

---

## Virtual Memory

Γεώργιος Κυριακόπουλος – el18153

---

### Μέρος Α

A. i) Έχουμε 48 *bits* εικονική διεύθυνση και μέγεθος σελίδας 4KB, άρα το *bit offset* θα είναι ίσο με 12. Επομένως μας μένουν  $48 - 12 = 36$  *bits* για *VPN* και άρα θα έχουμε συνολικά  $2^{36}$  εγγραφές.

ii) Έχουμε συνολικά  $2^{36}$  εγγραφές και κάθε εγγραφή έχει μέγεθος  $4B = 2^2B$ . Άρα απαιτείται  $2^{36}2^2 = 2^{38}B$  φυσικής μνήμης.

B. i) Λαμβάνοντας μέγεθος πίνακα ίσο με το μέγεθος μιας σελίδας φυσικής μνήμης, κάθε πίνακας θα χωράει σε ακριβώς μία σελίδα φυσικής μνήμης κατά την αποθήκευση του στη μνήμη μας, μειώνοντας έτσι και την σπατάλη μνήμης σε περίπτωση που χρειαζόταν κάποιος πίνακας και μία δεύτερη σελίδα, την οποία δεν θα γέμιζε πλήρως. Επιπλέον, θέλουμε να μειώσουμε το *page table size* όσο γίνεται, ώστε να δεσμεύουμε όσο το δυνατόν λιγότερη μνήμη γίνεται ανά διεργασία. Σε *single – level page table design* η μνήμη που απαιτείται ανά διεργασία είναι πολύ μεγάλη, καθώς το μέγεθος του πίνακα σελίδων είναι τεράστιο, λόγω του μεγάλου αριθμού *entries*, ανάλογα και με το μέγεθος της εικονικής διεύθυνσης. Σε *multi – level page table design*, με μέγεθος πίνακα ίσο με το μέγεθος μιας σελίδας φυσικής μνήμης, τα *entries* μειώνονται αισθητά, ανάλογα και με το μέγεθος της εικονικής διεύθυνσης, όπως και η συνολική απαιτούμενη μνήμη ανά διεργασία, με βάση και τον αριθμό των επιπέδων (στην τάξη των *kilobytes* σε αντίθεση με την τάξη των *petabytes* σε 64 – *bit* επεξεργαστή με 4KB μέγεθος σελίδας).

ii) Έχουμε τα 36 *bits* για *VPN* και θέλουμε να τα σπάσουμε σε μερικά επίπεδα. Παίρνουμε το *page table size* = 4KB, άρα αφού έχουμε μέγεθος εγγραφής 4B, τότε έχουμε 1024 εγγραφές σε κάθε πίνακα το οποίο ισούται με  $2^{10}$ , άρα 10 *bits* για *index* σε κάθε πίνακα.  $\frac{36}{10} = 3.6$ , άρα 4 στρογγυλοποιημένο προς τα πάνω. Επομένως θα πάρουμε 4 επίπεδα για την υλοποίηση του πίνακα σελίδων.

iii) Αφού έχουμε 4 επίπεδα πινάκων, τότε θα έχουμε 4 προσβάσεις στη μνήμη για τη μετάφραση μιας διεύθυνσης, μία σε κάθε επίπεδο πινάκων. Βέβαια, εάν προσμετρούνται και οι παρακάτω στο σύνολο των προσβάσεων, έχουμε μία αρχική

πρόσβαση στη μνήμη για το *TLB*, η οποία προκαλεί το *miss* και άλλη μία πρόσβαση στη μνήμη στο τέλος όπου διαβάζουμε το περιεχόμενο της *indexed* σελίδας για να αντιστοιχίσουμε εικονική με φυσική διεύθυνση.

iv) Στην περίπτωση όπου έχουμε διεργασία που χρησιμοποιεί μόνο  $4KB$  φυσική μνήμη, τότε χρειαζόμαστε μόνο μία σελίδα ( $4KB$  μέγεθος), επομένως και 4 συνολικούς πίνακες (έναν σε κάθε επίπεδο), δηλαδή συνολικό μέγεθος για την αποθήκευση του πίνακα σελίδων  $4 \cdot 2^{10} \cdot 4 = 2^{14}B = 16KB$ .

