

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG



SÁCH BÀI GIẢNG

# VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG A2

*(Dùng cho sinh viên hệ đào tạo đại học từ xa)*

Lưu hành nội bộ

HÀ NỘI - 2005

**BÀI GIẢNG**

**VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG A2**

**Biên soạn :** TS. VÕ THỊ THANH HÀ  
ThS. HOÀNG THỊ LAN HƯƠNG

**Hiệu đính:** TS. LÊ THỊ MINH THANH

## LỜI NÓI ĐẦU

Tập **VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG (A2)** này là tập hai của bộ sách hướng dẫn học tập môn **Vật lý đại cương** cho sinh viên hệ đào tạo đại học từ xa của Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông, đã được biên soạn theo chương trình cải cách giáo dục do Bộ Giáo dục và Đào tạo thông qua (1990).

Bộ sách gồm hai tập:

**Tập I: VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG (A1)** bao gồm các phần CƠ, NHIỆT, ĐIỆN, TỪ do Ts. Vũ Văn Nhơn, Ts. Võ Đình Châu và Ks. Bùi Xuân Hải biên soạn.

**Tập II: VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG (A2)** bao gồm các phần QUANG HỌC, THUYẾT TƯƠNG ĐỐI HẸP, CƠ HỌC LƯỢNG TỬ VÀ VẬT LÝ NGUYÊN TỬ do Ts. Võ Thị Thanh Hà và ThS. Hoàng Thị Lan Hương biên soạn.

Tập sách Vật lý đại cương A2 gồm 8 chương:

- Chương I: Dao động điện từ
- Chương II: Giao thoa ánh sáng
- Chương III: Nhiễu xạ ánh sáng
- Chương IV: Phân cực ánh sáng
- Chương V: Thuyết tương đối hẹp
- Chương VI: Quang học lượng tử
- Chương VII: Cơ học lượng tử
- Chương VIII: Vật lý nguyên tử.

Trong mỗi chương đều có:

1. Mục đích, yêu cầu giúp sinh viên nắm được trọng tâm của chương.
2. Tóm tắt nội dung giúp sinh viên nắm bắt được vấn đề đặt ra, hướng giải quyết và những kết quả chính cần nắm vững.
3. Câu hỏi lý thuyết giúp sinh viên tự kiểm tra phần đọc và hiểu của mình.
4. Bài tập giúp sinh viên tự kiểm tra khả năng vận dụng kiến thức lý thuyết để giải quyết những bài toán cụ thể.

Phân công biên soạn tập **VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG (A2)** như sau:

Võ Thị Thanh Hà biên soạn lý thuyết các chương II, III, IV, V, VI, VII, VIII.

Hoàng Thị Lan Hương biên soạn lý thuyết chương I và bài tập của tất cả các chương. 1

Tập VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG (A2) này mới in lần đầu, nên không tránh khỏi những thiếu sót. Chúng tôi xin chân thành cảm ơn sự đóng góp quý báu của bạn đọc cho quyển sách này.

**Hà Nội, ngày 1 tháng 11 năm 2005**

**NHÓM TÁC GIẢ**



## CHƯƠNG I: DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ

Dao động điện từ là sự biến thiên tuần hoàn theo thời gian của các đại lượng điện và từ, cụ thể như điện tích  $q$  trên các bản tụ điện, cường độ dòng điện  $i$  trong một mạch điện xoay chiều, hiệu điện thế giữa hai đầu một cuộn dây hay sự biến thiên tuần hoàn của điện trường, từ trường trong không gian v.v... Tùy theo cấu tạo của mạch điện, dao động điện từ trong mạch chia ra: dao động điện từ điều hoà, dao động điện từ tắt dần và dao động điện từ cưỡng bức.

### I. MỤC ĐÍCH - YÊU CẦU

1. Nắm được dao động điện từ điều hoà, dao động điện từ tắt dần, dao động điện từ cưỡng bức, hiện tượng cộng hưởng.
2. Nắm được phương pháp tổng hợp hai dao động điều hoà cùng phương và cùng tần số, hai dao động điều hoà cùng tần số và có phương vuông góc.

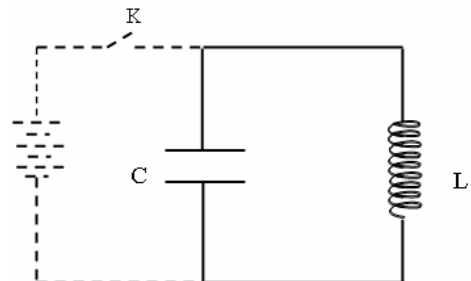
### II. NỘI DUNG:

#### §1. DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ ĐIỀU HOÀ

##### 1. Mạch dao động điện từ LC

Xét một mạch điện gồm một tụ điện có điện dung  $C$ , một cuộn dây có hệ số tự cảm  $L$ . Bỏ qua điện trở trong mạch. Trước hết, tụ điện  $C$  được bộ nguồn tích điện đến điện tích  $Q_0$ , hiệu điện thế  $U_0$ . Sau đó, ta bỏ bộ nguồn đi và đóng khoá của mạch dao động. Trong mạch có biến thiên tuần hoàn theo thời gian của cường độ dòng điện  $i$ , điện tích  $q$  trên bản tụ điện, hiệu điện thế giữa hai bản tụ, năng lượng điện trường của tụ điện, năng lượng từ trường của ống dây ...

Các dao động điện từ này có dạng hình sin với tần số  $\omega_0$  và biên độ dao động không đổi. Do đó, các dao động này được gọi là các *dao động điện từ điều hoà*. Mặt khác trong mạch chỉ có mặt các yếu tố riêng của mạch như tụ điện  $C$  và cuộn cảm  $L$ , nên các dao động điện từ này được gọi là các *dao động điện từ riêng*.

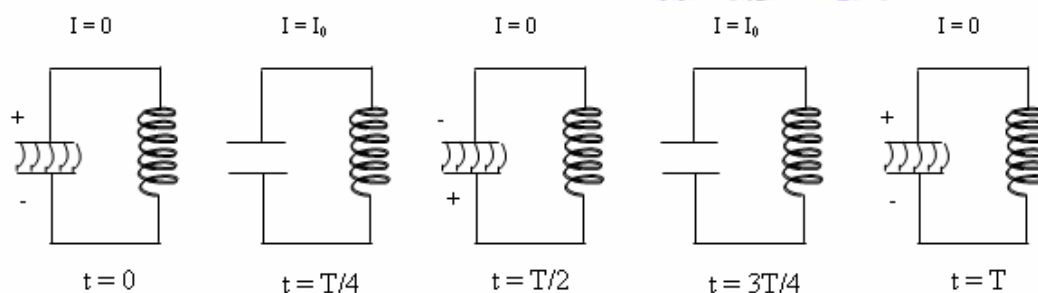


Hình 1-1. Mạch dao động điện từ riêng

Ta xét chi tiết hơn quá trình dao động của mạch trong một chu kỳ  $T$ . Tại thời điểm  $t = 0$ , điện tích của tụ là  $Q_0$ , hiệu điện thế giữa hai bản là  $U_0 = Q_0 / C$ , năng lượng điện trường của tụ điện có giá trị cực đại bằng:

$$E_{e(\max)} = \frac{Q_0^2}{2C} \quad (1-1)$$

Cho tụ phóng điện qua cuộn cảm  $L$ . Dòng điện do tụ phóng ra tăng đột ngột từ không, dòng điện biến đổi này làm cho từ thông gửi qua cuộn cảm  $L$  tăng dần. Trong cuộn cảm  $L$  có một dòng điện tự cảm ngược chiều với dòng điện do tụ  $C$  phóng ra, nên dòng điện tổng hợp trong mạch tăng dần, điện tích trên hai bản tụ giảm dần. Lúc này năng lượng điện trường của tụ điện  $E_e = q^2 / 2C$  giảm dần, còn năng lượng từ trường trong lòng ống dây  $E_m = Li^2 / 2$  tăng dần. Như vậy, có sự chuyển hoá dần từ năng lượng điện trường sang năng lượng từ trường.



Hình 1-2. Quá trình tạo thành dao động điện từ riêng

Khi tụ  $C$  phóng hết điện tích, năng lượng điện trường  $E_e = 0$ , dòng điện trong mạch đạt giá trị cực đại  $I_0$ , năng lượng từ trường trong ống dây đạt giá trị cực đại  $E_{m(\max)} = LI_0^2 / 2$ , đó là thời điểm  $t = T/4$ . Sau đó dòng điện do tụ phóng ra bắt đầu giảm và trong cuộn dây lại xuất hiện một dòng điện tự cảm cùng chiều với dòng điện do tụ phóng ra. Vì vậy dòng điện trong mạch giảm dần từ giá trị  $I_0$  về không, quá trình này xảy ra trong khoảng từ  $t = T/4$  đến  $t = T/2$ . Trong quá trình biến đổi này cuộn  $L$  đóng vai trò của nguồn nạp điện cho tụ  $C$  nhưng theo chiều ngược lại, điện tích của tụ lại tăng dần từ giá trị không đến giá trị cực đại  $Q_0$ . Về mặt năng lượng thì năng lượng điện trường tăng dần, còn năng lượng từ trường giảm dần. Như vậy có sự chuyển hoá từ năng lượng từ trường thành năng lượng điện trường, giai đoạn này kết thúc tại thời điểm  $t = T/2$ , lúc này cuộn cảm đã giải phóng hết năng lượng và điện tích trên hai bản tụ lại đạt giá trị cực đại  $Q_0$  nhưng đổi dấu ở hai bản, năng lượng điện trường lại đạt giá trị cực đại  $E_{e(\max)} = Q_0^2 / 2C$ . Tới đây, kết thúc quá trình dao động trong một nửa chu kỳ đầu. Tụ  $C$  phóng điện vào cuộn cảm theo chiều ngược với nửa chu kỳ đầu, cuộn cảm lại

được tích năng lượng rồi lại giải phóng năng lượng, tụ C lại được tích điện và đến cuối chu kỳ ( $t = T$ ) tụ C được tích điện với dấu điện tích trên các bản như tại thời điểm ban đầu, mạch dao động điện từ trở lại trạng thái dao động ban đầu. Một dao động điện từ toàn phần đã được hoàn thành. Dưới đây ta thiết lập phương trình mô tả dao động điện từ trên.

## 2. Phương trình dao động điện từ điều hoà

Vì không có sự mất mát năng lượng trong mạch, nên năng lượng điện từ của mạch không đổi:

$$E_e + E_m = E = \text{const} \quad (1-2)$$

Thay  $E_e = \frac{q^2}{2C}$  và  $E_m = \frac{Li^2}{2}$  vào (1-2), ta được:

$$\frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2} = \text{const} \quad (1-3)$$

Lấy đạo hàm cả hai vế của (1-3) theo thời gian rồi thay  $dq/dt = i$ , ta thu được:

$$\frac{q}{C} + \frac{Ldi}{dt} = 0 \quad (1-4)$$

Lấy đạo hàm cả hai vế của (1-4) theo thời gian rồi thay  $dq/dt = i$ , ta được:

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{LC}i = 0 \quad (1-5)$$

Đặt  $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$ , ta được:

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \omega_0^2 i = 0 \quad (1-6)$$

Đó là phương trình vi phân cấp hai thuần nhất có hệ số không đổi. Nghiệm tổng quát của (1-6) có dạng:

$$i = I_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (1-7)$$

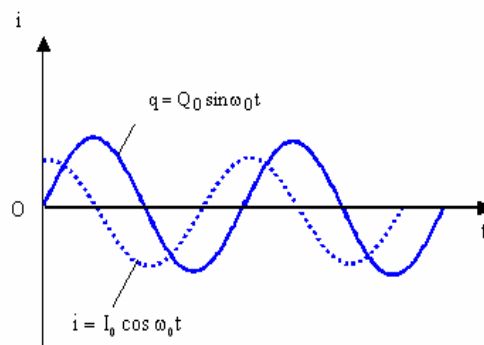
trong đó  $I_0$  là biên độ của cường độ dòng điện,  $\varphi$  là pha ban đầu của dao động,  $\omega_0$  là tần số góc riêng của dao động:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (1-8)$$

Từ đó tìm được chu kỳ dao động riêng  $T_0$  của dao động điện từ điều hoà:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (1-9)$$

Cuối cùng ta nhận xét rằng điện tích của tụ điện, hiệu điện thế giữa hai bản tụ... cũng biến thiên với thời gian theo những phương trình có dạng tương tự như (1-7).

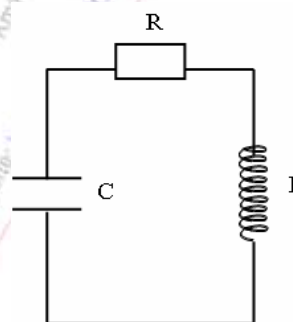


Hình 1-3. Đường biểu diễn dao động điều hoà

## §2. DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ TẮT DẦN

### 1. Mạch dao động điện từ RLC

Trong mạch dao động bây giờ có thêm một điện trở  $R$  tượng trưng cho điện trở của toàn mạch (hình 1-4). Ta cũng tiến hành nạp điện cho tụ  $C$ , sau đó cho tụ điện phóng điện qua điện trở  $R$  và ống dây  $L$ . Tương tự như đã trình bày ở bài dao động điện từ điều hoà, ở đây cũng xuất hiện các quá trình chuyển hoá giữa năng lượng điện trường của tụ điện và năng lượng từ trường của ống dây. Nhưng do có sự toả nhiệt trên điện trở  $R$ , nên các dao động của các đại lượng như  $i$ ,  $q$ ,  $u$ ,... không còn dạng hình sin nữa, các biên độ của chúng không còn là các đại lượng không đổi như trong trường hợp



Hình 1-4. Mạch dao động điện từ tắt dần

dao động điện từ điều hoà, mà giảm dần theo thời gian. Do đó, loại dao động này được gọi là dao động điện từ tắt dần. Mạch dao động RLC trên được gọi là *mạch dao động điện từ tắt dần*.

### 2. Phương trình dao động điện từ tắt dần

Do trong mạch có điện trở  $R$ , nên trong thời gian dt phần năng lượng toả nhiệt trên điện trở  $R$  bằng độ giảm năng lượng điện từ  $-dE$  của mạch. Theo định luật bảo toàn và chuyển hoá năng lượng, ta có:

$$-dE = Ri^2 dt \quad (1-10)$$

Thay  $E = \frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2}$  vào (1-10), ta có:



$$-d\left(\frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2}\right) = Ri^2 dt \quad (1-11)$$

Chia cả hai vế của phương trình (1-11) cho  $dt$ , sau đó lấy đạo hàm theo thời gian và thay  $dq/dt = i$ , ta thu được:

$$\frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = -Ri \quad (1-12)$$

Lấy đạo hàm cả hai vế của (1-12) theo thời gian và thay  $dq/dt = i$ , ta thu được:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0 \quad (1-13)$$

Đặt  $\frac{R}{L} = 2\beta$ ,  $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$ , ta thu được phương trình:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 2\beta \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0 \quad (1-14)$$

Đó là phương trình vi phân cấp hai thuần nhất có hệ số không đổi. Với điều kiện hệ số tắt đủ nhỏ sao cho  $\omega_0 > \beta$  hay  $\frac{1}{LC} > \left(\frac{R}{2L}\right)^2$  thì nghiệm tổng quát của phương trình (1-14) có dạng:

$$i = I_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi) \quad (1-15)$$

trong đó  $I_0$ ,  $\varphi$  là hằng số tích phân phụ thuộc vào điều kiện ban đầu, còn  $\omega$  là tần số góc của dao động điện từ tắt dần và có giá trị:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} < \omega_0 \quad (1-16)$$

Chu kỳ của dao động điện từ tắt dần:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad (1-17)$$

Như vậy, chu kỳ dao động tắt dần lớn hơn chu kỳ dao động riêng trong mạch.

Đại lượng  $I_0 e^{-\beta t}$  là biên độ của dao động tắt dần. Nó giảm dần với thời gian theo qui luật hàm mũ. Tính chất tắt dần của dao động điện từ được đặc trưng bằng một đại lượng gọi là lượng giảm lôga, ký hiệu bằng chữ  $\delta$ : lượng giảm lôga có giá trị bằng lôga tự nhiên của tỷ số giữa hai trị số liên tiếp của biên độ dao động cách nhau một khoảng thời gian bằng một chu kỳ dao động  $T$ . Theo định nghĩa ta có:

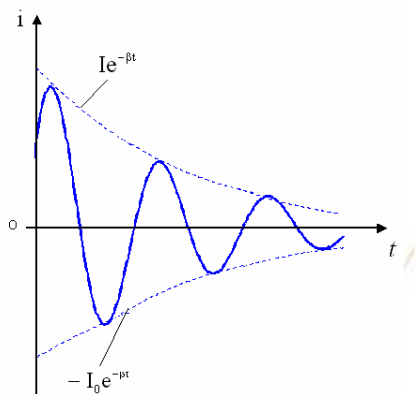
$$\delta = \ln \frac{I_0 e^{-\beta t}}{I_0 e^{-\beta(t+T)}} = \beta T \quad (1-18)$$

trong đó  $\beta = R/2L$ , rõ ràng là nếu  $R$  càng lớn thì  $\beta$  càng lớn và dao động tắt càng nhanh. Điều đó phù hợp với thực tế.

Chú ý: trong mạch dao động RLC ghép nối tiếp, ta chỉ có hiện tượng dao động điện từ khi:

$$\frac{1}{LC} > \left(\frac{R}{2L}\right)^2 \text{ hay } R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Trị số  $R_0 = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$  được gọi là điện trở tới hạn của mạch. Nếu  $R \geq R_0$  trong mạch không có dao động.



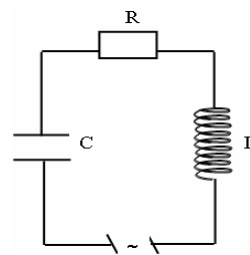
Hình 1-5. Đường biểu diễn dao động điện từ tắt dần

### §3. DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ CƯỜNG BỨC

#### 1. Hiện tượng:

Để duy trì dao động điện từ trong mạch dao động RLC, người ta phải cung cấp năng lượng cho mạch điện để bù lại phần năng lượng đã bị tổn hao trên điện trở  $R$ . Muốn vậy, cần mắc thêm vào mạch một nguồn điện xoay chiều có suất điện động biến thiên tuần hoàn theo thời gian với tần số góc  $\Omega$  và biên độ  $\xi_0$ :  $\xi = \xi_0 \sin \Omega t$

Lúc đầu dao động trong mạch là chồng chất của hai dao động: dao động tắt dần với tần số góc  $\omega$  và dao động cưỡng bức với tần số góc  $\Omega$ . Giai đoạn quá độ này xảy ra rất ngắn, sau đó dao động tắt dần không còn nữa và trong mạch chỉ còn dao động điện từ không tắt có tần số góc bằng tần số góc  $\Omega$  của nguồn điện. Đó là *dao động điện từ cưỡng bức*.



Hình 1-6. Mạch dao động điện từ cưỡng bức

#### 2. Phương trình dao động điện từ cưỡng bức

Trong thời gian  $dt$ , nguồn điện cung cấp cho mạch một năng lượng bằng  $\xi idt$ . Phần năng lượng này dùng để bù đắp vào phần năng lượng toả nhiệt Joule - Lenx và

tăng năng lượng điện từ trong mạch. Theo định luật bảo toàn và chuyển hoá năng lượng, ta có :

$$dE + Ri^2 dt = \xi dt \quad (1-19)$$

$$d\left(\frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2}\right) + Ri^2 dt = \xi dt \quad (1-20)$$

Thực hiện phép lấy vi phân và thay  $\xi = \xi_0 \sin \Omega t$  ta được:

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = \xi_0 \sin \Omega t \quad (1-21)$$

Lấy đạo hàm hai vế theo thời gian của (1-21), thay  $dq/dt = i$ , ta được:

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = \xi_0 \Omega \cos \Omega t \quad (1-22)$$

đặt  $\frac{R}{L} = 2\beta$ ,  $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$ , ta thu được phương trình:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 2\beta \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = \frac{\xi_0 \Omega}{L} \cos \Omega t \quad (1-23)$$

Phương trình vi phân (1-23) có nghiệm là tổng của hai nghiệm:

- Nghiệm tổng quát của phương trình thuần nhất. Đó chính là nghiệm của phương trình dao động điện từ tắt dần.

- Nghiệm riêng của phương trình không thuần nhất. Nghiệm này biểu diễn một dao động điện từ không tắt do tác dụng của nguồn điện. Nghiệm này có dạng:

$$i = I_0 \cos(\Omega t + \Phi) \quad (1-24)$$

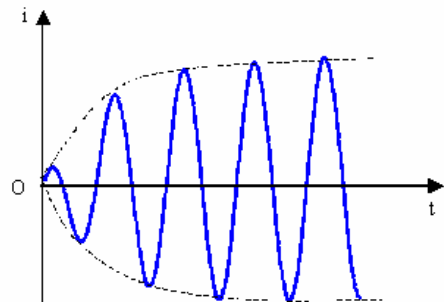
trong đó  $\Omega$  là tần số góc của nguồn điện kích thích,  $I_0$  là biên độ,  $\Phi$  là pha ban đầu của dao động, được xác định bằng:

$$I_0 = \frac{\xi_0}{\sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}}, \quad \cot g \Phi = -\frac{\Omega L - \frac{1}{\Omega C}}{R}$$

$$\text{Đặt } Z = \sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2} \text{ và gọi là tổng trở}$$

của mạch dao động,  $Z_L = \Omega L$  và  $Z_C = \frac{1}{\Omega C}$  lần

lượt là cảm kháng và dung kháng của mạch dao động.



Hình 1-7. Đường biểu diễn dao động điện từ cưỡng bức

### 3. Hiện tượng cộng hưởng

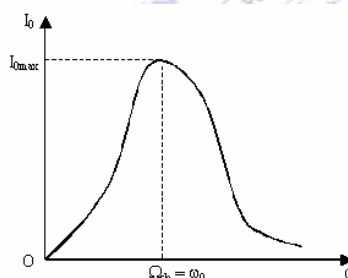
Công thức trên chứng tỏ biên độ  $I_0$  của dòng điện cường bức phụ thuộc vào giá trị tần số góc của nguồn xoay chiều kích thích. Đặc biệt với một điện trở  $R$  nhất định, biên độ  $I_0$  đạt giá trị cực đại khi tần số góc  $\Omega$  có giá trị sao cho tổng trở  $Z$  của mạch dao động cực tiểu, giá trị đó của  $\Omega$  phải thỏa mãn điều kiện:

$$\Omega L - \frac{1}{\Omega C} = 0 \text{ hay } \Omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1-25)$$

ta thấy giá trị này của  $\Omega$  đúng bằng tần số góc của mạch dao động riêng:

$$\Omega_{ch} = \omega_0 \quad (1-26)$$

Hiện tượng biên độ dòng điện của mạch dao động điện từ cường bức đạt giá trị cực đại được gọi là hiện tượng cộng hưởng điện. *Vậy hiện tượng cộng hưởng điện xảy ra khi tần số góc của nguồn xoay chiều kích thích có giá trị bằng tần số góc riêng của mạch dao động.*



Hình 1-8. Đường biểu diễn cộng hưởng điện

Giá trị  $\Omega_{ch}$  của nguồn xoay chiều kích thích được gọi là tần số cộng hưởng. Đường biểu diễn (1-8) cho ta thấy rõ sự biến thiên của biên độ dòng điện  $I_0$  của mạch dao động cường

bức theo tần số góc  $\Omega$  của nguồn xoay chiều kích thích.

Trong thực tế, muốn xảy ra cộng hưởng điện, ta dùng hai phương pháp sau:

- Hoặc thay đổi tần số góc  $\Omega$  của nguồn kích thích sao cho nó bằng tần số góc riêng  $\omega_0$  của mạch dao động.
- Hoặc thay đổi hệ số tự cảm  $L$  và điện dung  $C$  của mạch dao động sao cho tần số góc riêng  $\omega_0$  đúng bằng tần số góc  $\Omega$  của nguồn kích thích.

Hiện tượng cộng hưởng điện được ứng dụng rất rộng rãi trong kỹ thuật vô tuyến điện, thí dụ trong việc thu sóng điện từ (mạch chọn sóng).

## §4. SỰ TỔNG HỢP DAO ĐỘNG

### 1. Tổng hợp hai dao động điều hoà cùng phương và cùng tần số

Giả sử có một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương và cùng tần số:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1) \quad (1-27)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2) \quad (1-28)$$

Hai dao động này cùng phương Ox và cùng tần số góc  $\omega_0$ , nhưng khác biên độ và pha ban đầu. Dao động tổng hợp của chất điểm bằng tổng của hai dao động thành phần

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (1-29)$$

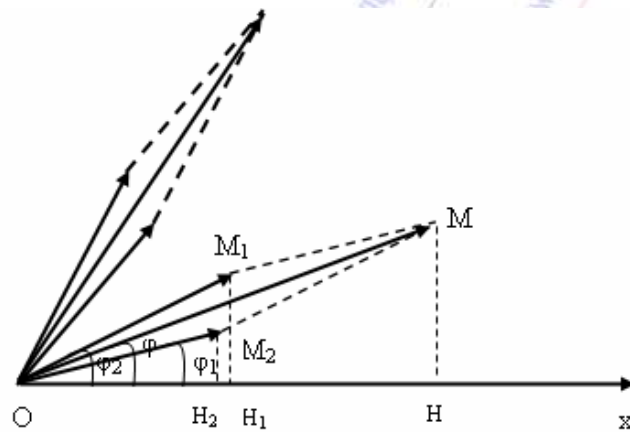
Có thể tìm dạng của x bằng phương pháp cộng lượng giác. Nhưng để thuận tiện, ta dùng phương pháp giản đồ Fresnel.

Vẽ hai véc tơ  $\vec{OM}_1, \vec{OM}_2$  cùng đặt tại điểm O, có độ lớn bằng biên độ  $A_1, A_2$  của hai dao động. Ở thời điểm  $t = 0$ , chúng hợp với trục Ox các góc  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$  là pha ban đầu. Khi đó tổng hợp của  $\vec{OM}_1, \vec{OM}_2$  là một véc tơ

$$\vec{OM} = \vec{OM}_1 + \vec{OM}_2 \quad (1-30)$$

véc tơ  $\vec{OM}$  trùng với đường chéo của hình bình hành  $OM_1MM_2$ , có độ lớn bằng A và hợp với trục Ox một góc  $\varphi$  và được xác định bởi hệ thức:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \quad , \quad \tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \quad (1.31)$$



Hình 1-9. Tổng hợp hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số.

Hai véc tơ  $\vec{OM}_1$  và  $\vec{OM}_2$  quay xung quanh điểm O theo chiều dương với cùng vận tốc góc không đổi bằng tần số góc  $\omega_0$ . Ở thời điểm t, hai véc tơ này sẽ hợp với trục Ox các góc  $(\omega_0 t + \varphi_1)$  và  $(\omega_0 t + \varphi_2)$  đúng bằng pha dao động  $x_1$  và  $x_2$ . Hình chiếu trên phương Ox của hai véc tơ  $\vec{OM}_1$  và  $\vec{OM}_2$  có giá trị bằng:

$$\text{hc}_{Ox} \vec{OM}_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1) = x_1 \quad (1-32)$$

$$\text{hc}_{Ox} \vec{OM}_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2) = x_2 \quad (1-33)$$

Vì hai véc tơ  $\vec{OM}_1$  và  $\vec{OM}_2$  quay theo chiều dương với cùng vận tốc góc  $\omega_0$ , nên hình bình hành  $OM_1MM_2$  giữ nguyên dạng khi nó quay quanh điểm O. Do đó, ở thời điểm t, véc tơ tổng hợp  $\vec{OM}$  vẫn có độ lớn bằng A và hợp với trục Ox một góc  $(\omega_0 t + \varphi)$ . Hình chiếu trên phương Ox của véc tơ tổng hợp  $\vec{OM}$  có trị số bằng:

$$hc_{Ox} \vec{OM} = A \cos(\omega_0 t + \varphi) = x \quad (1-34)$$

Mặt khác theo định lý về hình chiếu, ta có:

$$hc_{Ox} \vec{OM} = hc_{Ox} \vec{OM}_1 + hc_{Ox} \vec{OM}_2 \quad (1-35)$$

Như vậy, tổng hợp hai dao động điều hoà  $x_1$  và  $x_2$  cùng phương, cùng tần số góc cũng là một dao động điều hoà x có cùng phương và cùng tần số góc  $\omega_0$  với các dao động thành phần, còn biên độ A và pha ban đầu  $\varphi$  của nó được xác định bởi (1-31). Hệ thức (1-31) cho thấy biên độ A của dao động tổng hợp x phụ thuộc vào hiệu pha  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  của hai dao động thành phần  $x_1$  và  $x_2$ :

- Nếu  $(\varphi_2 - \varphi_1) = 2k\pi$ , với  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ , thì  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 1$  và biên độ A đạt cực đại:

$$A = A_1 + A_2 = A_{\max} \quad (1-36)$$

Trong trường hợp này, hai dao động  $x_1$  và  $x_2$  cùng phương, cùng chiều và được gọi là hai dao động cùng pha.

- Nếu  $(\varphi_2 - \varphi_1) = (2k + 1)\pi$ , với  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ , thì  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = -1$  và biên độ A đạt cực tiểu:

$$A = |A_1 - A_2| = A_{\min} \quad (1-37)$$

Trong trường hợp này, hai dao động  $x_1$  và  $x_2$  cùng phương ngược chiều và gọi là hai dao động ngược pha.

## 2. Tổng hợp hai dao động điều hoà có phương vuông góc và cùng tần số góc

Giả sử một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hoà x và y có phương vuông góc và cùng tần số góc  $\omega_0$ :

$$x = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1) \rightarrow \frac{x}{A_1} = \cos \omega_0 t \cos \varphi_1 - \sin \omega_0 t \sin \varphi_1 \quad (1-38)$$

$$y = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2) \rightarrow \frac{y}{A_2} = \cos \omega_0 t \cos \varphi_2 - \sin \omega_0 t \sin \varphi_2 \quad (1-39)$$

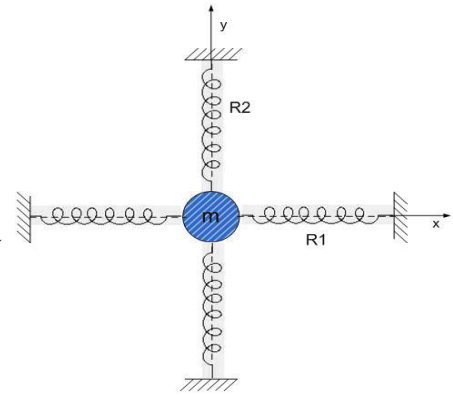


Lần lượt nhân (1-38) và (1-39) với  $\cos \varphi_2$  và  $-\cos \varphi_1$ , rồi cộng vế với vế:

$$\frac{x}{A_1} \cos \varphi_2 - \frac{y}{A_2} \cos \varphi_1 = \sin \omega_0 t \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (1-40)$$

Tương tự, lần lượt nhân (1-38) và (1-39) với  $\sin \varphi_2$  và  $-\sin \varphi_1$ , rồi cộng vế với vế:

$$\frac{x}{A_1} \sin \varphi_2 - \frac{y}{A_2} \sin \varphi_1 = \cos \omega_0 t \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (1-41)$$



Hình 1-10. Hai dao động điều hoà vuông góc

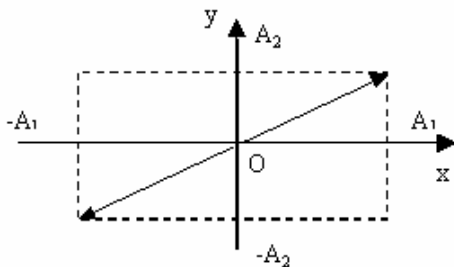
Bình phương hai vế (1-40), (1-41) rồi cộng vế với vế:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (1-42)$$

Phương trình (1-42) chứng tỏ quỹ đạo chuyển động tổng hợp của hai dao động điều hoà có phương vuông góc và có cùng tần số góc là một đường elip. Dạng của elip này phụ thuộc vào giá trị của hiệu pha  $(\varphi_2 - \varphi_1)$  của hai dao động thành phần x và y.

- Nếu  $(\varphi_2 - \varphi_1) = 2k\pi$ , với  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ , thì (1-42) trở thành:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} = 0 \quad \text{hay} \quad \frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2} = 0 \quad (1-43)$$

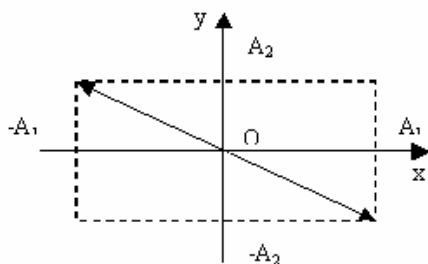


Hình 1-11. Quỹ đạo của chất điểm khi  $\varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$

Phương trình (1-43) chứng tỏ chất điểm dao động theo đường thẳng nằm trong cung phần tư I và III, đi qua vị trí cân bằng bền của chất điểm tại gốc O và trùng với đường chéo của hình chữ nhật có hai cạnh bằng  $2A_1$  và  $2A_2$ .

- Nếu  $(\varphi_2 - \varphi_1) = (2k + 1)\pi$ , với  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ , thì (1-42) trở thành:

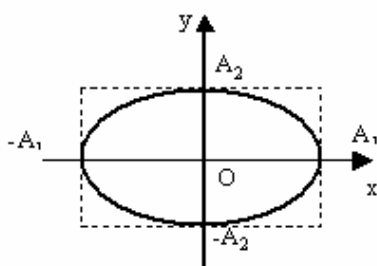
$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} + \frac{2xy}{A_1 A_2} = 0 \quad \text{hay} \quad \frac{x}{A_1} + \frac{y}{A_2} = 0 \quad (1-44)$$



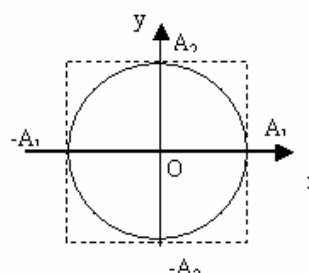
Hình 1-12. Quỹ đạo của chất điểm  
khi  $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\pi$

- Nếu  $(\varphi_2 - \varphi_1) = (2k+1)\frac{\pi}{2}$ , với  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ , thì (1-42) trở thành:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1 \quad (1-45)$$



Hình 1-13: Quỹ đạo của chất điểm khi  
 $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\pi/2$



Quỹ đạo của chất điểm khi  
 $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\pi/2$  và  $A_1 = A_2$

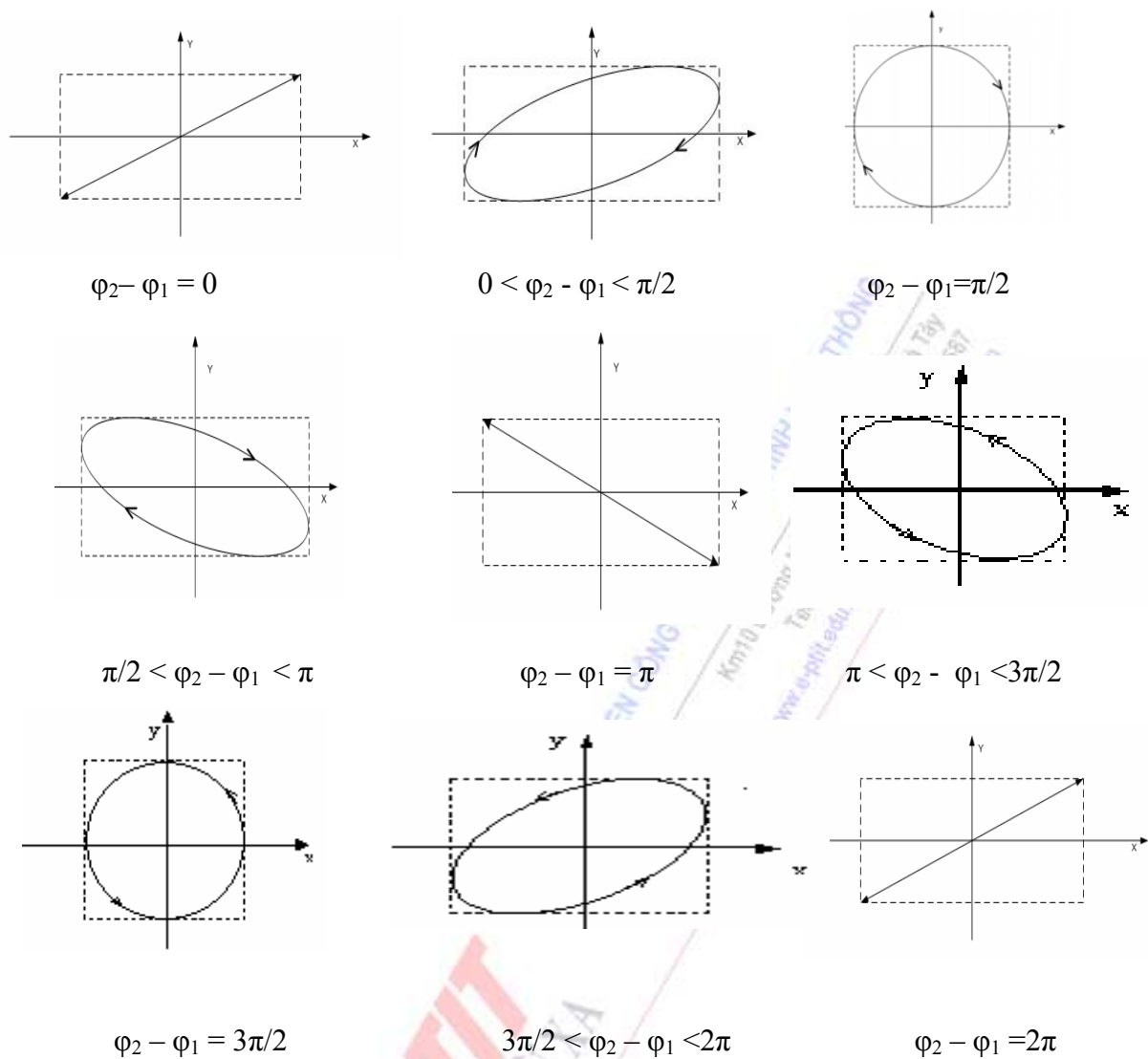
Phương trình (1-45) chứng tỏ chất điểm dao động trên một quỹ đạo êlip dạng chính tắc có hai bán trục là  $A_1$  và  $A_2$ . Đặc biệt nếu  $A_1 = A_2 = A$  thì (1-45) trở thành:

$$x^2 + y^2 = A^2 \quad (1-46)$$

Trong trường hợp này, quỹ đạo của chất điểm là đường tròn có tâm tại gốc tọa độ O và bán kính bằng A.

- Nếu  $(\varphi_2 - \varphi_1)$  có các giá trị khác với các giá trị nêu trên thì chất điểm sẽ chuyển động trên những quỹ đạo êlip xiên.





Hình 1.14. Các dạng quỹ đạo của chất điểm khi  $\varphi_2 - \varphi_1 = 0 \div 2\pi$  và  $A_1 = A_2$

Như vậy: Tổng hợp hai dao động điều hoà có phương vuông góc với nhau và cùng tần số góc là một dao động có dạng elip (trong những trường hợp riêng là một dao động điều hoà).

### III. TÓM TẮT NỘI DUNG

**1. Dao động điện từ điều hoà:** Mạch dao động chỉ có L và C ( $R = 0$ ), các đại lượng điện và từ tham gia dao động theo qui luật điều hoà hình sin ( hoặc cosin) của thời gian với tần số riêng  $\omega_0$ , biên độ dao động không đổi.

2. Dao động điện từ tắt dần: Trong mạch dao động LC có thêm điện trở R, do đó có sự hao tổn năng lượng do toả nhiệt Joule – Lenx, biên độ dao động trong trường hợp này giảm theo qui luật hàm mũ, chu kỳ dao động T lớn hơn chu kỳ dao động riêng  $T_0$ .

3. Dao động điện từ cưỡng bức: Trong mạch dao động RLC mắc thêm một nguồn điện kích thích có tần số  $\Omega$  để cung cấp tuần hoàn phần năng lượng bị mất do toả nhiệt. Dao động điện từ sẽ được duy trì với tần số góc  $\Omega$  của nguồn kích thích. Một hiện tượng quan trọng trong trường hợp này là khi tần số góc  $\Omega$  của nguồn kích thích bằng tần số góc riêng  $\omega_0$  của mạch dao động thì có hiện tượng cộng hưởng xảy ra. Khi đó, biên độ của dòng điện sẽ cực đại. Tần số  $\Omega$  đó được gọi là tần số cộng hưởng  $\Omega_{ch} = \omega_0$ . Hiện tượng cộng hưởng có rất nhiều ứng dụng trong khoa học kỹ thuật, nhất là trong ngành vô tuyến điện.

4. Tổng hợp hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số

Giả sử có một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương và cùng tần số:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$$

Dao động tổng hợp có dạng:  $x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$$\text{Trong đó: } A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}, \quad \text{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

- Nếu  $(\varphi_2 - \varphi_1) = 2k\pi$ , với  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ , thì  $A = A_1 + A_2 = A_{\max}$

- Nếu  $(\varphi_2 - \varphi_1) = (2k + 1)\pi$ , với  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ , thì  $A = |A_1 - A_2| = A_{\min}$

5. Tổng hợp hai dao động điều hoà cùng tần số có phương vuông góc:

Giả sử một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hoà x và y có phương vuông góc và cùng tần số góc  $\omega_0$ :

$$x = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1)$$

$$y = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$$

Phương trình quỹ đạo chuyển động tổng hợp của chất điểm:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

- Nếu  $(\varphi_2 - \varphi_1) = 2k\pi$ , với  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ , thì phương trình quỹ đạo chuyển động tổng hợp của chất điểm:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} = 0 \quad \text{hay} \quad \frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2} = 0$$

- Nếu  $(\varphi_2 - \varphi_1) = (2k + 1)\pi$ , với  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ , thì phương trình quỹ đạo chuyển động tổng hợp của chất điểm:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} + \frac{2xy}{A_1 A_2} = 0 \quad \text{hay} \quad \frac{x}{A_1} + \frac{y}{A_2} = 0$$

- Nếu  $(\varphi_2 - \varphi_1) = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$ , với  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ , thì phương trình quỹ đạo chuyển động tổng hợp của chất điểm:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$$

#### IV. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

1. Thiết lập phương trình dao động điện từ điều hoà riêng không tắt cho dòng điện:  $i = I_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$ .
2. Viết biểu thức tần số và chu kỳ của dao động riêng không tắt.
3. Mô tả mạch dao động điện từ tắt dần. Thiết lập biểu thức của dòng điện trong mạch dao động điện từ tắt dần.
4. Viết biểu thức tần số và chu kỳ của mạch dao động điện từ tắt dần. So sánh chu kỳ dao động tắt dần với chu kỳ dao động riêng.
5. Mô tả mạch dao động điện từ cưỡng bức. Thiết lập biểu thức của dòng điện trong mạch dao động điện từ cưỡng bức. Nêu ý nghĩa của các đại lượng có trong biểu thức.
6. Hiện tượng cộng hưởng là gì? Khi nào xảy ra hiện tượng cộng hưởng?
7. Viết phương trình dao động tổng hợp của hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số. Khi nào thì biên độ dao động tổng hợp đạt giá trị cực đại và cực tiểu?
8. Viết phương trình dao động tổng hợp của hai dao động điều hoà cùng tần số có phương vuông góc với nhau. Với điều kiện nào thì dao động tổng hợp có dạng đường thẳng, elip vuông, đường tròn?

#### V. BÀI TẬP

**Thí dụ 1:** Một mạch dao động điện từ điều hoà gồm một cuộn dây thuần cảm có hệ số tự cảm  $L = 5 \cdot 10^{-2} \text{H}$  và một tụ điện có điện dung  $C = 2 \cdot 10^{-6} \text{F}$ , tụ được tích điện tới hiệu điện thế cực đại  $U_0 = 120 \text{V}$ . Tính:

1. Tần số dao động của mạch.
2. Năng lượng điện từ của mạch.
3. Dòng điện cực đại trong mạch.

**Bài giải**

1. Tần số dao động của mạch:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2.3,14.\sqrt{5.10^{-2}.2.10^{-6}}} = 500 \text{ Hz}$$

2. Năng lượng dao động của mạch:  $E = \frac{1}{2}CU_0^2 = \frac{1}{2}2.10^{-6}.(120)^2 = 0,014 \text{ J}$

3. Dòng điện cực đại trong mạch:

$$E = \frac{1}{2}CU_0^2 = \frac{1}{2}LI_0^2 \Rightarrow I_0 = \sqrt{\frac{CU_0^2}{L}} = \sqrt{\frac{2.10^{-6}.(120)^2}{5.10^{-2}}} = 0,76 \text{ A}$$

**Thí dụ 2:** Một mạch dao động điện từ gồm một tụ điện có điện dung  $C = 7\mu\text{F}$ , cuộn dây có hệ số tự cảm  $L = 0,23\text{H}$  và điện trở  $R = 40\Omega$ . Ban đầu điện tích trên hai bản tụ  $Q_0 = 5,6.10^{-4}\text{C}$ . Tìm:

1. Chu kỳ dao động điện từ trong mạch.
2. Lượng giảm lôga của mạch dao động điện từ tương ứng.
3. Phương trình biến thiên theo thời gian của cường độ dòng điện trong mạch và hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện.

**Bài giải**

1. Vì điện trở  $R = 40\Omega \neq 0$  nên dao động điện từ trong mạch là dao động điện từ tắt dần.

Phương trình dao động của điện tích trên hai bản tụ:  $q = Q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$

Khi  $t = 0$  thì  $q = Q_0 \cos \varphi$ , nhưng theo giả thiết  $q = Q_0$  nên  $\varphi = 0 \rightarrow$  phương trình dao động của điện tích trên hai bản tụ:  $q = Q_0 e^{-\beta t} \cos \omega t$

Chu kỳ dao động của mạch:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}} = \frac{2.3,14}{\sqrt{\frac{1}{0,23.7.10^{-6}} - \left(\frac{40}{2.0,23}\right)^2}} = 8.10^{-3} \text{ s}$$

2. Lượng giảm lôga của dao động điện từ trong mạch:

$$\delta = \beta T = \frac{RT}{2L} = \frac{40.8.10^{-3}}{2.0,23} = 0,7$$

3. Phương trình biến thiên theo thời gian của cường độ dòng điện và hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 250\pi \text{ (rad/s)}, i = \frac{dq}{dt} = -0,44e^{-87t} \sin 250\pi t \text{ (A)}$$

$$u = \frac{q}{C} = 80e^{-87t} \cos 250\pi t \text{ (V)}$$

### Bài tập tự giải

1. Một mạch dao động điện từ điều hoà gồm một tụ điện có điện dung  $C = 2\mu\text{F}$  và một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = 0,5\text{H}$ . Tụ được tích đến hiệu điện thế cực đại  $U_0 = 100\text{V}$ . Tìm:

1. Năng lượng điện từ của mạch.
2. Dòng điện cực đại trong mạch.

**Đáp số**

$$1. E = \frac{1}{2} CU_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot (100)^2 = 10^{-2} \text{ J}$$

$$2. E = \frac{1}{2} CU_0^2 = \frac{1}{2} LI_0^2 \rightarrow I_0 = \sqrt{\frac{CU_0^2}{L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot (100)^2}{0,5}} = 0,2 \text{ A}$$

2. Một mạch dao động điện từ điều hoà gồm một tụ điện có điện dung  $C = 0,25\mu\text{F}$  và một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = 1,015\text{H}$ . Điện tích cực đại trên hai bản tụ  $Q_0 = 2,5\mu\text{C}$ . Tìm:

1. Chu kỳ, tần số dao động của mạch.
2. Năng lượng điện từ của mạch.
3. Dòng điện cực đại trong mạch.

**Đáp số:** 1.  $T = 2\pi\sqrt{LC} = 3,16 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ ,  $f = \frac{1}{T} = 316 \text{ Hz}$

$$2. E = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = 12,5 \cdot 10^{-6} \text{ J}, \quad 3. I_0 = \sqrt{\frac{Q_0^2}{LC}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

3. Một mạch dao động điện từ điều hoà gồm một cuộn dây thuần cảm có hệ số tự cảm  $L = 1\text{H}$  và một tụ điện có điện tích trên hai bản tụ biến thiên điều hoà theo phương trình  $q = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{\pi} \cos 400\pi t \text{ (C)}$ .

1. Tìm điện dung của tụ.
2. Tìm năng lượng điện từ của mạch.

3. Viết phương trình biến thiên theo thời gian của cường độ dòng điện trong mạch.

**Đáp số:** 1.  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{10^{-6}}{1,6} \text{ F}$ , 2.  $E = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ J}$

3.  $i = \frac{dq}{dt} = -2 \cdot 10^{-2} \sin 400\pi t \text{ (A)}$

4. Một mạch dao động điện từ điều hoà gồm tụ điện có điện dung  $C = 6,3 \cdot 10^{-7} \text{ F}$  và một dây thuần cảm có hệ số tự cảm  $L$ . Phương trình biểu diễn sự biến thiên theo thời gian của cường độ dòng điện trong mạch  $i = -0,02 \sin 400\pi t \text{ (A)}$ . Tìm:

1. Chu kỳ, tần số dao động.
2. Hệ số tự cảm  $L$ .
3. Năng lượng điện trường cực đại và năng lượng từ trường cực đại.
4. Hiệu điện thế cực đại trên hai bản tụ.

**Đáp số**

1.  $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ ,  $f = \frac{1}{T} = 200 \text{ Hz}$ ; 2.  $L = \frac{1}{C\omega_0^2} = 1 \text{ H}$

3.  $E_{e(\max)} = \frac{CU_0^2}{2} = 1,97 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ ,  $E_{m(\max)} = \frac{LI_0^2}{2} = 1,97 \cdot 10^{-4} \text{ J}$

4.  $U_0 = 25,2 \text{ (V)}$

5. Một mạch dao động điện từ điều hoà gồm tụ điện có điện dung  $C = 9 \cdot 10^{-7} \text{ F}$  và cuộn dây thuần cảm có hệ số tự cảm  $L$ . Hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện biến thiên điều hoà theo phương trình  $u = 50 \cos 10^4 \pi t \text{ (V)}$ .

1. Tìm chu kỳ và tần số dao động.
2. Tìm hệ số tự cảm  $L$ .
3. Viết phương trình biến thiên của cường độ dòng điện trong mạch theo thời gian.
4. Tìm năng lượng điện từ của mạch.

**Đáp số**

1.  $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ ,  $f = \frac{1}{T} = 5 \cdot 10^3 \text{ Hz}$ ; 2.  $L = \frac{1}{C\omega_0^2} = 10^{-3} \text{ H}$

3.  $i = C \frac{du}{dt} = -1,4 \sin 10^4 \pi t \text{ (A)}$ ; 4.  $E = \frac{CU_0^2}{2} = 0,11 \cdot 10^{-2} \text{ J}$



6. Một mạch dao động gồm tụ điện có điện dung  $C = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{F}$ , một cuộn dây có hệ số tự cảm  $L = 10^{-2} \text{H}$  và điện trở  $R = 2 \Omega$ .

1. Tìm chu kỳ và tần số dao động của mạch.
2. Sau thời gian một chu kỳ hiệu điện thế giữa hai cốt của tụ điện giảm đi bao nhiêu lần.

**Đáp số:** 1.  $T = 4 \cdot 10^{-4} \text{s}$ ,  $f = \frac{1}{T} = 2500 \text{Hz}$  ; 2.  $\frac{U_t}{U_{t+T}} = 1,04$

7. Một mạch dao động gồm tụ điện có điện dung  $C = 1,1 \cdot 10^{-9} \text{F}$ , cuộn dây có độ tự cảm  $L = 5 \cdot 10^{-5} \text{H}$  và lượng giảm lôga  $\delta = 0,005$ . Tìm thời gian để năng lượng điện từ trong mạch giảm đi 99%. Coi gần đúng chu kỳ dao động của mạch  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ .

**Đáp số:** Năng lượng dao động tại thời điểm  $t$  là  $E_t$ , năng lượng dao động tại thời điểm  $t + \Delta t$  là  $E_{t+\Delta t}$ .

Sau thời gian  $\Delta t$  năng lượng giảm 99%, nghĩa là còn lại 1%

$$E_t = \frac{(Q_0 e^{-\beta t})^2}{2C}, E_{t+\Delta t} = \frac{(Q_0 e^{-\beta(t+\Delta t)})^2}{2C}, \frac{E_t}{E_{t+\Delta t}} = 100, \Delta t = 6,8 \cdot 10^{-3} \text{s}$$

8. Một mạch dao động điện từ gồm tụ điện có điện dung  $C = 0,2 \cdot 10^{-6} \text{F}$ , một cuộn dây có độ tự cảm  $L = 5,07 \cdot 10^{-3} \text{H}$  và điện trở  $R$ . Tìm:

1. Lượng giảm lôga, biết hiệu điện thế trên hai bản tụ giảm đi 3 lần sau  $10^{-3} \text{s}$ . Coi gần đúng chu kỳ dao động của mạch theo công thức  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ .
2. Điện trở  $R$  của mạch.

**Đáp số:** 1.  $T = 2\pi\sqrt{LC} = 2 \cdot 10^{-4} \text{(s)}$ ,  $\delta = \frac{T \ln\left(\frac{U_0}{U_1}\right)}{t} = \frac{2 \cdot 10^{-4} \ln 3}{10^{-3}} = 0,22$

2.  $R = \frac{2L\delta}{T} = 11,1 \Omega$

9. Một mạch dao động điện từ điều hoà gồm một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = 3 \cdot 10^{-5} \text{H}$  và một tụ điện. Mạch dao động cộng hưởng với bước sóng  $\lambda = 750 \text{m}$ . Tìm điện dung của tụ điện. Cho  $c = 3 \cdot 10^8 \text{m/s}$ .

**Đáp số:**  $T = \frac{\lambda}{c} = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 L} = 0,52 \cdot 10^{-8} \text{F}$

## CHƯƠNG II: GIAO THOA ÁNH SÁNG

### I. MỤC ĐÍCH - YÊU CẦU

1. Nắm được một số khái niệm như quang lộ, cường độ sáng, hàm sóng ánh sáng, định lý Malus và nguyên lý Huygens là những cơ sở của quang học sóng.
2. Nắm được định nghĩa và điều kiện để có giao thoa ánh sáng.
3. Khảo sát hiện tượng giao thoa ánh sáng (điều kiện cực đại, cực tiểu giao thoa, vị trí vân sáng, vân tối) trong thí nghiệm Young, giao thoa gây bởi bản mỏng (nêm không khí, hệ vân tròn Newton).
4. Ứng dụng hiện tượng giao thoa trong đo lường, kiểm tra độ phẳng, độ cong của các vật, khử phản xạ...

### II. NỘI DUNG

#### §1. CƠ SỞ CỦA QUANG HỌC SÓNG

Quang học sóng nghiên cứu các hiện tượng giao thoa, nhiễu xạ, phân cực... dựa trên bản chất sóng điện từ của ánh sáng. Người đầu tiên đề ra thuyết sóng ánh sáng là nhà vật lý người Hà Lan Christian Huygens năm 1687. Theo Huygens, ánh sáng là sóng đàn hồi truyền trong một môi trường đặc biệt gọi là “ête vũ trụ” lấp đầy không gian. Thuyết sóng ánh sáng đã giải thích được các hiện tượng của quang hình học như phản xạ, khúc xạ ánh sáng. Vào đầu thế kỉ thứ 19, dựa vào thuyết sóng ánh sáng Fresnel đã giải thích các hiện tượng giao thoa, nhiễu xạ ánh sáng. Nhưng khi hiện tượng phân cực ánh sáng được phát hiện thì quan niệm về sóng đàn hồi trong “ête vũ trụ” đã bộc lộ rõ những thiếu sót. Hiện tượng phân cực ánh sáng chứng tỏ sóng ánh sáng là sóng ngang và như chúng ta đã biết, sóng đàn hồi ngang chỉ có thể truyền trong môi trường chất rắn. Đến năm 1865, dựa vào những nghiên cứu lí thuyết của mình về trường điện từ và sóng điện từ, Maxwell đã nêu lên thuyết điện từ về sóng ánh sáng. Trong tiết này chúng ta sẽ nghiên cứu về một số những khái niệm cơ bản của sóng ánh sáng và các nguyên lí như nguyên lí chồng chất các sóng, nguyên lí Huygens là cơ sở của quang học sóng.

##### 1. Một số khái niệm cơ bản về sóng

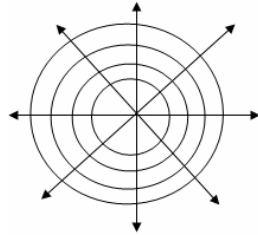
Sóng là quá trình truyền pha của dao động. Dựa vào cách truyền sóng, người ta chia sóng thành hai loại: sóng ngang và sóng dọc.

