

Algoritmo MPDL-LR para la detección y clasificación de Minas

Grupo Desminado

September 2022

1 Introduction

Este documento presenta los resultados de implementar el algoritmo propuesto en [1] para la clasificación de artefactos explosivos improvisados, utilizando perfiles de radar GPR. Los A-Scans requeridos se obtuvieron mediante el GPR de laboratorio.

2 Algoritmo

El algoritmo presentado en [1] busca realizar tres tareas al tiempo: Remoción del fondo, representación dispersa y clasificación de las trazas de radas. Para la remoción del fondo se supone que el fondo es vive un sub-espacio de bajo rango. Para la representación dispersa (con diccionario diferente de análisis y síntesis) donde los diccionarios de análisis son multinivel. Finalmente para la clasificación se utiliza un clasificador lineal.

La función objetivo del algoritmo es:

$$\begin{aligned}
\min_Y \sum_{i=1}^C & \left(\frac{1}{2} \|(I - P)X_i - D_i S_i\|_F^2 + \alpha_1 \|Q_i\|_* \right. \\
& + \alpha_2 \|D_i \bar{S}_i\|_F^2 + \alpha_3 \|(\hat{S}_i)^T S_i\|_F^2 \\
& + \left. \frac{1}{2} \|A_1 Z_i - \phi_i S_i\|_F^2 \right) + \lambda \|J\|_* \\
& + \beta \|E\|_{2,1} + \frac{1}{2} \|(H + B \odot M) - W A_1 Z\| \\
& + \tau \|W\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \left\| X_C - (P X_c + E) + \frac{G}{\mu} \right\|_F^2 \\
& + \frac{\mu}{2} \left\| P - J + \frac{R}{\mu} \right\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \left\| Z - \Psi(A_2(I - P)X) + \frac{N}{\mu} \right\|_F^2 \\
& + \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^C \left\| D_i - Q_i + \frac{C_i}{\mu} \right\|_F^2
\end{aligned}$$

La Tabla 1 presenta una descripción breve de cada matriz y su tamaño. Variables dependientes de los datos y otras se describen en la Tabla 2. Finalmente, los hiperparámetros del algoritmo se encuentran en la Tabla 3.

Luego de obtener los parámetros del modelo a partir de ALM. La clasificación de nuevas trazas de radar se realiza utilizando la ecuación (1) donde c son los índices de cada columna.

$$y^* = \max_c (W^* A_1^* \Psi(A_2^*(I - P^*)X)) \quad (1)$$

Para la realización de ALM se descompone la función objetivo de la Equ. (??) en 18 sub-problemas a los cuales se les puede derivar una solución analítica, de forma que se resuelven alternadamente (por cierto número de iteraciones). Los sub-problemas a resolver y el orden se presenta en [1]. El algoritmo se presenta nuevamente a continuación debido a errores tipográficos encontrados en el paper (corregidos a continuación) y se elimina el superíndice de la k -ésima iteración en todas las variables debido a que siempre se utiliza el valor asignado más reciente.