Στην περίπτωση όπου έχουμε διεργασία που χρησιμοποιεί  $8GB$  φυσική μνήμη, τότε χρειαζόμαστε  $\frac{8GB}{4KB} = 2.097.152$  σελίδες. Έχοντας χρησιμοποιήσει 1 γεμάτο πίνακα στο 3ο επίπεδο έχουμε  $1024 \cdot 1024 = 1.048.576$  σελίδες. Υπολείπονται άλλες τόσες, που θα τις κάνουμε *index* από ένα δεύτερο γεμάτο τέτοιο πίνακα στο 3ο επίπεδο με γεμάτους πίνακες στο 4ο επίπεδο. Επομένως θα έχουμε  $1024 + 1024 = 2048$  γεμάτους πίνακες στο 4ο επίπεδο. Συνολικά, δηλαδή θα έχουμε 1 πίνακα στο 1ο επίπεδο, 1 πίνακα στο 2ο επίπεδο, 2 πίνακες στο 3ο επίπεδο και 2048 πίνακες στο 4ο επίπεδο, επομένως 2052 πίνακες με συνολικό μέγεθος για την αποθήκευσή τους  $2052 \cdot 2^{10} \cdot 4 = 8.404.992B = 8.016B$  ( $8.388.608B = 8MB$ ).

Γ. i) Η φυσική μας μνήμη είναι  $16GB = 2^{34}B$ , ενώ το μέγεθος σελίδας είναι  $4KB = 2^{12}B$  και στον *inverted* πίνακα σελίδων έχουμε μία εγγραφή για κάθε σελίδα, επομένως θα έχουμε  $\frac{2^{34}}{2^{12}} = 2^{22}$  σελίδες άρα και  $2^{22}$  εγγραφές.

ii) Στην καλύτερη περίπτωση, με *miss* στο *TLB*, έχουμε 1 αναφορά στη μνήμη για τη μετάφραση μιας εικονικής διεύθυνσης, εάν πετύχουμε με την πρώτη μέσω του *hashing* το σωστό *process ID* + *VPN*. Στη χειρότερη περίπτωση, πάλι με *miss* στο *TLB*, θα έχουμε  $2^{22}$  (όσες και οι εγγραφές-σελίδες του πίνακα σελίδων) αναφορές στη μνήμη, έχοντας μία κακή *hash function* η οποία θα χρειαστεί να περάσει όλο το *inverted page table* μέσω των *next indexes* για να βρει στην τελευταία της αναζήτηση το σωστό *process ID* + *VPN*.

## Μέρος Β

Α. Για να βρούμε το *VPN* μετατρέπουμε το πρώτο ψηφίο της δεκαεξαδικής εικονικής διεύθυνσης σε δεκαδικό, αφού τα επόμενα 3 ψηφία που ακολουθούν είναι τα 12 bits του *offset* ( $4KB = 2^{12}B$  μέγεθος σελίδας). Επομένως έχουμε με τη σειρά *VPN*: 1, 0, 3, 8, 11, 3, 12.

Παρακάτω φαίνονται οι αλλαγές στο *TLB* και στον πίνακα σελίδων για κάθε πρόσβαση, με τις σχετικές αναφορές και στο τέλος έχουμε την τελική τους κατάσταση:

Για την 0x123d:

$VPN = 1 \rightarrow TLB \text{ miss} \rightarrow Page \text{ Table miss} \rightarrow page \text{ fault}$

| TLB   |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|
| Valid | VPN | PPN | LRU |
| 1     | 1   | 13  | 3   |
| 1     | 7   | 4   | 0   |
| 1     | 3   | 6   | 1   |
| 0     | 4   | 9   | 2   |

| Page Table |       |                |
|------------|-------|----------------|
| VPN        | Valid | PPN or in Disk |
| 0          | 1     | 5              |
| 1          | 1     | 13             |
| 2          | 0     | Disk           |
| 3          | 1     | 6              |
| 4          | 1     | 9              |
| 5          | 1     | 11             |
| 6          | 0     | Disk           |
| 7          | 1     | 4              |
| 8          | 0     | Disk           |
| 9          | 0     | Disk           |
| 10         | 1     | 3              |
| 11         | 1     | 12             |

Για την 0x08b3:

$VPN = 0 \rightarrow TLB \text{ miss} \rightarrow \text{Page Table hit}$

| TLB   |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|
| Valid | VPN | PPN | LRU |
| 1     | 1   | 13  | 2   |
| 1     | 0   | 5   | 3   |
| 1     | 3   | 6   | 0   |
| 0     | 4   | 9   | 1   |

| Page Table |       |                |
|------------|-------|----------------|
| VPN        | Valid | PPN or in Disk |
| 0          | 1     | 5              |
| 1          | 1     | 13             |
| 2          | 0     | Disk           |
| 3          | 1     | 6              |
| 4          | 1     | 9              |
| 5          | 1     | 11             |
| 6          | 0     | Disk           |
| 7          | 1     | 4              |
| 8          | 0     | Disk           |
| 9          | 0     | Disk           |
| 10         | 1     | 3              |
| 11         | 1     | 12             |