*Sóng ngang* là sóng mà phương dao động của các phần tử vuông góc với phương truyền sóng.

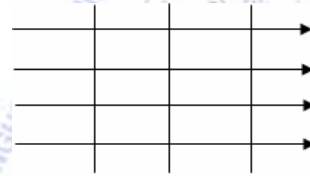


*Sóng dọc* là sóng mà phương dao động của các phần tử trùng với phương truyền sóng.

Không gian có sóng truyền qua được gọi là *trường sóng*. *Mặt sóng* là quỹ tích những điểm dao động cùng pha trong trường sóng. Giới hạn giữa phần môi trường mà sóng đã truyền qua và chưa truyền tới gọi là *mặt đầu sóng*. Nếu sóng có mặt đầu sóng là mặt cầu thì được gọi là *sóng cầu* và nếu mặt đầu sóng là mặt phẳng thì được gọi là *sóng phẳng*. Đối với môi trường đồng chất và đẳng hướng, nguồn sóng nằm ở tâm của mặt sóng cầu, tia sóng (phương truyền sóng) vuông góc với mặt đầu sóng (hình 2-1). Nếu nguồn sóng ở rất xa phần môi trường mà ta khảo sát thì mặt sóng là những mặt phẳng song song, các tia sóng là những đường thẳng song song với nhau và vuông góc với các mặt sóng (hình 2-2).



Hình 2-1. Sóng cầu



Hình 2-2. Sóng phẳng

## 2. Thuyết điện từ về ánh sáng của Maxwell

Ánh sáng là sóng điện từ, nghĩa là trường điện từ biến thiên theo thời gian truyền đi trong không gian. Sóng ánh sáng là sóng ngang, bởi vì trong sóng điện từ vector cường độ điện trường  $\vec{E}$  và vector cảm ứng từ  $\vec{B}$  luôn dao động vuông góc với phương truyền sóng. Khi ánh sáng truyền đến mắt, vector cường độ điện trường tác dụng lên võng mạc gây nên cảm giác sáng. Do đó vector cường độ điện trường trong sóng ánh sáng gọi là vector sáng. Người ta biểu diễn sóng ánh sáng bằng dao động của vector sáng  $\vec{E}$  vuông góc với phương truyền sóng.

Mỗi sóng ánh sáng có bước sóng  $\lambda_0$  xác định gây nên cảm giác sáng về một màu sắc xác định và gọi là ánh sáng đơn sắc. Tập hợp các ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda_0$  nằm trong khoảng từ  $0,4 \mu\text{m}$  đến  $0,76 \mu\text{m}$  tạo thành ánh sáng trắng.

## 3. Quang lộ

Xét hai điểm A, B trong một môi trường đồng tính chiết suất  $n$ , cách nhau một đoạn bằng  $d$ . Thời gian ánh sáng đi từ A đến B là  $t = \frac{d}{v}$ , trong đó  $v$  là vận tốc ánh sáng trong môi trường.

**Định nghĩa:** Quang lộ giữa hai điểm A, B là đoạn đường ánh sáng truyền được trong chân không với cùng khoảng thời gian  $t$  cần thiết để sóng ánh sáng đi được đoạn đường  $d$  trong môi trường chiết suất  $n$ .

$$L = ct = \frac{c}{v}d = nd \quad (2-1)$$

Chiết suất  $n = c/v$  với  $c$  là vận tốc ánh sáng trong chân không.

Như vậy khi ánh sáng truyền trong môi trường chất, với việc sử dụng khái niệm quang lộ chúng ta đã chuyển quãng đường ánh sáng đi được trong môi trường chiết suất  $n$  sang quãng đường tương ứng trong chân không và do đó ta có thể sử dụng vận tốc truyền của ánh sáng trong chân không là  $c$  thay cho vận tốc  $v$  truyền trong môi trường.

Nếu ánh sáng truyền qua nhiều môi trường chiết suất  $n_1, n_2, n_3 \dots$  với các quãng đường tương ứng  $d_1, d_2, d_3 \dots$  thì quang lộ sẽ là

$$L = \sum_i n_i d_i \quad (2-2a)$$

Nếu ánh sáng truyền trong môi trường mà chiết suất thay đổi liên tục thì ta chia đoạn đường  $AB$  thành các đoạn nhỏ  $ds$  để coi chiết suất không thay đổi trên mỗi đoạn nhỏ đó và quang lộ sẽ là

$$L = \int_A^B n ds \quad (2-2b)$$

#### 4. Định lý Malus về quang lộ

**a. Mặt trực giao là mặt vuông góc với các tia của một chùm sáng.**



Hình 2-3. Mặt trực giao

Theo định nghĩa nếu chùm sáng là đồng qui thì mặt trực giao là các mặt cầu đồng tâm, còn nếu là chùm sáng song song thì mặt trực giao là các mặt phẳng song song.

**b. Định lý Malus:** Quang lộ của các tia sáng giữa hai mặt trực giao của một chùm sáng thì bằng nhau.

#### 5. Hàm sóng ánh sáng

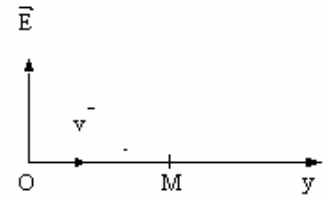
Xét sóng ánh sáng phẳng đơn sắc truyền theo phương  $y$  với vận tốc  $v$  trong môi trường chiết suất  $n$ . Giả sử tại  $O$  phương trình của dao động sáng là:

$$x(O) = A \cos \omega t \quad (2-3)$$

thì tại điểm  $M$  cách  $O$  một đoạn  $d$ , phương trình dao động sáng là:

$$\begin{aligned} x(M) &= A \cos \omega(t - \tau) = A \cos \omega(t - \frac{L}{c}) \\ &= A \cos(\omega t - \frac{2\pi L}{T} \frac{1}{c}) = A \cos(\omega t - \frac{2\pi L}{\lambda}) \end{aligned} \quad (2-4)$$

trong đó  $\tau$  là thời gian ánh sáng truyền từ O đến M, L là quang lộ trên đoạn đường OM,  $\lambda$  là bước sóng ánh sáng trong chân không, A là biên độ dao động và  $\varphi = \frac{2\pi L}{\lambda}$  là pha ban đầu. Phương trình (2-4) được gọi là *hàm sóng ánh sáng*.



Hình 2-4

## 6. Cường độ sáng

Cường độ sáng đặc trưng cho độ sáng tại mỗi điểm trong không gian có sóng ánh sáng truyền qua.

**Định nghĩa:** *Cường độ sáng tại một điểm là đại lượng có trị số bằng năng lượng trung bình của sóng ánh sáng truyền qua một đơn vị diện tích đặt vuông góc với phương truyền sáng trong một đơn vị thời gian.*

Vì mật độ năng lượng của sóng điện từ tỉ lệ thuận với bình phương biên độ của vectơ cường độ điện trường nên cường độ sáng tại một điểm tỉ lệ với bình phương biên độ dao động sáng tại điểm đó:

$$I = kA^2$$

k: Hệ số tỉ lệ. Khi nghiên cứu các hiện tượng giao thoa, nhiễu xạ đặc trưng cho tính chất sóng của ánh sáng, người ta chỉ cần so sánh cường độ sáng tại các điểm khác nhau mà không cần tính cụ thể giá trị của cường độ sáng, do đó qui ước lấy  $k = 1$ :

$$I = A^2 \quad (2-5)$$

## 7. Nguyên lý chồng chất các sóng

Khi có hai hay nhiều sóng ánh sáng truyền tới giao nhau tại một điểm nào đó trong không gian thì sự tổng hợp của các sóng tuân theo nguyên lý chồng chất các sóng. Nguyên lý này được phát biểu như sau:

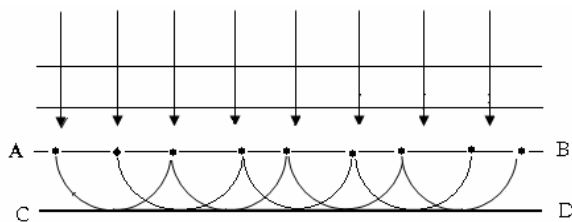
*“Khi hai hay nhiều sóng ánh sáng gặp nhau thì từng sóng riêng biệt không bị các sóng khác làm cho nhiễu loạn. Sau khi gặp nhau, các sóng ánh sáng vẫn truyền đi như cũ, còn tại những điểm gặp nhau dao động sáng bằng tổng các dao động sáng thành phần”.*

## 8. Nguyên lý Huygens

Nguyên lý Huygens được phát biểu như sau: "Mỗi điểm trong không gian nhận được sóng sáng từ nguồn sáng thực S truyền đến đều trở thành nguồn sáng thứ cấp phát sóng sáng về phía trước nó".

Nguyên lý Huygens được mô tả đơn giản trên hình 2-5 như sau: Sóng phẳng được phát ra từ nguồn sáng ở vô cùng tới mặt AB, tất cả các điểm trên mặt sóng AB đều trở thành

nguồn thứ cấp và lại phát sóng cầu về phía trước, bao hình CD của tất cả các sóng cầu này lại trở thành mặt sóng.

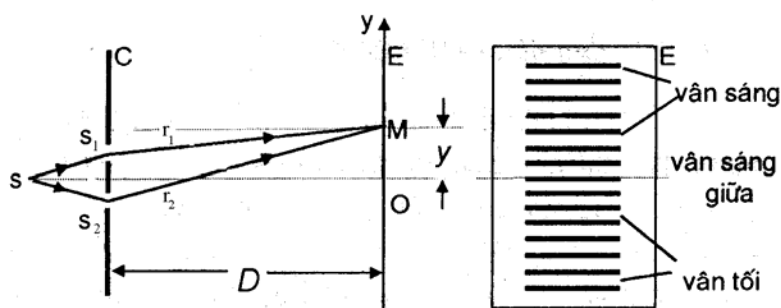


Hình 2-5

## §2. GIAO THOA ÁNH SÁNG

### 1. Định nghĩa:

Hiện tượng giao thoa ánh sáng là hiện tượng gặp nhau của hai hay nhiều sóng ánh sáng kết hợp, kết quả là trong trường giao thoa sẽ xuất hiện những vân sáng và những vân tối xen kẽ nhau.



Hình 2-6. Thí nghiệm giao thoa khe Young (Yâng)

**Điều kiện giao thoa:** hiện tượng giao thoa chỉ xảy ra đối với sóng ánh sáng kết hợp.

**Sóng ánh sáng kết hợp** là những sóng có hiệu pha không thay đổi theo thời gian.

Nguyên tắc tạo ra hai sóng ánh sáng kết hợp là từ một sóng duy nhất tách ra thành hai sóng riêng biệt. Dụng cụ để tạo ra các sóng ánh sáng kết hợp: ví dụ khe Young (hình 2-6), gương Fresnel.

### 2. Khảo sát hiện tượng giao thoa

#### a. Điều kiện cực đại, cực tiểu giao thoa

Xét hai nguồn sóng ánh sáng đơn sắc kết hợp  $S_1$  và  $S_2$ . Phương trình dao động sáng của chúng tại vị trí của  $S_1$  và  $S_2$  là:

$$x(S_1) = A_1 \cos \omega t$$

$$x(S_2) = A_2 \cos \omega t$$

Tại M ta nhận được hai dao động sáng:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t - \frac{2\pi L_1}{\lambda})$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t - \frac{2\pi L_2}{\lambda})$$

$L_1$  và  $L_2$  là quang lộ trên đoạn đường  $r_1$  và  $r_2$ .

Vì khoảng cách  $S_1S_2$  nhỏ hơn rất nhiều so với khoảng cách từ mặt phẳng của hai khe đến màn quan sát nên ta coi đây là trường hợp tổng hợp của hai dao động cùng phương, cùng tần số. Ta biết rằng biên độ dao động sáng tổng hợp tại M phụ thuộc vào hiệu pha của hai dao động

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(L_1 - L_2)$$

Nếu hai dao động cùng pha, hiệu pha  $\Delta\varphi = 2k\pi$ , thì biên độ dao động sáng tổng hợp tại M sẽ có giá trị cực đại và cường độ sáng tại điểm M là cực đại. Như vậy điều kiện cực đại giao thoa là:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(L_1 - L_2) = 2k\pi \quad (2-6)$$

$$\Rightarrow L_1 - L_2 = k\lambda \quad \text{với } k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2-7)$$

Nếu hai dao động ngược pha, hiệu pha  $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$ , thì biên độ dao động sáng tổng hợp tại M sẽ có giá trị cực tiểu và do đó cường độ sáng cực tiểu. Như vậy điều kiện cực tiểu giao thoa là:

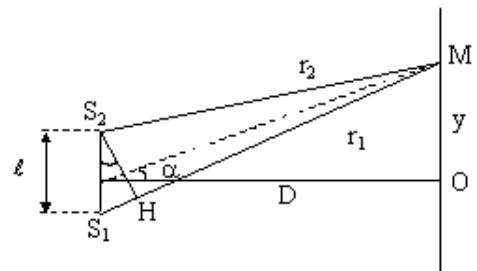
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(L_1 - L_2) = (2k+1)\pi \quad (2-8)$$

$$\Rightarrow L_1 - L_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad \text{với } k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2-9)$$

### b. Vị trí của vân giao thoa

Hệ thống khe Young như hình vẽ, được đặt trong không khí. Xét điểm M trên màn E, điểm M cách điểm O một khoảng là y. Từ  $S_2$  kẻ  $S_2H \perp S_1M$ . Vì  $S_1S_2 = \ell$  rất nhỏ và khoảng cách D từ khe đến màn E lớn nên  $S_1H \approx r_1 - r_2 = \ell \sin \alpha \approx \ell \tan \alpha$  và

$$r_1 - r_2 = \frac{\ell y}{D} \quad (2-10)$$



Hình 2-7. Vị trí của vân giao thoa



Trong không khí nên  $L_1 - L_2 = r_1 - r_2$ . Từ điều kiện cực đại, cực tiểu giao thoa ta dễ dàng tính được vị trí các vân sáng và vân tối.

Vị trí các vân sáng (cực đại giao thoa):

$$r_1 - r_2 = \frac{\ell \cdot y_s}{D} = k\lambda$$

$$y_s = k \frac{\lambda D}{\ell} \quad \text{với} \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2-11)$$

Vị trí các vân tối (cực tiểu giao thoa):

$$r_1 - r_2 = \frac{\ell y_t}{D} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

$$y_t = (2k + 1) \frac{\lambda D}{2\ell} \quad \text{với} \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2-12)$$

Từ các công thức (2-11) và (2-12) ta thấy ảnh giao thoa trên màn E có các đặc điểm:

- Với  $k = 0$  thì  $y_s = 0$ , tức là gốc O trùng với vân cực đại giao thoa. Vân này được gọi là vân cực đại giữa.

- Các vân cực đại giao thoa ứng với  $k = \pm 1, \pm 2, \dots$  và các vân cực tiểu giao thoa nằm xen kẽ cách đều nhau cả hai phía đối với vân cực đại giữa. Đối với vân sáng, bậc giao thoa trùng với  $|k|$ . Đối với vân tối, khi  $k > 0$  bậc giao thoa trùng với  $k + 1$ , khi  $k < 0$  bậc giao thoa trùng với  $|k|$ .

- Khoảng cách giữa hai vân sáng kế tiếp:

$$i = y_{k+1} - y_k = (k + 1) \frac{\lambda D}{\ell} - k \frac{\lambda D}{\ell} = \frac{\lambda D}{\ell} \quad (2-13)$$

Tương tự, khoảng cách giữa hai vân tối kế tiếp cũng là  $i$  và  $i$  được gọi là *khoảng vân*.

Các vân giao thoa là các đoạn thẳng nằm trên mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng hình vẽ, do đó nếu dịch chuyển đồng thời  $S_1$  và  $S_2$  theo phương vuông góc với mặt phẳng hình vẽ thì hệ thống vân chỉ trượt trên mình nó và không thay đổi gì. Do đó ta có thể thay hai nguồn sáng điểm  $S_1$  và  $S_2$  bằng hai nguồn sáng khe đặt vuông góc với mặt phẳng hình vẽ để cho hình ảnh giao thoa rõ nét hơn.

### c. Hệ vân giao thoa khi dùng ánh sáng trắng

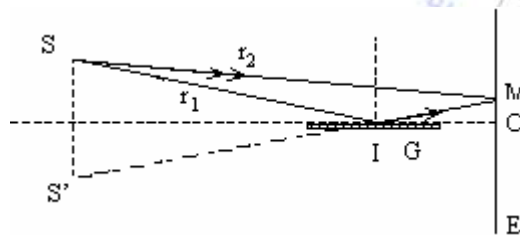
Nếu nguồn sáng  $S_1$  và  $S_2$  phát ánh sáng trắng gồm mọi ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 0,4 \div 0,76 \mu\text{m}$ , thì mỗi ánh sáng đơn sắc sẽ cho một hệ vân giao thoa có màu sắc riêng và độ rộng  $i$  khác nhau. Tại gốc tọa độ O, mọi ánh sáng đơn sắc đều cho cực đại, nên vân cực đại giữa là một vân sáng trắng, hai mép viền màu (trong tím, ngoài đỏ). Những vân cực đại khác ứng với cùng một giá trị của  $k$  là những vân có màu sắc khác nhau nằm chồng lên nhau tạo thành những vân sáng nhiều màu sắc. Các vân này càng bị nhòe dần khi xa vân sáng trắng ở trung tâm.

### §3. GIAO THOA GÂY BỞI BẢN MỎNG

Khi nhìn vào màng xà phòng, vầng dầu trên mặt nước, ta thấy màu sắc rất đẹp, màu sắc đó được tạo nên bởi sự giao thoa của các tia phản xạ trên hai mặt của bản mỏng. Trước khi đi vào nghiên cứu về giao thoa gây bởi bản mỏng chúng ta xem xét hiện tượng giao thoa do phản xạ.

#### 1. Giao thoa do phản xạ

Để nghiên cứu hiện tượng giao thoa do phản xạ Lloyd đã làm thí nghiệm sau: Gương G được bôi đen đằng sau, chiết suất của thủy tinh lớn hơn chiết suất của không khí  $n_{tt} > n_{kk}$ . Nguồn sáng S rộng và cách xa. Màn E được đặt vuông góc với gương. Một điểm M trên màn E sẽ nhận được hai tia sáng từ S gửi đến. Tia truyền trực tiếp SM và tia SIM phản xạ trên gương, sau đó đến M. Hai tia này giao thoa với nhau.



Hình 2-8. Thí nghiệm của Lloyd

Theo lí thuyết: nếu  $r_1 - r_2 = L_1 - L_2 = k\lambda$  thì điểm M sáng, nếu  $r_1 - r_2 = L_1 - L_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$  thì điểm M sẽ tối. Tuy nhiên thực nghiệm lại thấy rằng: những điểm lí thuyết dự đoán là sáng thì kết quả lại là tối và ngược lại, những điểm lí thuyết dự đoán là tối thì lại là sáng. Vậy hiệu pha dao động của hai tia sáng trong trường hợp này không phải là  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(L_1 - L_2)$  mà phải là  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(L_1 - L_2) + \pi$ . Để  $\Delta\varphi$  thêm một lượng  $\pi$  thì pha dao động của một trong hai tia phải thay đổi một lượng  $\pi$ . Vì tia SM truyền trực tiếp từ nguồn đến điểm M, nên chỉ có tia phản xạ trên gương mới thay đổi, cụ thể là pha dao động của nó sau khi phản xạ sẽ thay đổi một lượng  $\pi$ . Tương đương với việc pha thay đổi một lượng là  $\pi$  thì quang lộ của nó sẽ thay đổi một lượng là:

$$\begin{aligned} \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}L_1 &\Rightarrow \varphi'_1 = \frac{2\pi}{\lambda}L_1 + \pi = \frac{2\pi}{\lambda}L'_1 \\ L'_1 &= L_1 + \frac{\lambda}{2} \end{aligned} \quad (2-14)$$

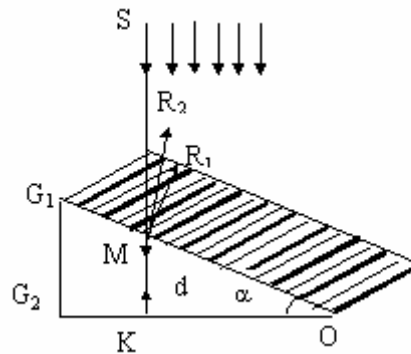
Trong đó  $\varphi_1$  và  $L_1$  là pha và quang lộ khi chưa tính đến sự thay đổi pha do phản xạ, còn  $\varphi'_1$  và  $L'_1$  là pha và quang lộ của tia sáng khi có tính đến sự phản xạ trên thủy tinh là môi

trường chiết quang hơn môi trường ánh sáng tới. Trong trường hợp phản xạ trên môi trường có chiết suất nhỏ hơn chiết suất môi trường ánh sáng tới, ví dụ ta cho ánh sáng truyền trong môi trường thủy tinh đến mặt phân cách giữa thủy tinh và không khí rồi phản xạ lại, khi đó pha dao động và quang lộ của tia phản xạ không có gì thay đổi.

**Kết luận:** Khi phản xạ trên môi trường chiết quang hơn môi trường ánh sáng tới, pha dao động của ánh sáng thay đổi một lượng  $\pi$ , điều đó cũng tương đương với việc coi tia phản xạ dài thêm một đoạn  $\frac{\lambda}{2}$ .

## 2. Giao thoa gây bởi nêm không khí

Nêm không khí là một lớp không khí hình nêm giới hạn bởi hai bản thủy tinh phẳng  $G_1, G_2$  có độ dày không đáng kể, đặt nghiêng với nhau một góc nhỏ  $\alpha$ . Chiếu chùm tia sáng đơn sắc song song, vuông góc với mặt  $G_2$ . Tia sáng từ nguồn  $S$  đi vào bản thủy tinh  $G_1$  tới  $M$  chia làm hai: Một tia phản xạ đi ra ngoài (tia  $R_1$ ), một tia đi tiếp vào nêm không khí, đến  $K$  trên  $G_2$  và phản xạ tại đó rồi đi ra ngoài (tia  $R_2$ ). Tại  $M$  có sự gặp nhau của hai tia phản xạ nói trên và chúng giao thoa với



Hình 2-9. Nêm không khí

nhau. Trên mặt  $G_1$  ta nhận được vân giao thoa. Tia  $R_2$  (là tia phản xạ trên mặt  $G_2$ ) phải đi thêm một đoạn  $2d$  so với tia  $R_1$  (là tia phản xạ trên mặt  $G_1$ ) và vì tia  $R_2$  phản xạ trên mặt trên của  $G_2$  (thủy tinh) chiết quang hơn môi trường ánh sáng đến (không khí) nên quang lộ của tia này dài thêm một đoạn là  $\frac{\lambda}{2}$ . Còn tia  $R_1$  phản xạ trên mặt dưới của  $G_1$  thì không thay đổi pha vì đây là phản xạ trên môi trường không khí, kém chiết quang hơn môi trường ánh sáng tới (môi trường thủy tinh). Hiệu quang lộ của hai tia là:

$$L_2 - L_1 = 2d + \frac{\lambda}{2} \quad (2-15)$$

$d$  là bề dày của lớp không khí tại  $M$ . Các điểm tối thỏa mãn điều kiện:

$$L_2 - L_1 = 2d + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

Do đó:

$$d_t = k \frac{\lambda}{2} \quad \text{với} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2-16)$$

Tập hợp các điểm có cùng bề dày  $d$  của lớp không khí là một đoạn thẳng song song với cạnh nêm. Tại cạnh nêm  $d = 0$ , ta có một vân tối.

Các điểm sáng thỏa mãn điều kiện:



$$L_2 - L_1 = 2d + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

Do đó:

$$d_s = (2k - 1) \frac{\lambda}{4} \quad \text{với} \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2-17)$$

Vân sáng cũng là những đoạn thẳng song song với cạnh nêm và nằm xen kẽ với vân tối.

### 3. Vân tròn Newton

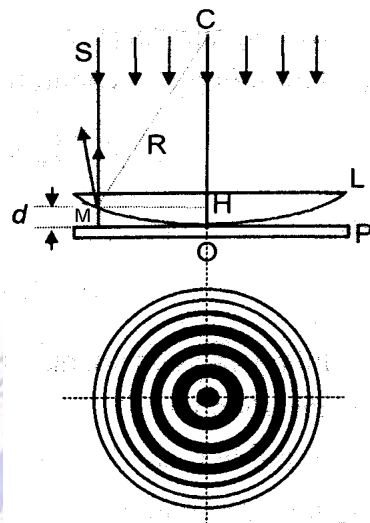
Hệ cho vân tròn Newton gồm một thấu kính phẳng - lồi đặt tiếp xúc với một bản thủy tinh phẳng (hình 2-10). Lớp không khí giữa thấu kính và bản thủy tinh là bản mỏng có bề dày thay đổi. Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song vuông góc với bản thủy tinh. Các tia sáng phản xạ ở mặt trên và mặt dưới của bản mỏng này sẽ giao thoa với nhau, tạo thành các vân giao thoa có cùng độ dày, định xứ ở mặt cong của thấu kính phẳng - lồi.

Giống như nêm không khí, cực tiểu vân giao thoa (vân tối) nằm tại vị trí ứng với bề dày của lớp không khí:

$$d_t = k \frac{\lambda}{2} \quad \text{với} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2-18)$$

và cực đại vân giao thoa (vân sáng) nằm tại vị trí ứng với bề dày lớp không khí:

$$d_s = (2k - 1) \frac{\lambda}{4} \quad \text{với} \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2-19)$$



Hình 2-10. Vân tròn Newton

Do tính chất đối xứng của bản mỏng nên các vân giao thoa là những vòng tròn đồng tâm gọi là vân tròn Newton.

Ta tính bán kính của vân thứ k:

$$r_k^2 = R^2 - (R - d_k)^2$$

trong đó  $R$  là bán kính cong của thấu kính,  $d_k$  là bề dày của lớp không khí tại vân thứ  $k$ . Vì  $d_k \ll R$  do đó:

$$r_k^2 \approx 2Rd_k$$

Nếu vân thứ  $k$  đó là vân tối, ta có  $d_t = k \frac{\lambda}{2}$ , do đó:

$$r_k = \sqrt{R\lambda} \cdot \sqrt{k} \quad (2-20)$$

Như vậy bán kính của các vân tối tỉ lệ với căn bậc hai của các số nguyên liên tiếp.

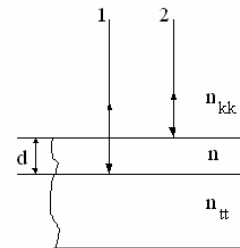
## §4. ỨNG DỤNG HIỆN TƯỢNG GIAO THOA

### 1. Kiểm tra các mặt kính phẳng và lồi

Để kiểm tra độ phẳng của một tấm kính hoặc độ cong của một mặt cầu lồi người ta đặt chúng trên một tấm thủy tinh có độ phẳng chuẩn để tạo ra một bản mỏng hình nêm hoặc một hệ cho vân tròn Newton. Nếu tấm kính không thật phẳng hoặc mặt cầu không cong đều thì các vân giao thoa sẽ không thành những đường song song cách đều hoặc không phải là những vân tròn đồng tâm mà bị méo mó tại những chỗ bị lỗi.

### 2. Khử phản xạ các mặt kính

Khi một chùm sáng rơi vào mặt thấu kính hay lăng kính thì một phần ánh sáng sẽ bị phản xạ trở lại. Ánh sáng phản xạ này sẽ làm ảnh bị mờ. Để khử phản xạ, người ta phủ lên thủy tinh một màng mỏng trong suốt, có chiều dày  $d$  và chiết suất  $n$ . Khi chiếu chùm tia sáng song song theo phương vuông góc với màng mỏng thì có sự giao thoa của hai tia phản xạ, tia thứ nhất phản xạ trên mặt giới hạn giữa màng mỏng-thủy tinh và tia thứ hai phản xạ trên mặt phân cách giữa không khí-màng mỏng. Chiết suất  $n$  và bề dày  $d$  của màng được chọn sao cho hai tia phản xạ ngược pha nhau. Gọi  $n_{kk}$  và  $n_{tt}$  là chiết suất của không khí và chiết suất của thủy tinh thì  $n_{kk} < n < n_{tt}$ . Hiệu quang lộ của hai tia phản xạ thỏa mãn điều kiện cực tiểu giao thoa:



Hình 2-11. Khử ánh sáng phản xạ

$$\Delta L = 2nd + \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2} = 2nd = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

suy ra: 
$$d = (2k + 1) \frac{\lambda}{4n} \quad (2-21)$$

$\lambda$  là bước sóng ánh sáng trong chân không. Độ dày nhỏ nhất của màng mỏng là:

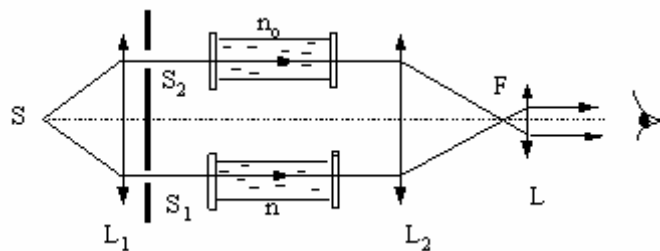
$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4n} \quad (2-22)$$

Ta thấy không thể khử đồng thời mọi ánh sáng phản xạ có bước sóng khác nhau. Trong thực tế thường chọn bề dày  $d$  thỏa mãn điều kiện (2-22) ứng với ánh sáng màu xanh lục  $\lambda = 0,55\mu\text{m}$  là ánh sáng nhạy nhất với mắt người.

### 3. Giao thoa kế Rayleigh (Rêlây)

Giao thoa kế Rayleigh là dụng cụ dùng để đo chiết suất (hay nồng độ) của chất lỏng và chất khí với độ chính xác cao. Mô hình của giao thoa kế Rayleigh được trình bày trên hình 2-12.

Ánh sáng đơn sắc từ nguồn  $S$  sau khi qua thấu kính hội tụ  $L_1$  và hai khe  $S_1, S_2$  bị tách thành hai chùm tia song song. Hai chùm đó sẽ giao thoa với nhau trên mặt phẳng tiêu của thấu kính hội tụ  $L_2$ . Nhờ thị kính  $L$  ta có thể quan sát được hệ thống vân giao thoa đó.



Hình 2-12. Giao thoa kế Rayleigh

Trên đường đi của hai chùm tia ban đầu ta đặt hai ống chiều dài  $d$  đựng cùng một chất lỏng chiết suất  $n_0$  đã biết. Ghi hệ thống vân giao thoa trên màn quan sát. Sau đó thay chất lỏng trong một ống bằng chất lỏng cần nghiên cứu. Vì chiết suất của chất lỏng đựng trong hai ống bây giờ khác nhau nên hiệu quang lộ của hai chùm tia bị thay đổi một lượng

$$\Delta L = L_1 - L_2 = (n - n_0)d \quad (2-23)$$

$n$  là chiết suất của chất lỏng cần đo. Kết quả là hệ thống vân giao thoa bị dịch chuyển. Đếm số vân giao thoa bị dịch chuyển ta có thể tính được chiết suất của chất lỏng. Ta biết rằng khi hiệu quang lộ thay đổi một bước sóng thì hệ thống vân dịch chuyển một khoảng vân. Do đó nếu hệ thống vân giao thoa dịch chuyển  $m$  khoảng vân thì hiệu quang lộ sẽ thay đổi một khoảng bằng:

$$\Delta L = (n - n_0)d = m\lambda \quad (2-24)$$

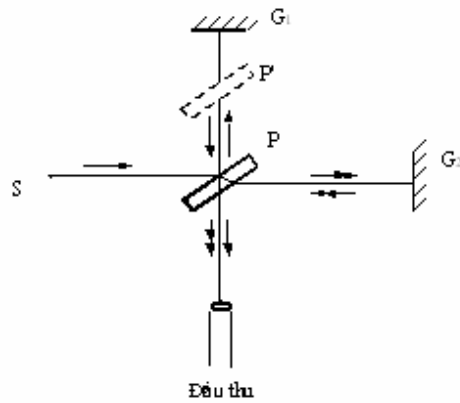
Từ đó suy ra chiết suất của chất lỏng cần đo là:

$$n = \frac{m\lambda}{d} + n_0 \quad (2-25)$$

Ta cũng có thể đo chiết suất một chất khí bằng cách sử dụng giao thoa kế Rayleigh, so sánh chất khí đó với một chất khí có chiết suất biết trước.

#### 4. Giao thoa kế Michelson (Maikenxon)

Giao thoa kế Michelson dùng để đo độ dài các vật với độ chính xác cao. Hình 2-13 trình bày mô hình của giao thoa kế Michelson. Ánh sáng từ nguồn S chiếu tới bản bán mạ P (được tráng một lớp bạc rất mỏng) dưới góc 45°. Tại đây ánh sáng bị tách thành hai tia: tia phản xạ truyền đến gương  $G_1$  và tia khúc xạ truyền đến gương  $G_2$ . Sau khi phản xạ trên hai gương  $G_1$  và  $G_2$  các tia sáng truyền ngược trở lại, đi qua bản P và tới giao thoa với nhau ở kính quan sát. Vì tia thứ nhất chỉ đi qua bản P một lần còn tia thứ hai đi qua P ba lần nên hiệu quang lộ của hai tia lớn, vân giao thoa quan sát được là những vân bậc cao, nên nhìn không rõ nét. Để khắc phục điều này người ta đặt bản P' giống hệt P nhưng không tráng bạc trên đường đi của tia thứ nhất.



Hình 2-13. Giao thoa kế Michelson

Nếu ta dịch chuyển gương  $G_2$  song song với chính nó dọc theo tia sáng một đoạn bằng nửa bước sóng thì hiệu quang lộ của hai tia sẽ thay đổi một bước sóng, kết quả hệ vân giao thoa sẽ thay đổi một khoảng vân. Vậy muốn đo chiều dài của một vật ta dịch chuyển gương  $G_2$  từ đầu này đến đầu kia của vật và đếm số vân dịch chuyển. Nếu hệ thống vân dịch chuyển  $m$  khoảng vân thì chiều dài của vật cần đo là:

$$\ell = m \frac{\lambda}{2} \quad (2-26)$$

Giao thoa kế Michelson dùng để đo chiều dài với độ chính xác rất cao, tới phần trăm micrômet ( $10^{-8}\text{m}$ ).

### III. TÓM TẮT NỘI DUNG

#### 1. Giao thoa ánh sáng của khe Young

\* Giao thoa ánh sáng là hiện tượng gặp nhau của hai hay nhiều sóng ánh sáng kết hợp. Kết quả là trong trường giao thoa sẽ xuất hiện những vân sáng và những vân tối xen kẽ nhau.

\* Sóng ánh sáng kết hợp là những sóng có cùng phương dao động và hiệu pha không thay đổi theo thời gian.

\* Điều kiện cực đại giao thoa là:

$$L_1 - L_2 = k\lambda, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Điều kiện cực tiểu giao thoa là:

$$L_1 - L_2 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

\* Vị trí các vân sáng (cực đại giao thoa):

$$y_s = k \frac{\lambda D}{\ell}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Vị trí các vân tối (cực tiểu giao thoa):

$$y_t = (2k + 1) \frac{\lambda D}{2\ell}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Khoảng cách giữa hai vân sáng (hoặc vân tối) kế tiếp:

$$i = \frac{\lambda D}{\ell}$$

## 2. Giao thoa gây bởi bản mỏng

\* Giao thoa do phản xạ: Khi phản xạ trên môi trường chiết quang hơn môi trường ánh sáng tới, quang lộ của tia phản xạ dài thêm một đoạn  $\lambda/2$ .

\* Giao thoa của nê-m không khí: Nê-m không khí là một lớp không khí hình nê-m giới hạn bởi hai bản thủy tinh phẳng  $G_1, G_2$  có độ dày không đáng kể, đặt nghiêng với nhau một góc nhỏ  $\alpha$ . Do sự giao thoa của các tia phản xạ ở mặt trên và mặt dưới của nê-m, ta thu được các vân thoa ở ngay mặt trên của nê-m. Cực tiểu vân giao thoa (vân tối) nằm tại vị trí ứng với bề dày của lớp không khí:

$$d_t = k \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Tập hợp các điểm có cùng bề dày  $d$  của lớp không khí là một đoạn thẳng song song với cạnh nê-m. Tại cạnh nê-m  $d = 0$  ta có một vân tối.

Cực đại vân giao thoa (vân sáng) nằm tại vị trí ứng với bề dày lớp không khí:

$$d_s = (2k - 1) \frac{\lambda}{4}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Vân sáng cũng là những đoạn thẳng song song với cạnh nê-m và nằm xen kẽ với vân tối.

\* Vân tròn Newton: Hệ cho vân tròn Newton gồm một thấu kính phẳng - lồi đặt tiếp xúc với một bản thủy tinh phẳng. Lớp không khí giữa thấu kính và bản thủy tinh là bản mỏng có bề dày thay đổi.

Giống như nê-m không khí, cực tiểu vân giao thoa (vân tối) nằm tại vị trí ứng với bề dày của lớp không khí:

$$d_t = k \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

và cực đại vân giao thoa (vân sáng) nằm tại vị trí ứng với bề dày lớp không khí

$$d_s = (2k - 1) \frac{\lambda}{4}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Do tính chất đối xứng của bản mỏng nên các vân giao thoa là những vòng tròn đồng tâm gọi là vân tròn Newton.

Bán kính của vân tối thứ  $k$ :

$$r_k = \sqrt{R\lambda} \cdot \sqrt{k}$$

Sự giao thoa cho bởi các bản mỏng có rất nhiều ứng dụng trong việc kiểm tra độ phẳng và độ cong của các thấu kính. Người ta dùng giao thoa kế Milchelson để đo độ dài của một vật, phép đo đạt độ chính xác tới  $10^{-8}\text{m}$ .

#### IV. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

1. Nêu định nghĩa hiện tượng giao thoa ánh sáng, điều kiện giao thoa ánh sáng. Thế nào là sóng ánh sáng kết hợp ?
2. Tìm điều kiện cực đại, cực tiểu giao thoa. Xác định vị trí các vân giao thoa cực đại và cực tiểu, bề rộng của các vân giao thoa.
3. Mô tả hiện tượng giao thoa khi dùng ánh sáng trắng.
4. Trình bày hiện tượng giao thoa gây bởi nêm không khí và ứng dụng.
5. Trình bày hiện tượng giao thoa cho bởi hệ vân tròn Newton và ứng dụng.
6. Mô tả và nêu ứng dụng của giao thoa kế Rayleigh.
7. Mô tả và nêu ứng dụng của giao thoa kế Milchelson.

#### V. BÀI TẬP

**Thí dụ 1:** Hai khe Young cách nhau một khoảng  $\ell = 1\text{mm}$ , được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 0,6\mu\text{m}$ . Màn quan sát được đặt cách mặt phẳng chứa hai khe một đoạn  $D=2\text{m}$ .

1. Tìm khoảng vân giao thoa.
2. Xác định vị trí của ba vân sáng đầu tiên ( coi vân sáng trung tâm là vân sáng bậc không).
3. Xác định độ dịch của hệ vân giao thoa trên màn quan sát nếu trước một trong hai khe đặt một bản mỏng song song, trong suốt có bề dày  $e=2\mu\text{m}$ , chiết suất  $n = 1,5$ .

**Bài giải**

$$1. \text{ Khoảng vân giao thoa: } i = \frac{\lambda D}{\ell} = \frac{0,6 \cdot 10^{-6} \cdot 2}{10^{-3}} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

2. Vị trí của vân sáng được xác định bởi công thức:

$$y_s = \frac{k\lambda D}{\ell}, \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

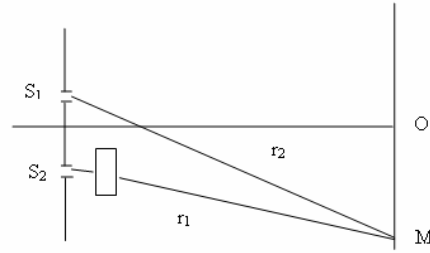
$$y_{s1} = \frac{\lambda D}{\ell} = \frac{0,6 \cdot 10^{-6} \cdot 2}{10^{-3}} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad y_{s2} = \frac{2\lambda D}{\ell} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$y_{s3} = \frac{3\lambda D}{\ell} = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$



### 3. Độ dịch chuyển của hệ vân:

Khi đặt bản mỏng trong suốt trước một trong hai khe, hiệu quang lộ giữa các tia sáng từ hai khe đến một điểm trên màn thay đổi. Muốn biết hệ vân dịch chuyển như thế nào, ta phải tính hiệu quang lộ của hai tia sáng tại một điểm trên màn. Từ hình vẽ ta có hiệu quang lộ



$$L_1 - L_2 = [(r_1 - e) + ne] - r_2 = (r_1 - r_2) + (n - 1)e$$

Mà  $r_1 - r_2 = \frac{y'\ell}{D}$ , do đó  $L_1 - L_2 = \frac{y'\ell}{D} + (n - 1)e$

Vị trí vân sáng được xác định bởi điều kiện:

$$L_1 - L_2 = \frac{y'_s \ell}{D} + (n - 1)e = k\lambda \rightarrow y'_s = \frac{k\lambda D}{\ell} - \frac{(n - 1)eD}{\ell}$$

Vị trí vân tối được xác định bởi điều kiện:

$$L_1 - L_2 = \frac{y'_t \ell}{D} + (n - 1)e = (2k + 1)\frac{\lambda D}{2\ell} \rightarrow y'_t = (2k + 1)\frac{\lambda D}{2\ell} - \frac{(n - 1)eD}{\ell}$$

Mặt khác:  $y_s = \frac{k\lambda D}{\ell}$ ,  $y_t = \frac{(2k + 1)\lambda D}{2\ell}$

Hệ vân dịch chuyển một khoảng:  $\Delta y = \frac{e(n - 1).D}{\ell} = \frac{2.10^{-6}.0,5.2}{10^{-3}} = 2.10^{-3} \text{ m}$

**Thí dụ 2:** Một chùm sáng song song có bước sóng  $\lambda = 0,6\mu\text{m}$  chiếu vuông góc với mặt nêôm không khí. Tìm góc nghiêng của nêôm. Cho biết độ rộng của 10 khoảng vân kế tiếp ở mặt trên của nêôm bằng  $b = 10\text{mm}$ .

**Bài giải:**

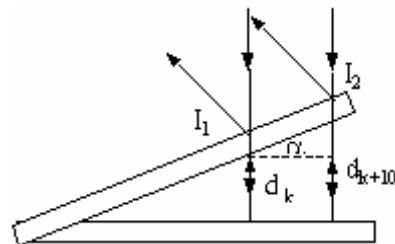
Hiệu quang lộ hai tia:

$$\Delta L = 2d + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$$

Độ dày của nêôm không khí tại vị trí vân tối thứ k:

$$d_k = \frac{k\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Độ dày của nêôm không khí tại vị trí vân tối thứ k+10:



$$d_{k+10} = \frac{(k+10)\lambda}{2}$$

$$\alpha \approx \sin \alpha = \frac{d_{k+10} - d_k}{I_1 I_2} = \frac{(k+10)\frac{\lambda}{2} - k\frac{\lambda}{2}}{b} = \frac{5\lambda}{b} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

**Thí dụ 3:** Một chùm sáng đơn sắc song song chiếu vuông góc với mặt phẳng của bản mỏng không khí nằm giữa bản thủy tinh phẳng đặt tiếp xúc với mặt cong của thấu kính phẳng - lồi. Bán kính của mặt lồi thấu kính là  $R = 6,4\text{m}$ . Quan sát hệ vân tròn Newton trong chùm sáng phản xạ, người ta đo được bán kính của hai vân tối kế tiếp lần lượt là  $4,0\text{mm}$  và  $4,38\text{mm}$ . Xác định bước sóng của chùm sáng chiếu tới và số thứ tự của các vân nói trên.

**Bài giải:** Bán kính của hai vân tối kế tiếp thứ  $k$  và  $k+1$  trong hệ vân tròn Newton được xác định bởi công thức:

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}, \quad r_{k+1} = \sqrt{(k+1)R\lambda}$$

Bước sóng chùm ánh sáng chiếu tới:

$$\lambda = \frac{r_{k+1}^2 - r_k^2}{R} = \frac{(4,38 \cdot 10^{-3})^2 - (4 \cdot 10^{-3})^2}{6,4} = 0,497 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Số thứ tự của vân tối thứ  $k$ :

$$k = \frac{r_k^2}{R\lambda} = \frac{(4 \cdot 10^{-3})^2}{6,4 \cdot 0,497 \cdot 10^{-6}} = 5$$

Số thứ tự của vân tối kế tiếp là 6.

### Bài tập tự giải

1. Hai khe Young cách nhau một khoảng  $\ell = 1\text{mm}$ , được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc, hệ vân giao thoa quan sát được trên màn có khoảng vân  $i = 1,5\text{mm}$ . Khoảng cách từ màn quan sát đến mặt phẳng chứa hai khe  $D = 3\text{m}$ . Tìm:

1. Bước sóng của ánh sáng chiếu tới.
2. Vị trí của vân sáng thứ ba và vân tối thứ tư.

### Đáp số

$$1. i = \frac{\lambda D}{\ell} \Rightarrow \lambda = \frac{i\ell}{D} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$2. y_{s_3} = \frac{3\lambda D}{\ell} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad y_{t_4} = \frac{(2k+1)\lambda D}{2\ell} = 5,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

2. Hai khe Young cách nhau một khoảng  $\ell = 1\text{mm}$ , được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng chưa biết. Màn quan sát được đặt cách mặt phẳng chứa hai khe một đoạn  $D = 2\text{m}$ . Khoảng cách từ vân sáng thứ nhất đến vân sáng thứ bảy là  $7,2\text{mm}$ . Tìm:

1. Bước sóng của ánh sáng chiếu tới.



2. Vị trí của vân tối thứ ba và vân sáng thứ tư.

3. Độ dịch chuyển của hệ vân giao thoa trên màn quan sát, nếu đặt trước một trong hai khe một bản mỏng song song, trong suốt, chiết suất  $n=1,5$ , bề dày  $e=0,02\text{mm}$ .

**Đáp số:** Khoảng cách từ vân sáng thứ nhất đến vân sáng thứ bảy là  $6i \rightarrow i=1,2 \cdot 10^{-3}\text{m}$

$$1. i = \frac{\lambda D}{\ell} \Rightarrow \lambda = \frac{i\ell}{D} = 0,6 \cdot 10^{-6}\text{m},$$

$$2. y_{t3} = \frac{(2k+1)\lambda D}{2\ell} = 3\text{mm}, y_{s4} = 4i = 4,8\text{mm}$$

$$3. \Delta y = \frac{e(n-1) \cdot D}{\ell} = \frac{0,02 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 \cdot 2}{10^{-3}} = 0,02\text{m}$$

3. Hai khe Young cách nhau một khoảng  $\ell=2\text{mm}$ , được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda=0,6\mu\text{m}$ . Màn quan sát được đặt cách mặt phẳng chứa hai khe một đoạn  $D=1\text{m}$ .

1. Tìm vị trí vân sáng thứ tư và vân tối thứ năm.

2. Đặt trước một trong hai khe một bản mỏng song song, trong suốt, chiết suất  $n=1,5$ , hệ vân giao thoa trên màn quan sát dịch một khoảng  $2\text{mm}$ . Tìm bề dày của bản mỏng.

**Đáp số**

$$1. y_{s4} = \frac{4\lambda D}{\ell} = 1,2 \cdot 10^{-3}\text{m}, y_{t5} = \frac{(2k+1)\lambda D}{2\ell} = 1,35 \cdot 10^{-3}\text{m}$$

$$2. \Delta y = \frac{e(n-1) \cdot D}{\ell} \Rightarrow e = \frac{\Delta y \cdot \ell}{(n-1) \cdot D} = 8 \cdot 10^{-6}\text{m}$$

4. Hai khe Young cách nhau một khoảng  $\ell=1\text{mm}$ , được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc bước sóng  $\lambda=0,5\mu\text{m}$ . Màn quan sát được đặt cách mặt phẳng chứa hai khe một đoạn  $D=2\text{m}$ .

1. Tìm khoảng vân giao thoa.

2. Đặt trước một trong hai khe một bản mỏng song song, trong suốt, bề dày  $e=12\mu\text{m}$ , hệ vân giao thoa trên màn quan sát dịch một khoảng  $6\text{mm}$ . Tìm chiết suất của bản mỏng.

**Đáp số**

$$1. i = \frac{\lambda D}{\ell} = \frac{0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 2}{10^{-3}} = 10^{-3}\text{m},$$

$$2. \Delta y = \frac{e(n-1) \cdot D}{\ell} \Rightarrow n = \frac{\Delta y \cdot \ell + eD}{eD} = 1,25$$

5. Hai khe Young cách nhau một khoảng  $\ell=1\text{mm}$ , được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng chưa biết. Khi hệ thống đặt trong không khí cho khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp  $i=0,6\text{mm}$ . Màn quan sát được đặt cách mặt phẳng chứa hai khe  $D=1\text{m}$ .

1. Tìm bước sóng của ánh sáng chiếu tới.

2. Nếu đổ vào khoảng giữa màn quan sát và mặt phẳng chứa hai khe một chất lỏng thì khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp  $i' = 0,45\text{mm}$ . Tìm chiết suất của chất lỏng.

**Đáp số**

$$1. i = \frac{\lambda D}{\ell} \Rightarrow \lambda = \frac{i\ell}{D} = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}, \quad 2. i' = \frac{i}{n} \Rightarrow n = \frac{i}{i'} = \frac{4}{3}$$

6. Một chùm ánh sáng đơn sắc song song có bước sóng  $\lambda = 0,5\mu\text{m}$  chiếu vuông góc với một mặt của nêm không khí. Quan sát trong ánh sáng phản xạ, người ta đo được độ rộng của mỗi vân giao thoa bằng  $i = 0,5\text{mm}$ .

1. Xác định góc nghiêng của nêm.

2. Chiếu đồng thời vào mặt nêm không khí hai chùm tia sáng đơn sắc có bước sóng lần lượt là  $\lambda_1 = 0,5\mu\text{m}$ ,  $\lambda_2 = 0,6\mu\text{m}$ . Tìm vị trí tại đó các vân tối cho bởi hai chùm sáng nói trên trùng nhau. Coi cạnh của bản mỏng nêm không khí là vân tối bậc không.

**Đáp số**

1. Độ dày của nêm không khí tại vị trí vân tối bậc  $k$  là:  $d_k = \frac{k\lambda}{2}$

Độ rộng của một vân giao thoa:  $i = \frac{d_{k+1} - d_k}{\alpha} = \frac{\lambda}{2\alpha} \rightarrow \alpha = \frac{\lambda}{2i} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$

2. Gọi  $x$  là khoảng cách từ cạnh nêm đến vân tối thứ  $k$  trên mặt nêm. Vì bản nêm có góc nghiêng rất nhỏ nên:  $\alpha \approx \sin \alpha = \frac{d_k}{x}$

Vị trí của vân tối thứ  $k$ :  $x = \frac{k\lambda}{2\alpha} = ki$

Vị trí tại đó các vân tối của hai chùm sáng đơn sắc  $\lambda_1$  và  $\lambda_2$  trùng nhau:

$$\frac{k_1\lambda_1}{2\alpha} = \frac{k_2\lambda_2}{2\alpha} \rightarrow k_2 = \frac{5}{6}k_1$$

$k_1$	0	6	12	18...
$k_2$	0	5	10	15...
$x_1=x_2 \text{ (mm)}$	0	3,0	6,0	9,0...

7. Một bản mỏng nêm thủy tinh có góc nghiêng  $\alpha = 2'$  và chiết suất  $n = 1,52$ . Chiếu một chùm sáng đơn sắc song song vuông góc với một mặt của bản. Xác định bước sóng của chùm sáng đơn sắc nếu khoảng cách giữa hai vân tối kế tiếp bằng  $i = 0,3\text{mm}$ .

**Đáp số:**

Các vân tối thỏa mãn điều kiện cực tiểu giao thoa:

$$\Delta L = 2nd - \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

Độ dày của bản nêi tại vị trí vân tối thứ k:  $d_k = (k+1)\frac{\lambda}{2n}$ . Gọi x là khoảng cách từ cạnh nêi đến vị trí vân tối thứ k trên mặt nêi. Vì góc nghiêng của nêi rất nhỏ nên coi gần đúng:  $\alpha \approx \sin \alpha = \frac{d}{x}$

Độ rộng của mỗi vân giao thoa:

$$i = x_{k+1} - x_k = \frac{d_{k+1} - d_k}{\alpha} = \frac{\lambda}{2n\alpha} \rightarrow \lambda = 2n\alpha i = 0,529\mu\text{m}$$

8. Xét một hệ thống cho vân tròn Newton. Xác định bề dày của lớp không khí ở đó ta quan sát thấy vân sáng đầu tiên, biết rằng ánh sáng tới có bước sóng  $\lambda = 0,6\mu\text{m}$ .

**Đáp số:**  $d_s = (2k-1)\frac{\lambda}{4}$ ,  $k=1,2,3.. \rightarrow d_{s_1} = \frac{\lambda}{4} = 0,15\mu\text{m}$

9. Cho một chùm sáng đơn sắc song song chiếu vuông góc với mặt phẳng của bản mỏng không khí nằm giữa bản thủy tinh phẳng đặt tiếp xúc với mặt cong của một thấu kính phẳng - lồi. Tìm bề dày của lớp không khí tại vị trí vân tối thứ tư của chùm tia phản xạ. Coi tâm của hệ vân tròn Newton là vân số 0.

**Đáp số:**  $d_t = \frac{k\lambda}{2}$ ,  $k=0,1,2,... \rightarrow d_{t_4} = \frac{4\lambda}{2} = 1,2\mu\text{m}$

10. Cho một chùm sáng đơn sắc song song chiếu vuông góc với mặt phẳng của bản mỏng không khí nằm giữa bản thủy tinh phẳng đặt tiếp xúc với mặt cong của một thấu kính phẳng - lồi. Bán kính mặt lồi thấu kính là  $R = 8,6\text{m}$ . Quan sát hệ vân tròn Newton qua chùm sáng phản xạ và đo được bán kính vân tối thứ tư là  $r_4 = 4,5\text{mm}$ . Xác định bước sóng của chùm sáng đơn sắc. Coi tâm của hệ vân tròn Newton là vân số 0.

**Đáp số:**  $r_k = \sqrt{kR\lambda}$ ,  $k=0,1,2,3... \rightarrow r_4 = \sqrt{4R\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{r_4^2}{4R} = 0,589\mu\text{m}$

11. Cho một chùm sáng đơn sắc song song chiếu vuông góc với mặt phẳng của bản mỏng không khí nằm giữa bản thủy tinh phẳng đặt tiếp xúc với mặt cong của một thấu kính phẳng - lồi. Bán kính mặt lồi thấu kính là  $R = 15\text{m}$ . Quan sát hệ vân tròn Newton qua chùm sáng phản xạ và đo được khoảng cách giữa vân tối thứ tư và vân tối thứ hai mươi lăm bằng  $9\text{mm}$ . Xác định bước sóng của chùm sáng đơn sắc. Coi tâm của hệ vân tròn Newton là vân số 0.

**Đáp số**

$$r_k = \sqrt{kR\lambda} \rightarrow r_{25} - r_4 = (\sqrt{25} - \sqrt{4})\sqrt{R\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{(r_{25} - r_4)^2}{R(\sqrt{25} - \sqrt{4})^2} = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

12. Người ta dùng giao thoa kế Michelson để đo độ dẫn nở dài của một vật. Ánh sáng đơn sắc dùng trong thí nghiệm có bước sóng  $\lambda = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ . Khi dịch chuyển gương di động từ vị

trí ban đầu (ứng với lúc vật chưa bị nung nóng) đến vị trí cuối (ứng với lúc sau khi vật đã bị nung nóng), người ta quan sát thấy có 5 vạch dịch chuyển trong kính quan sát. Hỏi sau khi dẫn nở vật đã dài thêm bao nhiêu?

**Đáp số:** Khi dịch chuyển gương một khoảng  $\lambda/2$  thì hiệu quang lộ thay đổi  $\lambda$  và có một vân dịch chuyển. Vậy sau khi nung nóng vật dẫn nở thêm  $\Delta \ell$ , số vân dịch chuyển là m, nên:

$$\Delta \ell = \frac{m \cdot \lambda}{2} = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$$

13. Trong thí nghiệm dùng giao thoa kế Michelson, khi dịch chuyển gương đi động một khoảng 0,161mm, người ta quan sát thấy hình giao thoa dịch đi 500 vân. Tìm bước sóng của ánh sáng dùng trong thí nghiệm.