Algorithm 1 MPDL-LR

Input: X, X_C, H
 1: $W, A_1, A_2, \{D_i\}_{i=0}^C, \{S_i\}_{i=0}^C = \mathcal{N}(0, 1)$
 2: $M, G, N, R, E, \{C_i\}_{i=0}^C, \{Q_i\}_{i=0}^C = 0$
 3: $U\Sigma V^T = \text{SVD}(X_C)$
 4: $P = uv^T$ \triangleright u and v are the first singular vector of U and V respectively
 5: **while** $k < \text{MaxIter}$ or $\text{MSE} > \zeta$ **do**
 6: $U\Sigma V^T = \text{SVD}(P + R/\mu)$
 7: $A_s = I + \mu A_2^T A_2$
 8: $B_s = (\mu I + \mu X_C (X_C)^T) (X X^T)^{-1}$
 9: $Q_s = ((X - Y) X^T + \mu (J - R/\mu) + \mu * (X_C - E + G/\mu) X_C^T + \mu A_2^T (A_2 X - \psi^{-1}(Z + N/\mu) X^T)) (X X^T)^{-1}$
 10: $P \leftarrow$ Solution of Sylvester equation $A_s P + P B_s = Q_s$
 11: $\hat{E} = X_C - P X_C + G/\mu$
 12: $e_j = \frac{\hat{e}_j}{\|\hat{e}_j\|_2} \max(\|\hat{e}_j\|_2 - \beta/\mu, 0)$ $\triangleright \forall j \in 1..n_s$
 13: $U\Sigma V^T = \text{SVD}(P + R/\mu)$
 14: **for** $i \in 1..C$ **do**
 15: $U\Sigma V^T = \text{SVD}(D_i + C_i/\mu)$
 16: $Q_i = UT(\Sigma, \alpha_1/\mu) V^T$ $\triangleright T(a, b) = \text{sgn}(a) \max(|a| - b, 0)$
 17: $\Omega = (I - P) X_i S_i^T + \mu * (Q_i - C_i/\mu)$
 18: $D_i = \Omega (S_i S_i^T + 2\alpha_2 \hat{S}_i \hat{S}_i^T + \mu I)^{-1}$
 19: $d_{i,j} = \frac{d_{i,j}}{\max(\|d_{i,j}\|_2, 1)}$ $\triangleright \forall j \in 1..b_1$
 20: $\hat{\Omega} = (D_i^T D_i + 2\alpha_3 \hat{S}_i \hat{S}_i^T + \phi_i^T \phi_i)^{-1}$
 21: $S_i = \hat{\Omega} (D_i^T (I - P) X_i + \phi_i^T A_1 Z_i)$
 22: **end for**
 23: $Y = [D_1 S_1, \dots, D_C S_C]$
 24: $\hat{Y} = [\phi_1 S_1, \dots, \phi_C S_C]$
 25: $\Theta = \mu(\psi(A_2(I - P)X) - N/\mu)$
 26: $\Upsilon = A_1^T \hat{Y} + \Theta + (W A_1)^T (H + B \odot M)$
 27: $Z = (A_1^T A_1 + \mu I + (W A_1)^T (W A_1))^{-1} \Upsilon$
 28: $F = W^T (H + B \odot M) + \hat{Y}$
 29: $U\Sigma V^T = \text{SVD}(((I - W^T W)^{-1} F) Z^T)$
 30: $A_1 = UV^T$
 31: $U\Sigma V^T = \text{SVD}(\psi^{-1}(Z + N/\mu) ((I - P) X)^T)$
 32: $A_2 = UV^T$
 33: $\hat{F} = ((A_1 Z)(A_1 Z)^T + \tau I)^{-1}$
 34: $W = ((H + B \odot M)(A_1 Z)^T) \hat{F}$
 35: $\hat{M} = W A_1 Z - H$
 36: $M = \max(B \odot \hat{M}, 0)$
 37: $C_i = C_i + \mu(D_i - Q_i)$ $\triangleright \forall i \in 1..C$
 38: $G = G + \mu(X_C - (P X_C + E))$
 39: $N = N + \mu(Z - \psi(A_2(I - P)X))$
 40: $R = R + \mu(P - J)$
 41: $\mu = \min(\rho\mu, \mu_{max})$
 42: $k = k + 1$
 43: **end while**

Table 1: Descripción de variables matriciales

Variable	Tamaño	Descripción
X	(n_t, n_s)	Trazas de radar
X_c	(n_t, n_s)	Trazas de radar de estimación del <i>clutter</i>
H	(C, n_s)	Etiquetas binarias de clasificación de las trazas de radar
P	(n_t, n_t)	Estimación del sub-espacio del <i>clutter</i>
E	(n_t, n_s)	Error de la estimación del <i>clutter</i>
W	(C, a_1)	Pesos del clasificador lineal
M	(C, n_s)	Matriz de valores para la técnica ϵ - <i>dragging</i> (Aumenta margen entre clases)
B	(C, n_s)	$B_{ij} = 1$ si $H_{ij} = 1$ o -1 de lo contrario. Utilizada para la técnica ϵ - <i>dragging</i>
A_1	(a_1, a_2)	Diccionario de análisis de primer nivel
A_2	(a_2, n_t)	Diccionario de análisis de segundo nivel
Z	(a_2, n_s)	Representación dispersa de segundo nivel. Auxiliar para el desacoplamiento de ecuaciones
D_i	(n_t, b_1)	Diccionario de síntesis por clase
S_i	(b_1, n_{si})	Representación dispersa (síntesis) por clase. La barra superior indica de todas las clases menos la i -ésima.
ϕ_i	(a_1, b_1)	Matriz diagonal inferior para realizar correspondencia entre átomos de análisis y de síntesis por clase.
Y	(a_1, n_s)	Apilamiento en columnas de $D_i S_i$
\hat{Y}	(a_1, n_s)	Apilamiento en columnas de $\phi_i S_i$
J	(n_t, n_t)	Matriz auxiliar para el desacoplamiento de ecuaciones
Q_i	(n_t, b_1)	Matriz auxiliar para el desacoplamiento de ecuaciones
C_i	(n_t, b_1)	Multiplicadores de <i>lagrange</i> de D_i
G	(n_t, n_s)	Multiplicadores de <i>lagrange</i> de E
N	(a_2, n_s)	Multiplicadores de <i>lagrange</i> de Z
R	(n_t, n_t)	Multiplicadores de <i>lagrange</i> de P

