espectro de velocidad se calculó la permitividad y espesor de cada capa. En las tablas 2 a 5 se presentan los resultados para los escenarios.

En los escenarios 1 y 2 se puede observar que el pico de coherencia (Fig. 3a y 3b) se encontraba en los mismo punto de tiempo y velocidad por lo que los resultados, de forma que el resultado de espesor y permitividad fue el mismo.

Table 2: Resultados escenario 1

Capa	ϵ_r	Estimado ϵ_r	Error (%)	d (m)	Estimado d (m)	Error (%)
1	2.00	2.70	35.07	0.20	0.26	30.38
2	4.50	4.82	7.01	0.40	0.39	3.31

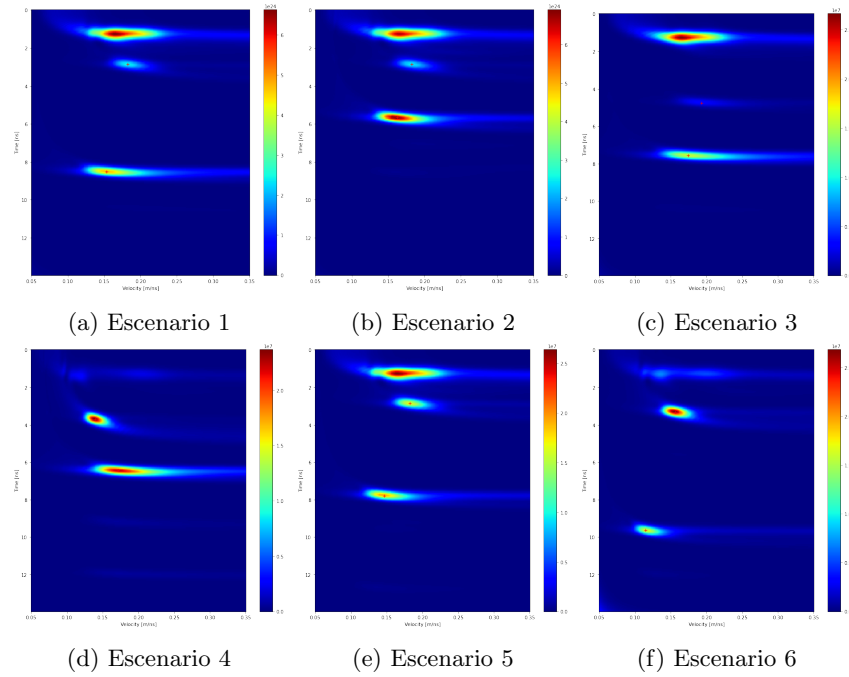


Figure 3: Espectro de velocidad. Tiempos y velocidades seleccionadas.

Table 3: Resultados escenario 2

Capa	ϵ_r	Estimado ϵ_r	Error (%)	d (m)	Estimado d (m)	Error (%)
1	2.00	2.70	35.07	0.20	0.26	30.38
2	4.50	4.72	4.93	0.20	0.19	3.32

Table 4: Resultados escenario 3

Capa	ϵ_r	Estimado ϵ_r	Error (%)	d (m)	Estimado d (m)	Error (%)
1	2.00	2.41	20.34	0.40	0.46	15.10
2	4.50	4.72	4.93	0.20	0.19	5.35

Table 5: Resultados escenario 4

Capa	ϵ_r	Estimado ϵ_r	Error (%)	d (m)	Estimado d (m)	Error (%)
1	4	4.65	16.19	0.30	0.26	14.24
2	2	2.09	4.42	0.30	0.28	5.02

Table 6: Resultados escenario 5

Capa	ϵ_r	Estimado ϵ_r	Error (%)	d (m)	Estimado d (m)	Error (%)
1	2.00	2.70	35.07	0.30	0.26	13.08
2	6.00	6.19	3.17	0.30	0.28	0.93

Table 7: Resultados escenario 6

Capa	ϵ_r	Estimado ϵ_r	Error (%)	d (m)	Estimado d (m)	Error (%)
1	3	3.70	23.24	0.30	0.26	14.05
2	10	12.10	20.95	0.30	0.27	8.99

Ello muestra que el espesor de la segunda capa no afecta de manera significativa los resultados de la segunda.

Se evidencia que el resultado de la primera capa hay una sobre-estimación de la permitividad en todos los escenarios de más del 10%. Se resalta que el menor error de este valor fue en el escenario 4, único en el cual la permitividad de la primera capa es mayor al de la segunda. Por tanto, se observa que a mayor permitividad o mayor espesor de la primera capa se mejora la estimación de la permitividad, ello probablemente debido que la hipérbola correspondiente a esta interfaz se aleja más de la respuesta generada por el acople entre antenas como se puede observar en las Fig. 2.

Respecto a la segunda capa se observan resultados satisfactorios (errores inferiores al 10%) en todos los escenarios excepto por el 4, en el cual la permitividad estimada es mayor a la real en el 20% y el espesor estimado es 8.99% menor al real. Sin embargo, vale la pena resaltar que estos valores de error son menores que los presentados en la primera capa.

5 Conclusiones

Con los datos obtenidos a partir de las simulaciones fue posible determinar la permitividad de la segunda capa con un error relativo inferior al 10% en todos excepto uno de los casos.

Los resultados muestran una mejor estimación de la permitividad y del espesor de la capa más superficial al incrementar alguno de estos parámetros, lo que sugiere que la diferenciación entre las hipérbolas mejora la estimación.

Los resultados son satisfactorios para la segunda capa probablemente debido a que sus resultados a parte de las velocidades y tiempos seleccionados del espectro de velocidad se utiliza la diferencia entre los tiempos seleccionados, lo que hace más robusto el método frente a retardos que se puedan presentar.

References

- [1] H. Liu, K. Takahashi, and M. Sato, “Measurement of dielectric permittivity and thickness of snow and ice on a brackish lagoon using GPR,” *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 7, no. 3, pp. 820–827, 2014.
- [2] C. Warren, A. Giannopoulos, and I. Giannakis, “gprMax: Open source software to simulate electromagnetic wave propagation for Ground Penetrating Radar,” *Computer Physics Communications*, vol. 209, pp. 163–170, 12 2016.