**Đáp số:**  $\lambda = \frac{2 \cdot \Delta \ell}{m} = 0,644 \mu\text{m}$

## CHƯƠNG III: NHIỄU XẠ ÁNH SÁNG

### I. MỤC ĐÍCH - YÊU CẦU

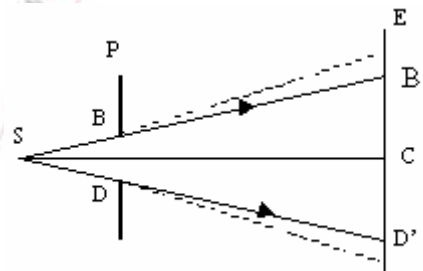
1. Nắm được nguyên lý Huygens – Fresnel và phương pháp đới cầu Fresnel để tính biên độ dao động sáng tổng hợp tại một điểm nào đó.
2. Vận dụng phương pháp đới cầu Fresnel để xét nhiễu xạ qua một lỗ tròn nhỏ, một đĩa tròn nhỏ và một khe hẹp.
3. Nắm được nhiễu xạ qua cách tử, nhiễu xạ trên tinh thể.

### II. NỘI DUNG

#### §1. NHIỄU XẠ ÁNH SÁNG CỦA SÓNG CẦU

##### 1. Hiện tượng nhiễu xạ ánh sáng

Ánh sáng từ nguồn S truyền qua một lỗ tròn nhỏ trên màn P. Sau P đặt màn quan sát E, trên màn E ta nhận được hình tròn sáng đường kính B'D' đồng dạng với lỗ tròn BD. Theo định luật truyền thẳng của ánh sáng, nếu thu nhỏ lỗ tròn P thì hình tròn sáng trên màn E nhỏ lại. Thực nghiệm chứng tỏ rằng khi thu nhỏ lỗ tròn đến một mức nào đó thì trên màn E xuất hiện những vân tròn sáng tối xen kẽ nhau. Trong vùng tối hình học (ngoài B'D') ta cũng nhận được



Hình 3-1: Hiện tượng nhiễu xạ ánh sáng

vân sáng và trong vùng sáng hình học (vùng B'D') cũng có vân tối. Tại C có thể nhận được điểm tối hay sáng phụ thuộc vào kích thước của lỗ tròn và khoảng cách từ màn E đến màn P. Như vậy ánh sáng khi đi qua lỗ tròn đã bị lệch khỏi phương truyền thẳng.

**Định nghĩa:** Hiện tượng tia sáng bị lệch khỏi phương truyền thẳng khi đi gần các chướng ngại vật có kích thước nhỏ được gọi là hiện tượng nhiễu xạ ánh sáng.

Chướng ngại vật có thể là mép biên hay vật cản hoặc một lỗ tròn có kích thước cùng cỡ bước sóng của ánh sáng chiếu tới.

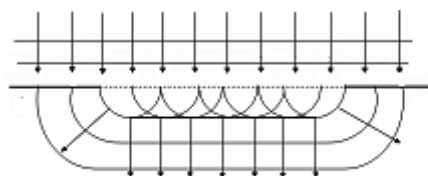
Hiện tượng nhiễu xạ ánh sáng có thể giải thích dựa vào nguyên lý Huygens-Fresnel. Nguyên lý đó được phát biểu như sau.

##### Nguyên lý Huygens - Fresnel

- Mỗi điểm trong không gian được sóng ánh sáng từ nguồn thực gửi đến đều trở thành nguồn sáng thứ cấp phát sóng ánh sáng về phía trước.

- Biên độ và pha của nguồn thứ cấp là biên độ và pha do nguồn thực gây ra tại vị trí của nguồn thứ cấp.

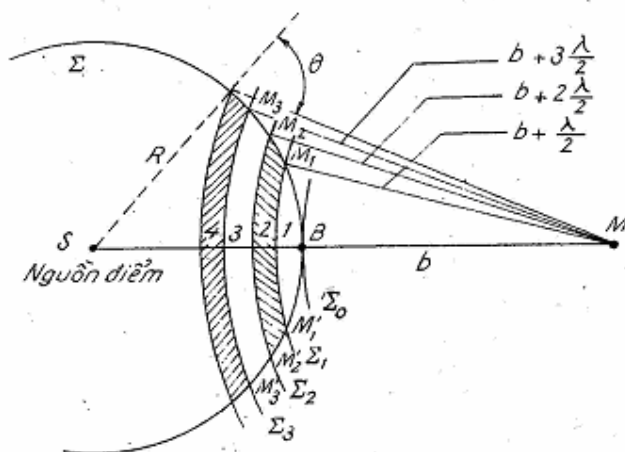
Theo nguyên lý Huygens–Fresnel, khi ánh sáng chiếu đến lỗ tròn, các điểm trên lỗ tròn đều trở thành nguồn thứ cấp phát sóng cầu thứ cấp. Bao hình của các mặt sóng cầu thứ cấp là mặt sóng. Ở mép của lỗ tròn mặt sóng bị uốn cong và tia sóng luôn vuông góc với mặt sóng, do đó ở mép biên các tia sóng bị đổi phương so với phương của sóng tới (hình 3-2)



Hình 3-2. Giải thích định tính hiện tượng nhiễu xạ

Mỗi nguồn sáng thứ cấp trên mặt lỗ tròn BD có biên độ và pha dao động đúng bằng biên độ và pha dao động do nguồn sáng S gây ra tại điểm đó. Dao động sáng tại mỗi điểm trên màn ảnh E sẽ bằng tổng các dao động sáng do những nguồn sáng thứ cấp trên lỗ tròn BD gây ra tại điểm đó. Từ biểu thức của hàm sóng, dựa vào nguyên lý Huygens-Fresnel người ta có thể tìm được biểu thức định lượng của dao động sáng tại một điểm M trên màn hình E, nhưng việc tính toán khá phức tạp vì phải tính tích phân. Fresnel đã đưa ra một phương pháp tính đơn giản gọi là phương pháp đới cầu Fresnel.

## 2. Phương pháp đới cầu Fresnel



Hình 3-3



Xét nguồn sáng điểm S phát ánh sáng đơn sắc và điểm được chiếu sáng M. Lấy S làm tâm dựng mặt cầu  $\Sigma$  bao quanh S, bán kính  $R < SM$ . Đặt  $MB = b$ . Lấy M làm tâm vẽ các mặt cầu  $\Sigma_0, \Sigma_1, \Sigma_2 \dots$  có bán kính lần lượt là  $b, b + \frac{\lambda}{2}, b + 2\frac{\lambda}{2} \dots$ , trong đó  $\lambda$  là bước sóng do nguồn S phát ra. Các mặt cầu  $\Sigma_0, \Sigma_1, \Sigma_2 \dots$  chia mặt cầu  $\Sigma$  thành các đới gọi là đới cầu Fresnel. Với cách dựng như vậy, người ta chứng minh được rằng diện tích các đới cầu bằng nhau và bằng:

$$\Delta S = \frac{\pi Rb}{R + b} \lambda \quad (3-1)$$

Bán kính  $r_k$  của đới cầu thứ k bằng:

$$r_k = \sqrt{\frac{Rb\lambda}{R + b}} \sqrt{k} \quad \text{với } k = 1, 2, 3 \dots \quad (3-2)$$

Theo nguyên lý Huygens, mỗi đới cầu trở thành nguồn sáng thứ cấp phát ánh sáng tới điểm M. Gọi  $a_k$  là biên độ dao động sáng do đới cầu thứ k gây ra tại M. Khi k tăng, các đới cầu càng xa điểm M và góc nghiêng  $\theta$  tăng (hình 3-3), do đó  $a_k$  giảm:  $a_1 > a_2 > a_3 \dots$ . Khi k khá lớn thì  $a_k \approx 0$ .

Vì khoảng cách từ đới cầu đến điểm M và góc nghiêng  $\theta$  tăng rất chậm nên  $a_k$  giảm chậm, ta có thể coi  $a_k$  do đới cầu thứ k gây ra là trung bình cộng của  $a_{k-1}$  và  $a_{k+1}$ :

$$a_k = \frac{1}{2}(a_{k-1} + a_{k+1}) \quad (3-3)$$

Khoảng cách của hai đới cầu kế tiếp tới điểm M khác nhau  $\lambda/2$ . Các đới cầu đều nằm trên mặt sóng  $\Sigma$ , nghĩa là pha dao động của tất cả các điểm trên mọi đới cầu đều như nhau. Kết quả, hiệu pha của hai dao động sáng do hai đới cầu kế tiếp gây ra tại M là:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(L_1 - L_2) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{2} = \pi \quad (3-4)$$

Như vậy hai dao động sáng đó ngược pha nhau nên chúng sẽ khử lẫn nhau. Vì M ở khá xa mặt  $\Sigma$ , ta coi các dao động sáng do các đới cầu gây ra tại M cùng phương, do đó dao động sáng tổng hợp do các đới gây ra tại M sẽ là:

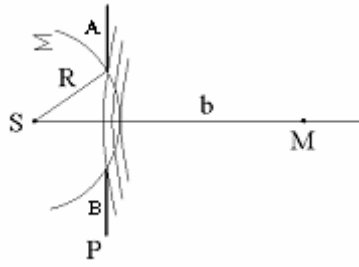
$$a = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots \quad (3-5)$$

Sau đây chúng ta sẽ sử dụng phương pháp đới cầu Fresnel để khảo sát hiện tượng nhiễu xạ của ánh sáng qua lỗ tròn, đĩa tròn và qua khe hẹp.

### 3. Nhiễu xạ qua lỗ tròn

Xét nguồn sáng điểm S, phát ánh sáng đơn sắc qua lỗ tròn AB trên màn chắn P đến điểm M, S và M nằm trên trục của lỗ tròn. Lấy S làm tâm dựng mặt cầu  $\Sigma$  tựa vào lỗ tròn AB. Lấy M làm tâm vẽ các đới cầu Fresnel trên mặt  $\Sigma$ . Giả sử lỗ chứa n đới cầu. Biên độ dao động sáng tổng hợp tại M là:

$$a = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots \pm a_n$$



Hình 3-4. Nhiễu xạ qua lỗ tròn

Ta có thể viết:

$$a = \frac{a_1}{2} + \left( \frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2} \right) + \left( \frac{a_3}{2} - a_4 + \frac{a_5}{2} \right) + \dots + \left\{ \frac{a_n}{2} - a_n \right\} \approx -\frac{a_n}{2}$$

Vì các biểu thức trong dấu ngoặc bằng không, nên:

$$a = \frac{a_1}{2} \pm \frac{a_n}{2} \quad (3-6)$$

Lấy dấu + nếu  $n$  là lẻ và dấu - nếu  $n$  là chẵn. Ta xét các trường hợp sau:

\* Khi không có màn chắn P hoặc kích thước lỗ tròn rất lớn:  $n \rightarrow \infty$ ,  $a_n \approx 0$  nên cường độ sáng tại M:

$$I_0 = a^2 = \frac{a_1^2}{4} \quad (3-7)$$

\* Nếu lỗ chứa số lẻ bội cầu

$$a = \frac{a_1}{2} + \frac{a_n}{2}$$

$$I = \left( \frac{a_1}{2} + \frac{a_n}{2} \right)^2 \quad (3-8)$$

$I > I_0$ , điểm M sáng hơn khi không có màn P. Đặc biệt nếu lỗ chứa một bội cầu

$$a = \frac{a_1}{2} + \frac{a_1}{2} = a_1 \quad \text{và} \quad I = a_1^2 = 4I_0 \quad (3-9)$$

Cường độ sáng gấp 4 lần so với khi không có lỗ tròn, như vậy điểm M rất sáng.

\* Nếu lỗ chứa số chẵn bội cầu

$$a = \frac{a_1}{2} - \frac{a_n}{2} \quad (3-10)$$

$$I = \left( \frac{a_1}{2} - \frac{a_n}{2} \right)^2 \quad (3-11)$$

$I < I_0$ , điểm M tối hơn khi không có lỗ tròn. Nếu lỗ tròn chứa hai đới cầu thì  $a = \frac{a_1}{2} - \frac{a_2}{2} \approx 0$ , do đó  $I = 0$ , điểm M tối nhất.

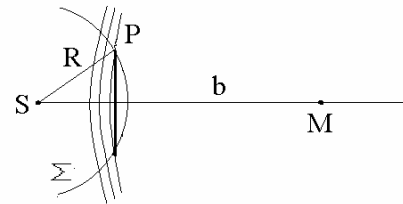
Tóm lại điểm M có thể sáng hơn hoặc tối hơn so với khi không có lỗ tròn tùy theo kích thước của lỗ và vị trí của màn quan sát.

#### 4. Nhiễu xạ qua một đĩa tròn

Giữa nguồn sáng S và điểm M có một đĩa tròn chắn sáng bán kính  $r_0$ . Giả sử đĩa che khuất m đới cầu Fresnel đầu tiên. Biên độ dao động tại M là:

$$a = a_{m+1} - a_{m+2} + a_{m+3} - \dots$$

$$a = \frac{a_{m+1}}{2} + \left( \frac{a_{m+1}}{2} - a_{m+2} + \frac{a_{m+3}}{2} \right) + \dots$$



Hình 3-5. Nhiễu xạ qua một đĩa tròn

Vì các biểu thức ở trong ngoặc có thể coi bằng không, do đó:

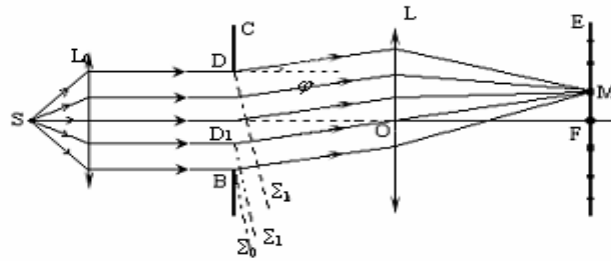
$$a = \frac{a_{m+1}}{2} \quad (3-12)$$

Nếu đĩa chỉ che ít đới cầu thì  $a_{m+1}$  không khác  $a_1$  là mấy, do đó cường độ sáng tại M cũng giống như trường hợp không có chướng ngại vật giữa S và M. Trong trường hợp đĩa che nhiều đới cầu thì  $a_{m+1} \approx 0$  do đó cường độ sáng tại M bằng không.

## §2. NHIỄU XẠ ÁNH SÁNG CỦA SÓNG PHẪNG

### 1. Nhiễu xạ của sóng phẳng qua một khe hẹp

Để tạo ra chùm sáng song song, người ta đặt nguồn sáng S tại tiêu điểm của thấu kính hội tụ  $L_0$ . Chiếu chùm sáng đơn sắc song song bước sóng  $\lambda$  vào khe hẹp có bề rộng  $b$  (hình 3-6). Sau khi đi qua khe hẹp, tia sáng sẽ bị nhiễu xạ theo nhiều phương. Tách các tia nhiễu xạ theo một phương  $\varphi$  nào đó chúng sẽ gặp nhau ở vô cùng. Muốn quan sát ảnh nhiễu xạ chúng ta sử dụng thấu kính hội tụ L, chùm tia nhiễu xạ sẽ hội tụ tại điểm M trên mặt phẳng tiêu của thấu kính hội tụ L. Với các giá trị  $\varphi$  khác nhau chùm nhiễu xạ sẽ hội tụ tại các điểm khác nhau. Tùy theo giá trị của  $\varphi$  điểm M có thể sáng hoặc tối. Những điểm sáng tối này nằm dọc trên đường thẳng vuông góc với chiều dài khe hẹp và được gọi là các cực đại và cực tiểu nhiễu xạ.



Hình 3-6. Nhiễu xạ qua một khe hẹp

Vì ánh sáng gửi đến khe là sóng phẳng nên mặt phẳng khe là mặt sóng, các sóng thứ cấp trên mặt phẳng khe dao động cùng pha. Xét các tia nhiễu xạ theo phương  $\varphi=0$ , chúng hội tụ tại điểm F. Mặt phẳng khe và mặt quan sát là hai mặt trực giao do đó theo định lý Malus, các tia sáng gửi từ mặt phẳng khe tới điểm F có quang lộ bằng nhau và dao động cùng pha nên chúng tăng cường nhau. Điểm F rất sáng và được gọi là cực đại giữa.

Xét trường hợp  $\varphi \neq 0$ . Áp dụng ý tưởng của phương pháp đới cầu Fresnel ta vẽ các mặt phẳng  $\Sigma_0, \Sigma_1, \Sigma_2, \dots$  vuông góc với chùm tia nhiễu xạ và cách đều nhau một khoảng  $\lambda/2$ , chúng sẽ chia mặt khe thành các dải sáng nằm song song với bề rộng của khe hẹp. Bề rộng của mỗi dải là  $\ell = \frac{\lambda}{2 \sin \varphi}$  và số dải trên khe sẽ là:

$$N = \frac{b}{\ell} = \frac{2b \sin \varphi}{\lambda} \quad (3-13)$$

Theo nguyên lý Huygens, những dải này là nguồn sáng thứ cấp dao động cùng pha (vì nằm trên cùng một mặt sóng) và phát ánh sáng đến điểm M. Vì quang lộ của hai tia sáng từ hai dải kế tiếp đến điểm M khác nhau  $\lambda/2$  nên dao động sáng do hai dải kế tiếp gửi tới M ngược pha nhau và chúng sẽ khử nhau. Kết quả là nếu khe chứa số chẵn dải ( $N = 2k$ ) thì dao động sáng do từng cặp dải kế tiếp gây ra tại M sẽ khử lẫn nhau và điểm M sẽ tối và là cực tiểu nhiễu xạ. Điều kiện điểm M tối là:

$$N = \frac{2b \sin \varphi}{\lambda} = 2k$$

hay

$$\sin \varphi = k \frac{\lambda}{b} \quad \text{với } k = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (3-14)$$

Nếu khe chứa một số lẻ dải ( $N = 2k+1$ ) thì dao động sáng do từng cặp dải kế tiếp gửi tới điểm M sẽ khử lẫn nhau, còn dao động sáng do dải cuối cùng gửi tới thì không bị khử. Kết quả điểm M sẽ sáng và được gọi là cực đại nhiễu xạ bậc k. Cường độ sáng của các cực đại này nhỏ hơn rất nhiều so với cực đại giữa. Điều kiện điểm M sáng là:

$$N = \frac{2b \sin \varphi}{\lambda} = 2k + 1$$

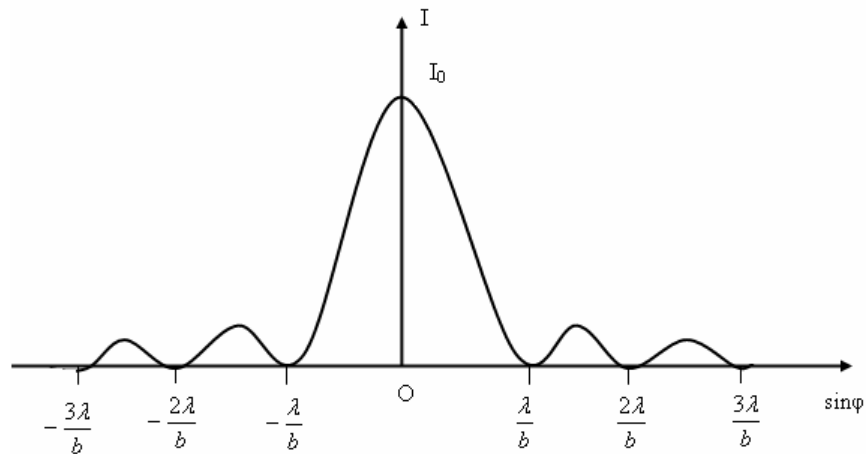
hay

$$\sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2b} \quad \text{với} \quad k = 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (3-15)$$

Tóm lại ta có các điều kiện cực đại, cực tiểu nhiễu xạ qua một khe hẹp như sau:

- Cực đại giữa ( $k=0$ ) :  $\sin \varphi = 0$
- Cực tiểu nhiễu xạ :  $\sin \varphi = \pm \frac{\lambda}{b}, \pm 2 \frac{\lambda}{b}, \pm 3 \frac{\lambda}{b}, \dots$
- Cực đại nhiễu xạ :  $\sin \varphi = \pm 3 \frac{\lambda}{2b}, \pm 5 \frac{\lambda}{2b}, \dots$

Đồ thị phân bố cường độ sáng trên màn quan sát cho bởi hình 3-7.



Hình 3-7. Hình nhiễu xạ của sóng phẳng qua một khe hẹp

Nhận xét thấy các cực đại nhiễu xạ bậc  $k = 1, 2, 3, \dots$  nằm xen giữa các cực tiểu nhiễu xạ và phân bố đối xứng ở hai bên cực đại giữa. Cực đại giữa có bề rộng gấp đôi các cực đại khác. Theo tính toán lý thuyết, cường độ sáng của các cực đại nhiễu xạ tuân theo hệ thức sau

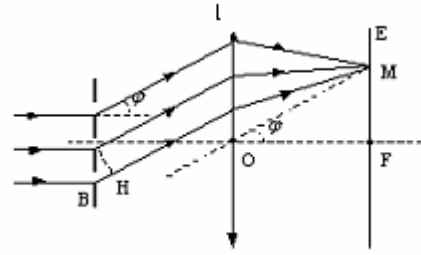
$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 : \dots = 1 : 0,045 : 0,016 : 0,008 : \dots$$

## 2. Nhiễu xạ của sóng phẳng truyền qua cách tử phẳng

**Cách tử phẳng** là một hệ nhiều khe hẹp giống nhau có độ rộng  $b$ , nằm song song cách đều trên cùng một mặt phẳng. Khoảng cách  $d$  giữa hai khe kế tiếp được gọi là chu kỳ của cách tử.

Số khe hẹp trên một đơn vị chiều dài:  $n = \frac{1}{d}$

Xét một cách tử phẳng có  $N$  khe hẹp. Bề rộng của một khe là  $b$ , chu kì của cách tử là  $d$ . Chiếu chùm sáng đơn sắc song song bước sóng  $\lambda$  vuông góc với mặt cách tử. Vì các khe có thể coi là nguồn kết hợp, do đó ngoài hiện tượng nhiễu xạ gây bởi một khe còn có hiện tượng giao thoa gây bởi các khe. Do đó ảnh nhiễu xạ qua cách tử sẽ phức tạp hơn nhiều so với ảnh nhiễu xạ qua một khe hẹp. Ta sẽ khảo sát ảnh nhiễu xạ qua cách tử:



Hình 3-8. Nhiễu xạ qua cách tử

- Tất cả  $N$  khe hẹp đều cho cực tiểu nhiễu xạ tại những điểm trên màn ảnh thỏa mãn điều kiện:

$$\sin \varphi = k \frac{\lambda}{b} \quad \text{với } k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (3-16)$$

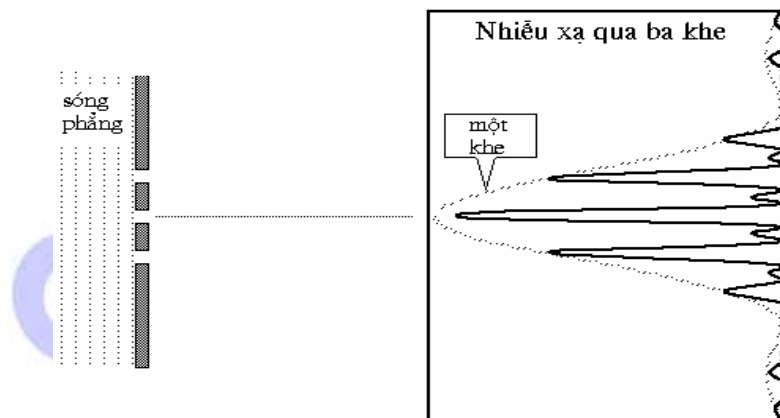
Những cực tiểu này được gọi là *cực tiểu chính*.

- Xét phân bố cường độ sáng giữa hai cực tiểu chính:

Hiệu quang lộ của hai tia sáng xuất phát từ hai khe kế tiếp đến điểm  $M$  là  $L_1 - L_2 = d \sin \varphi$ . Nếu hiệu quang lộ đó bằng số nguyên lần bước sóng  $L_1 - L_2 = d \sin \varphi = m\lambda$  thì dao động sáng do hai tia đó gây ra tại  $M$  cùng pha và tăng cường lẫn nhau. Kết quả điểm  $M$  sáng. Các điểm đó được gọi là *cực đại chính*. Vị trí các cực đại chính là:

$$\sin \varphi = m \frac{\lambda}{d} \quad \text{với } m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (3-17)$$

Số nguyên  $m$  là bậc của cực đại chính. Cực đại chính giữa ( $m = 0$ ) nằm tại tiêu điểm  $F$  của thấu kính. Vì  $d > b$  nên giữa hai cực tiểu chính có thể có nhiều cực đại chính. Ví dụ:  $k = 1$  và  $d/b = 3$ . Do  $|m| \frac{\lambda}{d} < |k| \frac{\lambda}{b}$  nên  $|m| < k \frac{d}{b} = 3$ , nghĩa là  $m = 0, \pm 1, \pm 2$ . Như vậy giữa hai cực tiểu chính có 5 cực đại chính.



Hình 3-9 Ảnh nhiễu xạ qua ba khe hẹp



- Xét phân bố cường độ sáng giữa hai cực đại chính:

Tại điểm chính giữa hai cực đại chính kế tiếp, góc nhiễu xạ thỏa mãn điều kiện:

$$\sin \varphi = (2m + 1) \frac{\lambda}{2d} \quad \text{với } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Tại các điểm này, hiệu quang lộ của hai tia gửi từ hai khe kế tiếp có giá trị là:

$d \sin \varphi = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$ . Đây là điều kiện cực tiểu giao thoa, hai tia đó sẽ khử lẫn nhau. Tuy nhiên điểm chính giữa đó chưa chắc đã tối. Để minh họa cụ thể ta xét hai trường hợp đơn giản sau:

+ Nếu số khe hẹp  $N = 2$  (số chẵn) thì các dao động sáng do hai khe hẹp gửi tới sẽ khử nhau hoàn toàn và điểm chính giữa đó sẽ tối. Điểm tối đó được gọi là *cực tiểu phụ*.

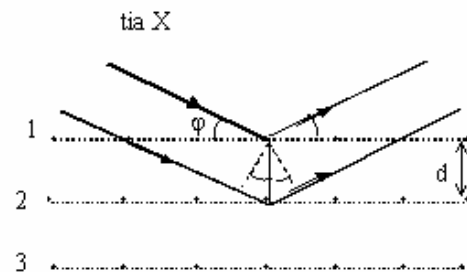
+ Nếu số khe hẹp  $N = 3$  (số lẻ) thì các dao động sáng do hai khe hẹp gửi tới sẽ khử nhau, còn dao động sáng do khe thứ ba gây ra không bị khử. Kết quả là giữa hai cực đại chính là một cực đại. Cực đại này có cường độ khá nhỏ, nên được gọi là *cực đại phụ*. Rõ ràng giữa cực đại phụ này và hai cực đại chính hai bên phải có hai cực tiểu phụ.

Người ta chứng minh được rằng, nếu cách tử có  $N$  khe hẹp thì giữa hai cực đại chính sẽ có  $N-1$  cực tiểu phụ và  $N-2$  cực đại phụ. Hình 3-9 biểu diễn ảnh nhiễu xạ qua ba khe hẹp.

Cách tử phẳng có thể dùng để đo bước sóng ánh sáng, ứng dụng trong máy đơn sắc... Từ công thức (3-17) nếu ta biết được chu kỳ của cách tử, bằng cách đo góc  $\varphi$  ứng với cực đại chính bậc  $m$  ta có thể xác định được bước sóng ánh sáng.

### 3. Nhiễu xạ trên tinh thể

Các nguyên tử (phân tử hay ion) cấu tạo nên vật rắn tinh thể được sắp xếp theo một cấu trúc tuần hoàn gọi là mạng tinh thể, trong đó vị trí của các nguyên tử (phân tử hay ion) gọi là nút mạng. Khoảng cách giữa các nút mạng, đặc trưng cho tính tuần hoàn, được gọi là chu kỳ của mạng tinh thể. Chiếu lên tinh thể một chùm tia Ronghen, mỗi nút mạng trở thành tâm nhiễu xạ và mạng tinh thể đóng vai trò như một cách tử với chu kỳ là chu kỳ của mạng tinh thể. Chùm tia



Hình 3-10. Nhiễu xạ trên tinh thể

Ronghen sẽ nhiễu xạ theo nhiều phương, tuy nhiên chỉ theo phương phản xạ gương (phương mà góc phản xạ bằng góc tới), cường độ của tia nhiễu xạ đủ lớn để ta có thể quan sát được ảnh nhiễu xạ. Những tia nhiễu xạ này sẽ giao thoa với nhau và cho cực đại nhiễu xạ nếu hai tia nhiễu xạ kế tiếp có hiệu quang lộ bằng số nguyên lần bước sóng

$$\Delta L = 2d \sin \varphi = k\lambda$$

hay

$$\sin \varphi = k \frac{\lambda}{2d} \quad (3-18)$$

$d$  là khoảng cách giữa hai mặt phẳng nguyên tử của vật rắn tinh thể (chu kì mạng tinh thể). Công thức (3-18) gọi là công thức Vulf-Bragg. Đây là công thức cơ bản để phân tích cấu trúc của vật rắn tinh thể bằng tia Ronghen. Nếu biết bước sóng của tia Ronghen và đo góc  $\varphi$  ta có thể xác định được chu kì  $d$  của mạng tinh thể.

### III. TÓM TẮT NỘI DUNG

#### 1. Hiện tượng nhiễu xạ ánh sáng

\* Định nghĩa: Hiện tượng nhiễu xạ ánh sáng là hiện tượng tia sáng bị lệch khỏi phương truyền thẳng khi đi qua các chướng ngại vật có kích thước nhỏ như lỗ tròn, khe hẹp, đĩa tròn...

\* Nguyên lí Huygens - Fresnel:

- Mỗi điểm trong không gian được sóng ánh sáng từ nguồn thực gửi đến đều trở thành nguồn sáng thứ cấp phát sóng ánh sáng về phía trước.

- Biên độ và pha của nguồn thứ cấp là biên độ và pha do nguồn thực gây ra tại vị trí của nguồn thứ cấp.

#### 2. Phương pháp đới cầu Fresnel

Diện tích các đới cầu bằng nhau và bằng:

$$\Delta S = \frac{\pi Rb}{R+b} \lambda$$

Bán kính  $r_k$  của đới cầu thứ  $k$  bằng:

$$r_k = \sqrt{\frac{Rb\lambda}{R+b}} \sqrt{k} \quad k=1,2,3...$$

trong đó  $R$  là bán kính của mặt sóng bao quanh nguồn sáng điểm  $S$

$b$  là khoảng cách từ điểm được chiếu sáng  $M$  tới đới cầu thứ nhất.

$\lambda$  là bước sóng do nguồn  $S$  phát ra.

#### 3. Nhiễu xạ sóng cầu qua lỗ tròn

Áp dụng phương pháp đới cầu Fresnel, ta tính được biên độ của ánh sáng tổng hợp tại  $M$ , cách nguồn  $S$  một khoảng  $R+b$ :

$$a = \frac{a_1}{2} \pm \frac{a_n}{2}$$

Lấy dấu  $+$  nếu  $n$  là lẻ và dấu  $-$  nếu  $n$  là chẵn. Ta xét các trường hợp sau:

\* Khi không có màn chắn  $P$  hoặc lỗ tròn rất lớn:  $n \rightarrow \infty$ ,  $a_n \approx 0$  nên cường độ sáng tại  $M$ :

$$I_0 = a^2 = \frac{a_1^2}{4}$$

\* Nếu lỗ chứa số lẻ đôi cầu:

$$a = \frac{a_1}{2} + \frac{a_n}{2}$$

$$I = \left( \frac{a_1}{2} + \frac{a_n}{2} \right)^2$$

$I > I_0$ , điểm M sáng hơn khi không có màn P. Đặc biệt nếu lỗ chứa một đôi cầu

$$a = \frac{a_1}{2} + \frac{a_1}{2} = a_1 \quad \text{và} \quad I = a_1^2 = 4I_0$$

Cường độ sáng gấp 4 lần so với khi không có lỗ tròn, như vậy điểm M rất sáng.

\* Nếu lỗ chứa số chẵn đôi cầu

$$a = \frac{a_1}{2} - \frac{a_n}{2}$$

$$I = \left( \frac{a_1}{2} - \frac{a_n}{2} \right)^2$$

$I < I_0$ , điểm M tối hơn khi không có lỗ tròn. Nếu lỗ tròn chứa hai đôi cầu thì

$$a = \frac{a_1}{2} - \frac{a_2}{2} \approx 0, \text{ do đó } I = 0, \text{ điểm M tối nhất.}$$

Tóm lại điểm M có thể sáng hơn hoặc tối hơn so với khi không có lỗ tròn tùy theo kích thước của lỗ và vị trí của màn quan sát.

#### 4. Nhiễu xạ của sóng phẳng qua một khe hẹp

Áp dụng phương pháp đôi cầu Fresnel ta tính toán được biên độ dao động sáng tổng hợp tại một điểm M trên màn quan sát. Kết quả ta có các điều kiện cực đại, cực tiểu nhiễu xạ qua một khe hẹp như sau:

- Cực đại giữa ( $k=0$ ):  $\sin \varphi = 0$

- Cực tiểu nhiễu xạ:  $\sin \varphi = \pm \frac{\lambda}{b}, \pm 2 \frac{\lambda}{b}, \pm 3 \frac{\lambda}{b}, \dots$

- Cực đại nhiễu xạ:  $\sin \varphi = \pm 3 \frac{\lambda}{2b}, \pm 5 \frac{\lambda}{2b}, \dots$

Trên đồ thị phân bố cường độ sáng ta thấy cực đại giữa rất sáng, các cực đại nhiễu xạ bậc  $k=1,2,3,\dots$  nằm xen giữa các cực tiểu nhiễu xạ và phân bố đối xứng ở hai bên cực đại giữa. Cực đại giữa có bề rộng gấp đôi các cực đại khác. Theo tính toán lí thuyết, cường độ sáng của các cực đại nhiễu xạ tuân theo hệ thức sau:

$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 : \dots = 1 : 0,045 : 0,016 : 0,008 : \dots$$

#### 5. Nhiễu xạ qua nhiều khe – Cách tử

Cách tử phẳng là một hệ nhiều khe hẹp giống nhau có độ rộng  $b$ , nằm song song cách đều trên cùng một mặt phẳng. Khoảng cách  $d$  giữa hai khe kế tiếp được gọi là chu kỳ của cách tử. Người ta có thể chế tạo được các cách tử dài 10cm, trên mỗi mm có từ 500 – 1200 vạch. Các cách tử này có thể sử dụng để xác định bước sóng ánh sáng đơn sắc, xác định thành phần cấu tạo của các chất và dùng trong máy quang phổ...

Đối với vật rắn tinh thể, mạng tinh thể đóng vai trò một cách tử không gian ba chiều. Sự nhiễu xạ của các tia X trên các nút mạng cho ta kết quả:

$$2d \sin \varphi = k\lambda$$

$d$  là khoảng cách giữa hai nút mạng, gọi là hằng số mạng. Đây là công thức Vulf-Bragg, được dùng để xác định cấu trúc của vật rắn tinh thể.

#### IV. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

1. Nêu định nghĩa hiện tượng nhiễu xạ ánh sáng. Dùng nguyên lý Huygens giải thích định tính hiện tượng nhiễu xạ.
2. Phát biểu nguyên lý Huygens-Fresnel.
3. Trình bày phương pháp đới cầu Fresnel.
4. Giải thích hiện tượng nhiễu xạ ánh sáng qua lỗ tròn nhỏ. Xét các trường hợp lỗ tròn chứa một số lẻ đới cầu, một số chẵn đới cầu, đặc biệt chứa một đới cầu và hai đới cầu.
5. Mô tả hiện tượng nhiễu xạ ánh sáng qua một khe hẹp. Tìm điều kiện cực đại, cực tiểu nhiễu xạ. Vẽ ảnh nhiễu xạ của sóng phẳng qua một khe hẹp.
6. Định nghĩa cách tử phẳng và nêu ứng dụng của cách tử.
7. Trình bày nhiễu xạ của tia X trên tinh thể. Công thức Vulf- Bragg. Nêu ứng dụng của hiện tượng nhiễu xạ tia X.

#### V. BÀI TẬP

**Thí dụ 1:** Một nguồn sáng điểm chiếu ánh sáng đơn sắc bước sóng  $\lambda = 0,5\mu\text{m}$  vào một lỗ tròn có bán kính  $r = 0,5\text{mm}$ . Khoảng cách từ nguồn sáng đến lỗ tròn  $R = 1\text{m}$ . Tìm khoảng cách từ lỗ tròn đến màn quan sát để tâm nhiễu xạ là tối nhất.

**Đáp số:** Để tâm của hình nhiễu xạ là tối nhất thì lỗ tròn chỉ chứa 2 đới cầu Fresnel, bán kính của lỗ tròn bằng bán kính của đới cầu thứ 2

$$r_2 = \sqrt{\frac{2Rb\lambda}{R+b}} = r \Rightarrow b = \frac{Rr_2^2}{2R\lambda - r_2^2} = \frac{0,25 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} - 0,25 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{3}\text{m}$$

**Thí dụ 2:** Một chùm tia sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 0,5\mu\text{m}$  được chiếu vuông góc với một khe hẹp chữ nhật có bề rộng  $b = 0,1\text{mm}$ , ngay sau khe hẹp đặt một thấu kính hội tụ. Tìm bề rộng của vân cực đại giữa trên màn quan sát đặt tại mặt phẳng tiêu của thấu kính và cách thấu kính  $D = 1\text{m}$ .

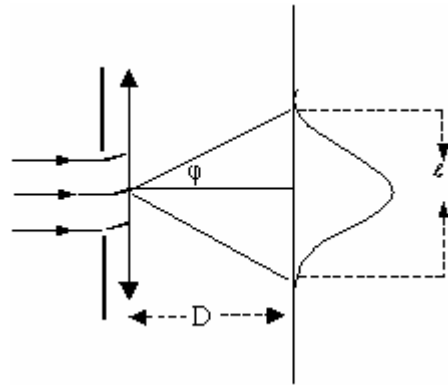
**Bài giải:** Bề rộng của vân cực đại giữa là khoảng cách giữa hai cực tiểu nhiễu xạ đầu tiên ở hai bên cực đại giữa. Độ lớn của góc nhiễu xạ  $\varphi$  ứng với các cực tiểu nhiễu xạ đó

$$\text{là: } \sin \varphi = \frac{\lambda}{b}.$$

Từ hình vẽ ta thấy

$$\ell = 2D \tan \varphi \approx 2D \sin \varphi$$

$$\rightarrow \ell = \frac{2D\lambda}{b} = \frac{2 \cdot 1,0 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{0,1 \cdot 10^{-3}} = 1 \text{ cm}$$



**Thí dụ 3:** Cho một chùm tia sáng đơn sắc song song có bước sóng  $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$ , chiếu vuông góc với mặt của một cách tử phẳng truyền qua. Ở sát phía sau của cách tử người ta đặt một thấu kính hội tụ có tiêu cự  $f = 50 \text{ cm}$ . Khi đó trên màn quan sát đặt tại mặt phẳng tiêu của thấu kính, hai vạch quang phổ bậc nhất cách nhau một khoảng  $a = 10,1 \text{ cm}$ . Xác định:

1. Chu kỳ cách tử và số khe trên 1 cm chiều dài của cách tử.
2. Số vạch cực đại chính trong quang phổ nhiễu xạ.

**Bài giải**

1. Vị trí các cực đại chính trong quang phổ nhiễu xạ xác định bởi công thức:

$$\sin \varphi = \frac{m\lambda}{d}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

Do vậy vị trí hai vạch cực đại chính của quang phổ bậc nhất ứng với góc lệch  $\varphi_1$

bằng:  $\sin \varphi_1 = \frac{\lambda}{d}$ , vì  $\varphi_1$  rất nhỏ nên

$$\tan \varphi_1 \approx \sin \varphi_1.$$

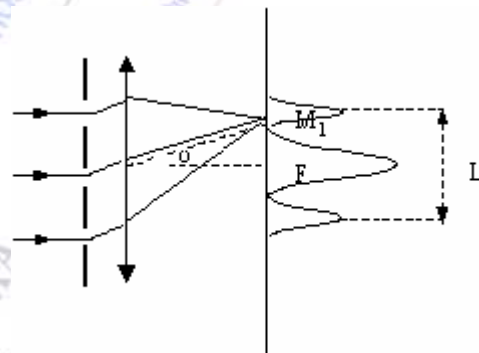
$$\text{Từ hình vẽ, ta có } |\tan \varphi_1| = \frac{M_1 F}{OF} = \frac{L}{2f}$$

So sánh  $|\tan \varphi_1|$  với  $|\sin \varphi_1|$  ta có chu kỳ cách tử:

$$d = \frac{2f\lambda}{L} = \frac{2 \cdot 50 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}}{10,1 \cdot 10^{-2}} = 4,95 \mu\text{m}$$

Số khe trên 1 cm chiều dài của cách tử:  $n = \frac{1}{d} = 2020 \text{ khe/cm}$

2. Từ công thức:  $\sin \varphi = \frac{m\lambda}{d}$ , mà  $\sin \varphi < 1 \rightarrow m < \frac{d}{\lambda} = \frac{4,95 \cdot 10^{-6}}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 9,9$





Vì m nguyên nên có thể lấy các giá trị: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Do đó các vạch cực đại chính tối đa trong quang phổ nhiễu xạ của cách tử bằng:

$$N_{\max} = 2.9 + 1 = 19 \text{ vạch.}$$

### Bài tập tự giải

1. Chiếu ánh sáng đơn sắc bước sóng  $\lambda = 0,5\mu\text{m}$  vào một lỗ tròn bán kính chưa biết. Nguồn sáng điểm đặt cách lỗ tròn 2m, sau lỗ tròn 2m đặt màn quan sát. Hỏi bán kính của lỗ tròn bằng bao nhiêu để tâm của hình nhiễu xạ là tối nhất.

**Đáp số:** Để tâm của hình nhiễu xạ là tối nhất thì lỗ tròn chỉ chứa 2 đới cầu Fresnel:

$$r = \sqrt{\frac{kRb\lambda}{R+b}} = \sqrt{\frac{2.2.2.0,5.10^{-6}}{4}} = 10^{-3} \text{ m}$$

2. Một màn ảnh được đặt cách nguồn sáng điểm đơn sắc bước sóng  $\lambda = 0,5\mu\text{m}$  một khoảng 2m. Chính giữa màn ảnh và nguồn sáng đặt một lỗ tròn đường kính 0,2cm. Tìm số đới cầu Fresnel mà lỗ tròn chứa được.

**Đáp số:** Bán kính của lỗ tròn bằng bán kính của đới cầu thứ k

$$r = \sqrt{\frac{kRb\lambda}{R+b}} \Rightarrow k = \frac{r^2(R+b)}{Rb\lambda} = 4$$

3. Một nguồn sáng điểm chiếu ánh sáng đơn sắc bước sóng  $\lambda = 0,5\mu\text{m}$  vào một lỗ tròn có bán kính  $r = 1\text{mm}$ . Khoảng cách từ nguồn sáng đến lỗ tròn  $R = 1\text{m}$ . Tìm khoảng cách từ lỗ tròn đến màn quan sát để lỗ tròn chứa ba đới Fresnel.

**Đáp số:** Để lỗ tròn chỉ chứa ba đới cầu Fresnel có nghĩa là bán kính của lỗ tròn bằng bán

$$\text{kinh của đới cầu thứ ba: } r_3 = \sqrt{\frac{3Rb\lambda}{R+b}} \Rightarrow b = \frac{Rr_3^2}{3R\lambda - r_3^2} = \frac{10^{-6}}{3.0,5.10^{-6} - 10^{-6}} = 2\text{m}$$

4. Đặt một màn quan sát cách một nguồn sáng điểm phát ra ánh sáng đơn sắc bước sóng  $\lambda = 0,6\mu\text{m}$  một khoảng x. Chính giữa khoảng x đặt một đĩa tròn nhỏ chắn sáng đường kính 1mm. Hỏi x bằng bao nhiêu để điểm  $M_0$  trên màn quan sát có độ sáng gần giống như chưa đặt đĩa tròn, biết điểm  $M_0$  và nguồn sáng đều nằm trên trục của đĩa tròn.

**Đáp số:** Muốn cường độ sáng tại  $M_0$  gần giống như khi chưa có đĩa tròn thì đĩa tròn chỉ chắn một đới cầu Fresnel:

$$r_1 = \sqrt{\frac{Rb\lambda}{R+b}}; R=b \Rightarrow R = \frac{2r^2}{\lambda}; x=2R = \frac{4.(0,5.10^{-3})^2}{0,6.10^{-6}} = 1,67\text{m}$$

5. Một chùm tia sáng đơn sắc song song bước sóng  $\lambda = 0,589\mu\text{m}$  chiếu thẳng góc với một khe hẹp có bề rộng  $b = 2\mu\text{m}$ . Hỏi những cực tiểu nhiễu xạ được quan sát dưới những góc nhiễu xạ bằng bao nhiêu? (so với phương ban đầu)

**Đáp số:** Áp dụng công thức:



$$\sin \varphi = \frac{k\lambda}{b}, \sin \varphi < 1 \rightarrow \varphi_1 = 17^0 8', \varphi_2 = 36^0 5', \varphi_3 = 62^0$$

6. Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song vuông góc với một khe hẹp. Bước sóng ánh sáng bằng  $\frac{1}{6}$  bề rộng của khe hẹp. Hỏi cực tiểu nhiễu xạ thứ ba được quan sát dưới góc lệch bằng bao nhiêu?

**Đáp số:**  $\varphi = 30^0$

7. Một chùm tia sáng được rọi vuông góc với một cách tử. Biết rằng góc nhiễu xạ đối với vạch quang phổ  $\lambda_1 = 0,65\mu\text{m}$  trong quang phổ bậc hai bằng  $\varphi_1 = 45^0$ . Xác định góc nhiễu xạ ứng với vạch quang phổ  $\lambda_2 = 0,5\mu\text{m}$  trong quang phổ bậc ba.

**Đáp số:**

$$\sin \varphi_1 = m_1 n \lambda_1 = 2n\lambda_1, \sin \varphi_2 = m_2 n \lambda_2 = 3n\lambda_2 \rightarrow \sin \varphi_2 = \frac{3\lambda_2 \sin \varphi_1}{2\lambda_1} \rightarrow \varphi_2 = 54^0 40'$$

8. Cho một chùm tia sáng đơn sắc song song có bước sóng  $\lambda = 0,7\mu\text{m}$  chiếu vuông góc với mặt của một cách tử truyền qua. Trên mặt phẳng tiêu của thấu kính hội tụ đặt ở sát phía sau cách tử, người ta quan sát thấy vạch quang phổ bậc ba lệch  $\varphi = 48^0 36'$ . Xác định:

1. Chu kỳ cách tử và số khe trên 1cm chiều dài của cách tử.

2. Số cực đại chính nằm trong khoảng giữa hai cực tiểu chính bậc nhất trong ảnh nhiễu xạ. Cho biết mỗi khe của cách tử có độ rộng  $b = 0,7\mu\text{m}$ ,  $\sin 48^0 36' = 0,75$

**Đáp số:**

1. Góc nhiễu xạ ứng với các cực đại chính được xác định bởi công thức:

$$\sin \varphi = \frac{m\lambda}{d} \rightarrow d = \frac{m\lambda}{\sin \varphi} = 2,8.10^{-4} \text{ cm}$$

Số khe trên 1cm chiều dài của cách tử:  $n = \frac{1}{d} \approx 3571 \text{ khe/cm}$

2. Góc nhiễu xạ ứng với cực tiểu chính trong ảnh nhiễu xạ được xác định bởi công thức:

$\sin \varphi = \frac{k\lambda}{b}$ , số cực đại chính nằm giữa hai cực tiểu chính bậc nhất phải thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{|m|\lambda}{d} < \frac{|k|\lambda}{b} \rightarrow |m| < \frac{|k|d}{b} = 4. \text{ Vậy giữa hai cực tiểu chính bậc nhất có 7 cực đại chính.}$$

9. Cho một cách tử phẳng có chu kỳ cách tử  $d = 2\mu\text{m}$ . Sau cách tử đặt một thấu kính hội tụ, trên màn quan sát đặt tại mặt phẳng tiêu của thấu kính người ta quan sát thấy khoảng cách giữa hai quang phổ bậc nhất ứng với bước sóng  $\lambda_1 = 0,4044\mu\text{m}$  và  $\lambda_2 = 0,4047\mu\text{m}$  bằng 0,1mm. Xác định tiêu cự của thấu kính.

**Đáp số:**

Góc nhiễu xạ ứng với cực đại:

$$\sin \varphi = \frac{m\lambda}{d}$$

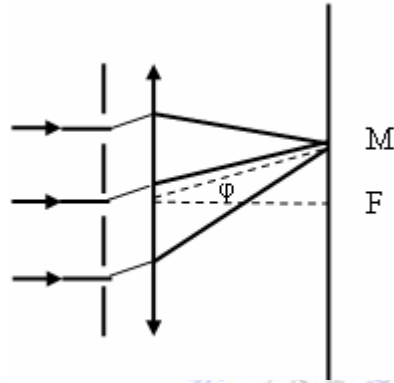
Vị trí cực đại ứng với góc nhiễu xạ:

$$y = MF = f \cdot \tan \varphi$$

$$\rightarrow f = \frac{y_2 - y_1}{\tan \varphi_2 - \tan \varphi_1}, y_2 - y_1 = 0,1\text{mm},$$

$$\sin \varphi_2 = \frac{\lambda_2}{d}, \sin \varphi_1 = \frac{\lambda_1}{d}$$

$$\rightarrow f = 0,65\text{m}$$



**10.** Một chùm ánh sáng trắng song song chiếu vuông góc vào mặt một cách tử phẳng. Cho biết trên mỗi milimet chiều dài của cách tử có  $n = 50$  khe. Phía sau cách tử đặt một thấu kính hội tụ. Xác định hiệu số các góc nhiễu xạ ứng với vạch đỏ có bước sóng  $\lambda_1 = 0,76\mu\text{m}$  nằm ở cuối quang phổ bậc nhất và vạch tím có bước sóng  $\lambda_2 = 0,4\mu\text{m}$  nằm ở đầu quang phổ bậc hai.

**Đáp số:**  $d = \frac{1}{n} = 0,02\text{mm}$

Góc nhiễu xạ ở cuối quang phổ bậc nhất ứng với ánh sáng đỏ:

$$\sin \varphi_1 = \frac{\lambda_1}{d} = \frac{0,76 \cdot 10^{-6}}{0,02 \cdot 10^{-3}} = 0,038 \rightarrow \varphi_1 = 2^{\circ}11'$$

Góc nhiễu xạ ở đầu quang phổ bậc hai ứng với ánh sáng tím:

$$\sin \varphi_2 = \frac{2\lambda_2}{d} = \frac{2 \cdot 0,4 \cdot 10^{-6}}{0,02 \cdot 10^{-3}} = 0,04 \rightarrow \varphi_2 = 2^{\circ}18'$$

Hiệu số của các góc nhiễu xạ:  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 7'$

**11.** Cho một chùm tia sáng đơn sắc song song chiếu vuông góc vào mặt của một cách tử phẳng có chu kỳ  $d = 2\mu\text{m}$ . Xác định bậc lớn nhất của các vạch cực đại trong quang phổ nhiễu xạ cho bởi cách tử đối với ánh sáng đỏ có bước sóng  $\lambda_1 = 0,7\mu\text{m}$  và đối với ánh sáng tím có bước sóng  $\lambda_2 = 0,42\mu\text{m}$ .

**Đáp số:**  $\sin \varphi = m \frac{\lambda}{d} \rightarrow m = \frac{d \cdot \sin \varphi}{\lambda}$ , mà  $\sin \varphi < 1$ , nên  $m < \frac{d}{\lambda}$

Đối với ánh sáng đỏ:  $m_1 < \frac{d}{\lambda_1} = 2,86 \rightarrow m_{1(\text{max})} = 2$

Đối với ánh sáng tím:  $m_2 < \frac{d}{\lambda_2} = 4,76 \rightarrow m_{2(\text{max})} = 4$

## CHƯƠNG IV: PHÂN CỰC ÁNH SÁNG

Trong hai chương trước chúng ta đã nghiên cứu hiện tượng giao thoa và hiện tượng nhiễu xạ ánh sáng chỉ dựa vào bản chất sóng của ánh sáng mà không cần phân biệt sóng ánh sáng là sóng ngang hay sóng dọc. Trong chương này chúng ta sẽ chứng minh ánh sáng là sóng ngang qua hiện tượng phân cực ánh sáng. Ta đã biết sóng điện từ là sóng ngang, là sóng có các vectơ cường độ điện trường và vectơ cường độ từ trường dao động vuông góc với phương truyền sóng. Chỉ có sóng ngang mới có thể thể hiện tính phân cực cho nên nghiên cứu sự phân cực của ánh sáng chúng ta một lần nữa khẳng định bản chất sóng điện từ của ánh sáng.

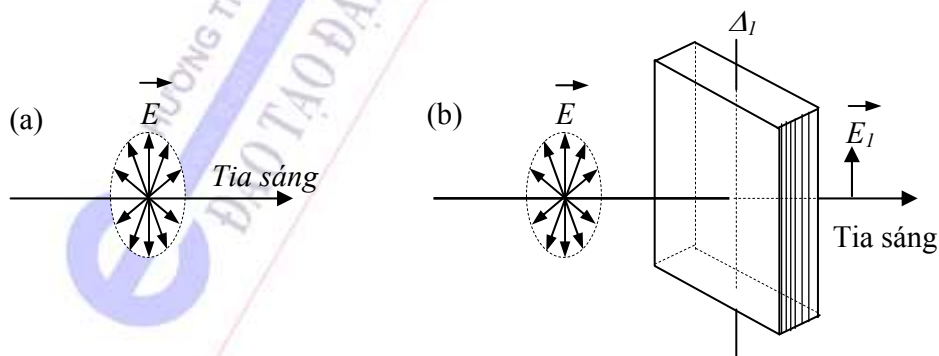
### I. MỤC ĐÍCH - YÊU CẦU

1. Nắm được sự phân cực ánh sáng thể hiện ánh sáng là sóng ngang. Phân biệt ánh sáng tự nhiên và ánh sáng phân cực (một phần, toàn phần). Thiết lập định luật Malus.
2. Nắm được sự phân cực ánh sáng do phản xạ, khúc xạ, phân cực do lưỡng chiết tự nhiên.
3. Nắm được ứng dụng của hiện tượng quay mặt phẳng phân cực để xác định nồng độ của các chất hoạt quang trong phân cực kế (đường kế).

### II. NỘI DUNG

#### §1. ÁNH SÁNG PHÂN CỰC

##### 1. Ánh sáng tự nhiên và ánh sáng phân cực



Hình 4-1. Ánh sáng tự nhiên (a) và ánh sáng phân cực thẳng (b)

Ánh sáng do một nguồn sáng phát ra là tập hợp của vô số các đoàn sóng nối tiếp nhau. Trong mỗi đoàn sóng, vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  luôn dao động theo một phương xác định vuông góc với tia sáng. Nhưng do tính hỗn loạn của chuyển động bên trong mỗi nguyên tử nên vectơ  $\vec{E}$  trong các đoàn sóng do một nguyên tử phát ra có thể dao động theo các phương khác nhau vuông góc với tia sáng. Mặt khác nguồn sáng bao gồm nhiều nguyên tử, do đó phương dao động của vectơ  $\vec{E}$  trong các đoàn sóng do các nguyên tử phát ra cũng thay đổi hỗn loạn và phân bố đều xung quanh tia sáng. *Ánh sáng có vectơ cường độ điện trường dao động đều đặn theo mọi phương vuông góc tia sáng* được gọi là *ánh sáng tự nhiên*. Hình 4-1a biểu diễn ánh sáng tự nhiên, trong mặt phẳng vuông góc với tia sáng các vectơ  $\vec{E}$  có trị số bằng nhau và phân bố đều đặn xung quanh tia sáng.

Ánh sáng tự nhiên khi đi qua môi trường bất đẳng hướng về mặt quang học (ví dụ bản tinh thể Tuamalin), trong những điều kiện nhất định nào đó do tác dụng của môi trường nên vectơ  $\vec{E}$  chỉ dao động theo một phương xác định. *Ánh sáng có vectơ  $\vec{E}$  chỉ dao động theo một phương xác định* được gọi là *ánh sáng phân cực thẳng* hay *ánh sáng phân cực toàn phần*. Hình 4-1b biểu diễn ánh sáng phân cực toàn phần  $\vec{E}_1$ . Hiện tượng ánh sáng tự nhiên biến thành ánh sáng phân cực gọi là hiện tượng phân cực ánh sáng. Mặt phẳng chứa tia sáng và phương dao động của  $\vec{E}$  được gọi là mặt phẳng dao động, còn mặt phẳng chứa tia sáng và vuông góc với mặt phẳng dao động gọi là mặt phẳng phân cực.