Table 2: Descripción de variables

Variable	Descripción
C	Número de clases
n_t	Número de puntos de tiempo por traza de radar
n_s	Número de muestras
b_1	Número de átomos utilizados para representar cada clase. $b_1 = a_1/C$
μ	Variable del algoritmo ALM. Aumenta en cada iteración.

Table 3: Descripción de hiperparámetros

Parámetro	Descripción
λ	Parámetro de regularización del rango del sub-espacio del <i>clutter</i>
β	Parámetro de regularización del rango del sub-espacio del <i>clutter</i>
α_1	Parámetro de regularización de la representación dispersa
α_2	Parámetro de regularización de la representación dispersa
α_3	Parámetro de regularización de la representación dispersa
τ	Parámetro de regularización de los pesos del clasificador lineal
a_1	Número de átomos del diccionario de análisis de primer nivel.
a_2	Número de átomos del diccionario de análisis de segundo nivel.

3 Clasificación de minas

En el artículo [1] la detección de trazas de radar con minas se considera anterior a la de clasificación por lo que los datos recogidos únicamente se utilizan trazas en las que hay minas para el entrenamiento y la detección. Estas minas se dividen en cuatro tipos caracterizados según su tamaño y contenido metálico. En este trabajo se utilizan los A-Scans obtenidos mediante el GPR de laboratorio.

Se consideraron los escenarios 2, 3, 5, 10, 11, tomando únicamente los A-Scan donde hay objetos (según posición). Notese que se excluye el escenario que contiene la placa metálica. Posteriormente se realiza un submuestreo para balancear el número de ejemplos de cada clase. Se dividieron el total de A-Scans en dos conjuntos, entrenamiento y evaluación, 80% y 20% de los datos respectivamente. Tanto en entrenamiento como en evaluación se logra un precisión de 1, lo cual probablemente indica que hay muy pocos datos

Otro aspecto a evaluar es la capacidad de remoción del fondo a partir de la estimación del sub-espacio. Para ello se utiliza la ecuación (2). La Fig.1 muestra, de izquierda a derecha: el B-Scan original, el fondo removido y la representación dispersa.

$$X_t = (I - P^*)X \quad (2)$$

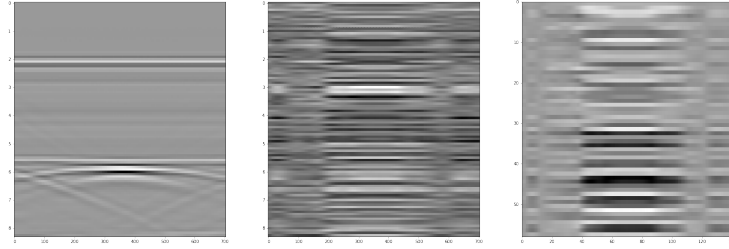


Figure 1: De izquierda a derecha: B-Scan, fondo removido, representación dispersa.