Για την  $0x365c$ :

$VPN = 3 \rightarrow TLB \text{ hit}$

| TLB   |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|
| Valid | VPN | PPN | LRU |
| 1     | 1   | 13  | 1   |
| 1     | 0   | 5   | 2   |
| 1     | 3   | 6   | 3   |
| 0     | 4   | 9   | 0   |

| Page Table |       |                |
|------------|-------|----------------|
| VPN        | Valid | PPN or in Disk |
| 0          | 1     | 5              |
| 1          | 1     | 13             |
| 2          | 0     | Disk           |
| 3          | 1     | 6              |
| 4          | 1     | 9              |
| 5          | 1     | 11             |
| 6          | 0     | Disk           |
| 7          | 1     | 4              |
| 8          | 0     | Disk           |
| 9          | 0     | Disk           |
| 10         | 1     | 3              |
| 11         | 1     | 12             |

Για την 0x871b:

$VPN = 8 \rightarrow TLB \text{ miss} \rightarrow Page \text{ Table miss} \rightarrow page \text{ fault}$

| TLB   |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|
| Valid | VPN | PPN | LRU |
| 1     | 1   | 13  | 0   |
| 1     | 0   | 5   | 1   |
| 1     | 3   | 6   | 2   |
| 1     | 8   | 14  | 3   |

| Page Table |       |                |
|------------|-------|----------------|
| VPN        | Valid | PPN or in Disk |
| 0          | 1     | 5              |
| 1          | 1     | 13             |
| 2          | 0     | Disk           |
| 3          | 1     | 6              |
| 4          | 1     | 9              |
| 5          | 1     | 11             |
| 6          | 0     | Disk           |
| 7          | 1     | 4              |
| 8          | 1     | 14             |
| 9          | 0     | Disk           |
| 10         | 1     | 3              |
| 11         | 1     | 12             |

Για την 0xbee6:

$VPN = 11 \rightarrow TLB \text{ miss} \rightarrow \text{Page Table hit}$

| TLB   |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|
| Valid | VPN | PPN | LRU |
| 1     | 11  | 12  | 3   |
| 1     | 0   | 5   | 0   |
| 1     | 3   | 6   | 1   |
| 1     | 8   | 14  | 2   |

| Page Table |       |                |
|------------|-------|----------------|
| VPN        | Valid | PPN or in Disk |
| 0          | 1     | 5              |
| 1          | 1     | 13             |
| 2          | 0     | Disk           |
| 3          | 1     | 6              |
| 4          | 1     | 9              |
| 5          | 1     | 11             |
| 6          | 0     | Disk           |
| 7          | 1     | 4              |
| 8          | 1     | 14             |
| 9          | 0     | Disk           |
| 10         | 1     | 3              |
| 11         | 1     | 12             |

Για την 0x3140:

$VPN = 3 \rightarrow TLB \text{ hit}$

| TLB   |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|
| Valid | VPN | PPN | LRU |
| 1     | 11  | 12  | 2   |
| 1     | 0   | 5   | 0   |
| 1     | 3   | 6   | 3   |
| 1     | 8   | 14  | 1   |

| Page Table |       |                |
|------------|-------|----------------|
| VPN        | Valid | PPN or in Disk |
| 0          | 1     | 5              |
| 1          | 1     | 13             |
| 2          | 0     | Disk           |
| 3          | 1     | 6              |
| 4          | 1     | 9              |
| 5          | 1     | 11             |
| 6          | 0     | Disk           |
| 7          | 1     | 4              |
| 8          | 1     | 14             |
| 9          | 0     | Disk           |
| 10         | 1     | 3              |
| 11         | 1     | 12             |



Για την 0xc049:

$VPN = 12 \rightarrow TLB \text{ miss} \rightarrow Page \text{ Table miss} \rightarrow page \text{ fault}$

| TLB   |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|
| Valid | VPN | PPN | LRU |
| 1     | 11  | 12  | 1   |
| 1     | 12  | 15  | 3   |
| 1     | 3   | 6   | 2   |
| 1     | 8   | 14  | 0   |

| Page Table |       |                |
|------------|-------|----------------|
| VPN        | Valid | PPN or in Disk |
| 0          | 1     | 5              |
| 1          | 1     | 13             |
| 2          | 0     | Disk           |
| 3          | 1     | 6              |
| 4          | 1     | 9              |
| 5          | 1     | 11             |
| 6          | 0     | Disk           |
| 7          | 1     | 4              |
| 8          | 1     | 14             |
| 9          | 0     | Disk           |
| 10         | 1     | 3              |
| 11         | 1     | 12             |
| 12         | 1     | 15             |

Οι παραπάνω πίνακες είναι οι τελικοί *TLB* και σελίδων.