Với định nghĩa ánh sáng phân cực toàn phần thì mỗi đoàn sóng do nguyên tử phát ra là một ánh sáng phân cực toàn phần. Như vậy ánh sáng tự nhiên do các nguyên tử của một nguồn sáng phát ra là tập hợp của vô số ánh sáng phân cực toàn phần, dao động đều đặn theo tất cả mọi phương vuông góc với tia sáng.

Trong một số trường hợp do tác dụng của môi trường lên ánh sáng truyền qua nó, vectơ cường độ điện trường vẫn dao động theo tất cả các phương vuông góc với tia sáng nhưng có phương dao động yếu, có phương dao động mạnh. Ánh sáng này được gọi là *ánh sáng phân cực một phần*.

## 2. Định luật Malus về phân cực ánh sáng

Thực nghiệm chứng tỏ rằng, bản tinh thể Tuamalin (hợp chất silicôbôrat aluminium) với chiều dày 1mm có thể biến ánh sáng tự nhiên thành ánh sáng phân cực thẳng. Nguyên nhân của hiện tượng này là do tính hấp thụ ánh sáng không đều theo các phương khác nhau trong tinh thể (gọi là tính hấp thụ dị hướng). Trong bản Tuamalin có một phương đặc biệt gọi là quang trục của tinh thể (kí hiệu là  $\Delta$ ). Theo phương quang trục, ánh sáng không bị hấp thụ và truyền tự do qua bản tinh thể, còn theo phương vuông góc với quang trục, ánh sáng bị hấp thụ hoàn toàn. Khi ta chiếu một chùm tia sáng tự nhiên vuông góc với mặt ABCD của bản tinh thể tuamalin có quang trục song song cạnh AB, vì ánh sáng là sóng ngang nên tia sáng sau bản tuamalin có vectơ sáng  $\vec{E}$  song song với quang trục của bản (hình 4-1b). Dưới đây ta sẽ xét kĩ hơn về sự truyền ánh sáng qua bản tuamalin.

Xét ánh sáng tự nhiên truyền tới bản tuamalin  $T_1$ , bất kì vector sáng  $\vec{E}$  nào của ánh sáng tự nhiên cũng đều có thể phân tích thành hai thành phần:  $\vec{E}_{1x}$  vuông góc với quang trục  $\Delta_1$  và  $\vec{E}_{1y}$  song song với quang trục  $\Delta_1$ . Khi đó

$$E^2 = E_{1x}^2 + E_{1y}^2 \quad (4-1)$$

Do ánh sáng tự nhiên có  $\vec{E}$  phân bố đều đặn xung quanh tia sáng nên ta có thể lấy trung bình:

$$\overline{E_{1x}^2} = \overline{E_{1y}^2} = \frac{1}{2} \overline{E^2} \quad (4-2)$$

Do tính hấp thụ dị hướng của bản tinh thể tuamalin, thành phần  $\vec{E}_{1x}$  vuông góc với quang trục bị hấp thụ hoàn toàn, còn thành phần  $\vec{E}_{1y}$  song song với quang trục được truyền hoàn toàn qua bản tuamalin  $T_1$ , ánh sáng tự nhiên đã biến thành ánh sáng phân cực toàn phần có vector sáng  $\vec{E}_1 = \vec{E}_{1y}$  song song với quang trục  $\Delta_1$  (hình 4-2) và cường độ sáng  $I_1$  sau bản  $T_1$  bằng:

$$I_1 = E_1^2 = \overline{E_{1y}^2} = \frac{1}{2} \overline{E^2} = \frac{1}{2} I_0 \quad (4-3)$$

trong đó  $I_0 = \overline{E^2}$  là cường độ của ánh sáng tự nhiên truyền tới bản  $T_1$ .

Lấy một bản tuamalin  $T_2$  có quang trục  $\Delta_2$  đặt sau  $T_1$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa quang trục  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$ . Vector sáng  $\vec{E}_1$  sau bản tuamalin  $T_1$  sẽ được phân tích thành hai thành phần:

$\vec{E}_2' = \vec{E}_1 \cos \alpha$  song song với quang trục  $\Delta_2$  và  $\Delta_1$

$\vec{E}_2'' = \vec{E}_1 \sin \alpha$  vuông góc với  $\Delta_2$ . Thành phần  $\vec{E}_2'$  sẽ truyền

qua bản  $T_2$ , còn thành phần  $\vec{E}_2''$  sẽ bị hấp thụ hoàn toàn. Như vậy sau bản  $T_2$  ta cũng nhận được ánh sáng phân cực toàn

phần có vector sáng  $\vec{E}_2 = \vec{E}_2'$  và cường độ sáng  $I_2$  bằng

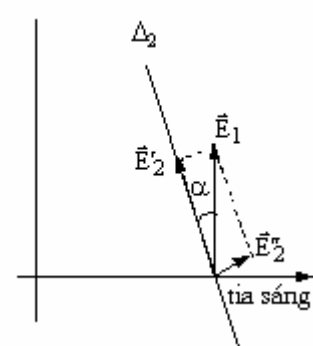
$$I_2 = E_2^2 = E_1^2 \cos^2 \alpha = I_1 \cos^2 \alpha \quad (4-4)$$

$I_1$  là cường độ sáng sau bản tuamalin  $T_1$ . Như vậy nếu giữ cố định bản  $T_1$  và quay bản  $T_2$  xung quanh tia sáng thì  $I_2$  sẽ thay đổi. Khi hai quang trục song song với nhau,  $\alpha = 0$  thì  $I_2$  sẽ

đạt giá trị cực đại và bằng  $I_1$ . Còn lúc hai quang trục vuông góc với nhau,  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  thì  $I_2$  sẽ

bằng 0.  $T_1$  được gọi là kính phân cực,  $T_2$  được gọi là kính phân tích (hình 4-3)

Công thức (4-4) biểu diễn một định luật gọi là định luật Malus.

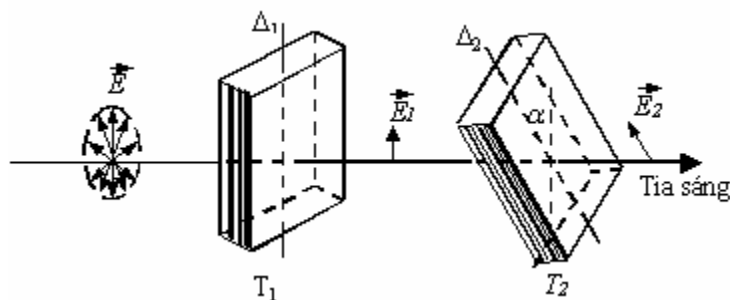


Hình 4-2



**Định luật Malus:** Khi cho một chùm tia sáng tự nhiên truyền qua hai bản tuamalin có quang trục hợp với nhau một góc  $\alpha$  thì cường độ sáng nhận được tỉ lệ với  $\cos^2 \alpha$ .

Do tính đối xứng của ánh sáng tự nhiên xung quanh phương truyền nên nếu ta quay bản tuamalin xung quanh tia sáng thì ở vị trí nào cũng có ánh sáng truyền qua. Còn khi tia sáng chiếu đến bản tuamalin là ánh sáng phân cực thì khi quay bản tuamalin cường độ sáng sau bản sẽ thay đổi. Như vậy bản tuamalin có thể giúp ta phân biệt được chùm sáng tự nhiên và chùm sáng phân cực.



Hình 4-3

### 3. Sự phân cực ánh sáng do phản xạ và khúc xạ

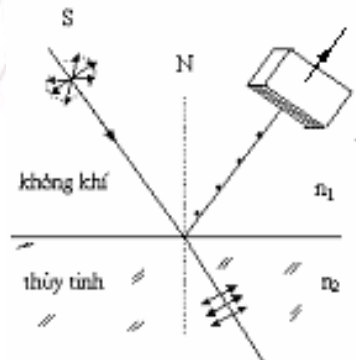
Thực nghiệm chứng tỏ rằng khi cho một tia sáng tự nhiên chiếu tới mặt phân cách giữa hai môi trường dưới góc tới  $i \neq 0$  thì tia phản xạ và tia khúc xạ đều là ánh sáng phân cực một phần. Vector cường độ điện trường của tia phản xạ có biên độ dao động lớn nhất theo phương vuông góc với mặt phẳng tới, còn vector cường độ điện trường của tia khúc xạ có biên độ dao động lớn nhất theo phương nằm trong mặt phẳng tới (hình 4-4). Khi thay đổi góc tới  $i$  thì mức độ phân cực của tia phản xạ và tia khúc xạ cũng thay đổi. Khi góc tới  $i$  thỏa mãn điều kiện:

$$\tan i_B = n_2 \quad (4-5)$$

thì tia phản xạ sẽ phân cực toàn phần,

$n_2 = \frac{n_2}{n_1}$  là chiết suất tỉ đối của môi

trường hai đối với môi trường một,  $i_B$  được gọi là góc tới Brewster hay góc phân cực toàn phần. Ví dụ khi phản xạ từ không khí trên thủy tinh thì  $i_B = 57^\circ$ . Tia khúc xạ không bao giờ là ánh sáng phân cực toàn phần, nhưng khi  $i = i_B$  thì tia khúc xạ cũng bị phân cực mạnh nhất.



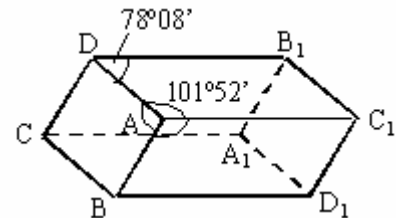
Hình 4-4: Phân cực do phản xạ và khúc xạ



## §2. PHÂN CỰC DO LƯỜNG CHIẾT

Thực nghiệm chứng tỏ rằng một số tinh thể như băng lan, thạch anh... có tính chất đặc biệt là nếu chiếu một tia sáng đến tinh thể thì nói chung ta sẽ được hai tia. Hiện tượng này gọi là hiện tượng lưỡng chiết. Nguyên nhân là do tính bất đẳng hướng của tinh thể về mặt quang học (tức là tính chất quang của tinh thể ở các hướng khác nhau thì sẽ khác nhau). Để nghiên cứu hiện tượng lưỡng chiết chúng ta xét tinh thể băng lan.

Tinh thể băng lan là dạng kết tinh của canxi cacbonat ( $\text{CaCO}_3$ ). Mỗi hạt tinh thể băng lan có dạng một khối sáu mặt hình thoi (hình 4-5), trong đó đường thẳng nối hai đỉnh A và  $A_1$  gọi là quang trục của tinh thể. Một tia sáng truyền vào tinh thể băng lan theo phương song song với quang trục sẽ không bị tách thành hai tia khúc xạ.



Hình 4-5 Tinh thể băng lan

Chiếu một tia sáng tự nhiên vuông góc với mặt ABCD của tinh thể. Thực nghiệm chứng tỏ rằng tia này sẽ bị tách thành hai tia khúc xạ (hình 4-6):

- Tia truyền thẳng không bị lệch khỏi phương truyền gọi là tia thường (kí hiệu là tia o). Tia này tuân theo định luật khúc xạ ánh sáng. Tia thường phân cực toàn phần, có vector sáng  $\vec{E}$  vuông góc với một mặt phẳng đặc biệt gọi là mặt phẳng chính của tia đó (mặt phẳng chứa tia thường và quang trục).

- Tia lệch khỏi phương truyền gọi là tia bất thường (kí hiệu là tia e). Tia này không tuân theo định luật khúc xạ ánh sáng. Tia bất thường phân cực toàn phần, có vector sáng  $\vec{E}$  nằm trong mặt phẳng chính của nó (mặt phẳng chứa quang trục và tia bất thường).

Khi ló ra khỏi tinh thể, hai tia thường và tia bất thường chỉ khác nhau về phương phân cực. Chiết suất của tinh thể băng lan đối với tia thường luôn không đổi và bằng  $n_o=1,659$ .

Chiết suất  $n_e$  của tinh thể băng lan đối với tia bất thường phụ thuộc vào phương truyền của nó trong tinh thể và thay đổi từ 1,659 (theo phương quang trục) đến 1,486 (theo phương vuông góc với quang trục). Như vậy đối với tinh thể băng lan ta có:

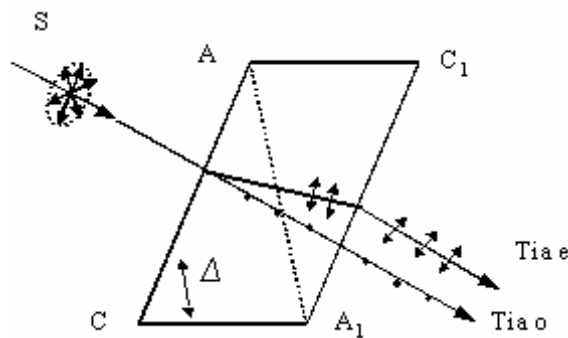
$$n_e \leq n_o \quad (4-6)$$

Vì chiết suất  $n = c/v$ , với  $c$  là vận tốc ánh sáng trong chân không và  $v$  là vận tốc ánh sáng trong môi trường, do đó:

$$v_e \geq v_o \quad (4-7)$$

nghĩa là trong tinh thể băng lan, vận tốc của tia bất thường nói chung lớn hơn vận tốc của tia thường.

Tinh thể băng lan, thạch anh, tuamalin... là những tinh thể đơn trục. Trong tự nhiên còn có tinh thể lưỡng trục, đó là những tinh thể có hai quang trục theo hai hướng khác nhau. Một tia sáng tự nhiên truyền qua tinh thể lưỡng trục cũng bị tách thành hai tia khúc xạ nhưng cả hai tia này đều là những tia bất thường.



Hình 4-6. Tính lưỡng chiết của tinh thể

### §3. KÍNH PHÂN CỰC

Người ta sử dụng các tinh thể lưỡng chiết để chế tạo kính phân cực. Kính phân cực là những dụng cụ có thể biến ánh sáng tự nhiên thành ánh sáng phân cực, ví dụ như bản tuamalin, bản pôlarôit, lăng kính nicôn...

#### 1. Bản pôlarôit

Một số tinh thể lưỡng chiết có tính hấp thụ dị hướng mạnh đối với một trong hai tia thường và bất thường. Ví dụ bản tinh thể tuamalin dày hơn 1mm hầu như hấp thụ hoàn toàn tia thường và chỉ cho tia bất thường truyền qua nó. Vì vậy bản tuamalin có thể dùng làm kính phân cực.

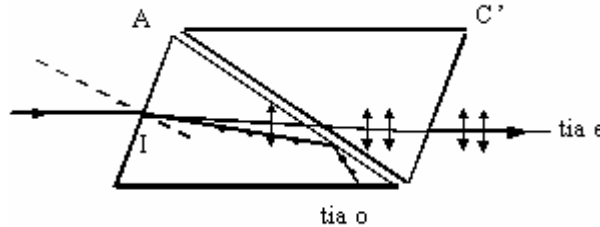
Trong những năm gần đây người ta đã chế tạo những kính phân cực làm bằng xenlulôit, trên có phủ một lớp tinh thể định hướng sunfat-iôt-kinin có tính hấp thụ dị hướng mạnh. Những bản này gọi là bản pôlarôit. Bản pôlarôit dày khoảng 0,1 mm có thể hấp thụ hoàn toàn tia thường và tạo ra ánh sáng phân cực toàn phần sau khi đi ra khỏi bản.

Bản pôlarôit tương đối rẻ nên được sử dụng nhiều trong ngành vận tải. Để khắc phục hiện tượng người lái xe ô tô bị loá mắt do ánh sáng từ các đèn pha của các ô tô khác chạy ngược chiều gây ra, người ta dán các bản pôlarôit lên mặt kính đèn pha ô tô và kính chắn gió phía trước người lái ô tô sao cho quang trục của các bản song song và cùng nghiêng  $45^\circ$  so với phương ngang. Khi hai ô tô chạy ngược chiều tới gặp nhau thì các bản pôlarôit trên hai ô tô này có quang trục bất chéo nhau. Như vậy ánh sáng phân cực phát ra từ đèn pha của ô tô thứ nhất chạy tới không thể truyền qua kính chắn gió của ô tô thứ hai chạy ngược chiều để chiếu vào mắt người lái xe. Trong khi đó người lái xe thứ hai vẫn có thể nhìn thấy ánh sáng phân cực phát ra từ đèn pha của xe mình chiếu sang các vật ở phía trước, vì ánh sáng phân cực này sau khi phản xạ trên các vật vẫn giữ nguyên phương dao động song song với quang trục của kính chắn gió trước mặt người lái xe.

#### 2. Lăng kính Nicol (Nicôn)

Lăng kính Nicol (gọi tắt là nicôn) là một khối tinh thể băng lan được cắt theo mặt chéo thành hai nửa và dán lại với nhau bằng một lớp nhựa canada trong suốt có chiết suất  $n = 1,550$ .

Tia sáng tự nhiên SI chiếu vào mặt AC của nicôn theo phương song song với mặt đáy CA' bị tách thành hai: tia thường và tia bất thường. Chiết suất của tinh thể đối với tia thường  $n_o=1,659$ , còn chiết suất của tinh thể đối với tia bất thường  $n_e$  phụ thuộc vào hướng, nó thay đổi từ 1,486 đến 1,659. Vì  $n_o > n_e$  nên tia thường bị khúc xạ mạnh hơn tia bất thường. Chiết suất của tinh thể đối với tia thường lớn hơn chiết suất của lớp nhựa và hình dạng, kích thước của nicôn được chọn sao cho tia thường khi đến lớp nhựa canada bị phản xạ toàn phần và sau đó bị hấp thụ trên lớp sơn đen của mặt đáy CA'. Còn tia bất thường ( $n_e < n$ ) truyền qua lớp nhựa canada và ló ra khỏi nicôn theo phương song song với tia tới SI.

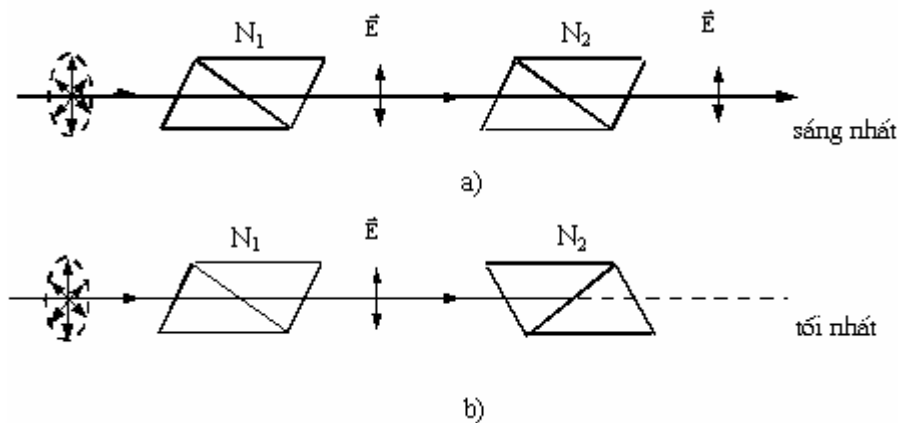


Hình 4-7. Lăng kính Nicol

Như vậy, nicôn đã biến ánh sáng tự nhiên (hoặc phân cực một phần) truyền qua nó thành ánh sáng phân cực toàn phần có mặt phẳng dao động trùng với mặt phẳng chính của nicôn.

Nếu cho một chùm sáng tự nhiên qua hệ hai nicôn  $N_1$  và  $N_2$  thì cường độ sáng  $I_2$  ở phía sau bản nicôn  $N_2$  cũng được xác định theo định luật Malus (công thức 4-4), với  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng chính của nicôn  $N_1$  và  $N_2$ .

Khi hai nicôn  $N_1$  và  $N_2$  đặt ở vị trí song song, ứng với  $\alpha = 0$ , cường độ sáng sau nicôn  $N_2$  đạt cực đại  $I_2 = I_{\max}$  (sáng nhất). Khi hai nicôn đặt ở vị trí bất chéo, ứng với  $\alpha = \pi/2$ , cường độ sáng sau nicôn  $N_2$  đạt cực tiểu  $I_2 = I_{\min}$  (tối nhất).



Hình 4-8. a) Hai nicôn song song

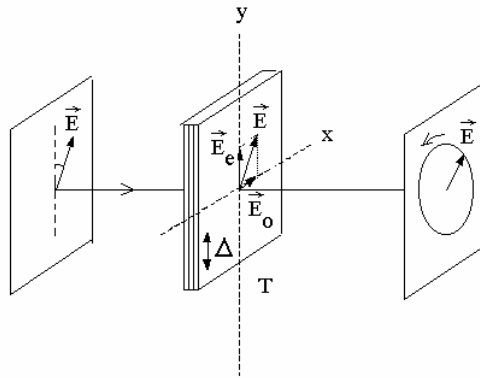
b) Hai nicôn bất chéo

#### §4. ÁNH SÁNG PHÂN CỰC ELIP

Trong các tiết trước chúng ta đã nghiên cứu ánh sáng phân cực thẳng, đó là ánh sáng có vectơ sáng  $\vec{E}$  dao động theo một phương xác định, tức là  $\vec{E}$  dao động trên đường thẳng.

Thực nghiệm chỉ ra rằng ta có thể tạo ra ánh sáng phân cực trong đó đầu mút vectơ sáng  $\vec{E}$  chuyển động trên một đường elip (hay đường tròn), ánh sáng phân cực này được gọi là ánh sáng phân cực elip hay phân cực tròn.

Xét bản tinh thể T có quang trục  $\Delta$  và độ dày d. Chiếu vuông góc với mặt trước của bản tinh thể một tia sáng phân cực toàn phần có vectơ sáng  $\vec{E}$  hợp với quang trục một góc  $\alpha$ . Khi vào bản tinh thể, tia sáng này bị tách thành hai: tia thường và tia bất thường. Tia thường có vectơ sáng  $\vec{E}_o$  vuông góc với quang trục, còn tia bất thường có vectơ sáng  $\vec{E}_e$  song song với quang trục và cả hai vectơ sáng đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với tia sáng (hình 4-9).



Hình 4-9. Ánh sáng phân cực elip

Vectơ sáng tổng hợp của tia thường và tia bất thường tại điểm M sau bản tinh thể bằng:

$$\vec{E} = \vec{E}_o + \vec{E}_e \quad (4-8)$$

Ở trong bản tinh thể, hai tia này truyền đi với vận tốc khác nhau (do chiết suất của tinh thể đối với hai tia khác nhau,  $n_e \neq n_o$ ) và khi ló ra khỏi bản chúng lại truyền đi với cùng vận tốc. Do đó, hiệu quang lộ của tia thường và tia bất thường tại một điểm M sau bản bằng:

$$\Delta L = L_o - L_e = (n_o - n_e)d \quad (4-9)$$

tương ứng với hiệu pha là

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(L_o - L_e) = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d \quad (4-10)$$

trong đó  $\lambda$  là bước sóng ánh sáng trong chân không.

Các vector sáng  $\vec{E}_o$  và  $\vec{E}_e$  dao động theo hai phương vuông góc với nhau, do đó đầu mút vector sáng tổng hợp sẽ chuyển động trên một đường elip xác định bởi phương trình:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi \quad (4-11)$$

với  $A_1$  và  $A_2$  lần lượt là biên độ và  $\Delta\varphi = \varphi_o - \varphi_e$  là hiệu pha dao động của hai vector sáng  $\vec{E}_o$  và  $\vec{E}_e$ . Nếu trước khi vào bản tinh thể, ánh sáng phân cực toàn phần có biên độ là  $A$  thì  $A_1 = A \cdot \sin \alpha$  và  $A_2 = A \cdot \cos \alpha$ .

Như vậy, ánh sáng phân cực thẳng sau khi truyền qua bản tinh thể sẽ biến thành ánh sáng phân cực elip. Chúng ta sẽ xét một vài trường hợp riêng phụ thuộc vào độ dày  $d$  của bản tinh thể.

### 1. Bản phần tư bước sóng

Bản phần tư bước sóng là bản tinh thể có độ dày  $d$  sao cho hiệu quang lộ của tia thường và tia bất thường truyền qua bản bằng một số lẻ lần của phần tư bước sóng:

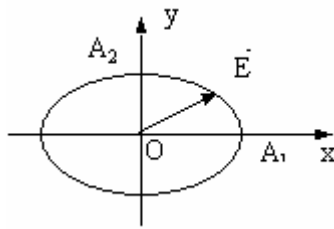
$$\Delta L = (n_o - n_e)d = (2k + 1) \frac{\lambda}{4} \quad (4-12)$$

Khi đó hiệu pha của hai tia bằng:

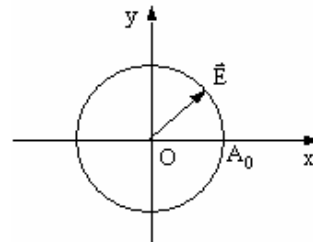
$$\Delta\varphi = (2k + 1) \frac{\pi}{2} \quad (4-13)$$

và phương trình (4-11) sẽ thành:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1 \quad (4-14)$$



Hình 4-10a: Phân cực elip dạng chính tắc



Hình 4-10b: Phân cực tròn

Trong trường hợp này, đầu mút của vector sáng tổng hợp  $\vec{E}$  phía sau bản tinh thể chuyển động trên một elip dạng chính tắc có hai bán trục là  $A_1$  và  $A_2$  được xác định bởi phương trình (4-14) (hình 4-10a). Đặc biệt, nếu  $\alpha = 45^\circ$  thì  $A_1 = A_2 = A_0$  và phương trình (4-14) sẽ thành:

$$x^2 + y^2 = A_0^2 \quad (4-15)$$

Khi đó đầu mút của vector sáng tổng hợp  $\vec{E}$  phía sau bản tinh thể chuyển động trên đường tròn tâm O, bán kính  $A_0$  được xác định bởi phương trình (4-15) (hình 4-10b).

Như vậy, sau khi truyền qua bản phân tư bước sóng, ánh sáng phân cực thẳng đã bị biến đổi thành ánh sáng phân cực elip dạng chính tắc hoặc phân cực tròn.

## 2. Bản nửa bước sóng

Bản nửa bước sóng là bản tinh thể có độ dày  $d$  sao cho hiệu quang lộ của tia thường và tia bất thường truyền qua bản bằng một số lẻ lần nửa bước sóng:

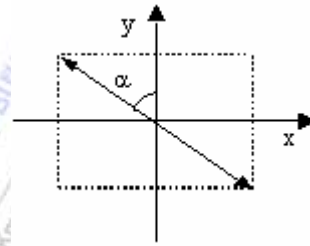
$$\Delta L = (n_o - n_e)d = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} \quad (4-16)$$

Khi đó hiệu pha của hai tia bằng:

$$\Delta\varphi = (2k + 1)\pi \quad (4-17)$$

và phương trình (4-11) sẽ thành:

$$\frac{x}{A_1} + \frac{y}{A_2} = 0 \quad (4-18)$$



Hình 4-11

Đây là phương trình của đường thẳng, mút vector sáng tổng hợp  $\vec{E}$  phía sau bản sẽ chuyển động trên đường thẳng nằm

trong góc phần tư thứ hai và thứ tư của hệ tọa độ Oxy (hình 4-11), đường thẳng đó hợp với quang trục một góc  $\alpha$ . Trước khi vào bản tinh thể, mút vector sáng của ánh sáng phân cực thẳng dao động trên đường thẳng. Như vậy sau khi truyền qua bản nửa bước sóng ánh sáng phân cực thẳng vẫn là ánh sáng phân cực thẳng, nhưng phương dao động đã quay đi một góc  $2\alpha$  so với trước khi đi vào bản.

## 3. Bản một bước sóng

Bản một bước sóng là bản tinh thể có độ dày  $d$  sao cho hiệu quang lộ của tia thường và tia bất thường truyền qua bản bằng một số nguyên lần bước sóng:

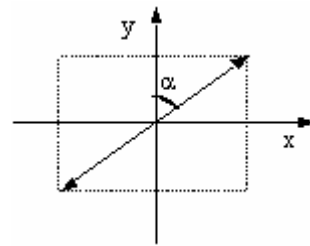
$$\Delta L = (n_o - n_e)d = k\lambda \quad (4-19)$$

khi đó hiệu pha của hai tia bằng:

$$\Delta\varphi = 2k\pi \quad (4-20)$$

và phương trình (4-11) sẽ thành:

$$\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2} = 0 \quad (4-21)$$



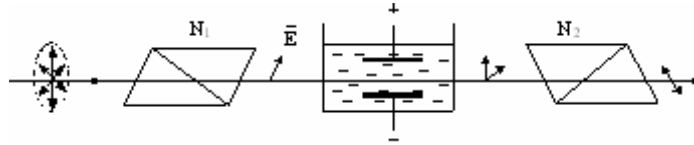
Hình 4-12

Đây là phương trình của đường thẳng, nằm trong góc phần tư thứ nhất và thứ ba của hệ tọa độ Oxy (hình 4-12), đường thẳng đó hợp với quang trục một góc  $\alpha$ . Như vậy sau khi truyền qua bản một bước sóng ánh sáng phân cực thẳng giữ nguyên không đổi.



## §5. LŨNG CHIẾT DO ĐIỆN TRƯỜNG

Một số chất lỏng như sulfua cacbon, benzôn... khi chịu tác dụng của điện trường thì trở nên bất đẳng hướng về mặt quang học. Hiện tượng này được Kerr tìm ra năm 1875 và gọi là *hiệu ứng Kerr*. Sơ đồ thí nghiệm về hiệu ứng Kerr được trình bày trên hình 4-13.



Hình 4-13. Thí nghiệm về hiệu ứng Kerr

Khi chưa có điện trường, các phân tử chất lỏng chuyển động nhiệt hỗn loạn nên chất lỏng là đẳng hướng và không làm thay đổi phương của ánh sáng phân cực toàn phần sau nicôn  $N_1$  truyền tới nó. Do đó ánh sáng phân cực toàn phần này không thể truyền tiếp qua nicôn  $N_2$  (bắt chéo với  $N_1$ ) và sau nicôn  $N_2$  sẽ hoàn toàn tối.

Khi chất lỏng chịu tác dụng của điện trường giữa hai bản cực của tụ điện, các phân tử của nó trở thành các lưỡng cực điện nằm dọc theo phương của điện trường. Chất lỏng trở thành môi trường bất đẳng hướng với quang trục là phương của điện trường. Trong trường hợp này, chùm ánh sáng phân cực toàn phần sau nicôn  $N_1$  truyền tới chất lỏng bị tách thành tia thường và tia bất thường. Tổng hợp của hai tia này sẽ là ánh sáng phân cực elip, có thể truyền tiếp qua nicôn  $N_2$  (bắt chéo với  $N_1$ ), nên sau nicôn  $N_2$  sẽ sáng.

Thực nghiệm chứng tỏ với mỗi ánh sáng đơn sắc, hiệu số chiết suất  $n_o - n_e$  của chất lỏng (chịu tác dụng của điện trường) đối với tia thường và tia bất thường truyền trong nó có độ lớn tỉ lệ với bình phương cường độ điện trường  $E$  tác dụng lên chất lỏng:

$$n_o - n_e = kE^2 \quad (4-22)$$

với  $k$  là hệ số tỉ lệ phụ thuộc vào bản chất của chất lỏng. Hiệu pha giữa hai dao động của tia thường và tia bất thường sau khi đi qua lớp chất lỏng có bề dày  $d$  sẽ là:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d = \frac{2\pi}{\lambda}kE^2d = 2\pi BE^2d \quad (4-23)$$

trong đó  $B = k/\lambda$  gọi là *hằng số Kerr*. Giá trị của  $B$  phụ thuộc nhiệt độ của chất lỏng và bước sóng ánh sáng.

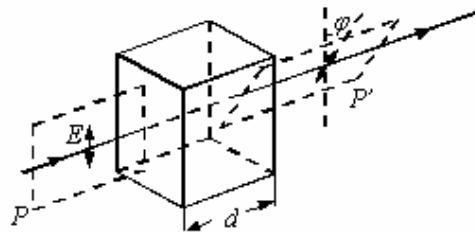
Thời gian để các phân tử định hướng theo phương của điện trường và thời gian để các phân tử trở về trạng thái chuyển động hỗn loạn chỉ vào cỡ  $10^{-10}s$ . Tính chất này của hiệu ứng Kerr đã được ứng dụng để chế tạo van quang học dùng đóng ngắt ánh sáng rất nhanh không có quán tính.

## §6. SỰ QUAY MẶT PHẪNG PHÂN CỰC

Một số tinh thể hoặc dung dịch có tác dụng làm quay mặt phẳng phân cực của chùm ánh sáng phân cực toàn phần truyền qua chúng. Hiện tượng này gọi là hiện tượng quay mặt phẳng phân cực. Các chất làm quay mặt phẳng phân cực của ánh sáng phân cực gọi là chất hoạt quang, thí dụ như thạch anh, dung dịch đường...

Hiện tượng quay mặt phẳng phân cực được thể hiện như sau: Cho ánh sáng tự nhiên đi qua kính phân cực  $T_1$  và kính phân tích  $T_2$  đặt vuông góc với nhau. Kết quả là ánh sáng không đi qua được kính phân tích  $T_2$ , sau bản  $T_2$  sẽ tối. Bây giờ nếu đặt giữa kính phân cực  $T_1$  và kính phân tích  $T_2$  một bản tinh thể thạch anh có quang trục nằm dọc theo phương

truyền của tia sáng thì thấy ánh sáng đi qua được kính phân tích  $T_2$ , sau bản  $T_2$  sẽ sáng. Muốn cho ánh sáng không đi qua được ta phải quay kính phân tích một góc  $\varphi$ . Điều đó chứng tỏ dưới tác dụng của bản tinh thể ánh sáng phân cực thẳng sau bản  $T_1$  đã bị quay đi một góc  $\varphi$  (hình 4-14), hay ta nói bản tinh thể đã làm quay mặt phẳng phân cực một góc  $\varphi$ . Đó là hiện tượng quay mặt phẳng phân cực.



Hình 4-14. Hiện tượng quay mặt phẳng phân cực

Thực nghiệm cho thấy góc quay  $\varphi$  của mặt phẳng phân cực tỷ lệ thuận với độ dày  $d$  của bản tinh thể:

$$\varphi = \alpha d \quad (4-24)$$

$\alpha$  là hệ số quay, nó có giá trị phụ thuộc bản chất, nhiệt độ của chất rắn quang hoạt và bước sóng  $\lambda$  của ánh sáng. Ví dụ đối với bản thạch anh ở  $20^\circ\text{C}$ :  $\alpha = 21,7$  độ/mm ứng với

$\lambda = 0,589 \mu\text{m}$ ;  $\alpha = 48,9$  độ/mm ứng với  $\lambda = 0,4047 \mu\text{m}$ .

Đối với các dung dịch, góc quay  $\varphi$  của mặt phẳng phân cực tỷ lệ với độ dày  $d$  của lớp dung dịch có ánh sáng phân cực truyền qua và tỷ lệ với nồng độ  $c$  của dung dịch:

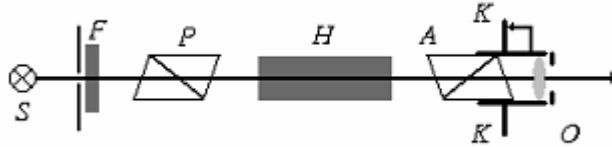
$$\varphi = [\alpha] cd \quad (4-25)$$

trong đó  $[\alpha]$  được gọi là hệ số quay riêng, nó có giá trị phụ thuộc bản chất và nhiệt độ của dung dịch hoạt quang, đồng thời phụ thuộc bước sóng  $\lambda$  của ánh sáng. Ví dụ đối với ánh sáng vàng Na ( $\lambda = 0,589 \mu\text{m}$ ) ở  $20^\circ\text{C}$ ,  $[\alpha]$  của dung dịch đường là  $66,5^\circ\text{cm}^2/\text{g}$ .

Hiện tượng quay mặt phẳng phân cực được ứng dụng trong một dụng cụ gọi là đường kế để xác định nồng độ đường trong dung dịch.

Ánh sáng từ bóng đèn S truyền qua kính lọc sắc F và kính phân cực P biến đổi thành ánh sáng đơn sắc phân cực toàn phần. Quan sát trong ống ngắm O, đồng thời quay kính phân tích A cho tới khi thị trường trong ống ngắm trở nên tối hoàn toàn. Khi đó kính phân tích A nằm ở vị trí bất chéo với kính phân cực P và mặt phẳng chính của chúng vuông góc với nhau. Góc  $\varphi_1$  xác định vị trí của kính phân tích A đọc được trên thước đo góc K. Đặt

ống thủy tinh H chứa đầy dung dịch hoạt quang cần nghiên cứu vào khoảng giữa hai kính A và P, thị trường trong ống ngắm O lại sáng. Nguyên nhân là do dung dịch hoạt quang đã làm mặt phẳng dao động của ánh sáng phân cực toàn phần truyền qua nó quay đi một góc  $\varphi$  tới vị trí không vuông góc với mặt phẳng chính của kính phân tích A nữa. Bây giờ ta quay kính phân tích A cho đến khi thị trường trong ống ngắm O tối hoàn toàn. Đọc góc  $\varphi_2$ , xác định vị trí này của kính phân tích A. Từ đó tìm ra được góc quay  $\varphi$  của mặt phẳng phân cực  $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ .



Hình 4-15. Mô hình của đường kế

Theo công thức (4-25), nếu biết độ dày  $d$  và hằng số quay riêng  $[\alpha]$  của dung dịch hoạt quang, ta dễ dàng xác định được nồng độ  $c$  của dung dịch :

$$c = \frac{\varphi}{[\alpha]d} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{[\alpha]d} \quad (4-26)$$

### III. TÓM TẮT NỘI DUNG

#### 1. Sự phân cực ánh sáng

\* Ánh sáng có vector cường độ điện trường dao động đều đặn theo mọi phương vuông góc tia sáng được gọi là ánh sáng tự nhiên.

\* Ánh sáng có vector cường độ điện trường chỉ dao động theo một phương xác định được gọi là ánh sáng phân cực thẳng hay ánh sáng phân cực toàn phần.

\* Ánh sáng có vector cường độ điện trường dao động theo tất cả các phương vuông góc với tia sáng nhưng có phương dao động yếu, có phương dao động mạnh được gọi là ánh sáng phân cực một phần.

\* Mặt phẳng chứa tia sáng và phương dao động của  $\vec{E}$  được gọi là mặt phẳng dao động, còn mặt phẳng chứa tia sáng và vuông góc với mặt phẳng dao động gọi là mặt phẳng phân cực.

\* Trong bản Tourmalin có một phương đặc biệt gọi là quang trục của tinh thể (kí hiệu là  $\Delta$ ). Theo phương quang trục, ánh sáng không bị hấp thụ, mà truyền qua hoàn toàn còn theo phương vuông góc với quang trục, ánh sáng bị hấp thụ hoàn toàn.

\* Định luật Malus: Khi cho một chùm tia sáng tự nhiên truyền qua hai bản tourmalin có quang trục hợp với nhau một góc  $\alpha$  thì cường độ sáng nhận được tỉ lệ với  $\cos^2 \alpha$ .

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha$$

## 2. Sự phân cực do phản xạ, khúc xạ:

Thực nghiệm chứng tỏ rằng khi cho một tia sáng tự nhiên chiếu tới mặt phân cách giữa hai môi trường dưới góc tới  $i \neq 0$  thì tia phản xạ và tia khúc xạ đều là ánh sáng phân cực một phần. Vector cường độ điện trường của tia phản xạ có biên độ dao động lớn nhất theo phương vuông góc với mặt phẳng tới, còn vector cường độ điện trường của tia khúc xạ có biên độ dao động lớn nhất theo phương nằm trong mặt phẳng tới. Khi thay đổi góc tới  $i$  thì mức độ phân cực của tia phản xạ và tia khúc xạ cũng thay đổi. Khi góc tới  $i$  thỏa mãn điều kiện:

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21}$$

thì tia phản xạ sẽ phân cực toàn phần,  $n_{21}$  là chiết suất tỉ đối của môi trường hai đối với môi trường một,  $i_B$  được gọi là góc tới Brewster. Tia khúc xạ không bao giờ là ánh sáng phân cực toàn phần, nhưng khi  $i = i_B$  thì tia khúc xạ cũng bị phân cực mạnh nhất.

## 3. Sự phân cực do lưỡng chiết

Thực nghiệm chứng tỏ rằng một số tinh thể như băng lan, thạch anh... có tính chất đặc biệt là nếu chiếu một tia sáng đến tinh thể thì nói chung ta sẽ thu được hai tia. Hiện tượng này gọi là hiện tượng lưỡng chiết. Nguyên nhân là do tính bất đẳng hướng của tinh thể về mặt quang học (tức là tính chất quang của tinh thể ở các hướng khác nhau thì sẽ khác nhau). Tia sáng khi chiếu vào tinh thể lưỡng chiết sẽ bị tách thành hai tia khúc xạ:

- Tia tuân theo định luật khúc xạ gọi là tia thường. Tia thường phân cực toàn phần, có vector sáng  $\vec{E}$  vuông góc với mặt phẳng chính của tia thường.
- Tia không theo định luật khúc xạ gọi là tia bất thường. Tia bất thường phân cực toàn phần, có vector sáng  $\vec{E}$  nằm trong mặt phẳng chính của nó.

Khi ló ra khỏi tinh thể, hai tia thường và tia bất thường chỉ khác nhau về phương phân cực. Chiết suất của tinh thể băng lan đối với tia thường luôn không đổi và bằng  $n_o = 1,659$ . Chiết suất  $n_e$  của tinh thể băng lan đối với tia bất thường phụ thuộc vào phương truyền của nó trong tinh thể và thay đổi từ 1,659 (theo phương quang trục) đến 1,486 (theo phương vuông góc với quang trục). Như vậy đối với tinh thể băng lan ta có:

$$n_e \leq n_o$$

Vì chiết suất  $n = c/v$ , với  $c$  là vận tốc ánh sáng trong chân không và  $v$  là vận tốc ánh sáng trong môi trường, do đó:

$$v_e \geq v_o$$

nghĩa là trong tinh thể băng lan, vận tốc của tia bất thường nói chung lớn hơn vận tốc của tia thường.

Tinh thể băng lan, thạch anh, tuamalin... là những tinh thể đơn trục. Trong tự nhiên còn có tinh thể lưỡng trục, đó là những tinh thể có hai quang trục theo hai hướng khác nhau. Một tia sáng tự nhiên truyền qua tinh thể lưỡng trục cũng bị tách thành hai tia khúc xạ nhưng cả hai tia này đều là những tia bất thường.

Người ta sử dụng các tinh thể lưỡng chiết để chế tạo kính phân cực. Kính phân cực là những dụng cụ có thể biến ánh sáng tự nhiên thành ánh sáng phân cực, ví dụ như bản tuamalin, bản pôlarôit, lăng kính nicol...

Một số chất lỏng như sulfua cacbon, benzôn... khi chịu tác dụng của điện trường thì trở nên bất đẳng hướng về mặt quang học (có tính lưỡng chiết). Hiệu ứng này gọi là hiệu ứng Kerr và được ứng dụng để chế tạo van quang học

#### 4. Ánh sáng phân cực elip

Ánh sáng phân cực trong đó đầu mút vector sáng  $\vec{E}$  chuyển động trên một đường elip (hay đường tròn) được gọi là ánh sáng phân cực elip (hay phân cực tròn).

Chiếu vuông góc với mặt trước của bản tinh thể một tia sáng phân cực toàn phần có vector sáng  $\vec{E}$  hợp với quang trục một góc  $\alpha$ . Khi vào bản tinh thể, tia sáng này bị tách thành hai: tia thường và tia bất thường. Tia thường và tia bất thường là hai tia sáng kết hợp, chúng giao thoa với nhau. Các vector sáng  $\vec{E}_o$  của tia thường và  $\vec{E}_e$  dao động theo hai phương vuông góc với nhau, do đó đầu mút vector sáng tổng hợp sẽ chuyển động trên một đường elip xác định bởi phương trình:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi \quad (1)$$

$x, y$  là độ dời dao động,  $A_1, A_2$  là biên độ dao động của  $\vec{E}_o$  và  $\vec{E}_e$ . Hiệu pha của các tia thường và tia bất thường là

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(L_o - L_e) = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d \quad (2)$$

##### \* Bản phần tư bước sóng

Bản phần tư bước sóng là bản tinh thể có độ dày  $d$  sao cho hiệu quang lộ của tia thường và tia bất thường truyền qua bản bằng một số lẻ lần của phần tư bước sóng:

$$\Delta L = (n_o - n_e)d = (2k + 1)\frac{\lambda}{4} \quad (3a)$$

Thay (3a) vào (2), sau đó vào (1) ta thu được phương trình của đường elip dạng chính tắc. Do đó sau khi truyền qua bản phần tư bước sóng, ánh sáng phân cực thẳng đã bị biến đổi thành ánh sáng phân cực elip dạng chính tắc hoặc phân cực tròn.

##### \* Bản nửa bước sóng

Bản nửa bước sóng là bản tinh thể có độ dày  $d$  sao cho hiệu quang lộ của tia thường và tia bất thường truyền qua bản bằng một số lẻ lần nửa bước sóng:

$$\Delta L = (n_o - n_e)d = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} \quad (3b)$$

Thay (3b) vào (2), sau đó vào (1) ta thu được phương trình của đường thẳng, quay một góc  $2\alpha$ . Do đó khi truyền qua bản nửa bước sóng ánh sáng phân cực thẳng vẫn là ánh sáng phân cực thẳng, nhưng phương dao động đã quay đi một góc  $2\alpha$  so với trước khi đi vào bản.



\* Bản một bước sóng

Bản một bước sóng là bản tinh thể có độ dày  $d$  sao cho hiệu quang lộ của tia thường và tia bất thường truyền qua bản bằng một số nguyên lần bước sóng:

$$\Delta L = (n_o - n_e)d = k\lambda \quad (3c)$$

Thay (3c) vào (2), sau đó vào (1) ta thu được phương trình của đường thẳng. Vậy sau khi truyền qua bản một bước sóng ánh sáng phân cực thẳng giữ nguyên không đổi.

### 5. Sự quay mặt phẳng phân cực

Một số tinh thể hoặc dung dịch có tác dụng làm quay mặt phẳng phân cực của chùm ánh sáng phân cực toàn phần truyền qua chúng. Hiện tượng này gọi là sự quay mặt phẳng phân cực. Các chất làm quay mặt phẳng phân cực của ánh sáng phân cực gọi là chất hoạt quang, thí dụ như thạch anh, dung dịch đường...

Thực nghiệm cho thấy góc quay  $\varphi$  của mặt phẳng phân cực tỷ lệ thuận với độ dày  $d$  của bản tinh thể:

$$\varphi = \alpha d$$

$\alpha$  là hệ số quay, nó có giá trị phụ thuộc bản chất và nhiệt độ của chất rắn quang hoạt và bước sóng  $\lambda$  của ánh sáng.

Đối với các dung dịch, góc quay  $\varphi$  của mặt phẳng phân cực tỷ lệ với độ dày  $d$  của lớp dung dịch có ánh sáng phân cực truyền qua và tỷ lệ với nồng độ  $c$  của dung dịch:

$$\varphi = [\alpha] cd$$

trong đó  $[\alpha]$  được gọi là hệ số quay riêng, nó có giá trị phụ thuộc bản chất và nhiệt độ của dung dịch hoạt quang, đồng thời phụ thuộc bước sóng  $\lambda$  của ánh sáng.

Hiện tượng quay mặt phẳng phân cực được ứng dụng trong một dụng cụ gọi là đường kế để xác định nồng độ đường trong dung dịch.

## IV. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

1. Hiện tượng phân cực chứng tỏ bản chất gì của ánh sáng ? Ánh sáng là sóng ngang hay sóng dọc ? Giải thích tại sao ?
2. Phân biệt ánh sáng tự nhiên và ánh sáng phân cực toàn phần, ánh sáng phân cực một phần.
3. Phát biểu và viết biểu thức của định luật Malus.
4. Trình bày sự phân cực do phản xạ, khúc xạ.
5. Trình bày tính lưỡng chiết của tinh thể.
6. Nêu sự giống nhau và khác nhau của hai tia thường và bất thường khi đi qua tinh thể băng lan.
7. Trình bày hiệu ứng Kerr.
8. Định nghĩa ánh sáng phân cực elip, phân cực tròn. Trình bày cách tạo ra ánh sáng phân cực elip. Xét các trường hợp bề dày bản một phần tư bước sóng, bản nửa bước sóng và bản một bước sóng.



8. Nêu ứng dụng của hiện tượng quay mặt phẳng phân cực.

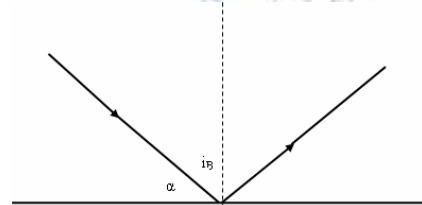
## V. BÀI TẬP

**Thí dụ 1:** Hỏi góc nghiêng của mặt trời so với chân trời phải bằng bao nhiêu để những tia sáng mặt trời phản chiếu trên mặt hồ bị phân cực toàn phần. Biết rằng chiết suất của nước hồ  $n = 1,33$ .

**Bài giải:**

Theo định luật Brewster, muốn tia sáng phản chiếu bị phân cực toàn phần thì góc tới của nó phải bằng góc tới Brewster, xác định bởi công thức:

$$\operatorname{tg} i_B = n = 1,33 \rightarrow i_B = 53^{\circ}5'$$



Do đó góc nghiêng của mặt trời so với đường chân trời:  $\alpha = 90^{\circ} - i_B = 36^{\circ}55'$

**Thí dụ 2:** Cho một chùm tia sáng phân cực thẳng có bước sóng trong chân không là  $\lambda_0 = 0,589\mu\text{m}$  chiếu vuông góc với quang trục của một bản tinh thể băng lan. Chiết suất của tinh thể băng lan đối với tia thường và tia bất thường lần lượt bằng  $n_0 = 1,658$  và  $n_e = 1,488$ . Xác định bước sóng của tia thường và tia bất thường.

**Bài giải:** Bước sóng  $\lambda$  của ánh sáng truyền trong môi trường có chiết suất  $n$  liên hệ với bước

sóng  $\lambda_0$  của ánh sáng trong chân không:  $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$

Bước sóng của tia thường trong tinh thể băng lan:  $\lambda_t = \frac{\lambda_0}{n_0} = \frac{0,589}{1,658} = 0,355\mu\text{m}$

Bước sóng của tia bất thường trong tinh thể băng lan:  $\lambda_{bt} = \frac{\lambda_0}{n_e} = 0,396\mu\text{m}$

### Bài tập tự giải

1. Cho biết khi ánh sáng truyền từ một chất có chiết suất  $n$  ra ngoài không khí thì xảy ra hiện tượng phản xạ toàn phần của ánh sáng ứng với góc giới hạn  $i_{gh} = 45^{\circ}$ . Xác định góc tới Brewster của chất này, môi trường chứa tia tới là không khí.

**Đáp số:** Góc giới hạn:

$$\sin i_{gh} = \frac{n_{kk}}{n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow n = \sqrt{2} = 1,414$$

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{n}{n_{kk}} = 1,414 \rightarrow i_B = 54^{\circ}43'$$

2. Ánh sáng tự nhiên truyền từ không khí tới chiếu vào một bản thủy tinh. Cho biết ánh sáng phản xạ bị phân cực toàn phần khi góc khúc xạ  $r = 33^\circ$ . Xác định chiết suất của bản thủy tinh.

**Đáp số:**

Khi chùm phản xạ bị phân cực toàn phần thì góc tới  $i$  thỏa mãn:

$$\operatorname{tgi} = \operatorname{tgi}_B = n \rightarrow n = \frac{\sin i_B}{\cos i_B} = \frac{\sin i_B}{\sqrt{1 - \sin^2 i_B}}$$

Theo định luật khúc xạ ánh sáng:  $\frac{\sin i}{\sin r} = n$ , mà  $\sin i_B = \sin i = n \cdot \sin 33^\circ$

$$\rightarrow n = \frac{n \cdot \sin 33^\circ}{\sqrt{1 - (n \cdot \sin 33^\circ)^2}} \rightarrow n \approx 1,56$$

3. Xác định góc tới Brewster của một mặt thủy tinh có chiết suất  $n_1 = 1,57$  khi môi trường ánh sáng tới là:

1. Không khí.
2. Nước có chiết suất  $n_2 = 4/3$ .

**Đáp số:**  $i_B = 57^\circ 30'$ ,  $i_B = 49^\circ 43'$

4. Một chùm tia sáng sau khi truyền qua một chất lỏng đựng trong một bình thủy tinh, phản xạ trên đáy bình. Tia phản xạ bị phân cực toàn phần khi góc tới trên đáy bình bằng  $42^\circ 37'$ , chiết suất của bình thủy tinh  $n = 1,5$ . Tính:

1. Chiết suất của chất lỏng.
2. Góc tới trên đáy bình để chùm tia phản xạ trên đó phản xạ toàn phần.

**Đáp số:**  $n' = 1,63$ ,  $i = 66^\circ 56'$

5. Cho một chùm tia sáng tự nhiên chiếu vào mặt của một bản thủy tinh nhúng trong chất lỏng. Chiết suất của thủy tinh là  $n_1 = 1,5$ . Cho biết chùm tia phản xạ trên mặt thủy tinh bị phân cực toàn phần khi các tia phản xạ hợp với các tia tới một góc  $\varphi = 97^\circ$ . Xác định chiết suất  $n_2$  của chất lỏng.

**Đáp số:**  $\operatorname{tgi} = \operatorname{tgi}_B = \frac{n_1}{n_2}$

$$\text{Theo điều kiện đầu bài: } i = i_B = \frac{\varphi}{2} \rightarrow \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{n_1}{n_2} \rightarrow n_2 = \frac{n_1}{\operatorname{tg} \frac{97^\circ}{2}} = 1,33.$$

6. Một bản thạch anh được cắt song song với quang trục và có độ dày  $d = 1\text{mm}$ . Chiếu ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 0,6\mu\text{m}$  vuông góc với mặt bản. Tính hiệu quang lộ và hiệu

pha của tia thường và tia bất thường truyền qua bản thạch anh, biết rằng chiết suất của bản đối với tia thường và tia bất thường lần lượt bằng  $n_0 = 1,544$ ,  $n_e = 1,535$ .

**Đáp số:** Hiệu quang lộ của tia thường và tia bất thường truyền qua bản thạch anh có giá trị bằng:  $\Delta L = (n_0 - n_e) \cdot d = 0,009 \text{ mm}$

Hiệu pha của tia thường và tia bất thường truyền qua bản thạch anh có giá trị bằng:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta L = 30\pi \text{ (rad)}$$

7. Cho biết đối với ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 0,545 \mu\text{m}$  thì chiết suất của bản phản tư bước sóng đối với tia thường và tia bất thường truyền trong bản có giá trị lần lượt bằng  $n_0 = 1,658$  và  $n_e = 1,488$ . Hỏi bản phản tư bước sóng có độ dày nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

**Đáp số:**  $\Delta L = (n_0 - n_e) \cdot d = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$ ,  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

Bản phản tư bước sóng có độ dày nhỏ nhất khi  $k = 0$ .

Vậy  $d_{\min} = 800 \text{ nm}$ .

8. Một bản nửa bước sóng có độ dày nhỏ nhất bằng  $d_{\min} = 1,732 \mu\text{m}$ . Cho biết chiết suất của bản đối với tia thường và tia bất thường lần lượt bằng  $n_0 = 1,658$  và  $n_e = 1,488$ . Xác định bước sóng của ánh sáng truyền tới bản này.

**Đáp số:**  $\Delta L = (n_0 - n_e) \cdot d = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$ ,  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

Bản nửa bước sóng có độ dày nhỏ nhất khi  $k = 0$ .

$$\text{Vậy } d_{\min} = \frac{\lambda}{2(n_0 - n_e)} \rightarrow \lambda = 2 \cdot d_{\min} (n_0 - n_e) = 0,589 \mu\text{m}$$

9. Một bản tinh thể được cắt song song với quang trục và có độ dày  $d = 0,25 \text{ mm}$ . Người ta dùng bản tinh thể này làm bản phản tư bước sóng đối với ánh sáng có bước sóng  $\lambda = 0,53 \mu\text{m}$ . Xác định đối với những bước sóng nào trong vùng quang phổ thấy được, bản tinh thể này cũng là bản phản tư bước sóng. Coi rằng hiệu số chiết suất của bản đối với tia bất thường và tia thường không đổi và bằng  $n_e - n_0 = 0,009$  ứng với mọi bước sóng trong vùng quang phổ thấy được có giá trị từ  $0,4 \mu\text{m}$  đến  $0,76 \mu\text{m}$ .