En la Fig. 2 se presenta el historial de *accuracy* para el método de detección según el número de iteración del algoritmo-

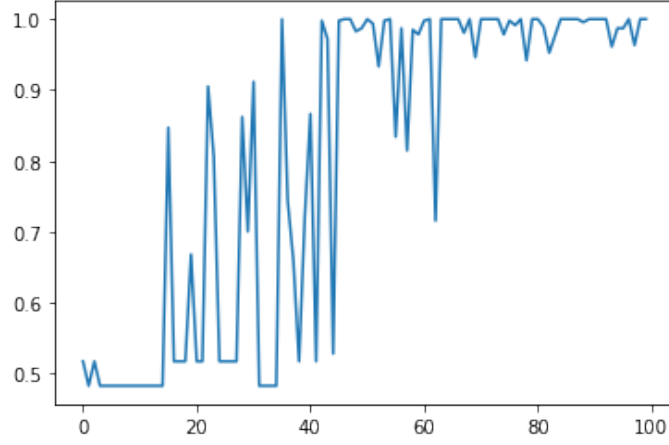


Figure 2: Accuracy según número de iteración.

4 Detección de minas

Para extender ligeramente el trabajo de [1] se añade la clase *clutter*, es decir, aquello A-Scans donde no hay un objeto enterrado debajo. Para esta tarea se consideran los escenarios 2, 3, 4, 5, 10 y 11. Se realiza un submuestreo para balancear las clases y se divide en dos conjuntos: entrenamiento(80%) y evaluación (20%). Las métricas de desempeño obtenidas en evaluación y entrenamiento se presentan en la Tabla 4.

Table 4: Métricas de clasificación

	Precision	Recall	F1-Score	Support
Clutter	1.00	0.80	0.89	64
Metal	0.86	1.00	0.92	55
Plastic	0.93	1.00	0.96	55
accuracy			0.93	174
macro avg	0.93	0.93	1.00	174
weighted avg	0.93	0.93	0.92	174

Se resaltan los resultados del escenario 6 (excluidos del entrenamiento) en la Fig. 3. También se presenta el resultado de remover el fondo utilizando el sub-espacio estimado por el algoritmo en la Fig. 4

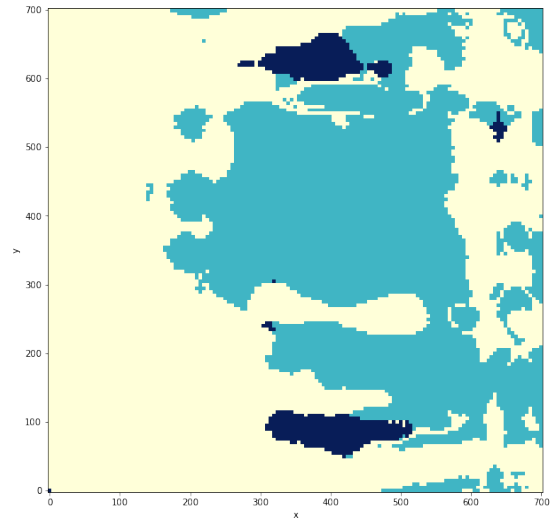


Figure 3: Escenario 6. Resultados de detección. Metal: Azul claro, Plástico: Azul oscuro

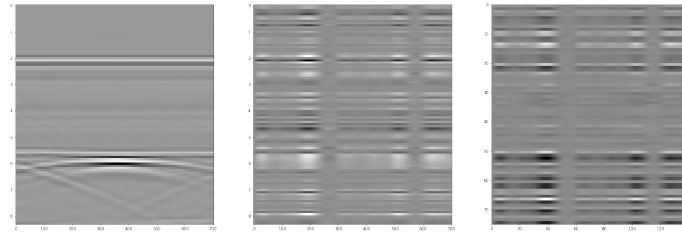


Figure 4: De izquierda a derecha: B-Scan, fondo removido, representación dispersa.

En la Fig. 5 se presenta el historial de *accuracy* para el método de detección según el número de iteración del algoritmo-

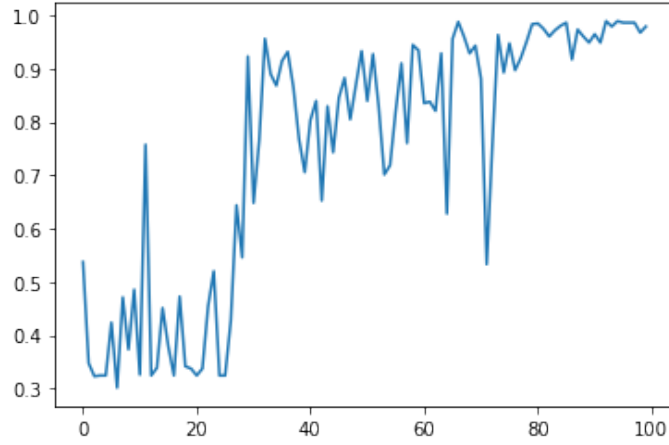


Figure 5: Accuracy según número de iteración.