B. i) Έχουμε  $16KB = 2^{14}$  μέγεθος σελίδας, άρα έχουμε 14 *bits offset*. Δηλαδή σε σχέση με τα προηγούμενα *VPN* έχουμε μια ολίσθηση δεξιά κατά 2 *bits* (δηλαδή διά 4 στο δεκαδικό σύστημα) στην τετράδα που αντιστοιχεί στο 1ο ψηφίο της δεκαεξαδικής διεύθυνσης που δίνεται. Επομένως έχουμε με τη σειρά *VPN*: 0, 0, 0, 2, 2, 0, 3.

Για την 0x123d:

*VPN* = 0  $\rightarrow$  TLB miss  $\rightarrow$  Page Table hit

| TLB   |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|
| Valid | VPN | PPN | LRU |
| 1     | 0   | 5   | 3   |
| 1     | 7   | 4   | 0   |
| 1     | 3   | 6   | 1   |
| 0     | 4   | 9   | 2   |

| Page Table |       |                |
|------------|-------|----------------|
| VPN        | Valid | PPN or in Disk |
| 0          | 1     | 5              |
| 1          | 0     | Disk           |
| 2          | 0     | Disk           |
| 3          | 1     | 6              |
| 4          | 1     | 9              |
| 5          | 1     | 11             |
| 6          | 0     | Disk           |
| 7          | 1     | 4              |
| 8          | 0     | Disk           |
| 9          | 0     | Disk           |
| 10         | 1     | 3              |
| 11         | 1     | 12             |

Για την  $0x08b3$ :

$VPN = 0 \rightarrow TLB \text{ hit}$

| TLB   |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|
| Valid | VPN | PPN | LRU |
| 1     | 0   | 5   | 3   |
| 1     | 7   | 4   | 0   |
| 1     | 3   | 6   | 1   |
| 0     | 4   | 9   | 2   |

| Page Table |       |                |
|------------|-------|----------------|
| VPN        | Valid | PPN or in Disk |
| 0          | 1     | 5              |
| 1          | 0     | Disk           |
| 2          | 0     | Disk           |
| 3          | 1     | 6              |
| 4          | 1     | 9              |
| 5          | 1     | 11             |
| 6          | 0     | Disk           |
| 7          | 1     | 4              |
| 8          | 0     | Disk           |
| 9          | 0     | Disk           |
| 10         | 1     | 3              |
| 11         | 1     | 12             |

Για την  $0x365c$ :

$VPN = 0 \rightarrow TLB \text{ hit}$

| TLB   |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|
| Valid | VPN | PPN | LRU |
| 1     | 0   | 5   | 3   |
| 1     | 7   | 4   | 0   |
| 1     | 3   | 6   | 1   |
| 0     | 4   | 9   | 2   |

| Page Table |       |                |
|------------|-------|----------------|
| VPN        | Valid | PPN or in Disk |
| 0          | 1     | 5              |
| 1          | 0     | Disk           |
| 2          | 0     | Disk           |
| 3          | 1     | 6              |
| 4          | 1     | 9              |
| 5          | 1     | 11             |
| 6          | 0     | Disk           |
| 7          | 1     | 4              |
| 8          | 0     | Disk           |
| 9          | 0     | Disk           |
| 10         | 1     | 3              |
| 11         | 1     | 12             |

Για την 0x871b:

$VPN = 2 \rightarrow TLB \text{ miss} \rightarrow Page \text{ Table miss} \rightarrow page \text{ fault}$

| TLB   |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|
| Valid | VPN | PPN | LRU |
| 1     | 0   | 5   | 2   |
| 1     | 2   | 13  | 3   |
| 1     | 3   | 6   | 0   |
| 0     | 4   | 9   | 1   |

| Page Table |       |                |
|------------|-------|----------------|
| VPN        | Valid | PPN or in Disk |
| 0          | 1     | 5              |
| 1          | 0     | Disk           |
| 2          | 1     | 13             |
| 3          | 1     | 6              |
| 4          | 1     | 9              |
| 5          | 1     | 11             |
| 6          | 0     | Disk           |
| 7          | 1     | 4              |
| 8          | 0     | Disk           |
| 9          | 0     | Disk           |
| 10         | 1     | 3              |
| 11         | 1     | 12             |

Για την *0xbee6*:

