[2022-GWDA寒假学校\_哔哩哔哩\_bilibili](https://www.bilibili.com/video/BV1Fu41197Ys?p=4)

## Intro-P1-3（0207 a.m.）

略

## Topic\_1-P1（0207 p.m.）

图形用户界面

描述已自动生成

(Here, "signal" = "data" but the terminology depends on the application domain)

signal信号，相当于data，是具体场景的专业术语（terminology）

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成通常天文数据都不是（时序）均匀采样，主要原因是观测条件极易变化，且同一个望远镜需要为不同观测者（观测目的）服务（cater）。如PTA的射电观测站。

而GW探测器对观测条件免疫（immune），因此通常是均匀采样（8192Hz，16384Hz）。尽管偶尔会被干扰，而产生gap，这绝不是非均匀采样！

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成对于纯实数的s(t)信号（引力波strain当然是实数），其fourier变换后的\tilde(s(f))的**实部偶函数、虚部奇函数！**（因而只看f>0的部分即可）

图表, 箱线图

描述已自动生成

文本

描述已自动生成

故纯实数信号，总可以用f处A、\phi的叠加表示，分别代表s(f)的**模长、幅角！！**！

## Topic\_1-P2

图形用户界面

低可信度描述已自动生成

卷积convolution或faltung：翻转g，平移后乘积。

**注意**，下图中相交的阴影部分，指的**不是卷积=面积**！而是两函数值的乘积再求和！当且仅当f为高1方波时，才相当于面积。其他地方总有f或g=0，因而乘积为0

图表

中度可信度描述已自动生成

方波\*cos信号的fourier变换，是正负f0处的两个sinc函数的叠加。

用不同的“窗”，会截得不同的频域空间形状。如下图是两个正弦信号的叠加。用方波窗，由于旁瓣（side lobe），很难发现附近的另一个频率。而用Hann窗，虽然展宽变大，但旁瓣压低，有助于识别另一个频率信号！

图形用户界面, 图示

描述已自动生成

Hann窗算法：[Hann (Hanning) window - MATLAB hann - MathWorks 中国](https://ww2.mathworks.cn/help/signal/ref/hann.html)

文本

描述已自动生成 图形用户界面, 文本

描述已自动生成

Hamming窗<https://ww2.mathworks.cn/help/signal/ref/hamming.html>

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

为了识别信号s(t)（叠加的频率），不可能等无限长的积分时间做fourier变换。

利用滤波函数g去对s做卷积再做fourier变换，就可以识别出频谱s(f)=z(f)/g(f)。

这就是滤波器（filtering，实物），构造合适的g的方式被称作filter design（计算机模拟）。

为了识别一组信号，通常不可能收集无限长的信号数据做Fourier频谱分析，只能通过“窗函数”截取有限长的信号。例如对最简单的“箱车Box Car”窗、截取最简单的正弦（cos）信号，（如PPT），解析地Fourier变换结果是sinc，尽管能找到f尖峰，但并不是严格的\delta函数；另一实例中（如PPT），这种旁瓣导致更难以分辨主频附近的次频信号！因而这不是个好“窗”。用Hann窗、Hamming窗结果会好很多。

这一思路的本质在于，s(t)=Win(t)\*s0(t)乘积，Fourier变换后s(f)= (Win\*s0)(f)成为卷积。我们希望让s(f)尽可能贴近s0(f)。

这一操作当然也可以反过来，构造合适的Win(t)，先在时域卷积s(t)= (Win\*s0)(t)，再在频域变成乘积s(f)=Win(f)\*s0(f)，目标是让窗函数Win(f)在所需频域尽可能维持常数，以使s(f)能正确反映s0(f)的特征！！！

众所周知，常数Win(f)的fourier变换是\delta函数，相当于用\delta函数卷积s0(t)，结果是严格挑出所有频率信号的求和（cos(ft)的叠加）、且对应无限长时间、相当于仍是其本身，没有实际意义。

因此需要设计（filter design）类似\delta函数的Hann窗、Hamming窗作卷积滤波（或直接以窗形式乘以），来从无限长信号中提取出有限长信号作出正确的Fourier频谱。

或者说构造合适的g(t)函数，使得其与s0(t) （图中s(t)）卷积后，在所需频段g(f)足够平坦，以至于s(f)（图中z(t)）=g(f)\* s0(f)与s0(f)足够接近，能正确反映其频谱特征。

另一种更实际的filter design方式是，将s0视作输入、s视作输出构造物理体系（LTI）。如对SHO体系，微分方程算符与s0(t)卷积后输出s(t)，其转化函数T(f)（上段的g(f)）在低频相当平坦，以至于可以识别共振频率以下相当宽频的所有信号，因而可作为低通滤波器。