Como se observa en la Fig. 4 la eliminación del fondo no es satisfactoria, ya que no se evidencia la hipérbola correspondiente a la placa metálica. Sin embargo se observa que existen diferencias en la representación dispersa entre las trazas que están en la ubicación de la placa y las que no. Ello se tradujo en una adecuada detección de la placa (Fig. 3). Ello permite suponer que durante el entrenamiento no necesariamente se optimizan todas las tareas de manera uniforme ya que optimizar una puede tener un deterioro general sobre la función objetivo global, lo cual dependerá fuertemente de los hiperparámetros ya que estos terminan dando mayor peso a unos términos de la función objetivo que a otros.

Con el fin de mejorar los resultados en términos de remoción de fondo, se realizó nuevamente el entrenamiento con diferencias en los datos y rangos de búsqueda de optimización bayesiana de hiperparámetros. Para esta tarea se consideran los escenarios 2, 3, 4, 5, 10 y 11. Las trazas se dividen en 80% para entrenamiento y 20% para evaluación. Las trazas de entrenamiento son sub-muestreadas para obtener el mismo número de muestras por clase. Luego, se aumenta el conjunto de datos, corriendo un punto en tiempo hacia atrás y hacia adelante, de manera que se triplica el conjunto de datos. Los resultados de clasificación para los datos de evaluación se presentan en la Tabla. 5.

Table 5: Métricas de clasificación

	Precision	Recall	F1-Score	Support
Clutter	1.00	0.82	0.90	23748
Metal	0.03	0.98	0.06	54
Plastic	0.02	0.98	0.04	56
accuracy			0.83	23858
macro avg	0.35	0.93	0.33	23858
weighted avg	1.00	0.83	0.90	23858

A continuación se presentan a detalle los resultados de los escenarios 3(usado en entrenamiento y evaluación) y 6 (no usado en entrenamiento ni en evaluación). La Fig. 6 muestra el resultado de clasificación del escenario 3 (esfera metálica a 11 cm de profundidad). Respecto a las tareas intermedias incluidas en el algoritmo. La Fig. 7 presenta: un B-Scan del escenario a lo largo del eje X ubicado a mitad del campo, el resultado de remoción del fondo y la representación dispersa de sus trazas.

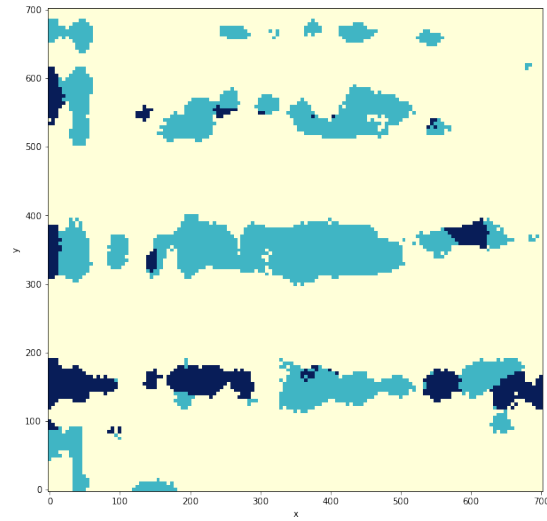


Figure 6: Escenario 3. Resultados de detección. Metal: Azul claro, Plástico: Azul oscuro

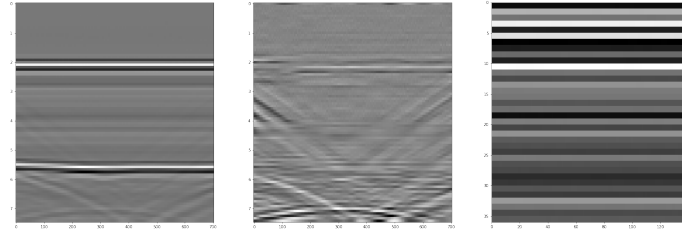


Figure 7: De izquierda a derecha: B-Scan, fondo removido, representación dispersa.