**Đáp số:**  $\Delta L = (n_e - n_0) \cdot d = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$

Bước sóng của ánh sáng truyền tới bản:  $\lambda = \frac{4d(n_e - n_0)}{2k + 1} = \frac{9}{2k + 1}$ , mà  $0,4 \leq \lambda \leq 0,76$ , suy ra  $5,42 \leq k \leq 10,75$ , mà  $k$  nguyên nên  $k = 6, 7, 8, 9, 10$ .

$$\begin{aligned} k=6 \rightarrow \lambda &= \frac{9}{2.6+1} = 0,69\mu\text{m}, & k=7 \rightarrow \lambda &= \frac{9}{2.7+1} = 0,6\mu\text{m} \\ k=8 \rightarrow \lambda &= \frac{9}{2.8+1} = 0,53\mu\text{m}, & k=9 \rightarrow \lambda &= \frac{9}{2.9+1} = 0,47\mu\text{m} \\ k=10 \rightarrow \lambda &= \frac{9}{2.10+1} = 0,43\mu\text{m} \end{aligned}$$

Vậy bản tinh thể còn là bản phần tư bước sóng đối với các ánh sáng có bước sóng trên.

**10.** Một bản thạch anh được cắt song song với quang trục của nó với độ dày không vượt quá 0,5mm. Xác định độ dày lớn nhất của bản thạch anh này để chùm ánh sáng phân cực thẳng có bước sóng  $\lambda = 0,589\mu\text{m}$  sau khi truyền qua bản thỏa mãn điều kiện sau:

1. Mặt phẳng phân cực bị quay đi một góc nào đó.
2. Trở thành ánh sáng phân cực tròn.

Cho biết hiệu số chiết suất của tia thường và tia bất thường đối với bản thạch anh  $n_e - n_o = 0,009$ .

**Đáp số:** 1.  $d_{\max} = 0,49\text{mm}$ . 2.  $d_{\max} = 0,47\text{mm}$

**11.** Giữa hai kính nicôn song song người ta đặt một bản thạch anh có các mặt vuông góc với quang trục. Khi bản thạch anh có độ dày  $d_1 = 2\text{mm}$  thì mặt phẳng phân cực của ánh sáng đơn sắc truyền qua nó bị quay đi một góc  $\varphi_1 = 53^\circ$ . Xác định độ dày  $d_2$  của bản thạch anh này để ánh sáng đơn sắc không truyền qua được kính nicôn phân tích.

**Đáp số:** Khi truyền theo quang trục của thạch anh mặt phẳng phân cực của ánh sáng bị quay một góc  $\varphi_1$ :  $\varphi_1 = \alpha \cdot d_1$

Để ánh sáng đơn sắc không truyền qua được kính phân tích thì bản thạch anh phải có độ dày  $d_2$  sao cho mặt phẳng phân cực quay đi một góc  $\varphi_2 = 90^\circ$ , mà  $\varphi_2 = \alpha \cdot d_2$

$$\rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} \rightarrow d_2 = 3,4\text{mm}$$

## CHƯƠNG V: THUYẾT TƯƠNG ĐỐI HẸP EINSTEIN

Theo cơ học cổ điển (cơ học Newton) thì không gian, thời gian và vật chất không phụ thuộc vào chuyển động; không gian và thời gian là tuyệt đối, kích thước và khối lượng của vật là bất biến. Nhưng đến cuối thế kỉ 19 và đầu thế kỉ 20, khoa học kĩ thuật phát triển mạnh, người ta gặp những vật chuyển động nhanh với vận tốc cỡ vận tốc ánh sáng trong chân không ( $3 \cdot 10^8$  m/s), khi đó xuất hiện sự mâu thuẫn với các quan điểm của cơ học Newton: Không gian, thời gian và khối lượng của vật khi chuyển động với vận tốc gần bằng vận tốc ánh sáng thì phụ thuộc vào chuyển động. Năm 1905, Einstein mới 25 tuổi đã đề xuất lí thuyết tương đối của mình. Lí thuyết tương đối được xem là một lí thuyết tuyệt đẹp về không gian và thời gian. Lí thuyết đó đã đứng vững qua nhiều thử thách thực nghiệm trong suốt 100 năm qua. Lí thuyết tương đối dựa trên hai nguyên lí: nguyên lí tương đối và nguyên lí về sự bất biến của vận tốc ánh sáng.

### I. MỤC ĐÍCH - YÊU CẦU

1. Hiểu được ý nghĩa của nguyên lí tương đối Einstein, nguyên lí về tính bất biến của vận tốc ánh sáng.
2. Hiểu và vận dụng được phép biến đổi Lorentz. Tính tương đối của không gian, thời gian.
3. Nắm được khối lượng, động lượng tương đối tính, hệ thức Einstein và ứng dụng.

### II. NỘI DUNG

#### §1. CÁC TIÊN ĐỀ EINSTEIN

##### 1. Nguyên lí tương đối:

*“ Mọi định luật vật lí đều như nhau trong các hệ qui chiếu quán tính”.*

Galileo đã thừa nhận rằng những định luật của cơ học hoàn toàn giống nhau trong mọi hệ qui chiếu quán tính. Einstein đã mở rộng ý tưởng này cho toàn bộ các định luật vật lí trong các lĩnh vực điện từ, quang học...

##### 2. Nguyên lí về sự bất biến của vận tốc ánh sáng:

*“Vận tốc ánh sáng trong chân không đều bằng nhau đối với mọi hệ quán tính. Nó có giá trị bằng  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s và là giá trị vận tốc cực đại trong tự nhiên”.*



## §2. ĐỘNG HỌC TƯƠNG ĐỐI TÍNH – PHÉP BIẾN ĐỔI LORENTZ

### 1. Sự mâu thuẫn của phép biến đổi Galileo với thuyết tương đối Einstein

Xét hai hệ qui chiếu quán tính K và K'. Hệ K' chuyển động thẳng đều với vận tốc V so với hệ K, dọc theo phương x. Theo phép biến đổi Galileo, thời gian diễn biến một quá trình vật lý trong các hệ qui chiếu quán tính K và K' đều như nhau:  $t = t'$ . Khoảng cách giữa hai điểm 1 và 2 nào đó đo được trong hai hệ K và K' đều bằng nhau:

$$\Delta \ell = x_2 - x_1 = \Delta \ell' = x'_2 - x'_1$$

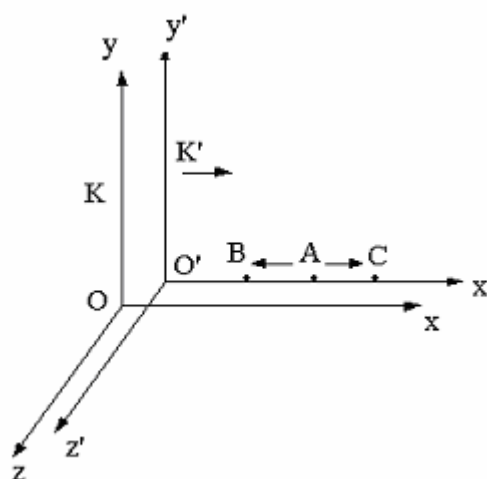
trong hệ K                      trong hệ K'

Vận tốc v của chất điểm chuyển động trong hệ K bằng tổng các vận tốc v' của chất điểm đó trong hệ K' và vận tốc V của hệ K' đối với hệ K:

$$v = v' + V$$

Tất cả các kết quả trên đây đều đúng đối với  $v \ll c$ . Nhưng chúng mâu thuẫn với lý thuyết tương đối của Einstein. Theo thuyết tương đối: *thời gian không có tính tuyệt đối*, khoảng thời gian diễn biến của một quá trình vật lý phụ thuộc vào các hệ qui chiếu. Đặc biệt *khái niệm đồng thời phụ thuộc vào hệ qui chiếu*, tức là các hiện tượng xảy ra đồng thời ở trong hệ qui chiếu quán tính này sẽ không xảy ra đồng thời ở trong hệ qui chiếu quán tính khác. Để minh họa chúng ta xét ví dụ sau:

Hai hệ qui chiếu quán tính K và K' với các trục tọa độ x, y, z và x', y', z'. Hệ K' chuyển động thẳng đều với vận tốc V so với hệ K theo phương x. Từ một điểm A bất kỳ, trên trục x' có đặt một bóng đèn phát tín hiệu sáng theo hai phía ngược nhau của trục x'. Đối với hệ K' bóng đèn là đứng yên vì nó cùng chuyển động với hệ K'. Trong hệ K' các tín hiệu sáng sẽ tới các điểm B và C ở cách đều A cùng một lúc. Nhưng trong hệ K, điểm B chuyển động đến gặp tín hiệu sáng, còn điểm C chuyển động ra xa khỏi tín hiệu sáng, do đó trong hệ K tín hiệu sáng sẽ đến điểm B sớm hơn đến điểm C. Như vậy trong hệ K, các tín hiệu sáng tới điểm B và điểm C không đồng thời.



Hình 5-1. Thí dụ minh họa khái niệm đồng thời có tính tương đối

Định luật cộng vận tốc, hệ quả của nguyên lý tương đối Galileo cũng không áp dụng được. Theo định luật này thì ánh sáng truyền đến B với vận tốc  $c + V > c$ , còn ánh sáng truyền đến C với vận tốc  $c - V < c$ . Điều này mâu thuẫn với nguyên lý thứ 2 trong thuyết tương đối Einstein.



## 2. Phép biến đổi Lorentz

Lorentz tìm ra phép biến đổi các tọa độ không gian và thời gian khi chuyển từ hệ quán tính này sang hệ quán tính khác, thỏa mãn các yêu cầu của thuyết tương đối Einstein. Phép biến đổi này được gọi là phép biến đổi Lorentz. Phép biến đổi Lorentz dựa trên hai tiên đề của Einstein.

Xét hai hệ qui chiếu quán tính K và K'. Tại  $t = 0$ , hai gốc O, O' trùng nhau, K' chuyển động thẳng đều so với K với vận tốc V theo phương x. Theo thuyết tương đối thời gian không có tính chất tuyệt đối mà phụ thuộc vào hệ qui chiếu, nghĩa là  $t \neq t'$ .

Giả sử tọa độ  $x'$  là hàm của x và t theo phương trình:

$$x' = f(x, t) \quad (5-1)$$

Để tìm dạng của phương trình trên ta hãy viết phương trình chuyển động của hai gốc tọa độ O và O'. Đối với hệ K, gốc O' chuyển động với vận tốc V. Ta có:

$$x = Vt \quad \text{hay} \quad x - Vt = 0 \quad (5-2)$$

x là tọa độ của gốc O' trong hệ K. Đối với hệ K', gốc O' đứng yên, do đó tọa độ  $x'$  của nó sẽ là:

$$x' = 0 \quad (5-3)$$

Phương trình (5-1) cũng phải đúng đối với điểm O', điều đó có nghĩa là khi ta thay  $x' = 0$  vào phương trình (5-1) thì phải thu được phương trình (5-2), muốn vậy thì:

$$x' = \alpha(x - Vt) \quad (5-4)$$

trong đó  $\alpha$  là hằng số. Đối với hệ K', gốc O chuyển động với vận tốc  $-V$ . Nhưng đối với hệ K, gốc O là đứng yên. Lập luận tương tự như trên ta có

$$x = \beta(x' + Vt') \quad (5-5)$$

trong đó  $\beta$  là hằng số. Theo tiên đề thứ nhất của Einstein thì mọi hệ qui chiếu quán tính đều tương đương nhau, nghĩa là từ (5-4) có thể suy ra (5-5) và ngược lại bằng cách thay  $V \rightarrow -V$ ,  $x \leftrightarrow x'$ ,  $t \leftrightarrow t'$ . Suy ra:  $\alpha = \beta$ .

Theo tiên đề hai:  $x = ct \rightarrow t = x/c$

$$x' = ct' \rightarrow t' = x'/c$$

Thay t và t' vào (5-4) và (5-5) ta có:

$$x' = \alpha \left( x - \frac{xV}{c} \right), \quad x = \alpha \left( x' + \frac{x'V}{c} \right)$$

Nhân vế với vế của hai hệ thức trên, sau đó rút gọn ta nhận được:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Thay  $\alpha$  vào các công thức trên ta nhận được các công thức của phép biến đổi Lorentz.

Phép biến đổi Lorentz:

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (5-6)$$

$$\text{và} \quad t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad t = \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (5-7)$$

Vì hệ  $K'$  chuyển động dọc theo trục  $x$  nên  $y = y'$  và  $z = z'$ .

Từ kết quả trên ta nhận thấy nếu  $c \rightarrow \infty$  (tương tác tức thời) hay khi  $V/c \rightarrow 0$  (sự gần đúng cổ điển khi  $V \ll c$ ) thì:

$$x' = x - Vt, y' = y, z' = z, t' = t$$

$$x = x' + Vt, y = y', z = z', t = t'$$

nghĩa là chuyển về phép biến đổi Galileo.

Khi  $V > c$ , tọa độ  $x, t$  trở nên ảo, do đó không thể có các chuyển động với vận tốc lớn hơn vận tốc ánh sáng.

### §3. CÁC HỆ QUẢ CỦA PHÉP BIẾN ĐỔI LORENTZ

#### 1. Khái niệm về tính đồng thời và quan hệ nhân quả

Giả sử trong hệ quán tính  $K$  có hai biến cố  $A_1(x_1, y_1, z_1, t_1)$  và biến cố  $A_2(x_2, y_2, z_2, t_2)$  với  $x_1 \neq x_2$ . Chúng ta hãy tìm khoảng thời gian  $t'_2 - t'_1$  giữa hai biến cố đó trong hệ  $K'$  chuyển động đều đối với hệ  $K$  với vận tốc  $V$  dọc theo trục  $x$ . Từ các công thức biến đổi Lorentz ta có

$$t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - t_1 - \frac{V}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (5-8)$$

Từ (5-8) ta suy ra rằng những biến cố xảy ra đồng thời ở trong hệ  $K$  ( $t_1 = t_2$ ) sẽ không đồng thời trong hệ  $K'$  vì  $t'_2 - t'_1 \neq 0$ , chỉ có một trường hợp ngoại lệ là khi hai biến cố xảy ra đồng thời tại những điểm có cùng giá trị của  $x$  ( $y$  có thể khác nhau). Như vậy *khái niệm đồng thời là một khái niệm tương đối*, hai biến cố xảy ra đồng thời ở trong một hệ qui chiếu quán tính này nói chung có thể không đồng thời ở trong một hệ qui chiếu quán tính khác.

Nhìn vào công thức (5-8) ta thấy giả sử trong hệ  $K$ :  $t_2 - t_1 > 0$  (tức là biến cố  $A_1$  xảy ra trước biến cố  $A_2$ ), nhưng trong hệ  $K'$ :  $t'_2 - t'_1$  chưa chắc đã lớn hơn 0, nó phụ thuộc vào dấu và độ lớn của  $\frac{V}{c^2}(x_2 - x_1)$ . Như vậy trong hệ  $K'$  *thứ tự của các biến cố có thể bất kì*.

Tuy nhiên điều này không được xét cho các biến cố có quan hệ nhân quả với nhau. Mỗi quan hệ nhân quả là mỗi quan hệ có nguyên nhân và kết quả. Nguyên nhân bao giờ cũng xảy ra trước, kết quả xảy ra sau. Như vậy: *Thứ tự của các biến cố có quan hệ nhân quả bao giờ cũng được đảm bảo trong mọi hệ qui chiếu quán tính*. Thí dụ: viên đạn được

bắn ra (nguyên nhân), viên đạn trúng đích (kết quả). Gọi  $A_1(x_1, t_1)$  là biến cố viên đạn bắn ra và  $A_2(x_2, t_2)$  là biến cố viên đạn trúng đích. Trong hệ K:  $t_2 > t_1$ . Gọi  $u$  là vận tốc viên đạn và giả sử  $x_2 > x_1$ , ta có  $x_2 - x_1 = u(t_2 - t_1)$ . Thay vào (5-8) ta có:

$$t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - t_1 - \frac{V}{c^2} \cdot u(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{(t_2 - t_1) \left[ 1 - \frac{V \cdot u}{c^2} \right]}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (5-9)$$

Ta luôn có  $u \ll c$ , do đó nếu  $t_2 > t_1$  thì ta cũng có  $t'_2 > t'_1$ . Trong cả hai hệ K và K' bao giờ biến cố viên đạn trúng đích cũng xảy ra sau biến cố viên đạn được bắn ra.

## 2. Sự co của độ dài (sự co ngắn Lorentz)

Xét hai hệ qui chiếu quán tính K và K'. Hệ K' chuyển động thẳng đều với vận tốc  $V$  so với hệ K dọc theo trục  $x$ . Giả sử có một thanh đứng yên trong hệ K' đặt dọc theo trục  $x'$ , độ dài của nó trong hệ K' bằng:  $\ell_0 = x'_2 - x'_1$ . Gọi  $\ell$  là độ dài của thanh trong hệ K. Từ phép biến đổi Lorentz ta có:

$$x'_2 = \frac{x_2 - Vt_2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad x'_1 = \frac{x_1 - Vt_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Ta phải xác định vị trí các đầu của thanh trong hệ K tại cùng một thời điểm:  $t_2 = t_1$ , do đó:

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \rightarrow \ell = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} < \ell_0 \quad (5-10)$$

Hệ K' chuyển động so với hệ K, nếu ta đứng ở hệ K quan sát thì thấy thanh chuyển động cùng hệ K'. Chiều dài của thanh ở hệ K nhỏ hơn chiều dài của nó ở trong hệ K'.

Vậy: “*độ dài (dọc theo phương chuyển động) của thanh trong hệ qui chiếu mà thanh chuyển động ngắn hơn độ dài của thanh ở trong hệ mà thanh đứng yên*”.

Nói một cách khác khi vật chuyển động, kích thước của nó bị co ngắn theo phương chuyển động.

Ví dụ: một vật có vận tốc gần bằng vận tốc ánh sáng  $V=260000$  km/s thì  $\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \approx 0,5$  khi đó  $\ell = 0,5 \ell_0$ , kích thước của vật sẽ bị co ngắn đi một nửa. Nếu quan sát một vật hình hộp vuông chuyển động với vận tốc lớn như vậy ta sẽ thấy nó có dạng một hình hộp chữ nhật, còn một khối cầu sẽ có dạng hình elipxoit tròn xoay.

Như vậy kích thước của một vật sẽ khác nhau tùy thuộc vào chỗ ta quan sát nó ở trong hệ đứng yên hay chuyển động. Điều đó nói lên rằng không gian có tính tương đối, nó

phụ thuộc vào chuyển động. Khi vật chuyển động với vận tốc nhỏ ( $V \ll c$ ), từ (5-10) ta có  $\ell = \ell_0$ , ta trở lại kết quả của cơ học cổ điển, không gian được coi là tuyệt đối, không phụ thuộc vào chuyển động.

### 3. Sự giãn của thời gian

Xét hai hệ qui chiếu quán tính K, K'. Hệ K' chuyển động đều với vận tốc V so với hệ K dọc theo trục x. Ta đặt một đồng hồ đứng yên trong hệ K'. Xét hai biến cố xảy ra tại cùng một điểm A trong hệ K'. Khoảng thời gian giữa hai biến cố trong hệ K' là  $\Delta t' = t'_2 - t'_1$ . Khoảng thời gian giữa hai biến cố trong hệ K là  $\Delta t = t_2 - t_1$ . Từ phép biến đổi Lorentz ta có:

$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{V}{c^2} x'_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad t_2 = \frac{t'_2 + \frac{V}{c^2} x'_2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$x'_1 = x'_2 \quad \rightarrow \quad \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

hay  $\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} < \Delta t$  (5-11)

Như vậy: “*Khoảng thời gian  $\Delta t'$  của một quá trình trong hệ K' chuyển động bao giờ cũng nhỏ hơn khoảng thời gian  $\Delta t$  của quá trình đó xảy ra trong hệ K đứng yên.*”

Ví dụ: nếu con tàu vũ trụ chuyển động với vận tốc  $V=260000$  km/s thì  $\Delta t'=0,5\Delta t$ , tức là nếu khoảng thời gian diễn ra một quá trình trên con tàu vũ trụ là 5 năm thì ở mặt đất lúc đó thời gian đã trôi qua là 10 năm. Đặc biệt nếu nhà du hành vũ trụ ngồi trên con tàu chuyển động với vận tốc rất gần với vận tốc ánh sáng  $V=299960$  km/s trong 10 năm để đến một hành tinh rất xa thì trên trái đất đã 1000 năm trôi qua và khi nhà du hành quay trở về trái đất, người đó mới già thêm 20 tuổi, nhưng trên trái đất đã 2000 năm trôi qua. Có một điều cần chú ý là để đạt được vận tốc lớn như vậy thì cần tốn rất nhiều năng lượng, mà hiện nay con người chưa thể đạt được. Nhưng sự trôi chậm của thời gian do hiệu ứng của thuyết tương đối thì đã được thực nghiệm xác nhận.

Như vậy khoảng thời gian có tính tương đối, nó phụ thuộc vào chuyển động. Trường hợp vận tốc chuyển động rất nhỏ  $V \ll c$ , từ công thức (5-11) ta có  $\Delta t' \approx \Delta t$ , ta trở lại kết quả của cơ học cổ điển, ở đây khoảng thời gian được coi là tuyệt đối, không phụ thuộc vào chuyển động.

### 4. Phép biến đổi vận tốc

Giả sử v là vận tốc của chất điểm đối với hệ quán tính K, v' là vận tốc của cùng chất điểm đó đối với hệ quán tính K'. Hệ K' chuyển động thẳng đều với vận tốc V đối với hệ K

đọc theo phương x. Ta hãy tìm định luật tổng hợp vận tốc liên hệ giữa v và v'. Theo phép biến đổi Lorentz:

$$dx' = \frac{dx - Vdt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad dt' = \frac{dt - \frac{V}{c^2}dx}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\rightarrow v'_x \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - Vdt}{dt - \frac{V}{c^2}dx} = \frac{v_x - V}{1 - \frac{Vv_x}{c^2}} \quad (5-12)$$

$$dy' = dy \rightarrow v'_y = \frac{dy \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{dt - \frac{V}{c^2}dx} = \frac{v_y \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{Vv_x}{c^2}} \quad (5-13)$$

$$dz' = dz \rightarrow v'_z = \frac{dz \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{dt - \frac{V}{c^2}dx} = \frac{v_z \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{Vv_x}{c^2}} \quad (5-14)$$

Các công thức trên biểu diễn *định lý tổng hợp vận tốc* trong thuyết tương đối. Nếu  $V/c \ll 1$  thì  $v'_x = v_x - V$ ,  $v'_y = v_y$ ,  $v'_z = v_z$  như cơ học cổ điển.

$$\text{Nếu } v_x = c \rightarrow v'_x = \frac{c - V}{1 - \frac{Vc}{c^2}} = c$$

điều đó chứng minh tính bất biến của vận tốc ánh sáng trong chân không đối với các hệ qui chiếu quán tính.

## § 4. ĐỘNG LỰC HỌC TƯƠNG ĐỐI

### 1. Phương trình cơ bản của chuyển động chất điểm

Theo thuyết tương đối, khi một vật chuyển động với vận tốc gần bằng vận tốc ánh sáng thì khối lượng của vật không phải là một hằng số, mà phụ thuộc vào vận tốc theo biểu thức:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (5-15)$$

trong đó  $m_0$  là khối lượng của chất điểm đó trong hệ mà nó đứng yên, được gọi là *khối lượng nghỉ*. Khối lượng có tính tương đối, nó phụ thuộc hệ qui chiếu.

Như vậy, phương trình biểu diễn định luật II Newton  $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$  không thể mô tả chuyển động của chất điểm với vận tốc lớn được. Để mô tả chuyển động cần có phương trình khác tổng quát hơn. Theo thuyết tương đối phương trình đó có dạng:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \quad (5-16)$$

Khi  $v \ll c$ ,  $m = m_0 = \text{const}$ , phương trình (5-16) sẽ trở thành phương trình của định luật II Newton.

## 2. Động lượng và năng lượng

Động lượng của một vật bằng:

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \vec{v} \quad (5-17)$$

Khi  $v \ll c$  ta thu được biểu thức cổ điển:  $\vec{p} = m_0 \vec{v}$ .

Ta hãy tính năng lượng của vật. Theo định luật bảo toàn năng lượng, độ tăng năng lượng của vật bằng công của ngoại lực tác dụng lên vật:

$$dE = dA = \vec{F} d\vec{s}$$

Để đơn giản ta giả sử ngoại lực  $\vec{F}$  cùng phương với chuyển dời  $d\vec{s}$ , khi đó:

$$dE = Fds = \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) ds$$

Sau khi biến đổi ta được:

$$dE = \frac{m_0 v dv}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \quad (5-18)$$

Mặt khác từ (5-15) ta có:



$$dm = \frac{m_0 v dv}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \quad (5-19)$$

So sánh (5-18) và (5-19) ta rút ra:

$$dE = c^2 dm$$

hay  $E = mc^2 + C$

trong đó  $C$  là một hằng số tích phân. Do  $m = 0$  thì  $E = 0$ , ta rút ra  $C = 0$ . Vậy:

$$E = mc^2 \quad (5-20)$$

Hệ thức (5-20) được gọi là *hệ thức Einstein*.

Ý nghĩa của hệ thức Einstein: Khối lượng là đại lượng đặc trưng cho mức quán tính của vật, năng lượng đặc trưng cho mức độ vận động của vật. Như vậy, hệ thức Einstein nối liền hai tính chất của vật chất: quán tính và mức độ vận động. Hệ thức đó cho ta thấy rõ, trong điều kiện nhất định, một vật có khối lượng nhất định thì cũng có năng lượng nhất định tương ứng với khối lượng đó.

### 3. Các hệ quả

**a. Năng lượng nghỉ của vật:** đó là năng lượng lúc vật đứng yên.

$$E = m_0 c^2$$

Lúc chuyển động vật có thêm động năng  $E_d$ :

$$mc^2 = m_0 c^2 + E_d$$

$$\rightarrow E_d = mc^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \quad (5-21)$$

Khi  $v \ll c$  thì:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \dots$$

$$\rightarrow E_d \approx m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} - 1\right) = \frac{m_0 v^2}{2}$$

Đây là biểu thức động năng trong cơ học cổ điển.

**b. Năng lượng và động lượng của vật**

$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} c^2$$

Bình phương hai vế ta có:  $m_0^2 c^4 = E^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$

Thay  $E = mc^2$  và  $p = mv$ , ta có:

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 \quad (5-22)$$

Đây là biểu thức liên hệ giữa năng lượng và động lượng.

### III. TÓM TẮT NỘI DUNG

Cơ học Newton chỉ ứng dụng cho các vật thể vĩ mô chuyển động với vận tốc rất nhỏ so với vận tốc ánh sáng trong chân không. Các vật thể chuyển động với vận tốc lớn vào cỡ vận tốc ánh sáng thì phải tuân theo thuyết tương đối hẹp Einstein.

#### 1. Các tiên đề của Einstein

\* Nguyên lý tương đối: “Mọi định luật vật lý đều như nhau trong các hệ qui chiếu quán tính”.

\* Nguyên lý về sự bất biến của vận tốc ánh sáng: “Vận tốc ánh sáng trong chân không đều bằng nhau đối với mọi hệ quán tính. Nó có giá trị bằng  $c = 3.10^8$  m/s và là giá trị vận tốc cực đại trong tự nhiên”.

#### 2. Phép biến đổi Lorentz

Đó là phép biến đổi giữa các tọa độ không gian và thời gian trong hai hệ qui chiếu quán tính K và K' chuyển động thẳng đều với nhau với vận tốc V (dọc theo trục x):

$$x' = \alpha(x - Vt); y' = y; z' = z; t' = \alpha\left(t - \frac{V}{c^2}x\right)$$

$$x = \alpha(x' + Vt'); y = y'; z = z'; t = \alpha\left(t' + \frac{V}{c^2}x'\right)$$

trong đó:  $\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$

Từ phép biến đổi Lorentz ta rút ra các hệ quả:

\* Khi vật chuyển động, kích thước của nó co ngắn theo phương chuyển động:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} < l_0$$

\* Đồng hồ chuyển động chạy chậm hơn đồng hồ đứng yên:

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < \Delta t$$

\* Đối với các biến cố không có quan hệ nhân quả với nhau, khái niệm đồng thời chỉ có tính tương đối. Còn đối với các biến cố có quan hệ nhân quả, thứ tự xảy các biến cố được đảm bảo: nguyên nhân bao giờ cũng xảy ra trước kết quả xảy ra sau, điều này không phụ thuộc hệ qui chiếu.

### 3. Động lực học tương đối tính

Hệ thức Einstein:

$$E = mc^2$$

trong đó:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$m_0$  là khối lượng nghỉ của vật (khi vật đứng yên)

Năng lượng nghỉ của vật:

$$E_0 = m_0 c^2$$

Động năng của vật:

$$E_d = E - E_0 = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right)$$

Nếu  $v \ll c$ , có thể tính gần đúng:

$$E_d \approx m_0 c^2 \left( 1 + \frac{v^2}{2c^2} - 1 \right) = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

Ta tìm lại được biểu thức động năng trong cơ học cổ điển.

Biểu thức liên hệ giữa năng lượng và động lượng:  $E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$

## IV. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

1. Nêu giới hạn ứng dụng của cơ học Newton.
2. Phát biểu hai tiên đề Einstein.
3. Viết công thức của phép biến đổi Lorentz.
4. Giải thích sự co ngắn của độ dài và sự giãn của thời gian.
5. Phân tích tính tương đối của sự đồng thời giữa các biến cố không có quan hệ nhân quả với nhau.
6. Dựa vào phép biến đổi Lorentz, chứng tỏ trật tự kế tiếp về thời gian giữa các biến cố có quan hệ nhân quả với nhau vẫn được tôn trọng.
7. Chứng tỏ cơ học Newton là trường hợp giới hạn của thuyết tương đối Einstein khi  $v \ll c$  hay coi  $c$  lớn vô cùng.

8. Viết biểu thức chứng tỏ trong thuyết tương đối Einstein, khối lượng  $m$  của một vật tăng lên khi chuyển động.
9. Từ công thức cộng vận tốc trong thuyết tương đối, tìm lại định luật cộng vận tốc trong cơ học Newton.
10. Viết và nêu ý nghĩa của hệ thức Einstein về năng lượng.
11. Từ hệ thức  $E = mc^2$ , tìm lại biểu thức động năng của một vật chuyển động với vận tốc  $v \ll c$  trong cơ học cổ điển.

## V. BÀI TẬP

**Thí dụ 1:** Vật chuyển động phải có vận tốc bao nhiêu để người quan sát đứng ở hệ qui chiếu gắn với trái đất thấy chiều dài của nó giảm đi 25%.

**Bài giải:** Chiều dài của vật chuyển động xác định theo công thức:  $\ell = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ , theo đầu bài:

$$\frac{\ell_0 - \ell}{\ell_0} = 0,25 \rightarrow \frac{\ell}{\ell_0} = 0,75 \rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0,75 \rightarrow \frac{v}{c} = \sqrt{1 - 0,75^2} = 0,6615 \rightarrow v = 198600 \text{ (km/s)}$$

**Thí dụ 2:** Tìm vận tốc của hạt mêzôn để năng lượng toàn phần của nó lớn gấp 10 lần năng lượng nghỉ của nó.

**Bài giải:** Theo thuyết tương đối:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \frac{E}{E_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 10 \rightarrow \frac{v}{c} = 0,995$$

Suy ra vận tốc của hạt mêzôn là:  $v = 2,985 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

### Bài tập tự giải

1. Vật chuyển động phải có vận tốc bao nhiêu để kích thước của nó theo phương chuyển động trong hệ qui chiếu gắn với trái đất giảm đi 2 lần.

**Đáp số:**  $\ell = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{\ell_0}{2} \Rightarrow v = 2,59 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

2. Khối lượng của electron chuyển động bằng hai lần khối lượng nghỉ của nó. Tìm vận tốc chuyển động của electron.

**Đáp số:**  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2m_0 \Rightarrow v = 2,59 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

3. Khối lượng của vật tăng thêm bao nhiêu lần nếu vận tốc của nó tăng từ 0 đến 0,9 lần vận tốc của ánh sáng.

**Đáp số:**  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,9c)^2}{c^2}}} = 2,3 \text{ lần}$

4. Hạt mêzôn trong các tia vũ trụ chuyển động với vận tốc bằng 0,95 lần vận tốc ánh sáng. Hỏi khoảng thời gian theo đồng hồ người quan sát đứng trên trái đất ứng với khoảng “thời gian sống” một giây của hạt mêzôn.

**Đáp số:**  $\Delta t' = 3,2s$ .

5. Hạt electron phải chịu một hiệu điện thế tăng tốc U bằng bao nhiêu để vận tốc của nó bằng 95% vận tốc ánh sáng.

**Đáp số:** Sau khi tăng tốc năng lượng của electron:  $mc^2 = m_0c^2 + eU = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ , mà

theo đầu bài  $\frac{v}{c} = 95\% \rightarrow U = 1,1 \cdot 10^6 \text{ V}$

6. Tìm hiệu điện thế tăng tốc U mà prôtôn vượt qua để cho kích thước của nó trong hệ qui chiếu gắn với trái đất giảm đi hai lần. Cho  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

**Đáp số:**  $m_0c^2 + eU = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ ,  $\ell = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ , theo điều kiện đầu bài

$$\frac{\ell}{\ell_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{2} \rightarrow U = 9 \cdot 10^8 \text{ V}$$

7. Hỏi vận tốc của hạt phải bằng bao nhiêu để động năng của hạt bằng năng lượng nghỉ.

**Đáp số:**  $E_d + m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ , theo điều kiện đầu bài:

$$E_d = m_0 c^2 \rightarrow \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2m_0 c^2 \rightarrow \frac{v}{c} = \frac{86,6}{100} \rightarrow v = 2,6 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

8. Khối lượng của hạt electron chuyển động lớn gấp hai lần khối lượng của nó khi đứng yên. Tìm động năng của hạt.

**Đáp số:**  $E_d + m_0 c^2 = mc^2$ , theo điều kiện đầu bài  $\frac{m}{m_0} = 2 \rightarrow E_d = 8,2 \cdot 10^{-14} \text{ J}$

9. Để động năng của hạt bằng một nửa năng lượng nghỉ của nó thì vận tốc của hạt phải bằng bao nhiêu?

**Đáp số:**  $E_d = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) = \frac{1}{2} m_0 c^2 \rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{2}{3} \rightarrow v = 2,22 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

10. Khi năng lượng của vật biến thiên 4,19J thì khối lượng của vật biến thiên bao nhiêu?

**Đáp số:**  $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} \approx 4,65 \cdot 10^{-17} \text{ kg}$



## CHƯƠNG VI: QUANG HỌC LƯỢNG TỬ

Hiện tượng giao thoa, nhiễu xạ ánh sáng là những hiện tượng chứng tỏ bản chất sóng của ánh sáng. Nhưng vào cuối thế kỉ 19, đầu thế kỉ 20 người ta đã phát hiện những hiện tượng quang học mới như hiện tượng bức xạ nhiệt, hiệu ứng quang điện, hiệu ứng Compton. Những hiện tượng này không thể giải thích được bằng thuyết sóng ánh sáng. Để giải quyết những bế tắc trên, người ta phải dựa vào thuyết lượng tử của Planck và thuyết photon của Einstein, tức là phải dựa vào bản chất hạt của ánh sáng. Phần quang học nghiên cứu ánh sáng dựa vào hai thuyết trên gọi là quang học lượng tử. Trong chương này chúng ta sẽ nghiên cứu các hiện tượng bức xạ nhiệt, hiệu ứng quang điện, hiệu ứng Compton cùng với thuyết lượng tử của Planck và thuyết photon của Einstein.

### I. MỤC ĐÍCH - YÊU CẦU

1. Nắm được hiện tượng bức xạ nhiệt. Các định luật phát xạ của vật đen tuyệt đối. Sự bế tắc của quang học sóng cổ điển trong việc giải thích sự bức xạ của vật đen tuyệt đối.
2. Nắm được thuyết lượng tử của Planck và thành công của nó trong việc giải thích các định luật phát xạ của vật đen tuyệt đối.
3. Nắm được thuyết photon của Einstein và giải thích các định luật quang điện.
4. Giải thích hiệu ứng Compton.

### II. NỘI DUNG

#### §1. BỨC XẠ NHIỆT

##### 1. Bức xạ nhiệt cân bằng

Bức xạ là hiện tượng các vật bị kích thích phát ra sóng điện từ. Có nhiều dạng bức xạ khác nhau do những nguyên nhân khác nhau gây ra: ví dụ do tác dụng nhiệt (miếng sắt nung đỏ, dây tóc bóng đèn cháy sáng), do tác dụng hóa học (phốt pho cháy sáng trong không khí), do biến đổi năng lượng trong mạch dao động điện từ... Tuy nhiên phát bức xạ do tác dụng nhiệt là phổ biến nhất và được gọi là bức xạ nhiệt.

**Định nghĩa:** Bức xạ nhiệt là hiện tượng sóng điện từ phát ra từ những vật bị kích thích bởi tác dụng nhiệt.

Khi vật phát ra bức xạ, năng lượng của nó giảm và nhiệt độ của nó cũng giảm theo. Ngược lại nếu vật hấp thụ bức xạ, năng lượng của nó tăng và nhiệt độ của nó tăng. Trong trường hợp nếu phần năng lượng của vật bị mất đi do phát xạ bằng phần năng lượng vật thu

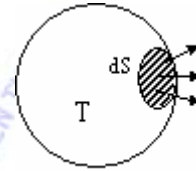
được do hấp thụ, thì nhiệt độ của vật sẽ không đổi theo thời gian và bức xạ nhiệt của vật cũng không đổi. Bức xạ nhiệt trong trường hợp này được gọi là *bức xạ nhiệt cân bằng* và trạng thái này được gọi là trạng thái cân bằng nhiệt động.

## 2. Các đại lượng đặc trưng của bức xạ nhiệt cân bằng

### a. Năng suất phát xạ toàn phần

Xét một vật đen nóng được giữ ở nhiệt độ  $T$  không đổi (hình 6-1). Diện tích  $dS$  của vật phát xạ trong một đơn vị thời gian một năng lượng toàn phần  $d\phi_T$ . Đại lượng

$$R_T = \frac{d\phi_T}{dS} \quad (6-1)$$



Hình 6-1

được gọi là *năng suất phát xạ toàn phần* của vật ở nhiệt độ  $T$ .

**Định nghĩa:** *Năng suất phát xạ toàn phần của vật ở nhiệt độ  $T$  là một đại lượng có giá trị bằng năng lượng bức xạ toàn phần do một đơn vị diện tích của vật đó phát ra trong một đơn vị thời gian ở nhiệt độ  $T$ .*

Đơn vị của năng suất phát xạ toàn phần  $R_T$  trong hệ đơn vị SI là oát trên mét vuông ( $W/m^2$ ).

### b. Hệ số phát xạ đơn sắc

Bức xạ toàn phần do vật phát ra ở nhiệt độ  $T$  nói chung bao gồm nhiều bức xạ đơn sắc. Năng lượng bức xạ phân bố không đồng đều cho tất cả mọi bức xạ có bước sóng khác nhau. Vì thế năng lượng phát xạ ứng với bước sóng thay đổi trong khoảng  $\lambda$  đến  $\lambda+d\lambda$  chỉ là một vi phân của năng suất phát xạ toàn phần. Đại lượng

$$r_{\lambda,T} = \frac{dR_T}{d\lambda} \quad (6-2)$$

được gọi là *hệ số phát xạ đơn sắc* của vật ở nhiệt độ  $T$  ứng với bước sóng  $\lambda$ . Nó phụ thuộc vào bản chất và nhiệt độ của vật và phụ thuộc bước sóng  $\lambda$  của bức xạ đơn sắc do vật phát ra.

Đơn vị của hệ số phát xạ đơn sắc:  $W/m^3$ .

Bằng thực nghiệm ta có thể xác định được  $r_{\lambda,T}$  ứng với bức xạ đơn sắc bước sóng  $\lambda$  của vật phát ra ở nhiệt độ  $T$ , từ đó ta sẽ xác định được năng suất phát xạ toàn phần

$$R_T = \int dR_T = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda \quad (6-3)$$

### c. Hệ số hấp thụ đơn sắc

Giả sử trong một đơn vị thời gian, chùm bức xạ đơn sắc có bước sóng nằm trong khoảng từ  $\lambda$  đến  $\lambda+d\lambda$  gửi tới một đơn vị diện tích của vật một năng lượng  $d\phi_{\lambda,T}$  nhưng vật đó chỉ hấp thụ một phần năng lượng  $d\phi'_{\lambda,T}$ . Theo định nghĩa, tỉ số

$$a_{\lambda,T} = \frac{d\phi'_{\lambda,T}}{d\phi_{\lambda,T}} \quad (6-4)$$

được gọi là *hệ số hấp thụ đơn sắc* của vật ở nhiệt độ  $T$  ứng với bước sóng  $\lambda$ . Nó phụ thuộc vào bản chất và nhiệt độ của vật, phụ thuộc vào bước sóng  $\lambda$  của chùm bức xạ đơn sắc gửi tới.

Thông thường vật không hấp thụ hoàn toàn năng lượng của chùm bức xạ gửi tới, do đó  $a_{\lambda,T} < 1$ . Những vật mà  $a_{\lambda,T} = 1$  với mọi nhiệt độ  $T$  và mọi bước sóng  $\lambda$  được gọi là *vật đen tuyệt đối*. Trong thực tế không có vật đen tuyệt đối mà chỉ có những vật có tính chất gần với tính chất của vật đen tuyệt đối, ví dụ bồ hóng, than bạch kim... Để tạo ra vật đen tuyệt đối người ta dùng một cái bình rỗng cách nhiệt, có khoét một lỗ nhỏ, mặt trong phủ một lớp bồ hóng. Khi tia bức xạ lọt qua lỗ vào bình, nó sẽ bị phản xạ nhiều lần trên thành bình, mỗi lần phản xạ năng lượng của nó lại bị bình hấp thụ một phần. Kết quả có thể coi là tia bức xạ đã bị hấp thụ hoàn toàn.

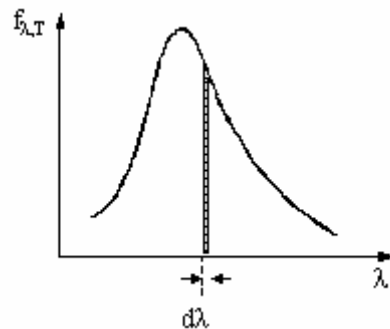
### 3. Định luật Kirchhoff

Giả sử đặt hai vật có bản chất khác nhau trong một bình cách nhiệt. Các vật này sẽ phát xạ và hấp thụ nhiệt. Sau một thời gian trạng thái cân bằng nhiệt động sẽ được thiết lập, hai vật sẽ cùng ở một nhiệt độ  $T$  như trong bình. Ở trạng thái cân bằng thì hiển nhiên vật nào phát xạ mạnh thì cũng phải hấp thụ bức xạ mạnh. Từ nhận xét đó Kirchhoff đã đưa ra định luật mang tên ông như sau:

“Tỉ số giữa hệ số phát xạ đơn sắc  $r_{\lambda,T}$  và hệ số hấp thụ đơn sắc  $a_{\lambda,T}$  của một vật bất kì ở trạng thái bức xạ nhiệt cân bằng không phụ thuộc vào bản chất của vật đó, mà chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ  $T$  của nó và bước sóng  $\lambda$  của chùm bức xạ đơn sắc”.

Nghĩa là

$$\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} = f_{\lambda,T} \quad (6-5)$$



Hình 6-2. Đường đặc trưng phổ phát xạ của vật đen tuyệt đối

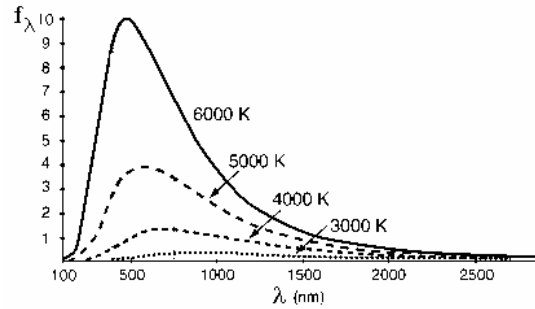
trong đó  $f_{\lambda,T}$  là *hàm số chung cho mọi vật* nên được gọi là *hàm phổ biến*. Vì vật đen tuyệt đối có hệ số hấp thụ đơn sắc bằng 1 nên hàm phổ biến chính là hệ số phát xạ đơn sắc của vật đen tuyệt đối. Làm thí nghiệm với mô hình của vật đen tuyệt đối người ta xác định được  $f_{\lambda,T}$  bằng thực nghiệm. Hình 6-2 là đồ thị của hàm phổ biến  $f_{\lambda,T}$  theo bước sóng  $\lambda$  ở nhiệt

độ T. Đường cong này được gọi là đường đặc trưng phổ phát xạ của vật đen tuyệt đối. Năng suất phát xạ toàn phần của vật đen tuyệt đối được xác định theo công thức (6-3) sẽ có trị số bằng toàn bộ diện tích giới hạn bởi đường đặc trưng phổ phát xạ và trục hoành  $\lambda$  trên hình 6-2.

## §2. CÁC ĐỊNH LUẬT PHÁT XẠ CỦA VẬT ĐEN TUYỆT ĐỐI

### 1. Định luật Stefan-Boltzmann

Hình 6-3 biểu diễn đường đặc trưng phổ phát xạ của vật đen tuyệt đối ở các nhiệt độ khác nhau. Ta nhận thấy khi nhiệt độ tăng, diện tích giữa đường đặc trưng phổ phát xạ và trục hoành  $\lambda$  cũng tăng theo. Như vậy năng suất phát xạ toàn phần của vật đen tuyệt đối phụ thuộc vào nhiệt độ của vật. Stephan (bằng thực nghiệm) và Boltzmann (bằng lý thuyết) đã tìm ra sự phụ thuộc này và đã thiết lập được định luật Stefan-Boltzmann.



Hình 6-3

**Định luật Stefan-Boltzmann:** Năng suất phát xạ toàn phần của vật đen tuyệt đối tỉ lệ thuận với lũy thừa bậc bốn của nhiệt độ tuyệt đối của vật đó:

$$R_T = \sigma T^4 \quad (6-6)$$

trong đó  $\sigma$  được gọi là hằng số Stefan-Boltzmann,  $\sigma = 5,6703 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ .

### 2. Định luật Wien

Nhìn trên hình 6-3 ta thấy rằng mỗi đường đặc trưng phổ phát xạ của vật đen tuyệt đối ở một nhiệt độ T nhất định đều có một cực đại ứng với một giá trị xác định của bước sóng được ký hiệu là  $\lambda_{\max}$  và khi nhiệt độ tăng thì bước sóng  $\lambda_{\max}$  giảm. Đối với vật đen tuyệt đối thì những bức xạ có bước sóng lân cận giá trị của  $\lambda_{\max}$  là bức xạ mang nhiều năng lượng nhất. Nghiên cứu mối quan hệ định lượng giữa bước sóng  $\lambda_{\max}$  và nhiệt độ T của vật đen tuyệt đối, năm 1817 Wien đã tìm ra định luật mang tên ông.

**Định luật Wien:** Đối với vật đen tuyệt đối, bước sóng  $\lambda_{\max}$  của chùm bức xạ đơn sắc mang nhiều năng lượng nhất tỉ lệ nghịch với nhiệt độ tuyệt đối của vật đó.

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} \quad (6-7)$$

$b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m.K}$  và được gọi là hằng số Wien.

### 3. Sự khủng hoảng ở vùng tử ngoại

Xuất phát từ quan niệm của vật lý cổ điển coi các nguyên tử và phân tử *phát xạ hoặc hấp thụ năng lượng một cách liên tục*, Rayleigh-Jeans đã tìm được một công thức xác định hệ số phát xạ đơn sắc của vật đen tuyệt đối như sau:

$$f_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT \quad (6-8)$$

trong đó  $k$  là hằng số Boltzmann,  $T$  là nhiệt độ tuyệt đối,  $\nu$  là tần số của bức xạ đơn sắc (tần số và bước sóng liên hệ với nhau qua công thức  $\nu = c/\lambda$ ).

Theo công thức (6-8),  $f_{\nu,T}$  tỉ lệ với lũy thừa bậc 2 của  $\nu$ , nên  $f_{\nu,T}$  sẽ tăng rất nhanh khi  $\nu$  tăng (tức  $\lambda$  giảm). Công thức này chỉ phù hợp với thực nghiệm ở vùng tần số nhỏ (bước sóng lớn), còn ở vùng tần số lớn (bước sóng nhỏ), tức là vùng sóng tử ngoại, nó sai lệch rất nhiều. Bế tắc này tồn tại suốt trong khoảng thời gian dài cuối thế kỷ 19 và được gọi là sự khủng hoảng ở vùng tử ngoại.

Mặt khác, từ công thức (6-8) ta có thể tính được năng suất phát xạ toàn phần của một vật đen tuyệt đối ở nhiệt độ  $T$ :

$$R_T = \int_0^{\infty} f_{\nu,T} d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty \quad (6-9)$$

Năng lượng phát xạ toàn phần của vật ở một nhiệt độ  $T$  nhất định lại bằng vô cùng. Điều này là sai. Sở dĩ có kết quả vô lý đó là do quan niệm vật lý cổ điển về sự phát xạ và hấp thụ năng lượng bức xạ một cách liên tục. Để giải quyết những bế tắc trên, Planck đã phủ định lý thuyết cổ điển về bức xạ và đề ra một lý thuyết mới gọi là thuyết lượng tử năng lượng.

## §3. THUYẾT LƯỢNG TỬ PLANCK VÀ THUYẾT PHÔTÔN EINSTEIN

### 1. Thuyết lượng tử năng lượng của Planck

Phát biểu: *Các nguyên tử và phân tử phát xạ hay hấp thụ năng lượng của bức xạ điện từ một cách gián đoạn, nghĩa là phần năng lượng phát xạ hay hấp thụ luôn là bội số nguyên của một lượng năng lượng nhỏ xác định gọi là lượng tử năng lượng hay quantum năng lượng. Một lượng tử năng lượng của bức xạ điện từ đơn sắc tần số  $\nu$ , bước sóng  $\lambda$  là:*

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (6-10)$$

trong đó  $h$  là hằng số Planck,  $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{Js}$ ,  $c$  là vận tốc ánh sáng trong chân không.

Xuất phát từ thuyết lượng tử, Planck đã tìm ra công thức của hàm phổ biến, tức là hệ số phát xạ đơn sắc của vật đen tuyệt đối như sau:

$$f_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (6-11)$$



trong đó  $k$  là hằng số Boltzmann,  $T$  là nhiệt độ tuyệt đối. Công thức này được gọi là công thức Planck.

## 2. Thành công của thuyết lượng tử năng lượng

\* Công thức Planck cho phép ta vẽ được đường đặc trưng phổ phát xạ của vật đen tuyệt đối phù hợp với kết quả thực nghiệm ở mọi vùng nhiệt độ và mọi vùng tần số khác nhau.

\* Từ công thức Planck ta có thể suy được công thức của Rayleigh và Jeans và các công thức thể hiện các định luật của vật đen tuyệt đối. Trong miền tần số nhỏ sao cho  $h\nu \ll kT$  thì

$$e^{h\nu/kT} - 1 \approx \frac{h\nu}{kT}. \text{ Do đó công thức Planck sẽ thành: } f_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT, \text{ ta lại thu được}$$

công thức của Rayleigh và Jeans.

\* Từ công thức Planck ta tìm được định luật Stephan-Boltzmann:

Năng suất phát xạ toàn phần của vật đen tuyệt đối tại một nhiệt độ  $T$  nào đó bằng:

$$R_T = \int_0^\infty f_{\nu,T} d\nu = \int_0^\infty \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu \quad (6-12)$$

Đặt  $x = h\nu/kT$  ta được

$$R_T = \frac{2\pi k^4 T^4}{c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{2\pi k^4 T^4}{c^2 h^3} \frac{\pi^4}{15}$$

Cuối cùng ta được  $R_T = \sigma T^4$  trong đó  $\sigma = 5,6703 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ . Đây chính là định luật Stephan-Boltzmann.

\* Từ công thức Planck ta tìm được định luật Wien

Nếu ta lấy đạo hàm của  $f_{\nu,T}$  theo  $\nu$  và cho nó triệt tiêu rồi tìm  $\nu_{\max}$  (hay  $\lambda_{\max}$ ) tại các nhiệt độ khác nhau, kết quả thu được là  $\lambda_{\max} T = 2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ mK}$ . Đây chính là định luật Wien.

## 3. Thuyết photon của Einstein

Thuyết lượng tử của Planck đã nêu lên quan điểm hiện đại về năng lượng: năng lượng điện từ phát xạ hay hấp thụ có những giá trị gián đoạn, chúng luôn là bội nguyên của lượng tử năng lượng  $\epsilon$ . Ta nói rằng *năng lượng điện từ phát xạ hay hấp thụ bị lượng tử hoá*. Nhưng thuyết lượng tử của Planck chưa nêu được bản chất gián đoạn của bức xạ điện từ. Năm 1905, Einstein dựa trên thuyết lượng tử về năng lượng của Planck đã đưa ra thuyết lượng tử ánh sáng (hay thuyết photon).

### Nội dung thuyết photon của Einstein:

- Bức xạ điện từ gồm vô số những hạt rất nhỏ gọi là lượng tử ánh sáng hay photon.
- Với mỗi bức xạ điện từ đơn sắc nhất định, các photon đều giống nhau và mang một năng lượng xác định bằng



$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (6-13)$$

c. Trong mọi môi trường (và cả trong chân không) các photon được truyền đi với cùng vận tốc  $c = 3.10^8$  m/s.

d. Khi một vật phát xạ hay hấp thụ bức xạ điện từ có nghĩa là vật đó phát xạ hay hấp thụ các photon.

e. Cường độ của chùm bức xạ tỉ lệ với số photon phát ra từ nguồn trong một đơn vị thời gian.

Thuyết photon của Einstein đã giải thích được các hiện tượng thể hiện bản chất hạt của ánh sáng như hiện tượng quang điện, hiệu ứng Compton.

#### 4. Động lực học photon

Năng lượng của photon ứng với một bức xạ điện từ đơn sắc tần số  $\nu$  là

$$\varepsilon = h\nu \quad (6-14)$$

Khối lượng của photon

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda} \quad (6-15)$$

Theo thuyết tương đối  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ , do đó  $m_0 = m\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

Vận tốc của photon bằng  $c$ , do đó photon có khối lượng nghỉ bằng 0

Động lượng của photon

$$p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (6-16)$$

Như vậy động lượng của photon tỉ lệ thuận với tần số và tỉ lệ nghịch với bước sóng của bức xạ điện từ.

### §4. HIỆN TƯỢNG QUANG ĐIỆN

#### 1. Định nghĩa:

Hiệu ứng bắn ra các electron từ một tấm kim loại khi rọi vào tấm kim loại đó một bức xạ điện từ thích hợp được gọi là hiện tượng quang điện. Các electron bắn ra được gọi là các quang electron.

Để nghiên cứu hiện tượng quang điện người ta đã làm thí nghiệm với tế bào quang điện như sau:

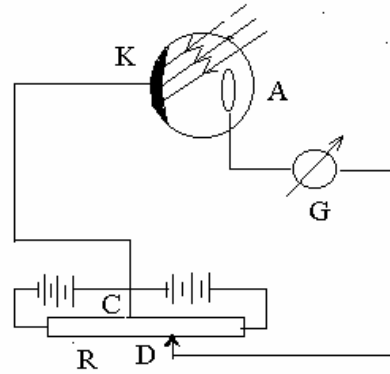
Tế bào quang điện gồm một bình chân không có hai bản cực làm bằng kim loại: bản cực dương anốt A và bản cực âm catốt K. Catốt làm bằng kim loại ta cần nghiên cứu. Tế bào quang điện được mắc như hình vẽ. Nhờ biến trở ta có thể thay đổi hiệu điện thế  $U$  giữa A và K về độ lớn và chiều.

Khi D đến vị trí C:  $U_{AK} = 0$

Khi D bên phải C: A+, K-,  $U_{AK} > 0$

Khi D bên trái C: A-, K+,  $U_{AK} < 0$

Khi rọi chùm bức xạ điện từ đơn sắc bước sóng  $\lambda$  thích hợp vào catốt K, chùm ánh sáng này



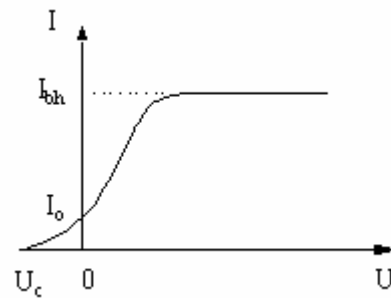
Hình 6-4. Thí nghiệm quang điện

sẽ giải phóng các electron khỏi mặt bản cực âm K. Dưới tác dụng của điện trường giữa A và K, các quang electron sẽ chuyển động về cực dương anốt, tạo ra trong mạch dòng quang điện. Điện thế G đo cường độ dòng quang điện còn vôn kế V sẽ đo hiệu điện thế  $U_{AK}$  giữa A và K. Thay đổi  $U_{AK}$  ta được đồ thị dòng quang điện như hình 6-5.