故而，滤波器filter design的转化函数T(t)的关键要求是，其Fourier变换后必须在目标频域内足够平坦；操作是将T(t)与s0(t)卷积后，再做Fourier变换。

LTI系统：Linear time invariant (LTl) system

SHO：简谐振子simple harmonic oscillator

图示

低可信度描述已自动生成

上图的force为delta函数，就像一次kick。

图形用户界面, 文本, 应用程序, 聊天或短信

描述已自动生成

这里卷积y=(g\*h)(t)意思是，t时刻的总响应y，等于之前每个时刻输入g(\tao)乘以演化（response）过程h(t-\tao)的叠加。**？？？**

即y相当于非齐次（线性）方程的解（对应含g），h相当于齐次方程的解（对应g=0）。

图示

描述已自动生成

就是在用fourier变换解微分方程。T(f)函数的极大值点，显然在分母为0处。

尽管不带绝对值的非对数坐标，形似delta函数：

这个图像的物理意义是，当外力频率显著低于共振时，y正比于g/k，几乎是沿着（track）外力频率振动；接近共振时，显著放大；超过共振后，y迅速衰减为0。与理力中受迫振动一致。

简谐振子SHO是一个低通滤波器low pass filter，只允许较低频的振动，形如汽车的悬挂、LIGO。当然也有高通滤波high-pass filter、带通滤波band-pass filter。

图示

描述已自动生成

## Topic\_1-P3

Nyquist采样定理（频率）[采样定理\_百度百科 (baidu.com)](https://baike.baidu.com/item/%E9%87%87%E6%A0%B7%E5%AE%9A%E7%90%86/8599843)

源于：模拟信号-数字采样-模拟恢复。

图形用户界面

中度可信度描述已自动生成

理解性证明：

图片包含 应用程序

描述已自动生成

任意实信号s(t)，总可以分解成正弦信号的叠加。给定f后还有两个参数A、\phi，因此至少需要在一个周期内采样两个点。而s(t)内最大频率为f\_B，故采样频率至少应为2\*f\_B。

严谨rigorous的证明：

离散采样，数学描述是Dirac梳comb ->Dirac comb的Fourier变换仍是Dirac comb！！！

文本

描述已自动生成

乘积的fourier变换->fourier变换的卷积->是模拟信号s(f)的周期性（1/\delta）叠加。

图形用户界面

中度可信度描述已自动生成

这之后再用低通滤波器除掉高频重复混叠，即得中间（k=0）的目标频谱s(f)。

故1/\delta>2f\_B，否则会出现重叠误差aliasing error。需要抗混叠滤波器anti-aliasing filter：

图形用户界面

低可信度描述已自动生成

即现实中Ligo先用低通滤波器排除（不考虑）信号s(t)中高于8192Hz的波形，再按频率16384Hz采样，以确保采样频率的一半（8192Hz）高于信号s(t)中所有频率，避免反演失真！