$VPN = 2 \rightarrow TLB \text{ hit}$

| TLB   |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|
| Valid | VPN | PPN | LRU |
| 1     | 0   | 5   | 2   |
| 1     | 2   | 13  | 3   |
| 1     | 3   | 6   | 0   |
| 0     | 4   | 9   | 1   |

| Page Table |       |                |
|------------|-------|----------------|
| VPN        | Valid | PPN or in Disk |
| 0          | 1     | 5              |
| 1          | 0     | Disk           |
| 2          | 1     | 13             |
| 3          | 1     | 6              |
| 4          | 1     | 9              |
| 5          | 1     | 11             |
| 6          | 0     | Disk           |
| 7          | 1     | 4              |
| 8          | 0     | Disk           |
| 9          | 0     | Disk           |
| 10         | 1     | 3              |
| 11         | 1     | 12             |

Για την 0x3140:

$VPN = 0 \rightarrow TLB \text{ hit}$

| TLB   |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|
| Valid | VPN | PPN | LRU |
| 1     | 0   | 5   | 3   |
| 1     | 2   | 13  | 2   |
| 1     | 3   | 6   | 0   |
| 0     | 4   | 9   | 1   |

| Page Table |       |                |
|------------|-------|----------------|
| VPN        | Valid | PPN or in Disk |
| 0          | 1     | 5              |
| 1          | 0     | Disk           |
| 2          | 1     | 13             |
| 3          | 1     | 6              |
| 4          | 1     | 9              |
| 5          | 1     | 11             |
| 6          | 0     | Disk           |
| 7          | 1     | 4              |
| 8          | 0     | Disk           |
| 9          | 0     | Disk           |
| 10         | 1     | 3              |
| 11         | 1     | 12             |

Για την 0xc049:

$VPN = 3 \rightarrow TLB \text{ hit}$

| TLB   |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|
| Valid | VPN | PPN | LRU |
| 1     | 0   | 5   | 2   |
| 1     | 2   | 13  | 1   |
| 1     | 3   | 6   | 3   |
| 0     | 4   | 9   | 0   |

| Page Table |       |                |
|------------|-------|----------------|
| VPN        | Valid | PPN or in Disk |
| 0          | 1     | 5              |
| 1          | 0     | Disk           |
| 2          | 1     | 13             |
| 3          | 1     | 6              |
| 4          | 1     | 9              |
| 5          | 1     | 11             |
| 6          | 0     | Disk           |
| 7          | 1     | 4              |
| 8          | 0     | Disk           |
| 9          | 0     | Disk           |
| 10         | 1     | 3              |
| 11         | 1     | 12             |

Οι παραπάνω πίνακες είναι οι τελικοί *TLB* και σελίδων.



ii) Στα πλεονεκτήματα του μεγαλύτερου μεγέθους σελίδας έχουμε τα περισσότερα *hits* στο *TLB*, όπως φάνηκε και στο ερώτημα Β. i), αφού μεγαλύτερο μέγεθος σελίδας συνεπάγεται πληρέστερη καταγραφή της μνήμης στο περιορισμένου μεγέθους *TLB*, μειώνοντας έτσι και τα πολύ ακριβά σε χρόνο *TLB misses*. Επίσης με αύξηση του μεγέθους σελίδας έχουμε μεγαλύτερο *offset*, άρα και μικρότερο *VPN* κάτι που σημαίνει πως θα χρειαζόμαστε λιγότερες σελίδες και εγγραφές στον πίνακα σελίδων μας, απαιτώντας έτσι λιγότερο χώρο για την αποθήκευση του. Τέλος, με μεγαλύτερο μέγεθος σελίδας θα έχουμε γρηγορότερες προσβάσεις στο δίσκο, καθώς το μεγαλύτερο μέρος της καθυστέρησης κατά την πρόσβαση οφείλεται στην εύρεση της πληροφορίας, με αποτέλεσμα να επωφελούμαστε από λιγότερες μεταφορές με μεγάλο μέγεθος σελίδας, σε σχέση με περισσότερες μεταφορές με μικρότερο, αντίστοιχα, μέγεθος σελίδας.

Στα αρνητικά του μεγαλύτερου μεγέθους σελίδας έχουμε την σπατάλη χώρου, καθώς στις περισσότερες περιπτώσεις μια διεργασία δεν θα χρειαστεί ένα συγκεκριμένο αριθμό σελίδων, με αποτέλεσμα η τελευταία σελίδα να είναι μερικώς γραμμένη, έχοντας μεγαλύτερη αχρησιμοποίητη μνήμη στην περίπτωση όπου η σελίδα μας έχει μεγαλύτερο μέγεθος, σε σχέση με την περίπτωση της σελίδας με μικρότερη μέγεθος.