\*  $U_{AK} > 0$ : Khi  $U_{AK}$  tăng thì  $I$  tăng theo, khi  $U_{AK}$  đạt đến một giá trị nào đó cường độ dòng quang điện sẽ không tăng nữa và đạt giá trị  $I_{bh}$ , được gọi là cường độ dòng quang điện bão hòa.

\* Khi  $U_{AK} = 0$  cường độ dòng quang điện vẫn có giá trị  $I \neq 0$ . Điều đó chứng tỏ quang electron bắn ra đã có sẵn một động năng ban đầu.

\* Để triệt tiêu dòng quang điện ta phải đặt lên A-K một hiệu điện thế ngược  $U_c$  sao cho công cản của điện trường ít nhất phải bằng động năng ban đầu cực đại của các electron bị bứt khỏi bản K, nghĩa là:



Hình 6-5. Đồ thị I-V

$$eU_c = \frac{1}{2}mv_{0\max}^2 \quad (6-17)$$

$U_c$  được gọi là hiệu điện thế cản.

## 2. Các định luật quang điện và giải thích

Từ các kết quả thí nghiệm người ta đã tìm ra ba định luật sau đây gọi là ba định luật quang điện. Các định luật này chỉ có thể giải thích được dựa vào thuyết photon của Einstein.

### a. Phương trình Einstein

Khi có một chùm ánh sáng thích hợp rọi đến catốt, các electron tự do trong kim loại hấp thụ photon. Mỗi electron hấp thụ một photon và sẽ nhận được một năng lượng bằng  $h\nu$ . Năng lượng này một phần chuyển thành công thoát  $A_{th}$  electron ra khỏi kim loại, phần

còn lại chuyển thành động năng ban đầu của quang electron. Động năng ban đầu càng lớn khi electron càng ở gần mặt ngoài kim loại, vì đối với các electron ở sâu trong kim loại, một phần năng lượng mà nó hấp thụ được của photon sẽ bị tiêu hao trong quá trình chuyển động từ trong ra mặt ngoài kim loại. Như vậy động năng ban đầu sẽ cực đại đối với các electron ở sát mặt ngoài kim loại. Theo định luật bảo toàn năng lượng, Einstein đã đưa ra phương trình cho hiệu ứng quang điện

$$h\nu = A_{th} + \frac{mv_{0\max}^2}{2} \quad (6-18)$$

Phương trình này được gọi là phương trình Einstein.

### b. Định luật về giới hạn quang điện

**Phát biểu:** Đối với mỗi kim loại xác định, hiện tượng quang điện chỉ xảy ra khi bước sóng  $\lambda$  (hay tần số  $\nu$ ) của chùm bức xạ điện từ rơi tới nhỏ hơn (lớn hơn) một giá trị xác định  $\lambda_0$  ( $\nu_0$ ),  $\lambda_0$  gọi là giới hạn quang điện của kim loại đó.

Giới hạn quang điện  $\lambda_0$  phụ thuộc vào bản chất của kim loại làm catốt. Định luật này nói lên điều kiện cần để có thể xảy ra hiện tượng quang điện. Ở đây cần nhấn mạnh rằng, nếu chùm sáng tới có bước sóng  $\lambda > \lambda_0$  thì dù cường độ sáng rất mạnh, nó cũng không thể gây ra hiện tượng quang điện.

**Giải thích:** Trong phương trình Einstein (6-15), vì  $\frac{mv_{0\max}^2}{2} > 0$  và đặt  $A_{th} = h\nu_0$  nên

$$\begin{aligned} h\nu &> h\nu_0 & \Rightarrow & \nu > \nu_0 \\ \frac{hc}{\lambda} &> \frac{hc}{\lambda_0} & \Rightarrow & \lambda < \lambda_0 \end{aligned}$$

Nghĩa là chùm ánh sáng gây ra hiệu ứng quang điện phải có bước sóng  $\lambda$  nhỏ hơn một giá trị xác định  $\lambda_0 = hc/A_{th}$  ( $\lambda < \lambda_0$ ).  $\lambda_0$  chính là giới hạn quang điện và rõ ràng nó chỉ phụ thuộc vào công thoát  $A_{th}$ , tức là phụ thuộc vào bản chất kim loại làm catốt.

### c. Định luật về dòng quang điện bão hoà

**Phát biểu:** Cường độ dòng quang điện bão hoà tỉ lệ với cường độ của chùm bức xạ rơi tới.

**Giải thích:** Cường độ dòng quang điện tỉ lệ với số quang electron thoát ra khỏi catốt đến anốt trong một đơn vị thời gian. Dòng quang điện trở nên bão hoà khi số quang electron thoát khỏi catốt đến anốt trong đơn vị thời gian là không đổi. Số quang electron thoát ra khỏi catốt tỉ lệ với số photon bị hấp thụ. Số photon bị hấp thụ lại tỉ lệ với cường độ của chùm bức xạ. Do đó cường độ dòng quang điện bão hoà tỉ lệ thuận với cường độ chùm bức xạ rơi tới.

$$\begin{aligned} N_e \sim N_{ph}, N_{ph} \sim I_{ph} & \Rightarrow N_e \sim I_{ph} \\ I_{bh} \sim N_e & \Rightarrow I_{bh} \sim I_{ph} \end{aligned}$$

#### d. Định luật về động năng ban đầu cực đại của quang electron

**Phát biểu:** Động năng ban đầu cực đại của quang electron không phụ thuộc vào cường độ chùm bức xạ tới mà chỉ phụ thuộc vào tần số của chùm bức xạ đó.

**Giải thích:**

$$h\nu = A_{th} + \frac{1}{2}mv_{0max}^2 = h\nu_0 + \frac{1}{2}mv_{0max}^2$$

$$\frac{1}{2}mv_{0max}^2 = h(\nu - \nu_0)$$

$$eU_c = h(\nu - \nu_0)$$

Ta thấy rõ động năng ban đầu cực đại của quang electron chỉ phụ thuộc vào tần số của chùm bức xạ điện từ, mà không phụ thuộc vào cường độ của bức xạ đó.

Thuyết photon đã giải thích được tất cả các định luật quang điện, nó đã đưa ra một quan niệm mới về bản chất ánh sáng. Theo Einstein, mỗi photon có một năng lượng  $\epsilon = h\nu$ . Tính chất hạt thể hiện ở năng lượng  $\epsilon$  gián đoạn. Tính chất sóng thể hiện ở tần số  $\nu$  (và bước sóng  $\lambda$ ) của ánh sáng. Như vậy ánh sáng vừa có tính sóng, vừa có tính hạt. Ta nói rằng ánh sáng có lưỡng tính sóng-hạt.

### §5. HIỆU ỨNG COMPTON

Hiệu ứng Compton là một trong những hiệu ứng thể hiện bản chất hạt của các bức xạ điện từ, đồng thời nó chứng minh sự tồn tại động lượng của các hạt photon.

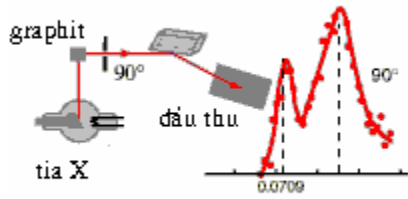
#### 1. Hiệu ứng Compton

**Thí nghiệm Compton:** Cho một chùm tia X bước sóng  $\lambda$  chiếu vào graphit hay paraffin... Khi đi qua các chất này tia X bị tán xạ theo nhiều phương. Trong phổ tán xạ, ngoài vạch có bước sóng bằng bước sóng  $\lambda$  của chùm tia X chiếu tới còn có những vạch ứng với bước sóng  $\lambda' > \lambda$  (Hình 6-6). Thực nghiệm chứng tỏ rằng bước sóng  $\lambda'$  không phụ thuộc cấu tạo của các chất được tia X rọi đến mà chỉ phụ thuộc vào góc tán xạ  $\theta$ . Độ tăng của bước sóng  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  được xác định bởi biểu thức:

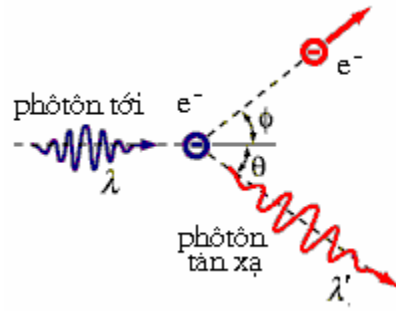
$$\Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (6-19)$$

trong đó  $\lambda_c = 2,426.10^{-12}$  m là một hằng số chung cho mọi chất, được gọi là bước sóng Compton.

Theo lý thuyết sóng thì khi tia X truyền đến thanh graphit nó làm cho các hạt mang điện trong thanh (ở đây là electron) dao động cưỡng bức với cùng tần số của tia X, do đó các bức xạ tán xạ về mọi phương phải có cùng tần số với bức xạ tới. Như vậy lý thuyết sóng điện từ cổ điển không giải thích được hiện tượng Compton.



Hình 6-6. Thí nghiệm Compton

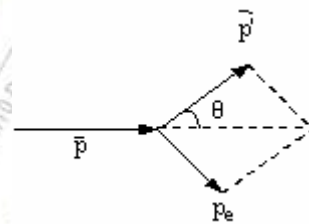


Hình 6-7. Va chạm đàn hồi giữa photon và electron

## 2. Giải thích bằng thuyết lượng tử ánh sáng

Chúng ta có thể coi hiện tượng tán xạ tia X như một va chạm hoàn toàn đàn hồi giữa một photon và một electron trong chất mà tia X chiếu tới (Hình 6-7). Trong phổ tán xạ, những vạch có bước sóng bằng bước sóng của tia X chiếu tới tương ứng với sự tán xạ của tia X lên các electron ở sâu trong nguyên tử, các electron này liên kết mạnh với hạt nhân, còn vạch có bước sóng  $\lambda' > \lambda$  tương ứng với sự tán xạ tia X lên

các electron liên kết yếu với hạt nhân. Năng lượng liên kết của các electron này rất nhỏ so với năng lượng của chùm tia X chiếu tới, do đó các electron đó có thể coi như tự do. Vì đây là va chạm đàn hồi giữa photon và electron tự do nên ta sẽ áp dụng hai định luật bảo toàn năng lượng và bảo toàn động lượng cho hệ kín "tia X - e". Giả thiết trước va chạm electron ( $e^-$ ) đứng yên. Tia X có năng lượng lớn, khi tán xạ trên electron tự do tia X sẽ truyền năng lượng cho electron nên sau va chạm vận tốc của electron rất lớn, do đó ta phải áp dụng hiệu ứng tương đối tính trong trường hợp này. Chúng ta xét động lượng, năng lượng của hạt photon và electron trước và sau va chạm:



Hình 6-8

<u>Trước va chạm:</u>	$e^-$ đứng yên :	Năng lượng : $m_0 c^2$
		Động lượng : 0
	Photon :	Năng lượng : $E = h\nu$
		Động lượng : $p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$
<u>Sau va chạm:</u>	Photon tán xạ:	Năng lượng : $E' = h\nu'$
		Động lượng : $p' = \frac{h\nu'}{c} = \frac{h}{\lambda'}$



$$e^- : \quad \text{Năng lượng} : \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} c^2 = mc^2$$

$$\text{Động lượng} : p_e = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} v = mv$$

( $m_0$  là khối lượng nghỉ của  $e^-$ )

Theo định luật bảo toàn năng lượng và động lượng:

$$h\nu + m_0 c^2 = h\nu' + mc^2 \quad (6-20)$$

$$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}_e \quad (6-21)$$

Gọi  $\theta$  là góc giữa  $\vec{p}$  và  $\vec{p}'$  (hình 6-8). Sau khi biến đổi các biểu thức (6-20) và (6-21) và sử dụng công thức liên hệ giữa năng lượng và động lượng trong cơ học tương đối tính (5-22), cuối cùng ta được:

$$m_0 c^2 (\nu - \nu') = h\nu\nu'(1 - \cos\theta) = 2h\nu\nu' \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (6-22)$$

Thay  $\nu = \frac{c}{\lambda}$  vào biểu thức trên ta được:

$$\lambda' - \lambda = 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2} = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (6-23)$$

trong đó  $\lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = 2,426.10^{-12} \text{ m}$  là hằng số chung cho mọi chất, gọi là bước sóng

Compton. Đại lượng  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  là độ biến thiên của bước sóng trong tán xạ, nó chỉ phụ thuộc vào góc tán xạ mà không phụ thuộc vào vật liệu làm bia.

Khi photon vào sâu trong nguyên tử và va chạm với các electron liên kết mạnh với hạt nhân, ta phải coi va chạm này là va chạm của photon với nguyên tử (chứ không phải với electron), công thức (6-23) vẫn đúng nhưng phải thay khối lượng của electron bằng khối lượng của nguyên tử, nó lớn hơn nhiều lần so với khối lượng của electron. Do đó hầu như không có sự thay đổi bước sóng. Như vậy trong bức xạ tán xạ có mặt những photon với bước sóng không đổi.

Qua hiệu ứng Compton người ta chứng minh được hạt photon có động lượng  $p = h/\lambda$ . Động lượng là một đặc trưng của hạt. Như vậy tính chất hạt của ánh sáng đã được xác nhận trọn vẹn khi dựa vào thuyết photon giải thích thành công hiệu ứng Compton.

### III. TÓM TẮT NỘI DUNG

#### 1. Hiện tượng bức xạ nhiệt



\* Sóng điện từ do các vật phát ra gọi chung là *bức xạ*. Dạng bức xạ do các nguyên tử và phân tử bị kích thích bởi tác dụng nhiệt được gọi là *bức xạ nhiệt*. Nếu phần năng lượng của vật bị mất đi do phát xạ bằng phần năng lượng vật thu được do hấp thụ thì bức xạ nhiệt không đổi và được gọi là *bức xạ nhiệt cân bằng*.

\* Các đại lượng đặc trưng cho bức xạ nhiệt :

- Năng suất phát xạ toàn phần của vật ở nhiệt độ T:  $R_T = \frac{d\phi_T}{dS}$

$d\phi_T$  là năng lượng do diện tích  $dS$  của vật phát xạ trong một đơn vị thời gian.

- Hệ số phát xạ đơn sắc ở nhiệt độ T, ứng với bước sóng  $\lambda$ :  $r_{\lambda,T} = \frac{dR_T}{d\lambda}$

- Hệ số hấp thụ đơn sắc ở nhiệt độ T, ứng với bước sóng  $\lambda$ :  $a_{\lambda,T} = \frac{d\phi'_{\lambda,T}}{d\phi_{\lambda,T}}$

$d\phi_{\lambda,T}$  là năng lượng của bức xạ tới,  $d\phi'_{\lambda,T}$  là năng lượng vật hấp thụ.

Thực tế vật không hấp thụ hoàn toàn bức xạ tới nên  $a_{\lambda,T} < 1$ . Vật có  $a_{\lambda,T} = 1$  với mọi nhiệt độ T và mọi bước sóng  $\lambda$  gọi là vật đen tuyệt đối.

\* Định luật Kirchhoff: Tỉ số của hệ số phát xạ đơn sắc và hệ số hấp thụ đơn sắc của một vật ở trạng thái cân bằng nhiệt không phụ thuộc vào bản chất của vật mà chỉ phụ thuộc vào

nhiệt độ và bước sóng của chùm bức xạ, nghĩa là  $\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} = f_{\lambda,T}$ , trong đó  $f_{\lambda,T}$  là hàm số

chung cho mọi vật, nên được gọi là *hàm phổ biến*. Đối với vật đen tuyệt đối:  $r_{\lambda,T} = f_{\lambda,T}$

Năng suất phát xạ toàn phần của vật đen tuyệt đối bằng  $R_T = \int dR_T = \int_0^{\infty} f_{\lambda,T} d\lambda$

\* Các định luật phát xạ của vật đen tuyệt đối

- Stephan-Boltzmann đã thiết lập được định luật liên hệ giữa  $R_T$  và nhiệt độ T của vật:

$$R_T = \sigma T^4. \text{ Hằng số } \sigma \text{ được gọi là hằng số Stephan-Boltzmann.}$$

- Wien tìm được định luật liên hệ giữa bước sóng  $\lambda_m$  của chùm bức xạ mang nhiều

năng lượng nhất ( $f_{\lambda,T}$  lớn nhất) với nhiệt độ tuyệt đối T của vật đó:  $\lambda_m = \frac{b}{T}$ , trong

đó b được gọi là hằng số Wien.

\* Dựa vào quan niệm cổ điển coi các nguyên tử và phân tử phát xạ và hấp thụ năng lượng một cách liên tục, Rayleigh-Jeans đã tìm được một công thức xác định hệ số phát xạ đơn

sắc của vật đen tuyệt đối:  $f_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT$

Nhưng công thức này gặp hai khó khăn chủ yếu:

- Công thức này chỉ phù hợp với thực nghiệm ở vùng tần số nhỏ (bước sóng dài), còn ở vùng tần số lớn (bước sóng ngắn), tức là vùng sóng tử ngoại, nó sai lệch rất nhiều. Bể tắc này được gọi là sự khủng hoảng ở vùng tử ngoại.
- Từ công thức này ta có thể tính được năng suất phát xạ toàn phần của một vật đen

tuyệt đối ở nhiệt độ T: 
$$R_T = \int_0^{\infty} f_{\nu,T} d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty$$

Năng lượng phát xạ toàn phần của vật ở một nhiệt độ T nhất định lại bằng vô cùng.

Sở dĩ có kết quả vô lí đó là do quan niệm vật lí cổ điển về sự phát xạ và hấp thụ năng lượng bức xạ một cách liên tục. Để giải quyết những bế tắc trên Planck đã phủ định lí thuyết cổ điển về bức xạ và đề ra một lí thuyết mới gọi là thuyết lượng tử năng lượng.

\* Thuyết lượng tử của Planck: các nguyên tử và phân tử phát xạ hay hấp thụ năng lượng một cách gián đoạn  $\epsilon = h\nu = hc/\lambda$

Xuất phát từ thuyết lượng tử, Planck đã tìm ra công thức của hàm phổ biến, tức là hệ số phát xạ đơn sắc của vật đen tuyệt đối:

$$f_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Công thức của Planck đã khắc phục được khó khăn ở vùng tử ngoại, đường đặc trưng phổ phát xạ của vật đen tuyệt đối tính từ công thức này phù hợp với kết quả thực nghiệm ở mọi vùng nhiệt độ, mọi vùng tần số khác nhau. Từ công thức Planck ta có thể tìm lại được các công thức Stephan-Boltzmann và công thức Wien.

## 2. Hiệu ứng quang điện

Đó là hiệu ứng bắn ra các electron từ một tấm kim loại khi rọi vào tấm kim loại đó một bức xạ điện từ thích hợp.

Người ta tìm được ba định luật quang điện:

\* Định luật về giới hạn quang điện: Hiện tượng quang điện chỉ xảy ra khi bước sóng  $\lambda$  của ánh sáng tới phải thỏa mãn:

$$\lambda < \lambda_0 \text{ hoặc } \nu > \nu_0$$

$\lambda_0, \nu_0$  tùy thuộc vào từng kim loại và được gọi là giới hạn quang điện của kim loại đó.

\* Định luật về dòng quang điện bão hòa: Cường độ dòng quang điện bão hòa tỷ lệ với cường độ ánh sáng chiếu tới kim loại.

\* Định luật về động năng ban đầu cực đại: Động năng ban đầu cực đại của các quang electron không phụ thuộc vào cường độ ánh sáng chiếu tới mà chỉ phụ thuộc bước sóng của ánh sáng chiếu tới và bản chất kim loại.

Để giải thích ba định luật trên, Einstein đã đưa ra thuyết photon. Thuyết này cho rằng ánh sáng bao gồm những hạt photon. Mỗi photon mang năng lượng  $\epsilon = h\nu = hc/\lambda$ , chuyển động với vận tốc  $c=3.10^8$  m/s. Cường độ của chùm sáng tỉ lệ với số photon do nguồn sáng phát ra trong một đơn vị thời gian.

Như vậy ánh sáng vừa có tính chất sóng vừa có tính chất hạt.

### 3. Hiệu ứng Compton

Chùm ánh sáng (chùm hạt photon) sau khi tán xạ lên các hạt electron tự do thì bước sóng  $\lambda$  của nó tăng lên

$$\Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

Thực nghiệm đã xác định được độ tăng bước sóng  $\Delta\lambda$  này. Độ tăng bước sóng không phụ thuộc vật liệu làm bia mà chỉ phụ thuộc vào góc tán xạ. Để giải thích hiệu ứng Compton, người ta đã dựa trên hai định luật bảo toàn: bảo toàn năng lượng (vì va chạm đàn hồi) và bảo toàn động lượng (vì là hệ kín gồm hạt photon và hạt electron). Qua hiệu ứng này người ta chứng minh được hạt photon có động lượng  $p = mc = h\nu / c = h / \lambda$ .

Động lượng là một đặc trưng của hạt. Như vậy tính chất hạt của ánh sáng đã được xác nhận trọn vẹn khi dựa vào thuyết photon giải thích thành công hiệu ứng Compton.

## IV. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa bức xạ nhiệt cân bằng.
2. Viết biểu thức và nêu ý nghĩa của các đại lượng: năng suất phát xạ toàn phần, hệ số phát xạ đơn sắc, hệ số hấp thụ đơn sắc của bức xạ nhiệt cân bằng ở nhiệt độ T.
3. Định nghĩa vật đen tuyệt đối.
4. Phát biểu định luật Kirchhoff. Nêu ý nghĩa của hàm phổ biến. Vẽ đồ thị đường đặc trưng phổ phát xạ của vật đen tuyệt đối.
5. Phát biểu các định luật phát xạ của vật đen tuyệt đối.
6. Nêu quan niệm cổ điển về bản chất của bức xạ. Viết công thức của Rayleigh-Jeans. Nêu những khó khăn mà công thức đó gặp phải đối với hiện tượng bức xạ nhiệt.
7. Phát biểu thuyết lượng tử của Planck. Viết công thức Planck. Nêu những thành công của thuyết lượng tử.
8. Định nghĩa hiện tượng quang điện. Phát biểu ba định luật quang điện.
9. Phát biểu thuyết photon của Einstein. Vận dụng thuyết photon để giải thích ba định luật quang điện.
10. Trình bày nội dung hiệu ứng Compton. Trong hiệu ứng này, chùm tia X tán xạ lên electron tự do hay liên kết?
11. Giải thích hiệu ứng Compton.
12. Tại sao coi hiệu ứng Compton là một bằng chứng thực nghiệm xác nhận trọn vẹn tính hạt của ánh sáng.

#### IV. BÀI TẬP

**Thí dụ 1:** Hỏi nhiệt độ của lò nung bằng bao nhiêu cho biết mỗi giây lò phát ra một năng lượng bằng 8,28 calo qua một lỗ nhỏ có kích thước bằng  $6,1\text{cm}^2$ . Coi bức xạ được phát ra từ một vật đen tuyệt đối.

**Bài giải:** Năng suất phát xạ toàn phần của vật đen tuyệt đối:  $R = \sigma T^4$ ,  $R$  là năng suất do một đơn vị diện tích phát ra trong một đơn vị thời gian, nên  $R$  liên hệ với công suất phát xạ là:  $P = R.S$

$$\rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{P}{\sigma.S}} = \sqrt[4]{\frac{8,28.4,18}{5,67.10^{-8}.6,1.10^{-4}}} = 1004(\text{K})$$

**Thí dụ 2:** Công thoát của kim loại dùng làm catốt của tế bào quang điện  $A = 5\text{eV}$ . Tìm:

1. Giới hạn quang điện của tấm kim loại đó.
2. Vận tốc ban đầu cực đại của các quang electron khi catốt được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc bước sóng  $\lambda = 0,2\mu\text{m}$ .
3. Hiệu điện thế hãm để không có một electron nào đến được anốt.

**Bài giải**

$$1. \text{Giới hạn quang điện của catốt: } \lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{6,625.10^{-34}.3.10^8}{5.1,6.10^{-19}} = 2,48.10^{-7} \text{ m}$$

2. Vận tốc ban đầu cực đại của các electron:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{1}{2}m_e v_{0\text{max}}^2 \rightarrow v_{0\text{max}} = \sqrt{\frac{2}{m_e} \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right)}$$

$$v_{0\text{max}} = \sqrt{\frac{2}{9,1.10^{-31}} \left( \frac{6,625.10^{-34}.3.10^8}{0,2.10^{-6}} - 5.1,6.10^{-19} \right)} = 0,65.10^6 \text{ m/s}$$

3. Hiệu điện thế hãm:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + eU_h \rightarrow U_h = \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right) \frac{1}{e} = \left( \frac{6,625.10^{-34}.3.10^8}{0,2.10^{-6}} - 5.1,6.10^{-19} \right) \frac{1}{1,6.10^{-19}} = 1,2 \text{ V}$$

**Thí dụ 3:** Photon mang năng lượng  $0,15\text{MeV}$  đến tán xạ trên electron tự do. Sau khi tán xạ bước sóng của chùm photon tán xạ tăng thêm  $\Delta\lambda = 0,015\text{\AA}$ . Xác định bước sóng của photon và góc tán xạ của photon.

**Bài giải:**  $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{hc}{\varepsilon} = \frac{6,625.10^{-34}.3.10^8}{0,15.1,6.10^{-13}} = 8,28.10^{-12} \text{ m}$

$$\Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2} \rightarrow \sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{\Delta\lambda}{2\lambda_c} = 0,31 \rightarrow \sin \frac{\theta}{2} = 0,556 \rightarrow \theta = 67^{\circ}33'$$

### Bài tập tự giải

1. Tìm công suất bức xạ của một lò nung, cho biết nhiệt độ của lò bằng  $t = 727^{\circ}\text{C}$ , diện tích của cửa lò bằng  $250\text{cm}^2$ . Coi lò là vật đen tuyệt đối.

**Đáp số:**  $P = \sigma T^4 S = 1417,5 \text{ (W)}$

2. Vật đen tuyệt đối có dạng một quả cầu đường kính  $d = 10\text{cm}$  ở nhiệt độ  $T$  không đổi. Tìm nhiệt độ  $T$ , cho biết công suất bức xạ ở nhiệt độ đã cho bằng  $12\text{kcal/phút}$ .

**Đáp số:**  $P = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 4,18}{60} = 836 \text{ (W)}$ ,  $T = \sqrt[4]{\frac{P}{\sigma \cdot 4\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}} = 828 \text{ (K)}$

3. Nhiệt độ của sợi dây tóc vonfram của bóng đèn điện luôn biến đổi vì được đốt nóng bằng dòng điện xoay chiều. Hiệu số giữa nhiệt độ cao nhất và thấp nhất bằng  $80^{\circ}$ , nhiệt độ trung bình bằng  $2300\text{K}$ . Hỏi công suất bức xạ biến đổi bao nhiêu lần, coi dây tóc bóng đèn là vật đen tuyệt đối.

**Đáp số:**  $T_{\max} - T_{\min} = 80 \text{ K}$ ,  $\frac{T_{\max} + T_{\min}}{2} = 2300 \text{ K} \rightarrow T_{\max} = 2340 \text{ K}, T_{\min} = 2260 \text{ K}$

$$\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \left(\frac{T_{\max}}{T_{\min}}\right)^4 = 1,15$$

4. Nhiệt độ của vật đen tuyệt đối tăng từ  $1000 \text{ K}$  đến  $3000 \text{ K}$ . Hỏi:

1. Năng suất phát xạ toàn phần của nó tăng bao nhiêu lần?
2. Bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại thay đổi bao nhiêu lần?

**Đáp số:** 1.  $\frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 = 81 \text{ lần}$ ,

$$2. \frac{\lambda_{m1}}{\lambda_{m2}} = \frac{T_2}{T_1} = 3 \text{ lần}$$

5. Một vật đen tuyệt đối ở nhiệt độ  $T_1 = 2900 \text{ K}$ . Do vật bị nguội đi nên bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại thay đổi  $\Delta\lambda = 9\mu\text{m}$ . Hỏi vật lạnh đến nhiệt độ bằng bao nhiêu?

**Đáp số:**  $\lambda_{m1} = \frac{b}{T_1}$ ,  $\lambda_{m2} = \frac{b}{T_2} \rightarrow \Delta\lambda = b\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) \rightarrow T_2 = \frac{bT_1}{T_1\Delta\lambda + b} = 290 \text{ (K)}$

6. Tìm giới hạn quang điện đối với các kim loại có công thoát  $2,4\text{eV}$ ,  $2,3\text{eV}$ ,  $2\text{eV}$ .

**Đáp số:**  $\lambda_{01} = \frac{hc}{A_1} = 5,18 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ ,  $\lambda_{02} = \frac{hc}{A_2} = 5,4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ ,

$$\lambda_{03} = \frac{hc}{A_3} = 6,21 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$



7. Giới hạn quang điện của kim loại dùng làm catốt của tế bào quang điện  $\lambda_0 = 0,5\mu\text{m}$ . Tìm:

1. Công thoát của electron khỏi tấm kim loại đó.
2. Vận tốc ban đầu cực đại của các quang electron khi catốt được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc bước sóng  $\lambda = 0,25\mu\text{m}$ .

**Đáp số:** 1.  $\lambda_0 = \frac{hc}{A} \rightarrow A = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 39,75 \cdot 10^{-20} \text{ J}$

2.  $\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{1}{2} m_e v_{0\text{max}}^2 \rightarrow v_{0\text{max}} = \sqrt{\frac{2}{m_e} \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right)} = 0,93 \cdot 10^6 \text{ m/s}$

8. Chiếu một bức xạ điện từ đơn sắc bước sóng  $\lambda = 0,41\mu\text{m}$  lên một kim loại dùng làm catốt của tế bào quang điện thì có hiện tượng quang điện xảy ra. Nếu dùng một hiệu điện thế hãm  $0,76\text{V}$  thì các quang electron bắn ra đều bị giữ lại. Tìm:

1. Công thoát của electron đối với kim loại đó.
2. Vận tốc ban đầu cực đại của các quang electron khi bắn ra khỏi catốt.

**Đáp số:** 1.  $\frac{hc}{\lambda} = A + eU_h \rightarrow A = \frac{hc}{\lambda} - eU_h = 36,32 \cdot 10^{-20} \text{ J}$

2.

$\frac{m_e v_{0\text{max}}^2}{2} = eU_h \rightarrow v_{0\text{max}} = \sqrt{\frac{2eU_h}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,76}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 0,52 \cdot 10^6 \text{ m/s}$

9. Công thoát của kim loại dùng làm catốt của tế bào quang điện  $A = 2,48\text{eV}$ . Tìm:

1. Giới hạn quang điện của tấm kim loại đó.
2. Vận tốc ban đầu cực đại của các quang electron khi catốt được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc bước sóng  $\lambda = 0,36\mu\text{m}$ .
3. Hiệu điện thế hãm để không có một electron nào đến được anốt.

**Đáp số:** 1.  $\lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,48 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

2.  $\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{1}{2} m_e v_{0\text{max}}^2 \rightarrow v_{0\text{max}} = \sqrt{\frac{2}{m_e} \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right)} = 0,584 \cdot 10^6 \text{ m/s}$

3.  $\frac{hc}{\lambda} = A + eU_h \rightarrow U_h = 0,97 \text{ V}$

10. Khi chiếu một chùm ánh sáng có bước sóng  $\lambda = 0,234\mu\text{m}$  vào một kim loại dùng làm catốt của tế bào quang điện thì có hiện tượng quang điện xảy ra. Biết tần số giới hạn của catốt  $\nu_0 = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ . Tìm:

1. Công thoát của electron đối với kim loại đó.
2. Hiệu điện thế hãm để không có một electron nào đến được anốt.



3. Vận tốc ban đầu cực đại của các quang electron.

**Đáp số:** 1.  $A = h\nu_0 = 39,75 \cdot 10^{-20} \text{ J}$ ,

2.  $\frac{hc}{\lambda} = A + eU_h \Rightarrow U_h = \left(\frac{hc}{\lambda} - A\right) \frac{1}{e} = 2,83 \text{ V}$

3.  $\frac{1}{2} m_e v_{0\max}^2 = eU_h \rightarrow v_{0\max} = \sqrt{\frac{2eU_h}{m_e}} = 10^6 \text{ m/s}$

**11.** Khi chiếu một chùm ánh sáng vào một kim loại dùng làm catốt của tế bào quang điện thì có hiện tượng quang điện xảy ra. Nếu dùng một hiệu điện thế hãm 3V thì các quang electron bắn ra đều bị giữ lại. Biết tần số giới hạn của catốt  $\nu_0 = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ . Tìm:

1. Công thoát của electron đối với tấm kim loại đó.

2. Tần số của ánh sáng chiếu tới.

3. Vận tốc ban đầu cực đại của các quang electron khi bắn ra từ catốt.

**Đáp số:** 1.  $A = h\nu_0 = 39,75 \cdot 10^{-20} \text{ J}$ ,

2.  $h\nu = A + eU_h \rightarrow \nu = \frac{A + eU_h}{h} = 13,25 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ ,

3.  $v_{0\max} = \sqrt{\frac{2}{m_e}(h\nu - A)} = 10^6 \text{ m/s}$

**12.** Công thoát của kim loại dùng làm catốt của tế bào quang điện  $A = 2,15 \text{ eV}$ . Tìm:

1. Giới hạn quang điện của tấm kim loại đó.

2. Vận tốc ban đầu cực đại của các quang electron khi catốt được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc bước sóng  $\lambda = 0,489 \mu\text{m}$ .

3. Hiệu điện thế hãm để không có một electron nào đến được anốt.

**Đáp số:** 1.  $\lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,15 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,578 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

2.  $\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{1}{2} m_e v_{0\max}^2 \rightarrow v_{0\max} = \sqrt{\frac{2}{m_e} \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right)} = 0,37 \cdot 10^6 \text{ m/s}$

3.  $\frac{hc}{\lambda} = A + eU_h \rightarrow U_h = \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right) \frac{1}{e} = 0,39 \text{ V}$

**13.** Tìm động lượng, khối lượng của photon có tần số  $\nu = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ .

**Đáp số:**  $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 5 \cdot 10^{14}}{3 \cdot 10^8} = 1,1 \cdot 10^{-27} \text{ kg.m/s}$

$m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 5 \cdot 10^{14}}{9 \cdot 10^{16}} = 3,7 \cdot 10^{-36} \text{ kg}$

14. Tìm năng lượng và động lượng của photon ứng với bước sóng  $\lambda = 0,6\mu\text{m}$ .

**Đáp số:**  $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,6 \cdot 10^{-6}} = 3,3 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}}{0,6 \cdot 10^{-6}} = 1,1 \cdot 10^{-27} \text{ kg.m/s}$$

15. Tìm năng lượng và động lượng của photon ứng với bước sóng  $\lambda = 10^{-12} \text{ m}$ .

**Đáp số:**  $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{10^{-12}} = 19,88 \cdot 10^{-14} \text{ J}$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}}{10^{-12}} = 6,62 \cdot 10^{-22} \text{ kg.m/s}$$

16. Photon có năng lượng  $250 \text{ keV}$  bay đến và chạm với một electron đứng yên và tán xạ Compton theo góc  $120^\circ$ . Xác định năng lượng của photon tán xạ.

**Đáp số:**  $\lambda = \frac{hc}{\varepsilon} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ m}, \quad \lambda' - \lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2} \rightarrow \lambda' = 8,64 \cdot 10^{-12} \text{ m}$

Năng lượng của photon tán xạ:  $\varepsilon' = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{8,64 \cdot 10^{-12}} = 2,3 \cdot 10^{-14} \text{ J}$

17. Photon ban đầu có năng lượng  $0,8 \text{ MeV}$  tán xạ trên một electron tự do và thành photon ứng với bức xạ có bước sóng bằng bước sóng Compton. Tính:

1. Góc tán xạ.

2. Năng lượng của photon tán xạ.

**Đáp số:** 1.  $\frac{hc}{\lambda} = 0,8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \rightarrow \lambda = 1,553 \cdot 10^{-12} \text{ m},$

$$\lambda' - \lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2} \rightarrow \theta = 50^\circ 11'$$

2.  $\varepsilon' = \frac{hc}{\lambda'} = 8,19 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 0,2 \text{ MeV}$

18. Tính năng lượng và động lượng của photon tán xạ khi photon có bước sóng ban đầu  $\lambda = 0,05 \cdot 10^{-10} \text{ m}$  đến và chạm vào electron tự do và tán xạ theo góc  $60^\circ, 90^\circ$ .

**Đáp số:** 1. Bước sóng của photon tán xạ:

$$\lambda' - \lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2} \rightarrow \lambda' = 5 \cdot 10^{-12} + 2,2426 \cdot 10^{-12} \cdot 0,25 = 6,213 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Năng lượng của photon tán xạ:  $\varepsilon' = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{6,213 \cdot 10^{-12}} = 3,2 \cdot 10^{-14} \text{ J}$

Động lượng của photon tán xạ:  $p' = \frac{h}{\lambda'} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}}{6,213 \cdot 10^{-12}} = 10^{-22} \text{ kgm/s}$

2. Bước sóng của photon tán xạ:

$$\lambda' - \lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2} \rightarrow \lambda' = 5 \cdot 10^{-12} + 2,2,42610^{-12} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = 7,42610^{-12} \text{ m}$$

Năng lượng của photon tán xạ:  $\epsilon' = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{7,426 \cdot 10^{-12}} = 2,68 \cdot 10^{-14} \text{ J}$

Động lượng của photon tán xạ:  $p' = \frac{h}{\lambda'} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}}{7,426 \cdot 10^{-12}} = 0,89 \cdot 10^{-22} \text{ kgm/s}$

**19.** Trong hiện tượng tán xạ Compton, bức xạ Rơngxen có bước sóng  $\lambda$  đến tán xạ trên electron tự do. Tìm bước sóng đỏ, cho biết động năng cực đại của electron bắn ra bằng 0,19MeV.

**Đáp số:** Động năng của electron:  $E_d = m_e c^2 - m_{0e} c^2 = m_{0e} c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$

Theo định luật bảo toàn năng lượng:  $E_d = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = hc \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \Delta\lambda} \right),$

$\Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2},$  động năng cực đại khi  $\sin^2 \frac{\theta}{2} = 1.$  Do đó

$$\lambda = \frac{h}{m_{0e} c} \left( \sqrt{1 + \frac{2m_{0e} c^2}{E_d}} - 1 \right) = 0,037 \text{ Å}$$

**20.** Tìm động lượng của electron khi có photon bước sóng  $\lambda = 0,05 \text{ Å}$  đến va chạm và tán xạ theo góc  $\theta = 90^\circ$ . Lúc đầu electron đứng yên.

**Đáp số:** Theo định luật bảo toàn động lượng:  $\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}'_e \rightarrow \vec{p}'_e = \vec{p} - \vec{p}'$

$$\rightarrow p_e'^2 = p^2 + p'^2 \rightarrow p_e = \sqrt{\frac{h^2}{\lambda^2} + \frac{h^2}{\lambda'^2}} \approx 1,6 \cdot 10^{-22} \text{ kg.m/s}$$

## CHƯƠNG VII: CƠ HỌC LƯỢNG TỬ

Cơ học lượng tử là môn cơ học nghiên cứu sự vận động của vật chất trong thế giới của các phân tử, nguyên tử (kích thước  $10^{-9} - 10^{-10}$  m, gọi là thế giới vi mô, các hạt trong đó gọi là vi hạt). Cơ học lượng tử cung cấp cho ta kiến thức để hiểu các hiện tượng xảy ra trong nguyên tử, hạt nhân, vật rắn...

### I. MỤC ĐÍCH - YÊU CẦU

1. Nắm được giả thuyết de Broglie về lưỡng tính sóng - hạt của vi hạt. Từ đó đi đến biểu thức của hàm sóng  $\psi$  và phương trình Schrodinger.
2. Hiểu và vận dụng được hệ thức bất định Heisenberg.
3. Hiểu và vận dụng phương trình Schrodinger để giải một số bài toán cơ học lượng tử đơn giản như hạt trong giếng thế, hiệu ứng đường ngầm, dao động tử điều hòa lượng tử.

### II. NỘI DUNG

#### §1. LƯƠNG TÍNH SÓNG HẠT CỦA VI HẠT

##### 1. Lưỡng tính sóng hạt của ánh sáng

Như chương trước chúng ta thấy ánh sáng vừa có tính sóng vừa có tính hạt: hiện tượng giao thoa, nhiễu xạ thể hiện tính chất sóng, còn hiệu ứng quang điện, hiệu ứng Compton thể hiện tính chất hạt của ánh

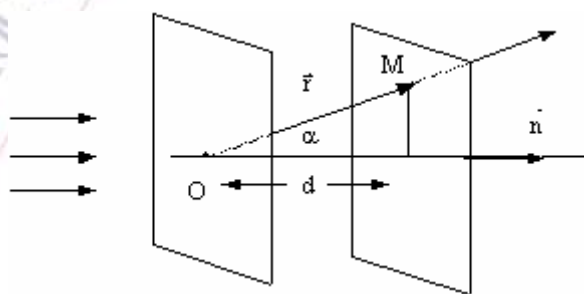
sáng. Lưỡng tính sóng hạt của ánh sáng được Einstein nêu trong thuyết photon: ánh sáng được cấu tạo bởi các hạt photon, mỗi hạt mang năng lượng

$$E = h\nu \text{ và động lượng } p = \frac{h}{\lambda}. \text{ Ta thấy}$$

các đại lượng đặc trưng cho tính chất hạt ( $E, p$ ) và các đại lượng đặc trưng cho tính chất sóng ( $\nu, \lambda$ ) liên hệ trực tiếp với nhau. Chúng ta sẽ thiết

lập hàm sóng cho hạt photon.

Xét chùm ánh sáng đơn sắc, song song. Mặt sóng là các mặt phẳng vuông góc với phương truyền sóng. Nếu dao động sáng tại O là



Hình 7-1. Sự truyền sóng phẳng ánh sáng

$$x(t) = A \cos 2\pi \nu t \quad (7-1)$$

thì biểu thức dao động sáng tại mọi điểm trên mặt sóng đi qua điểm M cách mặt sóng đi qua O một đoạn d là:

$$\begin{aligned} x\left(t - \frac{d}{c}\right) &= A \cos 2\pi \nu \left(t - \frac{d}{c}\right) = A \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{d}{\lambda}\right) \\ &= A \cos\left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) \end{aligned} \quad (7-2)$$

trong đó c là vận tốc ánh sáng trong chân không,  $\lambda$  là bước sóng ánh sáng trong chân không:  $\lambda = cT = \frac{c}{\nu}$ , với T là chu kỳ,  $\nu$  là tần số của sóng ánh sáng. Từ hình 7-1 ta có:

$$d = r \cos \alpha = \vec{r} \cdot \vec{n} \quad (7-3)$$

$\vec{n}$ : vectơ pháp tuyến đơn vị. Thay (7-3) vào (7-2) ta nhận được:

$$x\left(t - \frac{d}{c}\right) = A \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{\lambda}\right) \quad (7-4)$$

Đó là hàm sóng phẳng đơn sắc. Sử dụng kí hiệu  $\psi$  cho hàm sóng và biểu diễn nó dưới dạng hàm phức ta có

$$\psi = \psi_0 \exp \left[ -2\pi i \left( \nu t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{\lambda} \right) \right] \quad (7-5)$$

Nếu thay  $\nu = \frac{E}{h}$ ,  $p = \frac{h}{\lambda}$  và  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  vào (7-5) ta được:

$$\psi = \psi_0 \exp \left[ -\frac{i}{\hbar} (Et - \vec{p} \cdot \vec{r}) \right] \quad (7-6)$$

## 2. Giả thuyết de Broglie (Đobroi)

Trên cơ sở lưỡng tính sóng hạt của ánh sáng, de Broglie đã suy ra lưỡng tính sóng hạt cho electron và các vi hạt khác.

### Giả thuyết de Broglie:

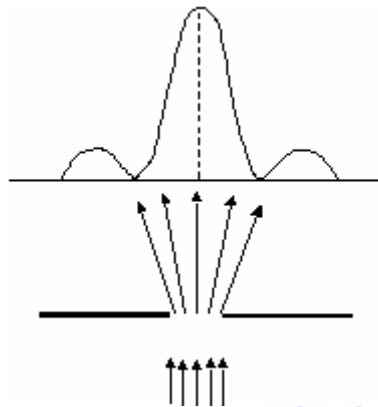
Một vi hạt tự do có năng lượng, động lượng xác định tương ứng với một sóng phẳng đơn sắc. Năng lượng của vi hạt liên hệ với tần số dao động của sóng tương ứng thông qua hệ thức:  $E = h\nu$  hay  $E = \hbar\omega$ . Động lượng của vi hạt liên hệ với bước sóng của sóng tương ứng theo hệ thức:  $p = \frac{h}{\lambda}$  hay  $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ .

$\vec{k}$  là vectơ sóng, có phương, chiều là phương, chiều truyền sóng, có độ lớn  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ . Sóng de Broglie là sóng vật chất, sóng của các vi hạt.

### 3. Thực nghiệm xác nhận tính chất sóng của các hạt vi mô

#### a. Nhiễu xạ của electron qua khe hẹp:

Cho chùm electron đi qua một khe hẹp. Trên màn huỳnh quang ta thu được hình ảnh nhiễu xạ giống như hiện tượng nhiễu xạ của ánh sáng qua một khe hẹp. Nếu ta cho từng electron riêng biệt đi qua khe trong một thời gian dài để số electron đi qua khe đủ lớn, ta vẫn thu được hình ảnh nhiễu xạ trên màn huỳnh quang. Điều này chứng tỏ mỗi hạt electron riêng lẻ đều có tính chất sóng.



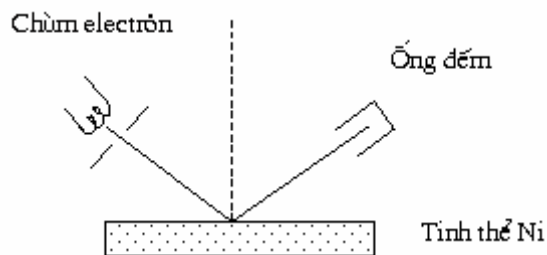
Hình 7-2. Nhiễu xạ của electron qua một khe hẹp

#### b. Nhiễu xạ của electron trên tinh thể

Thí nghiệm của Davisson và Germer quan sát được hiện tượng nhiễu xạ của electron trên mặt tinh thể Ni (hình 7-3). Khi cho một chùm electron bắn vào mặt tinh thể Ni, chùm  $e^-$  sẽ tán xạ trên mặt tinh thể Ni dưới các góc khác nhau. Trên màn hình ta thu được các vân nhiễu xạ. Hiện tượng xảy ra giống hệt hiện tượng nhiễu xạ của tia X trên mặt tinh thể Ni. Tinh thể Ni như một cách tử nhiễu xạ. Hiện tượng electron nhiễu xạ trên cách tử chứng tỏ bản chất sóng của chúng. Thay Ni bằng các tinh thể khác, tất cả các thí nghiệm đều xác nhận chùm electron gây hiện tượng nhiễu xạ trên tinh thể. Các vi hạt khác như neutron, proton cũng gây hiện tượng nhiễu xạ trên tinh thể.

Các kết quả thí nghiệm trên đều xác nhận tính chất sóng của vi hạt và do đó chứng minh sự đúng đắn của giả thuyết de Broglie.

Cuối cùng, ta phải nhấn mạnh về nội dung giới hạn của giả thiết de Broglie. Bước sóng de Broglie tỉ lệ nghịch với khối lượng của hạt:



Hình 7-3. Nhiễu xạ của electron trên tinh thể

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

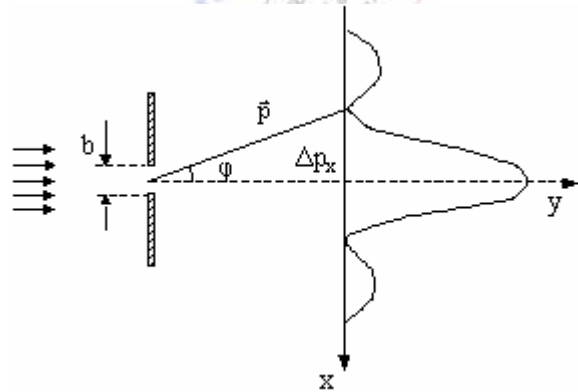


do đó đối với những hạt thông thường mà khối lượng rất lớn, thậm chí là vô cùng lớn so với khối lượng của electron chẳng hạn thì bước sóng de Broglie tương ứng có giá trị vô cùng bé và không còn ý nghĩa để mô tả tính chất sóng nữa. Như vậy, khái niệm lưỡng tính sóng hạt thực sự chỉ thể hiện ở các hạt vi mô mà thôi và sóng de Broglie có bản chất đặc thù lượng tử, nó không tương tự với sóng thực trong vật lý cổ điển như sóng nước hay sóng điện từ...

## §2. HỆ THỨC BẤT ĐỊNH HEISENBERG

Do có lưỡng tính sóng hạt nên qui luật vận động của vi hạt trong thế giới vi mô khác với qui luật vận động của hạt trong thế giới vĩ mô. Một trong những điểm khác biệt đó là hệ thức bất định Heisenberg. Để tìm hệ thức đó chúng ta xét hiện tượng nhiễu xạ của chùm vi hạt qua một khe hẹp có bề rộng  $b$ .

Sau khi qua khe hạt sẽ bị nhiễu xạ theo nhiều phương khác nhau, tùy theo góc nhiễu xạ  $\varphi$ , mật độ hạt nhiễu xạ trên màn sẽ cực đại hoặc cực tiểu. Xét tọa độ của hạt theo phương  $x$ , nằm trong mặt phẳng khe và song song với bề rộng khe. Tọa độ  $x$  của hạt trong khe sẽ có giá trị trong khoảng từ  $0$  đến  $b$  ( $0 \leq x \leq b$ ). Nói cách khác, vị trí của hạt trong khe được xác định với độ bất định  $\Delta x \approx b$ .



Hình 7-4

Sau khi hạt qua khe, hạt bị nhiễu xạ, phương động lượng  $\vec{p}$  thay đổi. Hình chiếu của  $\vec{p}$  theo phương  $x$  sẽ có giá trị thay đổi trong khoảng  $0 \leq p_x \leq p \sin \varphi$ , nghĩa là sau khi đi qua khe, hạt có thể rơi vào cực đại giữa hoặc cực đại phụ và  $p_x$  được xác định với một độ bất định nào đó. Xét trường hợp hạt rơi vào cực đại giữa  $\Delta p_x \approx p \sin \varphi_1$ ,  $\varphi_1$  là góc ứng với cực tiểu thứ nhất:  $\sin \varphi_1 = \frac{\lambda}{b}$ . Do đó ta có:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx b \cdot p \sin \varphi_1 = p \cdot \lambda$$

Theo giả thuyết de Broglie  $p = \frac{h}{\lambda}$ . Thay vào biểu thức trên ta nhận được hệ thức bất định Heisenberg:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx h$$

Lý luận tương tự:

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \approx h \quad (7-7)$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \approx h$$

Hệ thức bất định Heisenberg là một trong những định luật cơ bản của cơ học lượng tử. Hệ thức này chứng tỏ vị trí và động lượng của hạt không được xác định chính xác một cách đồng thời. Vị trí của hạt càng xác định thì động lượng của hạt càng bất định và ngược lại.

Ví dụ: Trong nguyên tử  $e^-$  chuyển động trong phạm vi  $10^{-10}$  m. Do đó độ bất định về vận tốc là:

$$\Delta v_x = \frac{\Delta p_x}{m_e} \approx \frac{h}{m_e \Delta x} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}}{9 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-10}} = 7 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Ta thấy  $\Delta v_x$  khá lớn cho nên  $e^-$  không có vận tốc xác định, nghĩa là  $e^-$  không chuyển động theo một quỹ đạo xác định trong nguyên tử. Điều này chứng tỏ rằng trong thế giới vi mô khái niệm quỹ đạo không có ý nghĩa.

Ta xét hạt trong thế giới vĩ mô khối lượng của hạt  $m = 10^{-15}$  kg, độ bất định về vị trí  $\Delta x = 10^{-8}$  m. Do đó độ bất định về vận tốc là

$$\Delta v_x \approx \frac{h}{m \cdot \Delta x} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}}{10^{-15} \cdot 10^{-8}} = 6,6 \cdot 10^{-11} \text{ m/s}$$

Như vậy đối với hạt vĩ mô  $\Delta x$  và  $\Delta v_x$  đều nhỏ, nghĩa là vị trí và vận tốc có thể được xác định chính xác đồng thời.

Theo cơ học cổ điển, nếu biết được toạ độ và động lượng của hạt ở thời điểm ban đầu thì ta có thể xác định được trạng thái của hạt ở các thời điểm sau. Nhưng theo cơ học lượng tử thì toạ độ và động lượng của vi hạt không thể xác định được đồng thời, do đó ta chỉ có thể đoán nhận khả năng vi hạt ở một trạng thái nhất định. Nói cách khác vi hạt chỉ có thể ở một trạng thái với một xác suất nào đó. Do đó *qui luật vận động của vi hạt tuân theo qui luật thống kê*.

Ngoài hệ thức bất định về vị trí và động lượng, trong cơ học lượng tử người ta còn tìm được hệ thức bất định giữa năng lượng và thời gian:

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx h \quad (7-8)$$

Ý nghĩa của hệ thức bất định giữa năng lượng và thời gian: nếu năng lượng của hệ ở một trạng thái nào đó càng bất định thì thời gian để hệ tồn tại ở trạng thái đó càng ngắn và ngược lại, nếu năng lượng của hệ ở một trạng thái nào đó càng xác định thì thời gian tồn tại của hệ ở trạng thái đó càng dài. Như vậy trạng thái có năng lượng bất định là trạng thái không bền, còn trạng thái có năng lượng xác định là trạng thái bền.

### §3. HÀM SÓNG

#### 1. Hàm sóng:

Do lưỡng tính sóng hạt của vi hạt ta không thể xác định đồng thời được toạ độ và động lượng của vi hạt. Để xác định trạng thái của vi hạt, ta phải dùng một khái niệm mới đó là hàm sóng.

Theo giả thuyết de Broglie chuyển động của hạt tự do (tức là hạt không chịu một tác dụng nào của ngoại lực) được mô tả bởi hàm sóng tương tự như sóng ánh sáng phẳng đơn sắc

$$\psi = \psi_0 \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{p}\vec{r})\right] = \psi_0 \exp[-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})] \quad (7-9)$$

Trong đó  $E = \hbar\omega$ ;  $\vec{p} = \hbar\vec{k}$  và  $\psi_0$  là biên độ được xác định bởi:

$$\psi_0^2 = |\psi|^2 = \psi\psi^* \quad (7-10)$$

$\psi^*$  là liên hợp phức của  $\psi$ .

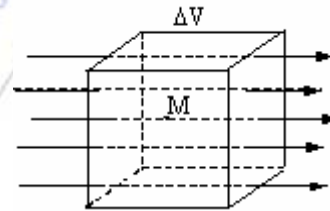
Nếu hạt vi mô chuyển động trong trường thế, thì hàm sóng của nó là một hàm phức tạp của toạ độ  $\vec{r}$  và thời gian  $t$

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi(x, y, z, t)$$

## 2. Ý nghĩa thống kê của hàm sóng

Xét chùm hạt photon truyền trong không gian. Xung quanh điểm M lấy thể tích  $\Delta V$  bất kì (hình 7-5)

\*Theo quan điểm sóng: Cường độ sáng tại M tỉ lệ với bình phương biên độ dao động sáng tại M:  $I \sim \psi_0^2$



Hình 7-5. Chùm hạt photon truyền qua thể tích  $\Delta V$

\*Theo quan điểm hạt: Cường độ sáng tại M tỉ lệ với năng lượng các hạt trong đơn vị thể tích bao quanh M, nghĩa là tỉ lệ với số hạt trong đơn vị thể tích đó. Từ đây ta thấy rằng số hạt trong đơn vị thể tích tỉ lệ với  $\psi_0^2$ . Số hạt trong đơn vị thể tích càng nhiều thì khả năng tìm thấy hạt trong đó càng lớn. Vì vậy có thể nói bình phương biên độ sóng  $|\psi|^2$  tại M đặc trưng cho khả năng tìm thấy hạt trong đơn vị thể tích bao quanh M. Do đó  $|\psi|^2$  là mật độ xác suất tìm hạt và xác suất tìm thấy hạt trong toàn không gian là  $\int_V |\psi|^2 dV$ . Khi tìm hạt trong toàn không gian, chúng ta chắc chắn tìm thấy hạt. Do đó xác suất tìm hạt trong toàn không gian là 1:

$$\int_V |\psi|^2 dV = 1 \quad (7-11)$$

Đây chính là điều kiện chuẩn hóa của hàm sóng.