En la Fig. 6 que aunque se detecta la esfera metálica en el centro del campo hay una gran cantidad de falsas alarmas. Ello probablemente por la poca diferenciación entre trazas que se observa en la Fig. 7.

La Fig. 8 muestra los resultados de clasificación del escenario 6. La Fig. 9 muestra un B-Scan de este escenario, su resultado de remoción y representación dispersa. Como se puede observar en la Fig. 9 la remoción del fondo resulta satisfactoria, ya que se resalta la hipérbola correspondiente a la placa metálica y se reduce significativamente las reflexiones producto de la superficie y el acople de las antenas. Sin embargo, la representación dispersa entre las trazas no es perceptible, lo que se traduce en los malos resultados mostrados en la 8.

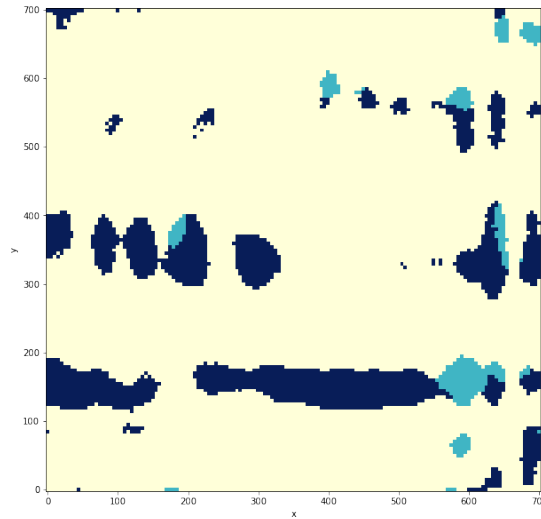


Figure 8: Escenario 6. Resultados de detección. Metal: Azul claro, Plástico: Azul oscuro

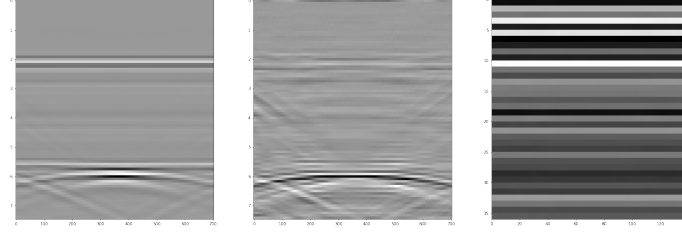


Figure 9: De izquierda a derecha: B-Scan, fondo removido, representación dispersa.

De los dos resultados anteriores se observan las siguientes características comunes: correcta remoción de fondo, baja diferenciación de representación dispersa de trazas, baja *precision* y alto *recall* lo que indica alto número de falsas alarmas en las clases Metal y Plástico: *Por el momento se propone partir de los parámetros entregados por optimización bayesiana y modificar los que afectan la diferenciación entre trazas como α_2 y α_3 .*

5 Simulaciones

En esta sección se presentan los resultados de utilizar el algoritmo MPDL-LR a partir de datos tomados mediante simulaciones de GPRMax. En esta tarea únicamente se utiliza un tipo de mina consistente en cilindros plásticos, por lo que esencialmente consiste en una tarea de detección.

Se planteó un escenario con 10 minas enterradas (cilindros plásticos) separadas 1 m, con profundidad, diámetro y altura variable. La permitividad relativa de estos objetos es de 2.2 a 2.4. El suelo tiene una superficie de altura que varía 2.5 cm y posee características no homogéneas. El campo es de 10 m, la separación entre antenas es de 5 cm y los pasos entre A-Scan son de 1 cm, dando en total 1000 trazas de radar.

Debido a la muy baja visibilidad de las hipérbolas fue necesario escalar las trazas por un factor de $e^{\alpha t}$ donde α en este caso fue de 10^9 . En la Fig. 10 se observa el aumento de visibilidad de hipérbolas.

Por otra parte, algunos de los objetos no se logran ver aún mediante una resta de fondo (Fig. 10c) por lo que se desestimaron sus etiquetas de 1 a 0. De forma que en total se cuenta con 74 trazas correspondiente a objetos y las demás a *clutter*. Las trazas fueron divididas en entrenamiento(80%) y evaluación(20%). Al igual que en el entrenamiento anterior, se balanceó el conjunto y finalmente las trazas fueron corridas un punto de tiempo adelante y atrás para aumentar el número de muestras de entrenamiento(triplicando los datos).