## Topic\_1-P4（0208 a.m.）

DFT，Discrete Fourier Transform，离散傅立叶变换。数列sequence to sequence。

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

周期性假设，与周期之外为0的假设，一样好（as good as）。（相当于乘上一个，采样总时长T倒数的极低频波）

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

**DFT的频率f必须是1/T的整数倍**，也就是说采样总时长T应该尽可能大。如若要求频谱区分度达到0.01Hz，采样总时长T应至少为100s。

文本

中度可信度描述已自动生成

回顾T1P1的实函数连续fourier变换性质，**s(f)=s\*(-f)**.这里可以改写**x(p)=x\*(N-p)=x\*(-p).**

这正是上节证明图中，1/\delta长度内的部分！！！后半截可视作负频率，且偶函数轴对称。

行矢量x~

图示

描述已自动生成

文本

描述已自动生成

但DFT需要2N^2次乘法，expensive！发展出了FFT，O(N\*log\_2(N))次乘法即可。

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

FFT入选20世纪10大算法！！！

文本

中度可信度描述已自动生成DFT仍（严格）遵守（离散）卷积定理。圆周（循环）卷积circular convolution：

[序列卷积：线性、周期和圆周 - KenSporger - 博客园 (cnblogs.com)](https://www.cnblogs.com/kensporger/p/12903152.html#:~:text=N%E7%82%B9%E7%9A%84%E5%9C%86%E5%91%A8%E5%8D%B7%E7%A7%AF%E5%85%AC%E5%BC%8F%E4%B8%BA%20y%20%28n%29%20%3D%20%E2%88%91%20m%20%3D%200,m%29%29%20N%20R%20N%20%28n%29%20%E3%80%82%20%E5%8D%B7%E7%A7%AF%E7%9A%84%E8%BF%87%E7%A8%8B%EF%BC%9A%E5%85%88%E6%98%AF%E5%AF%B9%E4%B8%A4%E4%B8%AA%E8%BE%93%E5%85%A5%E5%BA%8F%E5%88%97%E8%BF%9B%E8%A1%8C%E8%A1%A50%EF%BC%8C%E4%BD%BF%E5%BE%97%E5%85%B6%E9%95%BF%E5%BA%A6%E4%B8%BAN%EF%BC%9B%E7%84%B6%E5%90%8E%E5%9C%A8%E5%AF%B9%E5%85%B6%E4%B8%AD%E4%B8%80%E4%B8%AA%E5%BA%8F%E5%88%97%E8%BF%9B%E8%A1%8C%E5%91%A8%E6%9C%9F%E5%BB%B6%E6%8B%93%EF%BC%8C%E4%B9%8B%E5%90%8E%E8%B7%9F%E5%91%A8%E6%9C%9F%E5%8D%B7%E7%A7%AF%E4%B8%80%E6%A0%B7%E8%BF%9B%E8%A1%8C%E7%A7%BB%E4%BD%8D%E7%9B%B8%E4%B9%98%E5%8D%B3%E5%8F%AF%E3%80%82%20N%3D10%E7%82%B9%E7%9A%84%E5%9C%86%E5%91%A8%E5%8D%B7%E7%A7%AF%E5%A6%82%E4%B8%8B%E3%80%82)

## Topic\_1-P5 ？？？

图表, 直方图

描述已自动生成

图形用户界面, 图表

描述已自动生成

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

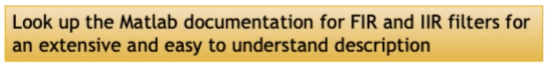
如topic1-P2的impulse response，左边是微分算符Dt，右边是输入g，等于（？？？）卷积。对应此式左边是y的差分形式，右边是离散卷积。

FIR中p依赖于差分方程阶数，表示一行；IIR中相当于反复迭代yk，结果全用xk表示。

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

impz，filter函数：



图形用户界面

中度可信度描述已自动生成

连续LTI体系，由传递函数T(f)给出；离散，由b、a向量的样式给出。

本课程将持续使用FIR：fftfilt函数。其中\bar(x) , \tilde(x)分别代表序列x、及其Fourier变换。

图形用户界面, 应用程序, Teams

描述已自动生成

图形用户界面, 文本

描述已自动生成

图示

描述已自动生成

图形用户界面

描述已自动生成

文本

描述已自动生成

## Topic\_1-P6

几何图像：

基矢变换

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

图示

描述已自动生成

stationary signal 平稳信号，稳态讯号。人声就不是一个平稳信号，声音不像sin永久传播的，而且会被消散。因此小波基wavelet basis是必要的。

图形用户界面, 应用程序

描述已自动生成

时频分析是一种非线性变换：

图片包含 图形用户界面

描述已自动生成

[详解Gabor Filter - 简书 (jianshu.com)](https://www.jianshu.com/p/a6d6f344609f)：Gabor 变换是一种短时加窗Fourier变换（简单理解起来就是在特定时间窗内做Fourier变换），是短时傅里叶变换中窗函数取为高斯函数时的一种特殊情况。因此，Gabor滤波器可以在频域上不同尺度、不同方向上提取相关的特征。