Tóm lại:

- Để mô tả trạng thái của vi hạt người ta dùng hàm sóng  $\psi$ .
- $|\psi|^2$  biểu diễn mật độ xác suất tìm thấy hạt ở trạng thái đó.
- $\psi$  không mô tả một sóng thực trong không gian. Hàm sóng mang tính chất thống kê, nó liên quan đến xác suất tìm hạt.

### 3. Điều kiện của hàm sóng

- Hàm sóng phải hữu hạn. Điều này được suy ra từ điều kiện chuẩn hoá, hàm sóng phải hữu hạn thì tích phân mới hữu hạn.
- Hàm sóng phải đơn trị, vì theo lý thuyết xác suất: mỗi trạng thái chỉ có một giá trị xác suất tìm hạt.
- Hàm sóng phải liên tục, vì xác suất  $|\psi|^2$  không thể thay đổi nhảy vọt.
- Đạo hàm bậc nhất của hàm sóng phải liên tục.

## §4. PHƯƠNG TRÌNH SCHRODINGER

Hàm sóng de Broglie mô tả chuyển động của vi hạt tự do có năng lượng và động lượng xác định:

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{p}\vec{r})\right] = \psi(\vec{r}) \exp\left[-\frac{i}{\hbar}Et\right] \quad (7-12)$$

trong đó 
$$\psi(\vec{r}) = \psi_0 \exp\left[\frac{i}{\hbar}\vec{p}\vec{r}\right] \quad (7-13)$$

là phần phụ thuộc vào tọa độ của hàm sóng. Ta có thể biểu diễn  $\psi(\vec{r})$  trong hệ tọa độ Đề các như sau:

$$\psi(\vec{r}) = \psi_0 \exp\left[\frac{i}{\hbar}(p_x x + p_y y + p_z z)\right] \quad (7-14)$$

Lấy đạo hàm  $\partial\psi/\partial x$ , ta được:

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = \left(\frac{i}{\hbar}p_x\right)\psi(\vec{r})$$

Lấy đạo hàm bậc hai của  $\psi$  theo  $x$ :

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{i^2}{\hbar^2}p_x^2\psi(\vec{r}) = -\frac{p_x^2}{\hbar^2}\psi(\vec{r}) \quad (7-15)$$

Ta cũng thu được kết quả tương tự cho các biến  $y$  và  $z$ .

Theo định nghĩa của toán tử Laplace  $\Delta$  trong hệ tọa độ Đề các :

$$\Delta\psi(\vec{r}) = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi(\vec{r}) \quad (7-16)$$

ta được:

$$\Delta\psi(\vec{r}) = -\frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{\hbar^2} \psi(\vec{r}) = -\frac{p^2}{\hbar^2} \psi(\vec{r}) \quad (7-17)$$

Gọi  $E_d$  là động năng của hạt, ta viết được:

$$E_d = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \quad \text{hay} \quad p^2 = 2mE_d$$

Thay  $p^2$  vào (7-17) và chuyển sang vế trái ta thu được:

$$\Delta\psi(\vec{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} E_d \psi(\vec{r}) = 0 \quad (7-18)$$

Phương trình (7-18) được gọi là phương trình Schrodinger cho vi hạt chuyển động tự do. Mở rộng phương trình cho vi hạt không tự do, nghĩa là vi hạt chuyển động trong một trường lực có thế năng  $U$  không phụ thuộc thời gian. Năng lượng của vi hạt  $E = E_d + U$ . Thay

$E_d = E - U$  vào (7-18) ta được:

$$\Delta\psi(\vec{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(\vec{r})] \psi(\vec{r}) = 0 \quad (7-19)$$

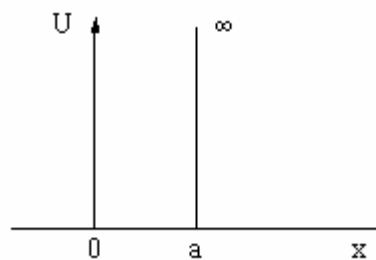
Biết dạng cụ thể của  $U(\vec{r})$ , giải phương trình Schrodinger ta tìm được  $\psi(\vec{r})$  và  $E$ , nghĩa là xác định được trạng thái và năng lượng của vi hạt. Ta giới hạn chỉ xét hệ là kín hay đặt trong trường ngoài không biến thiên theo thời gian. Năng lượng của hệ khi đó không đổi và trạng thái của hệ được gọi là trạng thái dừng. Phương trình (7-19) được gọi là phương trình Schrodinger cho trạng thái dừng.

Cho đến nay ta vẫn xét hạt chuyển động với vận tốc  $v \ll c$ , do đó phương trình (7-9) mô tả chuyển động của vi hạt phi tương đối tính, có khối lượng nghỉ khác không. Phương trình Schrodinger mô tả sự vận động của vi hạt, nó có vai trò tương tự như phương trình của các định luật Newton trong cơ học cổ điển. Một điểm cần chú ý là, *phương trình Schrodinger không được chứng minh hay rút ra từ đâu*. Nó được xây dựng trên cơ sở hàm sóng phẳng đơn sắc của ánh sáng và giả thuyết sóng-hạt de Broglie, do đó *được coi như một tiên đề*. Việc mở rộng phương trình Schrodinger cho hạt tự do sang trường hợp hạt chuyển động trong trường thế cũng được coi là một sự tiên đề hóa. Dưới đây là những ứng dụng phương trình Schrodinger trong những bài toán cụ thể như hạt trong giếng thế, hiệu ứng đường ngầm...

## §5. ỨNG DỤNG CỦA PHƯƠNG TRÌNH SCHRODINGER

### 1. Hạt trong giếng thế năng

Trong những bài toán thực tế, ta thường gặp những trường hợp hạt chỉ chuyển động trong một phạm vi giới hạn bởi một hàng rào thế năng có chiều cao khá lớn, ví dụ như electron trong mạng tinh thể hay nuclôn trong hạt nhân bền, khi đó ta nói rằng hạt ở trong giếng thế năng.



Hình 7-6. Giếng thế năng

Ta hãy xét trường hợp hạt nằm trong giếng thế năng có thành cao vô hạn và chuyển động theo một phương  $x$  bên trong giếng thế (hình 7-6). Thế năng  $U$  được xác định theo điều kiện:

$$U = \begin{cases} 0 & \text{ khi } 0 < x < a \\ \infty & \text{ khi } x \leq 0, x \geq a \end{cases}$$

Như vậy bên trong giếng thế hạt chuyển động tự do và không thể vượt ra ngoài giếng.

Phương trình Schrodinger của hạt trong giếng thế ( $U = 0$ ) một chiều (chiều  $x$ ) có dạng:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\psi = 0 \quad (7-20)$$

Đặt  $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$ , ta có:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0 \quad (7-21)$$

Nghiệm của phương trình (7-21) có dạng

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx \quad (7-22)$$

$A, B$  là những hằng số được xác định từ điều kiện của hàm sóng. Theo đầu bài thì hạt chỉ ở trong giếng thế, do đó xác suất tìm hạt tại vùng ngoài giếng thế bằng không và hàm sóng trong các vùng đó cũng bằng 0. Từ điều kiện liên tục của hàm sóng ta suy ra:  $\psi(0) = 0, \psi(a) = 0$  Thay điều kiện này vào (7-22) ta có

$$\psi(0) = A \sin(0) + B = 0 \rightarrow B = 0$$

và

$$\psi(a) = A \sin(ka) = 0$$

$B = 0$  nên  $A$  phải khác 0 (vì nếu  $A = 0$  thì  $\psi$  luôn bằng 0 là một nghiệm tầm thường). Do đó ta có:

$$\sin ka = 0 = \sin n\pi \quad \text{với } n = 1, 2, \dots$$

Từ đó rút ra:



$$k = \frac{n\pi}{a} \quad (7-23)$$

Như vậy ta có một dãy nghiệm hàm sóng có dạng:

$$\psi_n(x) = A \sin \frac{n\pi}{a} x \quad (7-24)$$

thỏa mãn điều kiện biên của miền. Hằng số A được xác định từ điều kiện chuẩn hóa (7-11) của hàm sóng. Vì hạt không thể ra khỏi giếng nên xác suất tìm thấy hạt trong giếng là chắc chắn:

$$\int_0^a |\psi(x)|^2 dx = 1$$

Tính giá trị tích phân:

$$\int_0^a A^2 \sin^2 \frac{n\pi}{a} x dx = \frac{A^2}{2} \int_0^a (1 - \cos \frac{2n\pi}{a} x) dx = \frac{A^2 a}{2} = 1$$

Ta tìm được:

$$A = \sqrt{\frac{2}{a}}$$

Như vậy hàm sóng được xác định hoàn toàn:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x \quad (7-25)$$

Năng lượng của hạt trong giếng thế cũng được tìm thấy khi ta thay biểu thức (7-23) vào  $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$ :

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2 \quad (7-26)$$

Từ các kết quả trên ta rút ra một số kết luận sau:

- Mỗi trạng thái của hạt ứng với một hàm sóng  $\psi_n(x)$
- Năng lượng của hạt trong giếng phụ thuộc vào số nguyên  $n$ , nghĩa là biến thiên gián đoạn. Ta nói rằng năng lượng đã bị lượng tử hóa.

Với  $n = 1$  ta có mức năng lượng cực tiểu  $E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} \neq 0$  ứng với hàm sóng

$\psi_1 = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi}{a} x$ , mô tả trạng thái chuyển động cơ bản của hạt. Hàm sóng  $\psi_1(x)$  khác không tại mọi điểm trong giếng, chỉ có thể bằng 0 tại các vị trí biên (Hình 7-7).

Khoảng cách giữa hai mức năng lượng kế tiếp nhau ứng với các số nguyên  $n$  và  $n+1$  bằng:

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} (2n+1) \quad (7-27)$$

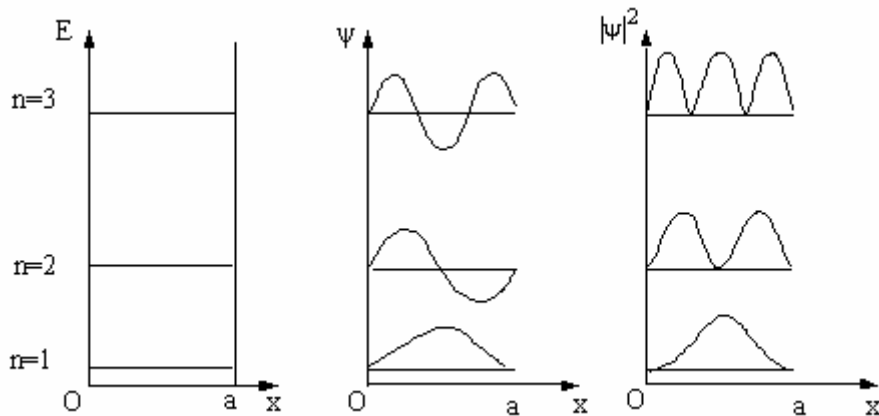
$\Delta E_n$  càng lớn khi  $a$  và  $m$  càng nhỏ. Điều đó có nghĩa là trong phạm vi thế giới vi mô, sự lượng tử hóa càng thể hiện rõ rệt. Cụ thể, nếu xét hạt electron  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$ ,  $a \sim 5 \cdot 10^{-10} \text{m}$  thì  $\Delta E \sim 1 \text{eV}$ , khoảng cách giữa  $E_{n+1}$  và  $E_n$  tương đối lớn, năng lượng bị lượng tử hóa. Nhưng nếu xét một phân tử có  $m \sim 10^{-26} \text{kg}$  chuyển động trong miền  $a \sim 10 \text{cm}$  thì khoảng cách giữa các mức năng lượng  $\Delta E \sim 10^{-20} \text{eV}$  khá nhỏ. Trong trường hợp này có thể coi năng lượng của phân tử biến thiên liên tục.

c. Mật độ xác suất tìm hạt trong giếng:

$$|\psi_n(x)|^2 = \frac{2}{a} \sin^2 \frac{n\pi}{a} x \quad (7-28)$$

Mật độ xác suất cực đại khi:  $\sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right) = \pm 1$ . Do đó xác suất tìm thấy hạt lớn nhất

tại:  $x = (2m+1) \frac{a}{2n} < a \quad m = 0, 1, \dots$



Hình 7-7. Hạt trong giếng thế năng một chiều, cao vô hạn

Ví dụ: Khi  $n = 1$ , xác suất tìm thấy hạt ở điểm  $x = \frac{a}{2}$  là lớn nhất. Khi  $n = 2$  xác suất tìm thấy hạt ở điểm  $x = \frac{a}{4}$  và  $x = \frac{3a}{4}$  là lớn nhất...

Mật độ xác suất cực tiểu khi:  $\sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right) = 0$ . Do đó xác suất tìm thấy hạt nhỏ nhất tại

$$x = \frac{ma}{n} < a$$

Kết quả được biểu diễn trên hình 7-7.

## 2. Hiệu ứng đường ngầm

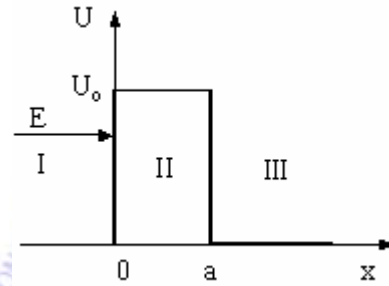
Ta xét hạt mang năng lượng  $E$ , chuyển động theo phương  $x$  từ trái sang phải đập vào hàng rào thế năng như hình 7-8. Theo quan điểm của cơ học cổ điển, nếu  $E < U_0$  hạt không thể vượt qua hàng rào. Theo quan điểm của cơ học lượng tử ta sẽ thấy hạt vẫn có khả năng xuyên qua hàng rào thế năng. Hiện tượng xuyên qua hàng rào thế năng như vậy được gọi là *hiệu ứng đường ngầm*.

Chúng ta sẽ nghiên cứu trường hợp hàng rào thế năng dạng đơn giản như hình 7-8:

$$U = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ U_0 & 0 < x < a \\ 0 & x \geq a \end{cases} \quad (7-29)$$

Phương trình Schrodinger đối với các miền như sau:

$$\text{Miền I: } \frac{d^2\psi_1}{dx^2} + k_1^2\psi_1 = 0 \text{ với } k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$



Hình 7-8. Hàng rào thế hình chữ nhật

$$\text{Miền II: } \frac{d^2\psi_2}{dx^2} - k_2^2\psi_2 = 0 \text{ với } k_2^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(U_0 - E) \quad (7-30)$$

$$\text{Miền III: } \frac{d^2\psi_3}{dx^2} + k_1^2\psi_3 = 0$$

Trong miền I có cả sóng tới và sóng phản xạ. Nghiệm  $\psi_1$  trong miền này có dạng:

$$\psi_1(x) = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x} \quad (7-31)$$

Số hạng thứ nhất của vế phải biểu diễn sóng tới truyền từ trái sang phải. Số hạng thứ hai của vế phải biểu diễn sóng phản xạ trên mặt hàng rào thế năng, truyền ngược trở lại từ phải sang trái.

Nghiệm tổng quát trong miền II là:

$$\psi_2(x) = A_2 e^{-k_2 x} + B_2 e^{k_2 x} \quad (7-32)$$

Nghiệm tổng quát trong miền III có dạng:

$$\psi_3(x) = A_3 e^{ik_1(x-a)} + B_3 e^{-ik_1(x-a)} \quad (7-33)$$

Số hạng thứ nhất của phương trình (7-33) biểu diễn sóng xuyên qua hàng rào và truyền từ trái sang phải. Số hạng thứ hai biểu diễn sóng phản xạ từ vô cực về, nhưng sóng này không có, nên ta có thể cho  $B_3 = 0$ .

Hệ số truyền qua hàng rào D được định nghĩa là tỷ số giữa số hạt xuyên qua được hàng rào và số hạt đi tới hàng rào. Và số hạt lại tỷ lệ với bình phương của biên độ sóng. Biên độ sóng tới hàng rào là  $A_1$  và biên độ sóng xuyên qua hàng rào là  $A_3$ , do đó ta có

$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2} \quad (7-34)$$

Hệ số phản xạ R được định nghĩa là tỷ số giữa số hạt phản xạ và số hạt đi tới hàng rào, do đó ta có:

$$R = \frac{|B_1|^2}{|A_1|^2} \quad (7-35)$$

trong đó  $B_1$  là biên độ sóng phản xạ trên mặt hàng rào. Do điều kiện bảo toàn số hạt, ta phải có  $|A_3|^2 + |B_1|^2 = |A_1|^2$ , do đó:

$$D + R = 1 \quad (7-36)$$

Để tính được hệ số D và R ta phải tính được các biên độ sóng. Muốn vậy ta dựa vào điều kiện liên tục của hàm sóng và đạo hàm của nó tại các vị trí biên ( $x = 0$  và  $x = a$ ). Từ các điều kiện biên:

$$\begin{aligned} \psi_1(0) &= \psi_2(0) \\ \psi'_1(0) &= \psi'_2(0) \\ \psi_2(a) &= \psi_3(a) \\ \psi'_2(a) &= \psi'_3(a) \end{aligned} \quad (7-37)$$

ta rút ra các hệ thức sau

$$A_1 + B_1 = A_2 + B_2 \quad (7-38)$$

$$ik_1(A_1 - B_1) = -k_2(A_2 - B_2) \quad (7-39)$$

$$A_2 e^{-k_2 a} + B_2 e^{k_2 a} = A_3 \quad (7-40)$$

$$-k_2(A_2 e^{-k_2 a} - B_2 e^{k_2 a}) = ik_1 A_3 \quad (7-41)$$

Từ (7-40) và (7-41) ta có thể biểu thị  $A_2, B_2$  qua  $A_3$ :

$$A_2 = \frac{1 - i\eta}{2} A_3 e^{k_2 a} \quad (7-42)$$

$$B_2 = \frac{1 + i\eta}{2} A_3 e^{-k_2 a} \quad (7-43)$$

Trong đó:

$$\eta = \frac{k_1}{k_2} = \sqrt{\frac{E}{U_0 - E}}$$

Vì  $|1 - in| = |1 + in|$ , nên ta suy ra  $|A_2| \gg |B_2|$ . Do đó, có thể đặt  $B_2 = 0$ . Từ (7-38) và (7-39) ta rút ra được  $A_1$  theo  $A_2$ , sau đó sử dụng (7-42) ta tính được:

$$A_1 = \left( \frac{1 - in}{2} \right) \left( \frac{i + n}{2n} \right) A_3 e^{k_2 a} \quad (7-44)$$

Từ đây ta thu được hệ số truyền qua:

$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2} = \frac{16n^2}{(1 + n^2)^2} e^{-2k_2 a} \quad (7-45)$$

Nếu  $\frac{16n^2}{(1 + n^2)^2}$  vào cỡ 1 ( $U_0$  vào cỡ  $10E$ ) thì có thể viết:

$$D \approx e^{-2k_2 a}$$

$$\text{hay} \quad D \approx \exp \left\{ -\frac{2a}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} \right\} \quad (7-46)$$

Từ (7-46) ta nhận thấy rằng, ngay khi năng lượng  $E$  của hạt nhỏ hơn thế năng của rào ( $E < U_0$ ) thì  $D$  vẫn luôn luôn khác không, nghĩa là vẫn có hạt xuyên qua rào. Nếu  $D$  lớn, hạt xuyên qua rào nhiều và ngược lại, nhưng luôn khác 0.

Ví dụ hạt electron  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ . Nếu  $U_0 - E \sim 1,3 \cdot 10^{-31} \text{ J}$ , ta có được sự phụ thuộc của  $D$  vào bề rộng của hàng rào thế năng theo bảng sau:

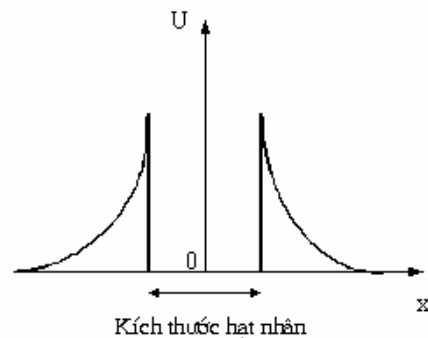
$a[\text{m}]$	$10^{-10}$	$1,5 \cdot 10^{-10}$	$2 \cdot 10^{-10}$	$5 \cdot 10^{-10}$
$D$	0,1	0,03	0,008	$5 \cdot 10^{-7}$

Hệ số  $D$  có giá trị đáng kể khi  $a$  nhỏ, nghĩa là hiệu ứng đường ngầm chỉ xảy ra rõ rệt trong kích thước vi mô. Hiệu ứng đường ngầm là một hiện tượng thể hiện rõ tính chất sóng của vi hạt, điều này không thể có đối với hạt vĩ mô.

Hiệu ứng đường ngầm cho phép ta giải thích nhiều hiện tượng gặp trong tự nhiên. Ví dụ hiện tượng phát electron lạnh, hiệu ứng phân rã hạt  $\alpha$ ...

Hiện tượng phát electron lạnh: electron muốn thoát ra khỏi kim loại cần có đủ năng lượng thắng công cản, vượt qua hàng rào thế năng  $U_0$ , như vậy ta cần phải nung nóng kim loại. Tuy nhiên, vì có hiệu ứng đường ngầm, nên ngay ở nhiệt độ thường, dù  $E < U_0$ , vẫn có khả năng electron thoát ra ngoài kim loại. Hiện tượng này được gọi là *hiện tượng phát electron lạnh*.

Hiện tượng phân rã  $\alpha$  cũng được



Hình 7-9. Hiện tượng phân rã  $\alpha$

giải thích tương tự. Hạt nhân nguyên tử gồm có các hạt prôtôn (p) và notrôn (n). Trong hạt nhân các hạt p và n tương tác với nhau bằng lực hạt nhân, cho nên có thể xem như chúng nằm trong giếng thế năng. Hạt  $\alpha$  gồm hai hạt p và hai hạt n, mặc dù năng lượng của hạt  $\alpha$  nhỏ hơn độ cao rào thế nhưng do hiệu ứng đường ngầm, hạt p và n của hạt  $\alpha$  vẫn có thể bay ra khỏi hạt nhân, hiện tượng này gọi là hiện tượng phân rã  $\alpha$  (hình 7-9).

### 3. Dao động tử điều hòa lượng tử

Một vi hạt thực hiện dao động nhỏ điều hòa xung quanh vị trí cân bằng là một ví dụ về dao động tử điều hòa lượng tử. Dao động của nguyên tử trong phân tử, dao động của các iôn xung quanh nút mạng tinh thể... đều là những ví dụ về dao động tử điều hòa. Dao động tử điều hòa là một hiện tượng rất quan trọng của vật lí nói chung và cơ học lượng tử nói riêng.

Ta xét vi hạt dao động (một chiều) trong trường thế năng. Trong phần dao động ta đã biết thế năng của dao động điều hòa một chiều bằng:

$$U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{m\omega^2 x^2}{2} \quad (7-47)$$

trong đó m là khối lượng của vi hạt,  $\omega$  là tần số góc của dao động. Phương trình Schrodinger cho dao động tử điều hòa có dạng:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E - \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right) \psi = 0 \quad (7-48)$$

Cơ học lượng tử đã giải phương trình (7-48) và tìm được biểu thức năng lượng của dao động tử điều hòa

$$E_n = \hbar\omega \left( n + \frac{1}{2} \right) \quad \text{với } n = 0, 1, 2, \dots \quad (7-49)$$

Ta thấy năng lượng của dao động tử chỉ lấy những giá trị gián đoạn, có nghĩa rằng năng lượng của dao động tử đã bị lượng tử hóa. Năng lượng thấp nhất của dao động tử điều hòa ứng với  $n = 0$ .

$$E_0 = \frac{\hbar\omega}{2}$$

Năng lượng này được gọi là năng lượng “không”. Năng lượng “không” liên quan đến dao động “không” của dao động tử, nghĩa là khi  $T = 0K$ , dao động tử vẫn dao động. Điều này đã được thực nghiệm xác nhận trong thí nghiệm tán xạ tia X. Tia X bị tán xạ là do các dao động nguyên tử trong mạng tinh thể gây ra. Theo cơ học cổ điển, khi nhiệt độ càng giảm, biên độ dao động của các nguyên tử giảm đến không, do đó sự tán xạ của ánh sáng phải biến mất. Nhưng thực nghiệm chứng tỏ, khi nhiệt độ giảm, cường độ tán xạ tiến tới một giá trị giới hạn nào đó. Điều đó có nghĩa rằng, ngay cả khi  $T \rightarrow 0$ , sự tán xạ ánh sáng vẫn xảy ra và các nguyên tử trong mạng tinh thể vẫn dao động, tương ứng với một năng lượng  $E_0$  nào đó. Như vậy thực nghiệm đã xác nhận sự đúng đắn của cơ học lượng tử.



Sự tồn tại của năng lượng “không” cũng phù hợp với hệ thức bất định Heisenberg. Thực vậy, nếu mức năng lượng thấp nhất của dao động tử bằng 0, như thế có nghĩa là hạt đứng yên và vận tốc và tọa độ của vi hạt được xác định đồng thời (đều bằng 0), điều này mâu thuẫn với hệ thức bất định. Sự tồn tại của mức năng lượng “không” của dao động tử điều hòa là một trong những biểu hiện đặc trưng nhất của lưỡng tính sóng-hạt của vi hạt.

### III. TÓM TẮT NỘI DUNG

#### 1. Lưỡng tính sóng hạt của vi hạt

Trên cơ sở lưỡng tính sóng hạt của ánh sáng, de Broglie đã mở rộng ra cho các vi hạt. Theo giả thuyết này, mọi vi hạt tự do có năng lượng xác định, động lượng xác định tương đương với sóng phẳng đơn sắc. Lưỡng tính sóng hạt của các vi hạt được biểu diễn bằng các hệ thức:

$$E = h\nu \text{ và } p = mv = h/\lambda.$$

Ngoài ra, theo thuyết tương đối Einstein, mọi hạt vật chất có khối lượng  $m$  đều mang năng lượng bằng

$$E = mc^2$$

trong đó 
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$m_0$  là khối lượng nghỉ của hạt (khi  $v = 0$ ).

#### 2. Hàm sóng

Hàm sóng của vi hạt tự do có dạng của hàm sóng phẳng:

$$\psi = \psi_0 \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{p}\vec{r})\right] = \psi_0 \exp[-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})]$$

trong đó  $\hbar = h/2\pi$  gọi là hằng số Planck rút gọn và  $|\vec{k}| = 2\pi/\lambda$  được gọi là số sóng.

Hàm sóng  $\psi$  không những mô tả những tính chất của hệ tại một thời điểm nào đó, mà nó còn xác định được động thái của hệ ở những thời điểm tiếp theo. Hàm sóng có ý nghĩa thống kê.  $|\psi|^2$  là mật độ xác suất tìm thấy hạt tại một điểm nào đó đối với một trạng thái lượng tử đang xét. Như vậy, hàm sóng  $\psi$  không mô tả một sóng thực, mà mô tả sóng xác suất. Do đó hàm sóng phải thỏa mãn ba điều kiện: hàm sóng phải liên tục, hữu hạn và đơn trị. Điều kiện chuẩn hóa của hàm sóng là 
$$\int_V |\psi|^2 dV = 1$$

#### 3. Nguyên lý bất định Heisenberg

Nguyên lý này thu được từ lưỡng tính sóng hạt của vi hạt, được biểu diễn qua hệ thức dưới đây khi xét vị trí  $x$  và động lượng  $p$  của vi hạt

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx h$$

Nếu  $\Delta x$  càng nhỏ (vị trí càng xác định) thì  $\Delta p_x$  càng lớn (động lượng càng bất định) và ngược lại. Như vậy đối với vi hạt, vị trí và động lượng không được xác định chính xác

đồng thời. Do đó, trong thế giới vi mô khái niệm quỹ đạo không có ý nghĩa. Nếu ta biết được vị trí  $x$  ở thời điểm  $t$ , thì đến thời điểm  $t + dt$  ta chỉ có thể xác định vị trí hạt với một xác suất nào đó thôi. Đối với các vi hạt khái niệm quỹ đạo được thay thế bằng khái niệm xác suất tìm thấy hạt tại một vị trí nào đó ở trạng thái lượng tử đang xét.

Ngoài hệ thức giữa vị trí và động lượng, vi hạt còn tuân theo hệ thức bất định cho năng lượng

$$\Delta E \Delta t \approx h$$

Ý nghĩa của hệ thức bất định giữa năng lượng và thời gian: nếu năng lượng của hệ ở một trạng thái nào đó càng bất định thì thời gian để hệ tồn tại ở trạng thái đó càng ngắn và ngược lại, nếu năng lượng của hệ ở một trạng thái nào đó càng xác định thì thời gian tồn tại của hệ ở trạng thái đó càng dài.

#### 4. Phương trình Schrodinger và ứng dụng

Từ biểu thức của hàm sóng, Schrodinger đã đưa ra phương trình cơ bản của cơ học lượng tử mang tên ông cho vi hạt.

Đối với vi hạt tự do:

$$\Delta \psi(\vec{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} E_d \psi(\vec{r}) = 0$$

Đối với vi hạt trong trường thế

$$\Delta \psi(\vec{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(\vec{r})] \psi(\vec{r}) = 0$$

Cần chú ý rằng các phương trình Schrodinger thu được trên cơ sở của giả thuyết de Broglie, thuyết lượng tử của Planck và thuyết photon của Einstein, do đó cũng được coi là các tiên đề.

Hệ thức bất định Heisenberg và phương trình Schrodinger là những nguyên lý cơ bản của cơ học lượng tử.

Ứng dụng của phương trình Schrodinger:

- Phương trình Schrodinger được áp dụng để giải một số bài toán đơn giản của cơ học lượng tử như tìm năng lượng và hàm sóng của vi hạt khối lượng  $m$  trong giếng thế năng, có bề rộng  $a$  và thành cao vô hạn. Kết quả ta có năng lượng của vi hạt trong giếng thế bị lượng tử hóa:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2$$

Mỗi giá trị của năng lượng  $E_n$  tương ứng với một trạng thái lượng tử

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x$$

Từ đây ta tìm được xác suất tìm thấy hạt tại các điểm khác nhau trong giếng ứng với mỗi trạng thái lượng tử.

- Vận dụng phương trình Schrodinger, ta xét chuyển động của vi hạt qua hàng rào thế  $U_0$ . Từ đó phát hiện hiệu ứng đường ngầm. Đó là hiệu ứng một vi hạt có năng lượng  $E < U_0$ .

vẫn có xác suất vượt qua được rào thế  $U_0$ . Đây là hiệu ứng thuần túy lượng tử, vì trong cơ học cổ điển một hạt có năng lượng  $E < U_0$  thì không thể vượt qua được hàng rào thế năng.

- Một ứng dụng nữa hay gặp của cơ học lượng tử là dao động tử điều hòa. Đó là một vi hạt thực hiện các dao động nhỏ bậc nhất quanh vị trí cân bằng. Chuyển động nhiệt của mạng tinh thể cũng được biểu diễn dưới dạng tập hợp của các dao động tử điều hòa tuyến tính. Thay biểu thức thế năng  $U$  của dao động tử điều hòa vào phương trình Schrodinger, ta tìm được các mức năng lượng của dao động tử:

$$E_n = \hbar\omega \left( n + \frac{1}{2} \right)$$

Nếu  $n = 0$ , ta tìm được mức năng lượng thấp nhất của dao động tử  $E_0 = \frac{\hbar\omega}{2}$ .  $E_0$  được gọi là “năng lượng không”. Kết quả này đã được thực nghiệm xác nhận. Nó nói lên rằng các nguyên tử của mạng tinh thể không bao giờ đứng yên. Suy rộng ra, sự vận động của vật chất không bao giờ bị tiêu diệt. Đó là cơ sở khoa học của triết học duy vật biện chứng.

#### IV. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

1. Phát biểu giả thuyết de Broglie về lưỡng tính sóng hạt của vi hạt.
2. Viết biểu thức hàm sóng cho vi hạt và nêu ý nghĩa của các đại lượng có trong biểu thức đó.
3. Viết phương trình Schrodinger cho vi hạt tự do và vi hạt chuyển động trong trường lực thế. Nêu ý nghĩa các đại lượng có trong phương trình.
4. Hãy nêu bản chất và ý nghĩa thống kê của hàm sóng. Các điều kiện của hàm sóng.
5. Phát biểu và nêu ý nghĩa của hệ thức bất định Heisenberg cho vị trí và động lượng.
6. Phát biểu và nêu ý nghĩa của hệ thức bất định cho năng lượng.
7. Phân tích tại sao trong cơ học lượng tử khái niệm quỹ đạo của vi hạt không còn có ý nghĩa. Khái niệm quỹ đạo của vi hạt được thay thế bằng khái niệm gì ?
8. Hãy tìm biểu thức của hàm sóng và năng lượng của vi hạt trong giếng thế năng một chiều, có chiều cao vô cùng.
9. Định nghĩa dao động tử điều hòa lượng tử. Viết phương trình Schrodinger và biểu thức năng lượng của dao động tử điều hòa. Từ đó rút ra biểu thức của “năng lượng không”, nêu ý nghĩa của biểu thức này.

#### V. BÀI TẬP

**Thí dụ 1:** Electron chuyển động tương đối tính với vận tốc  $2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ . Tìm:

1. Bước sóng de Broglie của electron.
2. Động lượng của electron.

**Bài giải**

1. Áp dụng cơ học tương đối tính:

$$\lambda = \frac{h}{mv}; m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \lambda = \frac{h \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{m_0 v} = 2,72 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

2. Động lượng của electron:  $p = \frac{h}{\lambda} = 2,44 \cdot 10^{-22} \text{ kg.m/s}$

**Thí dụ 2:** Động năng của electron trong nguyên tử hiđrô có giá trị vào cỡ 10eV. Dùng hệ thức bất định hãy đánh giá kích thước nhỏ nhất của nguyên tử.

**Bài giải:** Theo hệ thức bất định Heisenberg:  $\Delta x \cdot \Delta p_x \approx h$

Giả sử kích thước của nguyên tử bằng  $\ell$ , vậy vị trí của electron theo phương x xác định bởi:  $0 \leq x \leq \ell$ , nghĩa là  $\Delta x \approx \frac{\ell}{2}$

$$\text{Từ hệ thức bất định: } \rightarrow \frac{\ell}{2} \Delta p_x \approx h \rightarrow \ell \approx \frac{2h}{\Delta p_x}$$

Mặt khác  $\Delta p_x \leq p$  mà  $p = \sqrt{2m_e E_d}$ , trong đó  $E_d$  là động năng.

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất của kích thước nguyên tử: } \ell_{\min} = \frac{2h}{\sqrt{2m_e E_d}} = 1,24 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

**Bài tập tự giải**

1. Electron phải có vận tốc bằng bao nhiêu để động năng của nó bằng năng lượng của photon có bước sóng  $\lambda = 5200 \text{ \AA}$ .

$$\text{Đáp số: } \frac{m_e v^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2hc}{m_e \lambda}} = 9,2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

2. Tìm vận tốc của electron để động lượng của nó bằng động lượng của photon có bước sóng  $\lambda = 5200 \text{ \AA}$ .

$$\text{Đáp số: } p = m_e v = \frac{h}{\lambda} \rightarrow v = \frac{h}{\lambda \cdot m_e} = 1400 \text{ m/s}$$

3. Tìm động lượng của electron chuyển động với vận tốc  $v = 0,8c$

**Đáp số:** Áp dụng cơ học tương đối tính:

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 3,64 \cdot 10^{-22} \text{ kg.m/s}$$

4. Tìm bước sóng de Broglie của:

1. Electron được tăng tốc bởi hiệu điện thế 1V, 100V, 1000V.
2. Electron đang chuyển động tương đối tính với vận tốc  $10^8 \text{ m/s}$ .

**Đáp số:**

$$1. \lambda = \frac{h}{m_e v}; eU = \frac{m_e v^2}{2} \rightarrow \lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU_1}} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} = 12,25 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$\lambda_2 = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU_2}} = 1,225 \cdot 10^{-10} \text{ m}, \quad \lambda_3 = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU_3}} = 0,338 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$2. \lambda = \frac{h}{mv}; m = \frac{m_0 e}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \lambda = \frac{h \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{m_0 e v} = 0,69 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

5. Xác định bước sóng de Broglie của electron có động năng

1.  $E_d = 100 \text{ eV}$ .
2.  $E_d = 3 \text{ MeV}$

**Đáp số:**

1. Năng lượng nghỉ của electron  $E_0 = 0,51 \text{ MeV}$

Khi  $E_d = 100 \text{ eV}$  nhỏ hơn rất nhiều so với năng lượng nghỉ của electron, do đó áp dụng cơ học phi tương đối tính:

$$E_d = \frac{m_e v^2}{2} \rightarrow \lambda = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-17}}} = 1,23 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

2. Khi  $E_d = 3 \text{ MeV}$  lớn hơn năng lượng nghỉ của electron, do đó áp dụng cơ học tương đối tính:

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad E_d = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$$

$$\rightarrow p = \sqrt{2m_0 E_d \left( 1 + \frac{E_d}{2m_0 c^2} \right)} \rightarrow \lambda = \frac{h}{p} = 0,62 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$



6. Electron có bước sóng de Broglie  $\lambda = 6.10^{-10}\text{m}$ . Tìm vận tốc chuyển động của electron.

**Đáp số:**  $\lambda = \frac{h}{m_e v} \rightarrow v = \frac{h}{m_e \lambda} = 0,12.10^7 \text{ m/s}$

7. Electron không vận tốc ban đầu được gia tốc bởi một hiệu điện thế  $U$ . Tính  $U$  biết rằng sau khi gia tốc hạt chuyển động ứng với bước sóng de Broglie  $10^{-10}\text{m}$ .

**Đáp số:**  $\lambda = \frac{h}{m_e v}$ ;  $eU = \frac{m_e v^2}{2} \Rightarrow U = \frac{h^2}{2m_e e \lambda^2} = 150\text{V}$

8. Một hạt mang điện được gia tốc bởi hiệu điện thế  $U = 200\text{V}$ , có bước sóng de Broglie  $\lambda = 0,0202.10^{-8}\text{m}$  và điện tích về trị số bằng điện tích của electron. Tìm khối lượng của hạt đó.

**Đáp số:**  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_d}}$ ,  $E_d = \frac{mv^2}{2} = eU \rightarrow m = \frac{h^2}{2eU\lambda^2} = 1,67.10^{-27} \text{ kg}$

9. Electron có động năng  $E_d = 15\text{eV}$ , chuyển động trong một giọt kim loại kích thước  $d = 10^{-6}\text{m}$ . Xác định độ bất định về vận tốc của hạt đó.

**Đáp số:**  $\Delta v = \frac{h}{m \Delta x} = \frac{2h}{m \cdot d} \rightarrow \frac{\Delta v}{v} = \frac{2h}{m \cdot v \cdot d} = \frac{2h}{\sqrt{2m \cdot E_d} \cdot d} = 0,06\%$

10. Hạt vi mô có độ bất định về động lượng bằng 1% động lượng của nó. Xác định tỷ số giữa bước sóng de Broglie và độ bất định về tọa độ của hạt.

**Đáp số:**  $\frac{\Delta p}{p} = 1\%$ ,  $\Delta x = \frac{h}{\Delta p} = \frac{100h}{p}$ ,  $\lambda = \frac{h}{p} \rightarrow \frac{\Delta x}{\lambda} = 100$

11. Viết phương trình Schrodinger đối với hạt vi mô:

1. Chuyển động một chiều trong trường thế  $U = \frac{kx^2}{2}$

2. Chuyển động trong trường tĩnh điện Coulomb  $U = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$

**Đáp số:** 1.  $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E - \frac{kx^2}{2} \right) \psi = 0$ , 2.  $\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0$

12. Dòng hạt có năng lượng  $E$  xác định chuyển động theo phương  $x$  từ trái sang phải đến gặp một hàng rào thế năng xác định bởi:

$$U = \begin{cases} 0 & \text{khi } x \leq 0 \\ U_0 & \text{khi } x > 0, \quad U_0 < E \end{cases}$$

Xác định hệ số phản xạ và hệ số truyền qua hàng rào thế đối với electron đó.



**Đáp số:**

Giải phương trình Schrodinger ở hai miền I và II. Trong miền I hàm sóng  $\psi_1(x)$  thỏa

$$\text{mãn: } \frac{d^2\psi_1}{dx^2} + \frac{2m_e}{\hbar^2} E \psi_1 = 0$$

$$\text{Đặt } \frac{2m_e}{\hbar^2} E = k^2, \text{ nghiệm của phương}$$

$$\text{trình: } \psi_1(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$$

Số hạng  $Ae^{ikx}$  mô tả sóng truyền từ trái sang phải (sóng tới), số hạng  $Be^{-ikx}$  mô tả sóng truyền từ phải sang trái (sóng phản xạ trong miền I).

$$\text{Trong miền II, hàm sóng } \psi_2(x) \text{ thỏa mãn: } \frac{d^2\psi_2}{dx^2} + \frac{2m_e}{\hbar^2} (E - U_0) \psi_2 = 0$$

$$\text{Đặt } \frac{2m_e}{\hbar^2} (E - U_0) = k_1^2, \text{ phương trình có nghiệm tổng quát: } \psi_2 = Ce^{ik_1x} + De^{-ik_1x}.$$

Trong miền II chỉ có sóng truyền từ trái sang phải nên  $D = 0$ . Vậy  $\psi_2 = Ce^{ik_1x}$ .

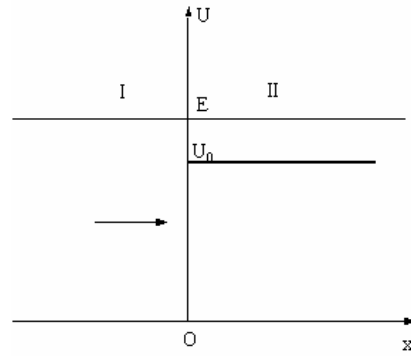
Để tìm A, B, C ta viết điều kiện liên tục của hàm sóng và của đạo hàm cấp 1 của hàm sóng:

$$\psi_1(0) = \psi_2(0), \quad \frac{d\psi_1(0)}{dx} = \frac{d\psi_2(0)}{dx}$$

$$\text{Ta được: } A + B = C, \quad k(A - B) = k_1 C \rightarrow \frac{A + B}{A - B} = \frac{k}{k_1}, \quad \frac{B}{A} = \frac{k - k_1}{k + k_1}$$

$$\text{Hệ số phản xạ: } R = \frac{|B|^2}{|A|^2} = \left( \frac{k - k_1}{k + k_1} \right)^2 = \left( \frac{1 - \frac{k_1}{k}}{1 + \frac{k_1}{k}} \right)^2 = \left( \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{U_0}{E}}}{1 + \sqrt{1 - \frac{U_0}{E}}} \right)^2$$

$$\text{Hệ số truyền qua: } D = 1 - R = 1 - \left( \frac{k - k_1}{k + k_1} \right)^2 = \frac{4kk_1}{(k + k_1)^2}$$



## CHƯƠNG VIII: VẬT LÝ NGUYÊN TỬ

Năm 1911 dựa trên kết quả thí nghiệm về sự tán xạ của các hạt  $\alpha$  qua lá kim loại mỏng, Rutherford đã đưa ra mẫu hành tinh nguyên tử. Theo mẫu này, nguyên tử gồm một hạt nhân mang gần như toàn bộ khối lượng nguyên tử nằm ở tâm, xoay quanh có các electron chuyển động. Hạt nhân tích điện dương, điện tích âm của các electron có giá trị bằng giá trị điện tích dương của hạt nhân. Nhưng theo thuyết điện từ cổ điển, khi electron chuyển động có gia tốc xung quanh hạt nhân tất yếu sẽ phải bức xạ năng lượng và cuối cùng sẽ rơi vào hạt nhân. Như vậy nguyên tử sẽ không tồn tại. Đó là một khó khăn mà mẫu nguyên tử của Rutherford gặp phải. Thêm vào đó, khi nghiên cứu quang phổ phát sáng của nguyên tử Hidrô, người ta thu được quang phổ vạch. Các sự kiện đó vật lý cổ điển không thể giải thích được.

Dựa trên những thành công của lý thuyết lượng tử của Planck và Einstein, năm 1913 Bohr đã đề ra một lý thuyết mới về cấu trúc nguyên tử, khắc phục những mâu thuẫn của mẫu hành tinh nguyên tử của Rutherford. Tuy nhiên, bên cạnh những thành công rõ rệt, thuyết Bohr cũng bộc lộ những thiếu sót và hạn chế không sao khắc phục nổi. Thuyết Bohr được vận dụng thành công để giải thích qui luật của quang phổ nguyên tử Hidrô, nhưng nhiều đặc trưng quan trọng khác của phổ và đối với những nguyên tử có nhiều electron thì lý thuyết của Bohr không thể giải quyết được. Đó chính là tiền đề cho sự ra đời của cơ học lượng tử, nền tảng của một lý thuyết hoàn toàn mới có khả năng giải quyết đúng đắn và chính xác mọi hiện tượng và quy luật của thế giới vi mô và Bohr đã trở thành một trong những người đã đặt nền móng cho môn cơ học mới đó khi ông bắc nhịp cầu giữa hai thế giới vật lý: thế giới vĩ mô và thế giới vi mô.

Trong chương này chúng ta sẽ vận dụng những kết quả của cơ học lượng tử để nghiên cứu phổ và đặc tính của các nguyên tử.

### I. MỤC ĐÍCH - YÊU CẦU

1. Vận dụng cơ học lượng tử để nghiên cứu những tính chất của nguyên tử hidrô và các nguyên tử kim loại kiềm. Từ đó rút ra những kết luận cơ bản.
2. Giải thích được hiệu ứng Zeeman.
3. Hiểu được khái niệm spin của electron và vai trò của nó trong việc tách vạch quang phổ.
4. Giải thích được qui luật phân bố các electron trong bảng tuần hoàn Mendeleev.

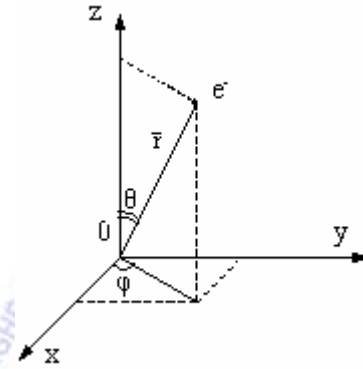
## II. NỘI DUNG

### §1. NGUYÊN TỬ HIĐRÔ

#### 1. Chuyển động của electron trong nguyên tử hiđrô

Nguyên tử Hiđrô gồm có hạt nhân mang điện tích  $+e$  và một electron mang điện tích  $-e$ . Hạt nhân được coi là đứng yên, còn electron quay xung quanh. Ta lấy hạt nhân làm gốc  $O$  của hệ tọa độ và  $r$  là khoảng cách từ electron đến hạt nhân (hình 8-1). Tương tác giữa hạt nhân và electron là tương tác Coulomb (Culông). Thế năng tương tác là:

$$U = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$



Hình 8-1

Do đó phương trình Schrodinger có dạng:

$$\Delta\psi + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left( E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0 \quad (8-1)$$

Vì bài toán có tính đối xứng cầu, để thuận tiện ta giải nó trong hệ tọa độ cầu với ba biến là  $r$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$ . Hàm sóng trong hệ tọa độ cầu sẽ là  $\psi = \psi(r, \theta, \varphi)$ . Biến đổi từ hệ tọa độ Đề các sang hệ tọa độ cầu (hình 8-1) ta có:  $x = r \sin \theta \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \theta \sin \varphi$ ,  $z = r \cos \theta$ .

Toán tử Laplace trong hệ tọa độ cầu:

$$\Delta\psi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} \quad (8-2)$$

Thay (8-2) vào (8-1) ta có phương trình Schrodinger trong tọa độ cầu:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left( E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0 \quad (8-3)$$

Phương trình này được giải bằng phương pháp phân li biến số. Ta đặt:

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R(r)Y(\theta, \varphi)$$

trong đó hàm xuyên tâm  $R(r)$  chỉ phụ thuộc độ lớn của  $r$ , còn hàm  $Y(\theta, \varphi)$  phụ thuộc vào các góc  $\theta, \varphi$ . Giải phương trình Schrodinger người ta nhận được biểu thức của năng lượng và hàm sóng.

Biểu thức năng lượng của electron trong nguyên tử Hiđrô:

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} = -\frac{R_h}{n^2} \quad (8-4)$$

R là hằng số Rydberg (Rittbe),  $R = 3,27.10^{15} \text{ s}^{-1}$ , đã được thực nghiệm kiểm chứng, n có giá trị nguyên dương, được gọi là số lượng tử chính.

Hàm xuyên tâm  $R(r) = R_n \ell$  phụ thuộc hai số lượng tử n,  $\ell$ . Số nguyên  $\ell$  được gọi là số lượng tử quỹ đạo. Hàm  $Y(\theta, \varphi)$  phụ thuộc vào hai số lượng tử  $\ell$  và m. Số nguyên m được gọi là số lượng tử từ. Như vậy hàm sóng của electron có dạng :

$$\psi = \psi_{n, \ell, m}(r, \theta, \varphi) = R_n \ell(r) Y_{\ell m}(\theta, \varphi) \quad (8-5)$$

trong đó số lượng tử chính n lấy các giá trị  $n = 1, 2, 3, \dots$

số lượng tử quỹ đạo lấy các giá trị  $\ell = 0, 1, 2, \dots, n-1$

số lượng tử từ m lấy các giá trị  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \ell$ .

Dạng của  $R_n \ell$  và  $Y_{\ell m}$  rất phức tạp. Dưới đây, ta nêu một số dạng cụ thể của các hàm đó:

$$Y_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$$

$$Y_{1,0} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$$

$$Y_{1,1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\varphi}$$

$$Y_{1,-1} = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{-i\varphi}$$

$$R_{1,0} = 2a^{-3/2} e^{-r/a}$$

$$R_{2,0} = \frac{1}{8} a^{-3/2} \left(2 - \frac{r}{a}\right) e^{-r/2a} \dots$$

trong đó  $a = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} = 0,53.10^{-10} \text{ m}$ , a bằng bán kính Bohr.

Từ các kết quả trên ta thu được một số kết luận sau đây.

## 2. Các kết luận

**a. Năng lượng của electron trong nguyên tử hiđrô** chỉ phụ thuộc vào số nguyên n (công thức 8-4). Ứng với mỗi số nguyên n có một mức năng lượng, như vậy năng lượng *biến thiên gián đoạn*, ta nói năng lượng bị lượng tử hoá.  $E_n$  luôn âm, khi  $n \rightarrow \infty$   $E \rightarrow 0$ . Năng lượng tăng theo n.

Mức năng lượng thấp nhất  $E_1$  ứng với  $n = 1$  được gọi là mức năng lượng cơ bản. Các mức năng lượng lần lượt tăng theo thứ tự  $E_2 < E_3 < E_4 \dots$ . Sơ đồ các mức năng lượng trong nguyên tử hiđrô được biểu diễn trong hình 8-2. Càng lên cao, các mức năng lượng càng xích lại và khi  $n \rightarrow \infty$  năng lượng biến thiên liên tục. Trong vật lý nguyên tử người ta kí hiệu  $E_1$ : mức K,  $E_2$ : mức L,  $E_3$ : mức M...

## **b. Năng lượng ion hoá của nguyên tử Hiđrô**

Đó là năng lượng cần thiết để electron bứt ra khỏi nguyên tử, có nghĩa là electron sẽ chuyển từ mức năng lượng cơ bản  $E_1$  sang mức năng lượng  $E_\infty$ :

$$E = E_{\infty} - E_1 = 0 - (-Rh) = 13,5\text{eV}$$

Giá trị này cũng phù hợp với thực nghiệm.

**c. Giải thích cấu tạo vạch của quang phổ Hidrô**

Khi không có kích thích bên ngoài electron bao giờ cũng ở trạng thái cơ bản (ứng với mức  $E_1$ ). Dưới tác dụng của kích thích, electron nhận năng lượng chuyển lên trạng thái kích thích ứng với mức năng lượng  $E_n$  cao hơn. Electron chỉ ở trạng thái này trong thời gian rất ngắn ( $\sim 10^{-8}\text{s}$ ), sau đó trở về mức năng lượng  $E_{n'}$  thấp hơn. Trong quá trình chuyển mức từ  $E_n \rightarrow E_{n'}$  electron bức xạ năng lượng dưới dạng sóng điện từ, nghĩa là phát ra photon năng lượng  $h\nu$ . Theo định luật bảo toàn năng lượng:

$$h\nu_{nn'} = E_n - E_{n'} = -\frac{Rh}{n^2} + \frac{Rh}{n'^2} \quad (8-6)$$

hay 
$$\nu_{nn'} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (8-7)$$

Đây chính là tần số của vạch quang phổ được phát ra.

Khi  $n'=1$  ta có:

$$\nu_{n1} = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

Các vạch quang phổ tuân theo công thức này hợp thành một dãy có bước sóng trong vùng tử ngoại, gọi là dãy Lyman.

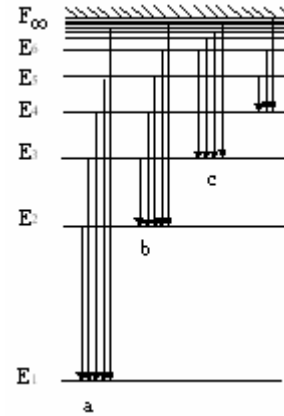
Khi  $n'=2$ ,  $n=3, 4, 5, \dots$  ta có các vạch nằm trong dãy Balmer, có bước sóng trong vùng nhìn thấy:

$$\nu_{n2} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Khi  $n'=3$ ,  $n=4, 5, 6, \dots$  ta có các vạch nằm trong dãy Paschen, có bước sóng trong vùng hồng ngoại:

$$\nu_{n3} = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Tiếp đến là dãy Brackett, Pfund trong vùng hồng ngoại. Sơ đồ các dãy được cho trên hình 8-2.



Hình 8-2: Sơ đồ phổ hidrô: a. Dãy Lyman, b. Dãy Balmer, c. Dãy Paschen

**d. Trạng thái lượng tử của electron**

Trạng thái của electron được mô tả bởi hàm sóng:

$$\psi_{n\ell m}(r, \theta, \varphi) = R_{n\ell}(r)Y_{\ell m}(\theta, \varphi) \quad (8-8)$$

trong đó  $n$ : số lượng tử chính,  $n = 1, 2, \dots$

$\ell$ : số lượng tử quỹ đạo,  $\ell = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$ .

$m$ : số lượng tử từ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \ell$ .

Hàm sóng phụ thuộc vào các số lượng tử  $n, \ell, m$ . Do đó, nếu ít nhất một trong ba chỉ số  $n, \ell, m$  khác nhau ta đã có một trạng thái lượng tử khác. Ta thấy ứng với mỗi giá trị của  $n, \ell$  có  $n$  giá trị khác nhau và ứng với mỗi giá trị của  $\ell$  ta có  $2\ell + 1$  giá trị khác nhau của  $m$ , do đó với mỗi giá trị của  $n$  ta có số trạng thái lượng tử bằng:

$$\sum_{\ell=0}^{n-1} (2\ell + 1) = \frac{[1 + (2n - 1)]n}{2} = n^2 \quad (8-9)$$

Như vậy ứng với một số lượng tử  $n$ , tức là với mỗi mức năng lượng  $E_n$ , ta có  $n^2$  trạng thái lượng tử  $\psi_{n\ell m}$  khác nhau.

Ví dụ:

$n$	$\ell$	$m$	Số trạng thái
1	0	0	1 $\psi_{100}$
2	0	0	4 $\psi_{200}$
	1	-1	$\psi_{21-1}$
		0	$\psi_{210}$
		1	$\psi_{211}$

Năng lượng  $E_1$  (mức năng lượng thấp nhất) có một trạng thái lượng tử. Trạng thái lượng tử ở mức  $E_1$  được gọi là trạng thái cơ bản.  $E_n$  có  $n^2$  trạng thái lượng tử, ta nói  $E_n$  suy biến bậc  $n^2$ . Các trạng thái lượng tử ở các mức năng lượng lớn hơn  $E_1$  được gọi là trạng thái kích thích.

Trạng thái lượng tử được kí hiệu theo các số lượng tử, cụ thể bằng  $nx$ ,  $n$  là số lượng tử chính, còn  $x$  tùy thuộc vào số lượng tử quỹ đạo  $\ell$  như sau:

$\ell$	0	1	2	3
$x$	s	p	d	f

Ví dụ: trạng thái 2s là trạng thái có  $n = 2$  và  $\ell = 0$ .