Los resultados obtenidos en los datos de evaluación se muestran en la Tabla 6 muestran

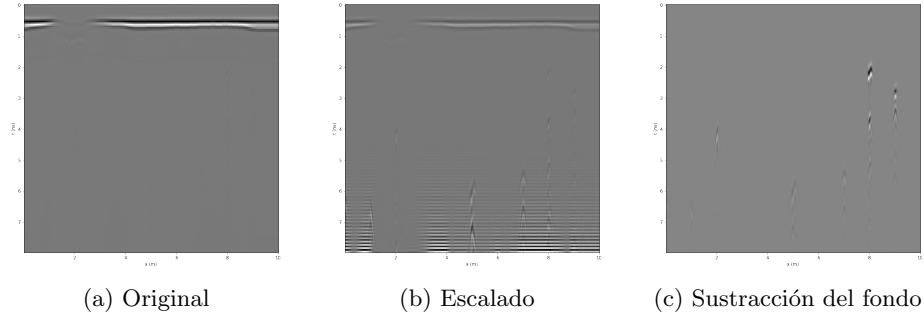


Figure 10: Datos

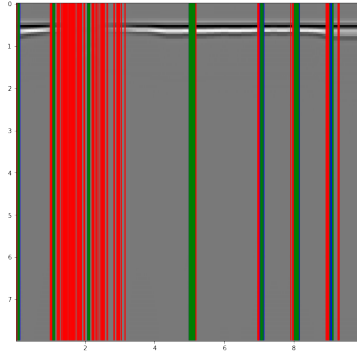


Figure 11: Resultados de clasificación. Verde: Minas clasificadas correctamente. Azul: Minas no detectadas. Rojo: Falsas alarmas

Table 6: Métricas de clasificación - Simulación

	Precision	Recall	F1-Score	Support
Clutter	0.97	0.85	0.91	186
Metal	0.24	0.64	0.35	14
accuracy			0.85	200
macro avg	0.61	0.75	0.63	200
weighted avg	0.92	0.83	0.87	200

En la Fig.11 se presenta una representación gráfica de los resultados en el B-Scan. Se puede observar la existencia de una gran cantidad de falsas alarmas principalmente en dónde las irregularidades de la superficie son bastante pronunciadas.

En la Fig. 12 se presentan los resultados intermedios de remoción del fondo y representación dispersa. Como se puede observar diferencias significativas respecto a los resultados obtenidos con las trazas del GPR de laboratorio: la



Figure 12: De izquierda a derecha: B-Scan, fondo removido, representación dispersa. Escenario simulación

eliminación del fondo no es adecuada, pero hay una evidente diferencia en las trazas en la representación dispersa, lo que se evidencia en las buenas métricas de clasificación y en la Fig. 11.

Adicionalmente, se presentan los resultados de otro escenario el cual se diferencia del anterior en la falta de rugosidad de la superficie, variaciones en la profundidad y alturas de las minas. En la Tabla. 7 se logra observar que las métricas con similares a las de evaluación. Se puede observar que la métrica de interés *f1-score* es similar e incluso superior en este escenario. Sin embargo, mientras que en el escenario 1 (datos de evaluación) el número de falsas alarmas es bastante alto (*precision* baja), pero el porcentaje de minas detectadas es alto (*recall* alto); el escenario 2 presenta la situación contraria.

Table 7: Métricas de clasificación - Simulación - Escenario 2

	Precision	Recall	F1-Score	Support
Clutter	0.91	0.96	0.94	879
Metal	0.53	0.32	0.40	121
accuracy			0.88	1000
macro avg	0.72	0.64	0.67	1000
weighted avg	0.87	0.88	0.87	1000