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

## Topic\_1-Lab3（0208 p.m.）

.m文件命名：CRCBook, GENerate, Quadratic（二次型的，指瞬时频率） Chirp, SIGnal。

图形用户界面, 应用程序, Word

描述已自动生成

在github上，先做pull，再push：

图片包含 徽标

描述已自动生成

文本, 信件

描述已自动生成

教材P10, Fig 1.1

图形用户界面, 应用程序

描述已自动生成

（瞬时）频率，定义为相位对时间的导数！！！

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

图形用户界面, 文本, 应用程序, Teams

描述已自动生成图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

norm(Vec)，是对向量各分量的平方和，相当于模长归一。norm(Vec) = sum(Vec.^2)。

良好的（matlab）写代码习惯：

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

图形用户界面, 文本, 应用程序, 电子邮件

描述已自动生成图形用户界面, 文本, 应用程序, 电子邮件

描述已自动生成

第一行注释，会在contents.m报告里打印，由当前文件夹-报告-内容报告生成。

文本

描述已自动生成

help plot：在命令行打印函数帮助文档

第一行注释，直到第一行空格，会显示在help FunctionName文档里。

图形用户界面, 文本, 应用程序, 聊天或短信

描述已自动生成

注意命名习惯！！！（沿用C++的惯例）

图片包含 图表

描述已自动生成

给出了7个信号样例，请注意每个函数的最后一行，都需要一个归一化因子和overall振幅。

matlab可以允许实参、形参变量名相同。

## Topic\_1-Lab4

图形用户界面, 文本, 应用程序, Word

描述已自动生成

图形用户界面, 应用程序, Word

描述已自动生成

注意：瞬时频率，不是Fourier频率！！！但可用瞬时频率的最大值，近似（good starting guess）Fourier变换后频率空间的最大值fmax，

图形用户界面, 应用程序, Word

描述已自动生成

图形用户界面, 应用程序, Word

描述已自动生成

实际取值通常是2.5~5倍的Nyquist采样频率（fmax）

## Topic\_1-Lab5

图形用户界面, 文本

描述已自动生成

直方图

描述已自动生成

fftSig = fftSig(1:kNyq)，只保留一半。因为实信号的Fourier变换，实部偶虚部奇、模的确是偶函数！！！

文本

描述已自动生成

**DFT的频率f必须是1/T的整数倍**🡪🡪采样间隔posFreq中的dataLens

滤波器：

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

Matlab的滤波器设计函数的主要是，频率被指定为与采样频率的一半（>=fmax）相关。

（Wn是归一化后的频率）

文本

描述已自动生成

日程表

中度可信度描述已自动生成

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

图形用户界面, 应用程序

描述已自动生成图形用户界面, 文本, 应用程序, 电子邮件

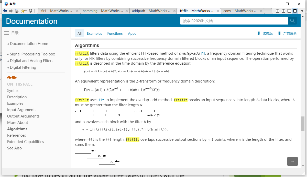
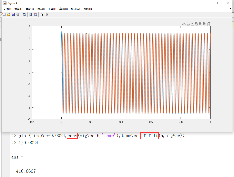
描述已自动生成

经测试，上图中频率限制Wn≈Fmax/NyqFreq，NyqFreq由SigVec中的采样间隔给出NyqFreq = t\_end/sampIntrvl/2。上述≈意指实际滤波并不严格，经测试214~215Hz（或220~230）带通滤波器，能最高识别200Hz信号，因为100、200、300Hz并非等振幅叠加。

文本, 信件

描述已自动生成

经测试，fftfilt确实是原信号sigVec被窗函数b卷积得到的，只不过相差了一个相位：



图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

## Topic\_1-Lab6

图形用户界面, 文本

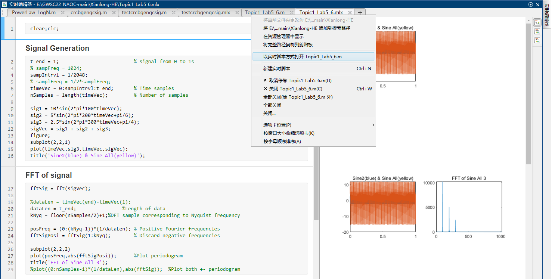
描述已自动生成

Matlab实时脚本功能，非常类似Jupyter Notebook：按节（%% ~）区分代码块

图形用户界面, 应用程序

描述已自动生成图形用户界面, 文本, 应用程序, 电子邮件

描述已自动生成新建或打开：



## Topic\_2-P1

图示

低可信度描述已自动生成

图形用户界面, 文本

描述已自动生成

上式中n直积n，定义参见《高量》，相当于(3\*1)矩阵乘(1\*3)。

电脑软件的截图

描述已自动生成

图示

描述已自动生成

图形用户界面, 文本

描述已自动生成

图表

描述已自动生成

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

图片包含 文本

描述已自动生成

长波近似不适用时，引力波响应的计算（AB两点的距离），并没有想象中的那么困难。与之前一样，每个局部可视作长波近似，然后积分就行。此图展示了文章Cornish, Rubbo, arXiv:gr-qc/0209011v4的主要计算方式。

## Topic\_2-P2

图示

描述已自动生成

图形用户界面

描述已自动生成

电脑萤幕的截图

描述已自动生成

图形用户界面, 文本, 应用程序, 聊天或短信

描述已自动生成

图形用户界面, 文本, 应用程序, 聊天或短信

描述已自动生成

因此对于旋转着的GW探测器如LISA，可以只通过一个就完成空间定位；但Ligo不行，因为GW信号持续时间内探测双臂几乎是不动的。因此需要探测器组网。

手机屏幕截图

描述已自动生成

图形用户界面, 文本

描述已自动生成

真实的transfer function计算起来过于复杂，因而常采用的“标定calibration”的方法，即对镜子注入已知信号，再直接测量其响应response。但可能会有标定误差。

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

## Topic\_2-Lab

## Topic\_3-P1

## Topic\_3-P2

## Topic\_3-P3

## Topic\_3-P4