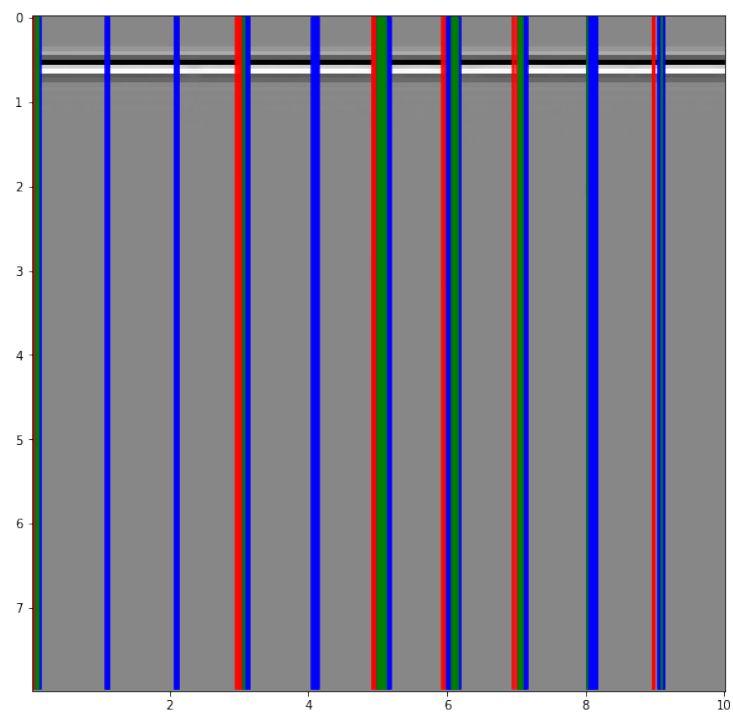


Figure 13: Resultados de Clasificación. Escenario 2. Verde: Minas clasificadas correctamente. Azul: Minas no detectadas. Rojo: Falsas alarmas.

6 Conclusiones

El algoritmo no escala bien en número de muestras ni en número de tiempo al momento de realizar el entrenamiento. Debido a ello fue necesario cortar los A-Scan disponibles a entre 90-100 puntos (aproximadamente hasta 8 ns). Así mismo, el número de muestras usadas para entrenamiento tuvo que ser reducida, debido a la complejidad temporal y a la sensibilidad del algoritmo al desbalance de muestras entre clases.

Adicionalmente, el algoritmo posee 8 hiperparámetros a optimizar por lo que bien sea una búsqueda en grilla o por medio de optimización bayesiana, como se realizó tanto en el paper como en este trabajo, se requiere bastante tiempo encontrar una combinación de hiperparámetros que maximice la métrica deseada.

Los resultados presentados en la Fig. 4 muestran un resultado regular en la tarea de remoción de fondo, pero un resultado adecuado en la diferenciación de las representaciones dispersas de las trazas entre clases, que se traduce a un resultado satisfactorio (detección de la placa metálica) como se observa en la Fig. 3.

Por otra parte, los resultados obtenidos aumentando el número de datos (corriendo puntos de tiempo) muestra un resultado muy satisfactorio en términos de la remoción (reducción significativa de reflexiones no deseadas y mayor visibilidad de la hipérbola de interés) del fondo en contraposición de poca diferenciación en la representación dispersa de trazas, como se observa en la Fig. 9 no se logra la detección de la placa metálica. Esto muestra que contrario a lo mostrado en el paper original, realizar las tareas de manera conjunta no necesariamente lleva a soluciones óptimas para cada una de las tareas.

Las simulaciones muestran resultados similares, los resultados de la remoción del fondo no resaltan la hipérbola pero permiten diferenciar entre trazas que tienen objetos enterrados y los que no. Lo anterior, probablemente por la cantidad reducida de trazas (a pesar de utilizar la técnica de aumento). La métrica de interés *f1-score* es similar para los datos de evaluación del primer escenario y el segundo. Sin embargo, la rugosidad del primer escenario eleva el número de falsas alarmas.

Como aspectos positivos se resalta la rapidez (frente a otros modelos de dictionary learning y de redes convolucionales) para predecir una vez entrenado el modelo, ello debido al uso de diccionarios de análisis y síntesis.

También se destaca que a pesar del alto número de falsos positivos, el algoritmo detectó la placa metálica, en una oportunidad

References

- [1] F. H. C. Tivive, A. Bouzerdoun, and C. Abeynayake, “Classification of Improvised Explosive Devices Using Multilevel Projective Dictionary Learning with Low-Rank Prior,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 60, 2022.