**e. Xác suất tìm electron trong thể tích  $dV$  ở một trạng thái nào đó**

Vì  $|\psi_{n\ell m}|^2$  là mật độ xác suất, nên xác suất tồn tại của electron trong thể tích  $dV$  ở tọa độ cầu là:



$$|\psi_{n\ell m}|^2 dV = |R_{n\ell} Y_{\ell m}|^2 r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi \quad (8-10)$$

trong đó phần  $R_{n\ell}^2 r^2 dr$  chỉ phụ thuộc khoảng cách  $r$ , biểu diễn xác suất tìm electron tại một điểm cách hạt nhân một khoảng  $r$ , còn  $|Y_{\ell m}|^2 \sin \theta d\theta d\varphi$  biểu diễn xác suất tìm electron theo các góc  $(\theta, \varphi)$ .

Ta xét trạng thái cơ bản ( $n = 1$ ). Khi  $n = 1$ ,  $\ell = 0$ , hàm xuyên tâm ở trạng thái cơ bản là  $R_{1,0}$ . Xác suất cần tìm  $w_{1,0}$  bằng

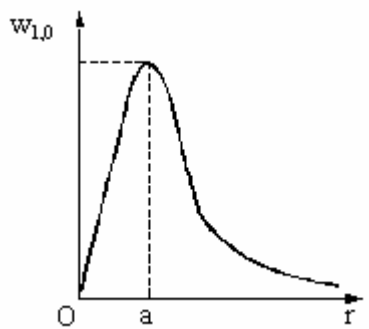
$$w_{1,0} = R_{1,0}^2 r^2 = 4a^{-3} e^{-2r/a} r^2$$

Hình 8-3 biểu diễn sự phụ thuộc của  $w_{1,0}$  theo  $r$ . Để tìm bán kính  $r$  ứng với xác suất cực đại ta lấy đạo hàm của  $w_{1,0}$  theo  $r$ , rồi cho đạo hàm bằng 0. Kết quả ta tìm được  $w_{1,0}$  có cực trị tại  $r=0$  và  $r = a$ . Giá trị  $r = 0$  bị loại, vì hạt electron không thể rơi vào hạt nhân. Vậy xác suất cực đại ứng với bán kính  $r = a = 0,53 \cdot 10^{-10}$  m. Khoảng cách này đúng bằng bán kính của nguyên tử hydro theo quan niệm cổ điển. Từ kết quả trên ta đi đến kết luận: electron trong nguyên tử *không chuyển động theo một quỹ đạo nhất định mà bao quanh hạt nhân như “đám mây”, đám mây này dày đặc nhất ở khoảng cách ứng với xác suất cực đại*. Kết quả này phù hợp với lưỡng tính sóng hạt của vi hạt.

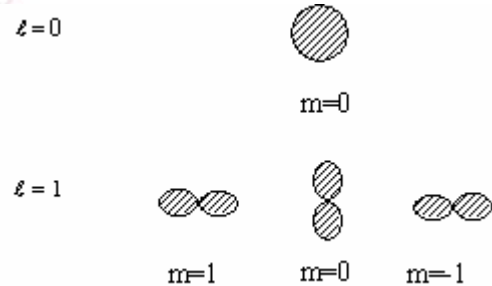
Electron cũng phân bố theo góc. Ở trạng thái s ( $\ell=0$ ,  $m=0$ ) xác suất tìm thấy electron:

$$w_{\ell m} = w_{00} = |Y_{0,0}|^2 = \frac{1}{4\pi}$$

không phụ thuộc góc, như vậy phân bố có tính đối xứng cầu. Hình 8-4 biểu diễn phân bố xác suất phụ thuộc góc ứng với các trạng thái s, p.



Hình 8-3: Sự phụ thuộc  $r$  của xác suất tìm hạt ở trạng thái cơ bản

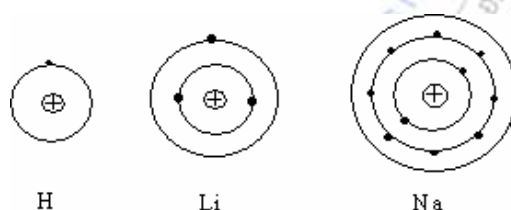


Hình 8-4: Phân bố electron theo góc đối với trạng thái s ( $\ell=0$ ) và p ( $\ell=1$ )

## §2. NGUYÊN TỬ KIM LOẠI KIỀM

### 1. Năng lượng của electron hóa trị trong nguyên tử kim loại kiềm

Các nguyên tử kim loại kiềm (Li, Na, K,...) hóa trị một. Trong mẫu vỏ nguyên tử, lớp ngoài cùng của các nguyên tử này chỉ có một electron hóa trị, liên kết yếu với hạt nhân. Nếu kim loại kiềm có  $Z$  electron thì  $(Z-1)$  electron ở các lớp trong và hạt nhân tạo thành lõi nguyên tử có điện tích  $+e$ , còn electron hóa trị điện tích  $-e$  chuyển động trong trường Coulomb gây bởi lõi nguyên tử, giống như chuyển động của electron trong nguyên tử hiđrô. Do đó các tính chất hóa học của kim loại kiềm về cơ bản giống tính chất của nguyên tử hiđrô. Các nguyên tử kim loại kiềm là những nguyên tử đồng dạng hiđrô, tuy nhiên không giống hoàn toàn. Trong nguyên tử kim loại kiềm, ngoài năng lượng tương tác giữa hạt nhân và electron hóa trị, còn có năng lượng phụ gây ra bởi tương tác giữa electron hóa trị với các electron khác. Do đó năng lượng của electron hóa trị trong nguyên tử kim loại kiềm có khác chút ít so với năng lượng của electron trong nguyên tử hiđrô.



Hình 8-5. Mẫu vỏ nguyên tử của các kim loại kiềm

Khi tính thêm tương tác này, cơ học lượng tử đã đưa ra biểu thức năng lượng của electron hóa trị đối với kim loại kiềm:

$$E_{n\ell} = -\frac{1}{(n + \Delta_\ell)^2} \frac{m_e e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \quad (8-11)$$

trong đó  $\Delta_\ell$  là số hiệu chỉnh phụ thuộc vào số lượng tử quỹ đạo  $\ell$ . Số hiệu chỉnh này có giá trị khác nhau ứng với các trạng thái khác nhau. Bảng 1 sẽ cho các giá trị của số hiệu chỉnh cho một số nguyên tố kim loại kiềm ở các trạng thái khác nhau.

Bảng 1

$Z$	Nguyên tố kim loại kiềm	$\Delta_s$	$\Delta_p$	$\Delta_d$	$\Delta_f$
3	Li	-0,412	-0,041	-0,002	-0,000
11	Na	-1,373	-0,883	-0,010	-0,001
19	K	-2,230	-1,776	-0,146	-0,007
37	Rb	-3,195	-2,711	-1,233	-0,012
55	Cs	-4,131	-3,649	-2,448	-0,022

Như vậy, năng lượng của electron hóa trị của kim loại kiềm phụ thuộc vào số lượng tử chính  $n$  và số lượng tử quỹ đạo  $\ell$ . Sự phụ thuộc của mức năng lượng vào  $\ell$  là sự khác biệt giữa nguyên tử kim loại kiềm và nguyên tử hiđrô. Trong Vật lý nguyên tử mức năng lượng được kí hiệu bằng  $nX$ ,  $n$  là số lượng tử chính, còn  $X$  tùy thuộc vào số lượng tử  $\ell$  như sau:

$$\ell = 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$$

$$X = S \quad P \quad D \quad F$$

Ví dụ: mức 2D là mức năng lượng ứng với  $n = 2$ ,  $\ell = 2$ . Bảng 2 đưa ra các mức năng lượng cho các lớp K, L, M.

Bảng 2

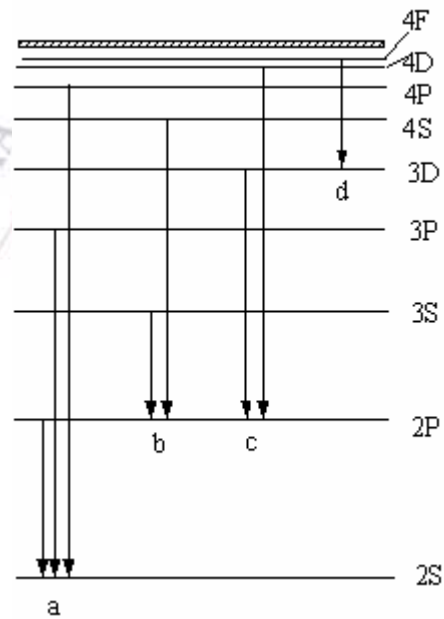
$n$	$\ell$	Trạng thái	Mức năng lượng	Lớp
1	0	1s	1S	K
2	0	2s	2S	L
	1	2p	2P	
3	0	3s	3S	M
	1	3p	3P	
	2	3d	3D	

## 2. Quang phổ của nguyên tử kim loại kiềm

Tương tự như nguyên tử hiđrô, khi có kích thích bên ngoài, electron hóa trị chuyển từ trạng thái ứng với mức năng lượng thấp lên trạng thái ứng với mức năng lượng cao hơn. Nhưng electron ở trạng thái kích thích này không lâu ( $10^{-8}s$ ), nó lại chuyển về trạng thái ứng với mức năng lượng thấp hơn và phát ra photon có năng lượng  $h\nu$ . Việc chuyển mức năng lượng phải tuân theo qui tắc lựa chọn:

$$\Delta\ell = \pm 1 \quad (8-12)$$

Ví dụ, nguyên tử Li gồm 3 electron: 2 electron ở gần hạt nhân chiếm mức năng lượng 1S, còn electron hóa trị khi chưa bị kích thích chiếm mức năng lượng 2S ( $n = 2$ ,  $\ell = 0$ ). Đó là mức thấp nhất của nó.



Hình 8-6. Sơ đồ quang phổ của Li

- a. Dãy chính      b. Dãy phụ II  
c. Dãy phụ I      d. Dãy cơ bản

Theo qui tắc lựa chọn, electron hoá trị ở mức cao chuyển về mức:

- $2S (\ell = 0)$ , thì mức cao hơn chỉ có thể là mức  $nP (\ell = 1, n = 2, 3, 4...)$
- $2P (\ell = 1)$ , thì mức cao hơn chỉ có thể là mức  $nS (\ell = 0, n = 3, 4...)$  hay mức  $nD (\ell = 2, n = 3, 4...)$

Tần số của bức xạ điện từ phát ra tuân theo công thức:

$$h\nu = 2S - nP \quad \text{các vạch này tạo thành dãy chính}$$

$$h\nu = 2P - nS \quad \text{các vạch này tạo thành dãy phụ II}$$

$$h\nu = 2P - nD \quad \text{các vạch này tạo thành dãy phụ I}$$

$$h\nu = 3D - nF \quad \text{các vạch này tạo thành dãy cơ bản}$$

Các kết quả này đã được tìm thấy từ trước bằng thực nghiệm. Từ lý thuyết người ta còn tìm thấy dãy  $h\nu = 3D - nP$  và sau đó được thực nghiệm xác nhận. Sơ đồ các vạch quang phổ của Li được biểu diễn trên hình 8-6.

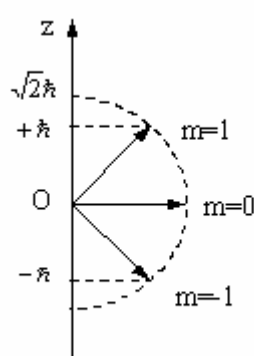
### §3. MÔMEN ĐỘNG LƯỢNG VÀ MÔMEN TỪ CỦA ELECTRÔN

#### 1. Mômen động lượng quỹ đạo

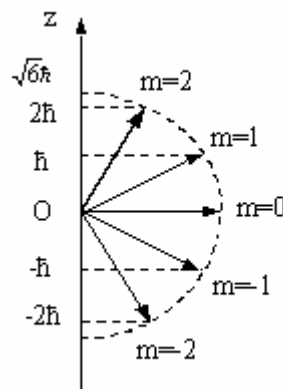
Tương tự như trong cơ học cổ điển, electron chuyển động quanh hạt nhân nên có mômen động lượng  $\vec{L}$ . Nhưng vì electron quay quanh hạt nhân không theo quỹ đạo xác định, do đó ở mỗi trạng thái vector  $\vec{L}$  không có hướng xác định. Tuy nhiên, vector mômen động lượng lại có giá trị xác định. Cơ học lượng tử đã chứng minh rằng giá trị của nó bằng

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar \quad (8-13)$$

trong đó  $\ell$  được gọi là số lượng tử quỹ đạo ( $\ell = 0, 1, 2, \dots, n-1$ ). Như vậy số lượng tử quỹ đạo liên quan đến mômen động lượng quỹ đạo.



3 khả năng định hướng của  $\vec{L}$



5 khả năng định hướng của  $\vec{L}$

Hình 8-7. Sự lượng tử hoá không gian của  $\vec{L}$ .

Cơ học lượng tử còn chứng minh rằng hình chiếu của mômen động lượng quỹ đạo  $\vec{L}$  lên một phương z bất kì luôn được xác định theo hệ thức:

$$L_z = m\hbar \quad (8-14)$$

trong đó m là số nguyên gọi là số lượng tử từ, có các trị số  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm \ell$ , nghĩa là với mỗi trị số cho trước của  $\ell$  có  $2\ell + 1$  trị số của m.

Ví dụ: Khi  $\ell = 1$ ,  $m = 0, \pm 1$  thì  $L = \sqrt{2}\hbar$  và  $\vec{L}$  có 3 sự định hướng sao cho hình chiếu của nó trên z (kí hiệu  $L_z^m$ ) có các giá trị:  $L_z^0 = 0$ ,  $L_z^1 = \hbar$ ,  $L_z^{-1} = -\hbar$  (hình 8-7).

Khi  $\ell = 2$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2$  thì  $L = \sqrt{6}\hbar$  và  $\vec{L}$  có 5 sự định hướng sao cho hình chiếu của nó trên z có các giá trị:  $L_z^0 = 0$ ,  $L_z^1 = \hbar$ ,  $L_z^{-1} = -\hbar$ ,  $L_z^2 = 2\hbar$ ,  $L_z^{-2} = -2\hbar$  (hình 8-7).

## 2. Mômen từ

Electron quay quanh hạt nhân tạo thành một dòng điện i, có chiều ngược với chiều chuyển động của electron. Dòng điện này có mômen từ  $\vec{\mu} = i\vec{S}$ , trong đó  $\vec{S}$  là vector diện tích. Theo cơ học cổ điển, electron chuyển động trên đường tròn bán kính r với tần số f, ta có cường độ dòng điện  $i = ef$  và độ lớn của mômen từ sẽ bằng

$$\mu = iS = ef\pi r^2$$

Mômen động lượng quỹ đạo:

$$L = m_e v r = m_e \omega r^2 = m_e 2\pi f r^2.$$

Do đó ta thấy mômen từ tỉ lệ với mômen động lượng quỹ đạo. Electron mang điện tích âm, sử dụng qui tắc bàn tay phải ta thấy vector mômen động lượng quỹ đạo và vector mômen từ cùng phương vuông góc với mặt phẳng quỹ đạo nhưng ngược chiều nhau, do đó:

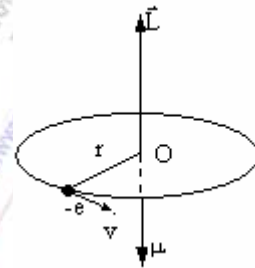
$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m_e} \vec{L} \quad (8-15)$$

Tính toán theo cơ học lượng tử ta cũng nhận được biểu thức (8-15). Vì  $\vec{L}$  không có hướng xác định, do đó  $\vec{\mu}$  cũng không có hướng xác định. Hình chiếu của mômen từ lên phương z bất kì bằng:

$$\mu_z = -\frac{e}{2m_e} L_z \quad (8-16)$$

Thay (8-14) vào (8-16) ta được:

$$\mu_z = -m \frac{e\hbar}{2m_e} = -m\mu_B \quad (8-17)$$



Hình 8-8.

với  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 10^{-23} \text{ Am}^2$  gọi là manhêton Bohr.

Như vậy: *Hình chiếu mômen từ của electron quay quanh hạt nhân lên một phương z bất kì bao giờ cũng bằng số nguyên lần manhêton Bohr, nghĩa là bị lượng tử hóa.* Thường người ta chọn phương z bất kì là phương của từ trường ngoài  $\vec{B}$ , do đó số nguyên m được gọi là số lượng tử từ.

Cơ học lượng tử cũng chứng minh được rằng khi electron chuyển trạng thái thì sự biến đổi của m phải tuân theo qui tắc lựa chọn:

$$\Delta m = 0, \pm 1 \quad (8-18)$$

Hiện tượng lượng tử hóa mômen từ được xác nhận trong thí nghiệm về hiện tượng Zeeman mà chúng ta sẽ xét dưới đây.

### 3. Hiện tượng Zeeman

Thí nghiệm: Đặt nguồn khí hiđrô phát sáng vào giữa hai cực của nam châm điện (hình 8-9). Nếu quan sát các bức xạ phát ra theo phương vuông góc với vector từ trường  $\vec{B}$  thì thấy mỗi vạch quang phổ của nguyên tử hiđrô bị tách thành ba vạch sát nhau. *Hiện tượng tách vạch quang phổ khi nguyên tử phát sáng đặt trong từ trường được gọi là hiện tượng Zeeman.*

Hiện tượng Zeeman được giải thích như sau: Vì electron có mômen từ  $\vec{\mu}$  nên khi nguyên tử hiđrô được đặt trong từ trường  $\vec{B}$ , mômen từ có khuynh hướng sắp xếp theo phương song song với  $\vec{B}$  do đó electron có thêm năng lượng phụ:

$$\Delta E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (8-19)$$

Chọn phương z là phương của từ trường  $\vec{B}$ , ta có

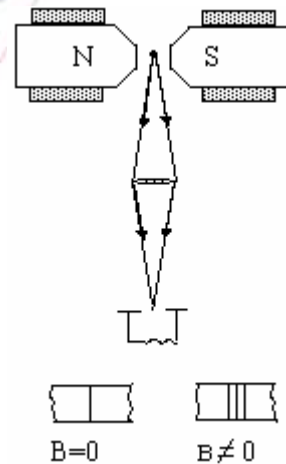
$$\Delta E = -\mu_z B = m\mu_B B$$

Như vậy khi nguyên tử hiđrô đặt trong từ trường, năng lượng  $E'$  của electron còn phụ thuộc vào số lượng tử từ m:

$$E' = E + m\mu_B B \quad (8-20)$$

trong đó E là năng lượng của electron khi nguyên tử hiđrô không đặt trong từ trường. Nếu electron dịch chuyển từ trạng thái ứng với năng lượng  $E'_2$  sang trạng thái ứng với năng lượng  $E'_1$  thấp hơn thì nó sẽ phát ra bức xạ điện từ. Tần số vạch quang phổ bằng:

$$\nu' = \frac{E'_2 - E'_1}{h} = \frac{E_2 - E_1}{h} + \frac{(m_2 - m_1)\mu_B B}{h} \quad (8-21)$$



Hình 8-9. Hiệu ứng Zeeman



Số hạng thứ nhất  $\frac{E_2 - E_1}{h} = \nu$  là tần số của vạch quang phổ hiđrô khi nguyên tử hiđrô không đặt trong từ trường, do đó:

$$\nu' = \nu + \frac{(m_2 - m_1)\mu_B B}{h} \quad (8-22)$$

Theo qui tắc lựa chọn đối với số lượng tử  $m$ :  $\Delta m = 0, \pm 1$ , ta thấy tần số  $\nu'$  có thể có ba giá trị:

$$\nu' = \begin{cases} \nu - \frac{\mu_B B}{h} \\ \nu \\ \nu + \frac{\mu_B B}{h} \end{cases} \quad (8-23)$$

Nghĩa là một vạch quang phổ (khi không có từ trường) được tách thành ba vạch quang phổ (khi có từ trường), trong đó vạch giữa trùng với vạch cũ.

#### §4. SPIN CỦA ELECTRÔN

##### 1. Sự tồn tại spin của electron

Lí thuyết cơ học lượng tử đã giải quyết khá trọn vẹn bài toán cấu trúc nguyên tử hiđrô như đã trình bày ở trên. Trạng thái lượng tử của electron được mô tả bởi ba số lượng tử  $n$ ,  $\ell$ ,  $m$ . Tuy nhiên có nhiều sự kiện thực nghiệm khác chứng tỏ việc mô tả trạng thái lượng tử như trên là chưa đủ. Ở đây chúng ta xét hai hiện tượng: sự tách vạch quang phổ của kim loại kiềm và thí nghiệm Einstein – de Haas.

##### a. Sự tách vạch quang phổ kim loại kiềm:

Nhờ có những máy quang phổ có năng suất phân giải cao, người ta phát hiện thấy các vạch quang phổ không phải là vạch đơn mà là vạch gồm rất nhiều vạch nhỏ nét hợp thành. Ví dụ vạch vàng của nguyên tử Na được cấu tạo bởi hai vạch sát nhau có bước sóng 5890 Å và 5896 Å. Vạch như vậy được gọi là vạch kép đôi. Theo hiệu ứng Zeeman, sự tách một vạch thành ba vạch chỉ xảy ra khi có từ trường ngoài, còn vạch kép đôi trong quang phổ kim loại kiềm quan sát thấy ngay cả khi không có từ trường ngoài. Sự tách vạch như vậy chứng tỏ rằng mức năng lượng của nguyên tử kim loại kiềm không chỉ phụ thuộc vào hai số lượng tử  $n$  và  $\ell$ , mà còn phụ thuộc vào một đại lượng nào đó nữa đã làm thay đổi chút ít năng lượng của mức. Đại lượng này có độ lớn rất nhỏ. Có thể đoán nhận rằng electron phải có thêm một bậc tự do nữa ảnh hưởng đến quá trình bức xạ. Nếu kí hiệu số lượng tử tương ứng với bậc tự do này là  $s$ , gọi là spin, thì mức năng lượng sẽ phải phụ thuộc vào ba số lượng tử  $n$ ,  $\ell$ ,  $s$ .

##### b. Thí nghiệm Einstein và de Haas

Einstein và de Haas đã làm thí nghiệm sau. Treo một thanh sắt từ vào một sợi dây thạch anh. Thanh sắt sẽ được từ hóa nhờ dòng điện chạy qua cuộn dây bao quanh thanh

(hình 8-10). Khi chưa có dòng điện chạy trong cuộn dây, các vector mômen từ của các nguyên tử sắt từ đã được định hướng một cách ngẫu nhiên, do đó tác dụng từ của chúng bị triệt tiêu ở tất cả mọi điểm bên ngoài thanh sắt. Khi có dòng điện chạy qua cuộn dây, các vector mômen từ nguyên tử sẽ sắp xếp thẳng hàng theo hướng của từ trường ngoài làm cho các mômen động lượng nguyên tử cũng xếp thẳng hàng nhưng theo hướng ngược lại. Vì thanh sắt được cô lập với bên ngoài (hệ kín) nên mômen động lượng được bảo toàn và cả thanh sắt phải quay đi.

Nếu dòng điện thay đổi, mômen từ cũng thay đổi, do đó mômen động lượng  $\vec{L}$  cũng thay đổi. Dây treo sẽ bị xoắn lại. Đo góc xoắn này ta có thể xác định được  $\vec{L}$  và kiểm nghiệm tỉ số  $\mu/L$ . Đối với electron tỉ số này phải âm vì điện tích của electron là  $-e$ . Điều đó đã được thực nghiệm xác nhận, sự từ hóa của sắt từ gây bởi chuyển động của electron. Nhưng thí nghiệm lại cho kết quả của tỉ số  $\mu/L$  không bằng  $-e/2m_e$  như công thức (8-15) mà bằng  $-e/m_e$ . Nếu thừa nhận sự từ hóa chất sắt từ không phải do chuyển động quỹ đạo của electron mà do spin electron thì người ta nhận được tỉ số  $\mu/L$  phải bằng  $-e/m_e$ , phù hợp với kết quả thực nghiệm.

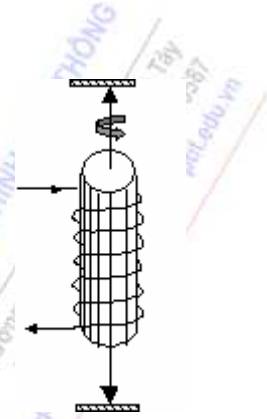
Từ các kết quả thực nghiệm trên, người ta đi đến kết luận là ngoài chuyển động quanh hạt nhân, electron còn tham gia chuyển động riêng liên quan tới sự vận động nội tại của electron, chuyển động này được đặc trưng bởi mômen cơ riêng, gọi là spin, kí hiệu  $\vec{S}$ . Cơ học lượng tử đã chứng minh rằng, tương tự như mômen động lượng quỹ đạo  $\vec{L}$ , mômen cơ riêng  $\vec{S}$  cũng lấy những giá trị gián đoạn:

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar \quad (8-24)$$

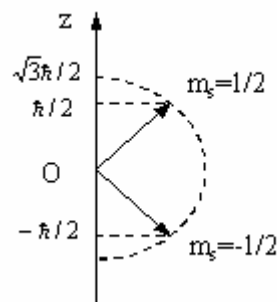
trong đó  $s = \frac{1}{2}$ , gọi là số lượng tử spin, do đó  $S = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar$ .

Ta thấy công thức (8-24) có dạng giống công thức (8-13). Chỉ khác là spin có một giá trị duy nhất, trong khi mômen động lượng quỹ đạo có thể nhận nhiều giá trị khác nhau. Vì số lượng tử spin bằng  $1/2$  nên thường gọi tất spin của electron bằng  $1/2$  hoặc electron có spin bán nguyên. Hình chiếu của mômen spin  $\vec{S}$  theo phương z bất kì bằng :

$$S_z = m_s \hbar = \pm \frac{\hbar}{2} \quad (8-25)$$



Hình 8-10



Hình 8-11. Sự lượng tử hóa không gian của spin

trong đó  $m_s$  gọi là số lượng tử từ riêng (hay số lượng tử hình chiếu spin), nó chỉ có hai giá trị  $\pm 1/2$ . Hình 8-11 trình bày hai sự định hướng của mômen spin. Chú ý rằng spin là một khái niệm thuần túy lượng tử, trong trường hợp cổ điển nó hoàn toàn không có.

Ứng với mômen động lượng quỹ đạo  $\vec{L}$ , electron có mômen từ quỹ đạo  $\vec{\mu}$ . Tương tự, ứng với mômen cơ riêng spin  $\vec{S}$ , electron có mômen từ riêng  $\vec{\mu}_s$ . Theo thí nghiệm Einstein-de Haas:

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m_e} \vec{S}$$

và hình chiếu của mômen từ riêng trên trục z :

$$\mu_{sz} = -\frac{e}{m_e} S_z = \mp \frac{e\hbar}{2m_e} = \mp \mu_B \quad (8-26)$$

## 2. Trạng thái và năng lượng của electron trong nguyên tử

Do có mômen spin nên mômen động lượng toàn phần  $\vec{J}$  của electron bằng:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad (8-27)$$

Cơ học lượng tử đã chứng minh được giá trị của  $\vec{J}$  bằng:

$$J = \sqrt{j(j+1)}\hbar \quad (8-28)$$

trong đó  $j$  là số lượng tử toàn phần được xác định bởi:

$$j = \left| \ell \pm \frac{1}{2} \right| \quad (8-29)$$

Do có xét đến spin nên trạng thái lượng tử của electron phụ thuộc vào bốn số lượng tử:  $n, \ell, m, m_s$  hay  $n, \ell, m, j$ . Hai trạng thái lượng tử được coi là khác nhau, nếu ít nhất một trong bốn số lượng tử  $n, \ell, m, m_s$  khác nhau. Trên đây ta đã tính được: ứng với mỗi số lượng tử chính có  $n^2$  trạng thái lượng tử khác nhau. Nếu kể đến spin thì do  $m_s$  có 2 giá trị:  $\pm 1/2$  nên ứng với số lượng tử chính  $n$ , có  $2n^2$  trạng thái lượng tử khác nhau:

$$2 \sum_{\ell=0}^{n-1} (2\ell+1) = 2n^2 \quad (8-30)$$

Sự có mặt mômen từ spin của electron cho phép giải thích vạch kép đôi trong quang phổ của kim loại kiềm. Các electron chuyển động quanh hạt nhân tạo ra một từ trường đặc trưng bởi mômen từ quỹ đạo của các electron. Mômen từ spin của electron tương tác với từ trường đó, tương tác này được gọi là tương tác spin-quỹ đạo. Do tương tác này, sẽ có một năng lượng phụ bổ sung vào biểu thức năng lượng của electron. Năng lượng phụ này phụ thuộc vào sự định hướng của mômen spin và như vậy năng lượng còn phụ thuộc vào số lượng tử toàn phần  $j$ . Nói cách khác, năng lượng toàn phần của electron phụ thuộc vào ba số lượng tử  $n, \ell$ , và  $j$ :  $E_{n\ell j}$ . Từ (8-29) ta nhận thấy mỗi mức năng lượng xác định tách thành hai mức  $j = \ell - 1/2$  và  $j = \ell + 1/2$ , trừ mức S, chỉ có một mức, vì khi đó  $\ell$  bằng 0. Khoảng

cách giữa hai mức năng lượng này rất nhỏ. Cấu trúc như vậy gọi là cấu trúc tế vi của các mức năng lượng.

Trong vật lý nguyên tử, trạng thái của electron được kí hiệu bằng  $nx_j$ , mức năng lượng của electron kí hiệu bằng  $n^2X_j$ , trong đó  $n$  là số lượng tử chính,  $X = S, P, D, F...$  tùy thuộc  $\ell = 0, 1, 2, 3, \dots$ . Chỉ số 2 ở phía trên bên trái chữ  $X$  chỉ cấu tạo bội kép của mức năng lượng. Bảng 3 nêu các trạng thái lượng tử và mức năng lượng khả dĩ của electron hóa trị trong nguyên tử hiđrô và kim loại kiềm.

Bảng 3

$n$	$\ell$	$j$	Trạng thái của electron hóa trị	Mức năng lượng
1	0	1/2	$1s_{1/2}$	$1^2S_{1/2}$
2	0	1/2	$2s_{1/2}$	$2^2S_{1/2}$
	1	1/2	$2p_{1/2}$	$2^2P_{1/2}$
		3/2	$2p_{3/2}$	$2^2P_{3/2}$
3	0	1/2	$3s_{1/2}$	$3^2S_{1/2}$
	1	1/2	$3p_{1/2}$	$3^2P_{1/2}$
		3/2	$3p_{3/2}$	$3^2P_{3/2}$
	2	3/2	$3d_{3/2}$	$3^2D_{3/2}$
		5/2	$3d_{5/2}$	$3^2D_{5/2}$

### 3. Cấu tạo bội của vạch quang phổ

Trên cơ sở cấu trúc tế vi của mức năng lượng ta có thể giải thích được cấu tạo bội của vạch quang phổ.

Do năng lượng của electron trong nguyên tử phụ thuộc vào ba số lượng tử  $n, \ell, j$ , nên khi electron chuyển từ mức năng lượng cao sang mức năng lượng thấp hơn, ngoài qui tắc lựa chọn đối với  $\ell$ , electron còn phải tuân theo qui tắc lựa chọn đối với  $j$ :

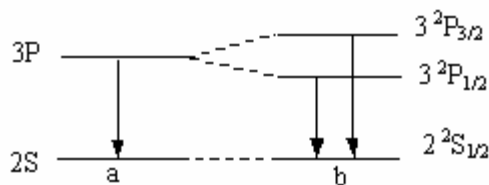
$$\Delta j = 0, \pm 1 \quad (8-31)$$

Cụ thể, ta xét sự tách vạch của quang phổ kim loại kiềm. Khi chưa xét đến spin, vạch đơn có tần số ứng với chuyển mức:

$$h\nu = 2S - 3P$$

Khi xét đến spin, ta có vạch kép:

$$h\nu_1 = 2^2S_{1/2} - 3^2P_{1/2} \quad (\Delta \ell = 1, \Delta j = 0)$$



Hình 8-12.

- a. Vạch quang phổ khi chưa xét đến spin
- b. Vạch kép khi có xét đến spin.

$$h\nu_2 = 2^2S_{1/2} - 3^2P_{3/2} \quad (\Delta \ell = 1, \Delta j = 1)$$

## §5. BẢNG HỆ THỐNG TUẦN HOÀN MENDELEEV

Năm 1869, Mendeleev đã xây dựng nên hệ thống tuần hoàn của các nguyên tố hóa học và đã thiết lập nên bảng tuần hoàn trước khi cơ học lượng tử ra đời. Hệ thống tuần hoàn này cho phép rút ra các tính chất vật lý và hóa học cơ bản của các nguyên tố, đồng thời cũng giúp Mendeleev tiên đoán ra nhiều nguyên tố mà về sau thực nghiệm mới phát hiện được.

Dựa trên cơ sở của cơ học lượng tử, chúng ta có thể giải thích qui luật phân bố các electron trong bảng hệ thống tuần hoàn.

Sự phân bố các electron trong bảng tuần hoàn dựa trên hai nguyên lý: nguyên lý cực tiểu năng lượng và nguyên lý loại trừ Pauli.

**Nguyên lý cực tiểu năng lượng:** Mọi hệ vật lý đều có xu hướng chiếm trạng thái có năng lượng cực tiểu. Trạng thái đó là trạng thái bền.

**Nguyên lý loại trừ Pauli:** Mỗi trạng thái lượng tử xác định bởi 4 số lượng tử  $n, \ell, m, m_s$  chỉ có tối đa một electron.

**Cấu hình electron** là sự phân bố các electron trong nguyên tử theo các trạng thái với các số lượng tử  $n, \ell$  khác nhau.

Khi chưa đề ý đến spin của electron thì với mỗi trị số của  $n$  có  $n^2$  trạng thái lượng tử. Khi đề ý đến spin thì với mỗi trị số của  $n$  ta có thể có  $2n^2$  trạng thái lượng tử. Theo nguyên lý loại trừ Pauli thì sẽ có tối đa  $2n^2$  electron. Tập hợp các electron có cùng số lượng tử chính  $n$  tạo thành lớp của nguyên tử. Các lớp của nguyên tử được kí hiệu bằng những chữ K, L, M... theo bảng sau:

Số lượng tử $n$	1	2	3	4	5
Kí hiệu lớp	K	L	M	N	O
Số $e^-$ tối đa	2	8	18	32	50

Theo nguyên lý cực tiểu năng lượng, các electron bao giờ cũng có khuynh hướng chiếm mức năng lượng thấp nhất ( $n$  nhỏ nhất).

Ví dụ: Nguyên tử H có 1 electron ở lớp K

Nguyên tử He có 2 electron ở lớp K (đủ số electron)

Nguyên tử Li có 2 electron ở lớp K và 1 electron ở lớp L,...

Mỗi lớp lại chia thành lớp con ứng với các giá trị khác nhau của  $\ell$ . Mỗi lớp con có  $2(2\ell + 1)$  electron.

Ví dụ: Lớp L ( $n = 2$ ) có 2 lớp con:

- Lớp con S ( $\ell = 0$ ) có tối đa  $2(2\ell + 1) = 2$  electron,
- Lớp con P ( $\ell = 1$ ) có tối đa 6 electron.

Lớp M ( $n = 3$ ) có 3 lớp con:



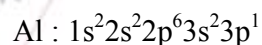
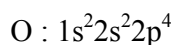
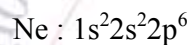
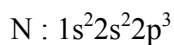
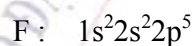
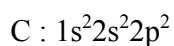
- Lớp con S có tối đa 2 electron,
- Lớp con P có tối đa 6 electron,
- Lớp con D có tối đa 10 electron.

Bảng 4 là bảng phân bố electron đối với một vài nguyên tố.

Bảng 4

Nguyên tố \ Lớp con	Lớp	K	L		M		
	Lớp con	1S	2S	2P	3S	3P	3D
H		1					
He		2					
Li		2	1				
Be		2	2				
B		2	2	1			
C		2	2	2			
N		2	2	3			
O		2	2	4			
F		2	2	5			
Ne		2	2	6			
Na		2	2	6	1		
Mg		2	2	6	2		
Al		2	2	6	2	1	
Si		2	2	6	2	2	
P		2	2	6	2	3	
S		2	2	6	2	4	
Cl		2	2	6	2	5	
Ar		2	2	6	2	6	

Dựa theo bảng tuần hoàn Mendeleev, ta viết được cấu hình electron cho các nguyên tử. Ví dụ:



Ví dụ đối với Neon (Ne) có 2 electron ở trạng thái 1s, 2 electron ở trạng thái 2s, 6 electron ở trạng thái 2p. Như vậy, các electron đã lấp đầy các lớp con. Đối với Cacbon (C) các electron chưa lấp kín hết các lớp con vì lớp con P có thể chứa tối đa 6 electron, trong khi đó lớp con P ở C mới chỉ có 2 electron.



### III. TÓM TẮT NỘI DUNG

#### 1. Nguyên tử hiđrô

Chúng ta nghiên cứu chuyển động của electron trong nguyên tử hiđrô trên cơ sở phương trình Schrodinger, phương trình cơ bản của cơ học lượng tử

$$\Delta\psi + \frac{2m_e}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0$$

trong đó  $U$  là thế năng tương tác giữa hạt nhân và electron. Bài toán đặt ra là tìm năng lượng của electron và hàm sóng của nó. Giải phương trình Schrodinger trong hệ tọa độ cầu, ta thu được một số kết luận sau:

a. Năng lượng của electron trong nguyên tử hiđrô phụ thuộc vào số nguyên  $n$ , gọi là số

lượng tử chính: 
$$E_n = -\frac{Rh}{n^2}$$

trong đó  $R$  là hằng số Rydberg. Ta nói rằng năng lượng đã bị lượng tử hóa.

b. Năng lượng ion hóa là năng lượng cần thiết để bứt electron ra khỏi nguyên tử

$$E = E_\infty - E_1 = Rh = 13,5\text{eV}$$

c. Khi không có kích thích bên ngoài, electron ở trạng thái năng lượng thấp nhất, gọi là trạng thái cơ bản. Đó là trạng thái bền. Khi có kích thích bên ngoài, electron thu thêm năng lượng và nhảy lên mức năng lượng cao hơn gọi là mức kích thích. Nhưng electron chỉ ở trạng thái này trong một thời gian ngắn ( $10^{-8}\text{s}$ ), sau đó trở về trạng thái năng lượng  $E_n$  thấp hơn và phát ra bức xạ điện từ mang năng lượng  $h\nu$ , nghĩa là phát ra vạch quang phổ có tần số  $\nu$ :

$$\nu_{nn'} = R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

Với  $n' = 1, n = 2, 3, 4, \dots$  ta được dãy Lyman nằm trong vùng tử ngoại.

Với  $n' = 2, n = 3, 4, \dots$  ta được dãy Balmer trong vùng ánh sáng nhìn thấy.

Với  $n' = 3, n = 4, 5, \dots$  ta được dãy Paschen nằm trong vùng hồng ngoại....

d. Ứng với một số lượng tử  $n$ , tức là với mỗi mức năng lượng  $E_n$ , ta có  $n^2$  trạng thái lượng tử khác nhau khi chưa xét đến spin, ta nói  $E_n$  suy biến bậc  $n^2$ .

e. Hàm sóng của electron trong nguyên tử H

$$\psi_{n\ell m}(r, \theta, \varphi) = R_{n\ell}(r)Y_{\ell m}(\theta, \varphi)$$

trong đó  $n$  là số lượng tử chính,  $\ell$  là số lượng tử quỹ đạo và  $m$  là số lượng tử từ.

Từ biểu thức của hàm sóng ta tìm được xác suất tìm thấy electron theo khoảng cách và theo góc  $\theta, \varphi$  ứng với các trạng thái lượng tử khác nhau.

Tính toán cho thấy xác suất tìm electron trong nguyên tử H tại khoảng cách tính từ tâm  $r = a = 0,53\text{\AA}$  có giá trị lớn nhất. Giá trị này trùng với bán kính cổ điển của nguyên tử H. Từ đây người ta hình dung electron chuyển động quanh hạt nhân nguyên tử H như một đám mây. Đám mây này dày đặc nhất ở khoảng cách ứng với xác suất tồn tại electron cực

đại. Khái niệm quỹ đạo được thay thế bằng khái niệm xác suất tìm hạt. Nguyên nhân là do lưỡng tính sóng hạt của electron.

## 2. Nguyên tử kim loại kiềm

Nguyên tử kim loại kiềm hóa trị một và khá dễ dàng bị iôn hóa. Chúng có một electron ở vòng ngoài cùng, electron này chuyển động trong trường thế hiệu dụng tạo bởi lõi nguyên tử (gồm hạt nhân và  $(Z-1)$  electron ở các vòng trong). Tính chất hóa học của kim loại kiềm về cơ bản giống của nguyên tử H, nhưng năng lượng của electron hóa trị phụ thuộc thêm cả vào số lượng tử  $\ell$ :

$$E_{n\ell} = -\frac{R_h}{(n + \Delta_\ell)^2}$$

Trong vật lý nguyên tử trạng thái lượng tử được kí hiệu bằng  $n\ell$ , còn mức năng lượng là  $nX$ ,  $n$  là số lượng tử chính, còn  $\ell$  và  $X$  tùy thuộc số lượng tử quỹ đạo:

$\ell =$	0	1	2
$\ell =$	s	p	d
$X =$	S	P	D

Sự chuyển mức năng lượng tuân theo qui tắc:  $\Delta \ell = \pm 1$

Ví dụ đối với Na, tần số bức xạ tuân theo các công thức:

$$\begin{aligned} h\nu &= 3S - nP & n &= 4, 5, 6 \dots \quad \text{và} \quad \Delta \ell = 1 \\ h\nu &= 3P - nS & n &= 4, 5, 6 \dots \quad \text{và} \quad \Delta \ell = -1 \end{aligned}$$

## 3. Mômen động lượng quỹ đạo và mômen từ

Electron quay quanh hạt nhân không theo quỹ đạo xác định, do đó ở mỗi trạng thái vectơ  $\vec{L}$  không có hướng xác định, nhưng có độ lớn xác định:  $L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar$  và hình chiếu của mômen động lượng quỹ đạo  $\vec{L}$  lên một phương  $z$  bất kì luôn được xác định theo hệ thức:  $L_z = m\hbar$ , trong đó  $m$  là số nguyên gọi là số lượng tử từ, có các trị số  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm \ell$ , nghĩa là với mỗi trị số cho trước của  $\ell$  có  $2\ell + 1$  trị số của  $m$ . Electron quay quanh hạt nhân tạo thành dòng điện, giữa mômen từ và mômen động lượng quỹ đạo có mối liên hệ

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m_e} \vec{L}$$

và hình chiếu lên phương  $z$  bất kì:

$$\mu_z = -\frac{e}{2m_e} L_z = -m\mu_B$$

$\mu_B = e\hbar / 2m_e$  là manhêton Bohr. Khi electron chuyển trạng thái thì  $m$  phải tuân theo qui tắc lựa chọn:  $\Delta m = 0, \pm 1$ .

#### 4. Hiệu ứng Zeeman:

Hiện tượng tách vạch quang phổ khi nguyên tử phát sáng đặt trong từ trường được gọi là hiện tượng Zeeman.

Giải thích: Khi nguyên tử H đặt trong từ trường ngoài, electron có thêm năng lượng phụ

$$\Delta E = -\mu_z B = m\mu_B B$$

Năng lượng  $E'$  của electron lúc này còn phụ thuộc vào số lượng tử từ  $m$ :

$$E' = E + m\mu_B B$$

Khi electron chuyển trạng thái, tần số vạch quang phổ phát ra bằng:

$$\nu' = \frac{E'_2 - E'_1}{h} = \frac{E_2 - E_1}{h} + \frac{(m_2 - m_1)\mu_B B}{h}$$

$m_2 - m_1 = \Delta m = 0, \pm 1$ , do đó  $\nu'$  sẽ có thể có ba giá trị tương ứng với sự tạo thành ba vạch quang phổ.

#### 5. Spin:

Ngoài chuyển động quay quanh hạt nhân electron còn tham gia thêm chuyển động do vận động nội tại, được đặc trưng bởi spin, kí hiệu  $\vec{S}$ . Độ lớn của  $S$  và hình chiếu của nó lên phương  $z$  được xác định theo các hệ thức:

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar \quad \text{và} \quad S_z = m_s \hbar$$

trong đó  $s$  là số lượng tử spin ( $s=1/2$ ), còn  $m_s$  là số lượng tử hình chiếu spin. Khác với số lượng tử từ  $m_s$  chỉ lấy hai giá trị  $\pm 1/2$ .

Spin là đại lượng thuần túy lượng tử, nó không có sự tương đương cổ điển. Dựa vào khái niệm spin, người ta giải thích được vạch kép đôi của quang phổ Na và cấu tạo bội của các vạch quang phổ.

#### 6. Trạng thái và năng lượng của electron trong nguyên tử

Do có spin nên mômen động lượng toàn phần  $\vec{J}$  của electron bằng:  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$   
với giá trị của  $\vec{J}$  bằng:  $J = \sqrt{j(j+1)} \hbar$

trong đó  $j$  là số lượng tử toàn phần được xác định bởi:  $j = \left| \ell \pm \frac{1}{2} \right|$

Do có xét đến spin nên trạng thái lượng tử của electron phụ thuộc vào bốn số lượng tử:  $n, \ell, m, m_s$  hay  $n, \ell, m, j$ . Hai trạng thái lượng tử được coi là khác nhau nếu ít nhất một trong bốn số lượng tử  $n, \ell, m, m_s$  khác nhau. Trên đây ta đã tính được: ứng với mỗi số lượng tử chính có  $n^2$  trạng thái lượng tử khác nhau. Nếu kể đến spin thì do  $m_s$  có 2 giá trị:  $\pm 1/2$  nên ứng với số lượng tử chính  $n$ , có  $2n^2$  trạng thái lượng tử khác nhau:

$$2 \sum_{\ell=0}^{n-1} (2\ell+1) = 2n^2$$

Sự có mặt mômen từ spin của electron cho phép giải thích vạch kép đôi trong quang phổ của kim loại kiềm. Các electron chuyển động quanh hạt nhân tạo ra một từ trường đặc trưng bởi mômen từ quỹ đạo của các electron. Mômen từ spin của electron tương tác với từ trường đó, tương tác này được gọi là tương tác spin-quỹ đạo. Do tương tác này, sẽ có một năng lượng phụ bổ sung vào biểu thức năng lượng của electron. Năng lượng phụ này phụ thuộc vào sự định hướng của mômen spin và như vậy năng lượng còn phụ thuộc vào số lượng tử toàn phần  $j$ . Nói cách khác, năng lượng toàn phần của electron phụ thuộc vào ba số lượng tử  $n$ ,  $\ell$  và  $j$ :  $E_{n\ell j}$ . Mỗi mức năng lượng xác định tách thành hai mức  $j = \ell - 1/2$  và  $j = \ell + 1/2$ , trừ mức S chỉ có một mức, vì khi đó  $\ell = 0$ . Khoảng cách giữa hai mức năng lượng này rất nhỏ. Cấu trúc như vậy gọi là cấu trúc tế vi của các mức năng lượng.

Khi chuyển từ mức năng lượng cao sang mức năng lượng thấp, các số lượng tử  $\ell, j$  phải tuân theo qui tắc lựa chọn:  $\Delta\ell = \pm 1$  và  $\Delta j = 0, \pm 1$

Dựa vào các qui tắc lựa chọn trên, ta giải thích được các vạch kép đôi và bội ba khi có xét đến spin.

## 7. Giải thích bảng tuần hoàn Mendeleev

Dựa trên cơ sở của cơ học lượng tử, chúng ta có thể giải thích qui luật phân bố các electron trong bảng hệ thống tuần hoàn. Sự phân bố các electron trong bảng tuần hoàn dựa trên hai nguyên lý: nguyên lý cực tiểu năng lượng và nguyên lý loại trừ Pauli. Cấu hình electron là sự phân bố theo các trạng thái với các số lượng tử  $n, \ell$  khác nhau.

Tập hợp các electron có cùng số lượng tử chính  $n$  tạo thành lớp của nguyên tử. Ví dụ : Lớp K ứng với  $n = 1$ , lớp L ứng với  $n = 2$ ... Số electron tối đa có trong một lớp bằng  $2n^2$  (theo nguyên lý Pauli). Năng lượng lớp K nhỏ hơn lớp L. Các electron sẽ lấp đầy lớp K trước rồi mới đến lớp L.

Mỗi lớp lại chia nhỏ thành những lớp con với  $\ell$  khác nhau. Tập hợp các electron có cùng giá trị  $\ell$  tạo thành một lớp con. Trong mỗi lớp con có tối đa  $2(2\ell + 1)$  electron. Ví dụ:

Lớp con S ( $\ell = 0$ ) có tối đa  $2(0 + 1) = 2e^-$

Lớp con P ( $\ell = 1$ ) có tối đa  $2(2 + 1) = 6e^-$ ...

Dựa vào bảng Mendeleev, ta viết được cấu hình electron trong nguyên tử. Ví dụ cấu hình electron của nguyên tử C:  $1s^2 2s^2 2p^2$  (có  $2e^-$  ở lớp 1S,  $2e^-$  ở lớp 2S và  $2e^-$  ở lớp 2P, các  $e^-$  chưa xếp kín lớp con P, vì lớp con này có thể chứa tối đa  $6e^-$ ).

## IV. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

1. Hãy nêu các kết luận của cơ học lượng tử trong việc nghiên cứu nguyên tử Hidrô về:
  - a. Năng lượng của electron trong nguyên tử Hidrô.
  - b. Cấu tạo vạch của quang phổ Hidrô.
  - c. Độ suy biến của mức  $E_n$ .

2. Nêu sự khác nhau giữa nguyên tử Hidrô và nguyên tử kim loại kiềm về mặt cấu tạo. Viết biểu thức năng lượng của electron hóa trị trong nguyên tử Hidrô và nguyên tử kim loại kiềm. Nêu sự khác nhau giữa hai công thức đó.
3. Viết qui tắc lựa chọn đối với số lượng tử quỹ đạo  $\ell$ . Vận dụng qui tắc này để viết các dãy vạch chính và dãy vạch phụ của nguyên tử Li.
4. Viết biểu thức mômen động lượng quỹ đạo  $\vec{L}$  của electron quanh hạt nhân và hình chiếu  $L_z$  của nó lên phương z. Nêu ý nghĩa của các đại lượng trong các công thức đó. Viết qui tắc lựa chọn cho m. Biểu diễn bằng sơ đồ các đại lượng L và  $L_z$  trong các trường hợp  $\ell=1$  và  $\ell=2$ .
5. Viết biểu thức mômen từ  $\vec{\mu}$  của electron quay quanh hạt nhân và hình chiếu của nó theo phương z.
6. Trình bày và giải thích hiện tượng Zeeman.
7. Trình bày những sự kiện thực nghiệm nói lên sự tồn tại của spin electron.
8. Viết biểu thức xác định mômen spin electron và hình chiếu của nó trên phương z. Từ đó dựa vào thí nghiệm Einstein và de Haas, viết biểu thức của mômen từ  $\vec{\mu}_s$  và biểu diễn hình chiếu của  $\vec{\mu}_s$  qua manhêton Bohr.
9. Hãy chứng tỏ rằng, nếu xét đến spin thì ứng với mức năng lượng  $E_n$  của electron trong nguyên tử H, có thể có  $2n^2$  trạng thái lượng tử khác nhau ít nhất ở một trong bốn số lượng tử n,  $\ell$ , m,  $s_z$ .
10. Định nghĩa cấu hình electron.
11. Sự phân bố các electron trong bảng tuần hoàn Mendeleev tuân theo những nguyên lý nào?
12. Viết cấu hình electron cho các nguyên tố O, Al... Giải thích cách viết và nêu ý nghĩa.

## V. BÀI TẬP

**Thí dụ 1:** Xác định bước sóng của vạch quang phổ thứ hai, thứ ba trong dãy Paschen trong quang phổ hidrô.

**Bài giải:** Bước sóng của vạch thứ hai trong dãy Paschen:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{c}{R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2} \right)} = 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Bước sóng của vạch thứ ba trong dãy Paschen:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{c}{R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{6^2} \right)} = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$



**Thí dụ 2:** Tìm số bổ chính Rydberg đối với số hạng 3P của nguyên tử Na, biết rằng thế kích thích đối với trạng thái thứ nhất bằng 2,1V và năng lượng liên kết của electron hoá trị ở trạng thái 3S bằng 5,14eV.

**Bài giải:**

Theo đề bài:  $\frac{R_h}{(3 + \Delta_s)^2} = 5,14 \text{ eV}$ ,  $\frac{R_h}{(3 + \Delta_s)^2} - \frac{R_h}{(3 + \Delta_p)^2} = 2,1 \text{ eV} \rightarrow \frac{R_h}{(3 + \Delta_p)^2} = 3,04 \text{ eV}$

Thay R và h ta tìm được:  $\Delta_p = -0,88$

**Bài tập tự giải**

1. Xác định động năng, thế năng và năng lượng của electron trong nguyên tử hiđrô chuyển động trên quỹ đạo Bohr thứ nhất. Cho bán kính quỹ đạo Bohr thứ nhất  $r_1 = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ .

**Đáp số:**

$$E = -\frac{R_h}{n^2} = -\frac{3,27 \cdot 10^{15} \cdot 6,625 \cdot 10^{-34}}{1} = -21,66 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_t = -\frac{ke^2}{r_1} = -\frac{9 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{0,53 \cdot 10^{-10}} = -43,47 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_d = E - E_t = 21,81 \text{ J}$$

2. Xác định bước sóng lớn nhất và nhỏ nhất trong dãy Paschen trong quang phổ hiđrô.

**Đáp số:**

$$\lambda = \frac{c}{R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)} \rightarrow \lambda_{\max} = \frac{c}{R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right)} = 1,88 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty^2} \right)} = 0,83 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

3. Xác định bước sóng của vạch quang phổ thứ hai, thứ ba trong dãy Balmer trong quang phổ hiđrô.

**Đáp số:** Bước sóng của vạch thứ hai trong dãy Balmer:

$$\lambda_{42} = \frac{c}{R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right)} = 0,49 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Bước sóng của vạch thứ ba trong dãy Balmer:

$$\lambda_{52} = \frac{c}{R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} \right)} = 0,437 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$



4. Xác định bước sóng của vạch quang phổ thứ hai và thứ ba trong dãy Lyman trong quang phổ hiđrô.

**Đáp số:** Bước sóng của thứ hai trong dãy Lyman:

$$\lambda_{31} = \frac{c}{R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right)} = 0,103.10^{-6} \text{ m}$$

Bước sóng của vạch quang phổ thứ ba trong dãy Lyman:

$$\lambda_{41} = \frac{c}{R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2}\right)} = 0,98.10^{-7} \text{ m}$$

5. Electron trong nguyên tử hiđrô chuyển từ mức năng lượng thứ ba về mức năng lượng thứ nhất. Xác định bước sóng của bức xạ điện từ do nó phát ra.

**Đáp số:**  $E_3 - E_1 = \frac{hc}{\lambda}$ ;  $E_3 = -\frac{Rh}{3^2}$ ;  $E_1 = -\frac{Rh}{1^2} \rightarrow \lambda = \frac{c}{R\left(1 - \frac{1}{9}\right)} = 1,03.10^{-7} \text{ m}$

6. Xác định bước sóng lớn nhất và nhỏ nhất trong dãy Lyman trong quang phổ hiđrô.

**Đáp số:**

$$\lambda = \frac{c}{R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)} \rightarrow \lambda_{\max} = \frac{c}{R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)} = 1,22.10^{-7} \text{ m}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2}\right)} = 0,92.10^{-7} \text{ m}$$

7. Xác định giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của năng lượng photon phát ra trong quang phổ tử ngoại của nguyên tử hiđrô (dãy Lyman).

**Đáp số:**  $h\nu_{\min} = Rh\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = 10,2 \text{ (eV)}$ ,  $h\nu_{\max} = Rh \cdot \frac{1}{1^2} = 13,5 \text{ (eV)}$

8. Xác định các giá trị khả dĩ của mômen động lượng quỹ đạo của electron trong nguyên tử hiđrô bị kích thích, cho biết năng lượng kích thích bằng  $E = 12 \text{ eV}$ .

**Đáp số:** Mômen động lượng quỹ đạo của electron:  $L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar$ , trong đó

$\ell = 0, 1, 2, \dots, n-1$ , do đó cần tìm  $n$ . Năng lượng electron ở trạng thái  $n$ :  $E_n = -\frac{Rh}{n^2}$ , năng

lượng kích thích  $E = 12 \text{ eV}$  chính là năng lượng mà electron hấp thụ để nhảy từ trạng thái cơ

bản lên trạng thái  $E_n \rightarrow E_n - E_1 = 12\text{eV} \rightarrow -\frac{R_h}{n^2} - \left(-\frac{R_h}{1}\right) = 12 \rightarrow n = 3$ . Vậy  $\ell = 0, 1, 2$ , do

đó:  $L = 0, \sqrt{2}\hbar, \sqrt{6}\hbar$

9. Photon có năng lượng  $16,5\text{eV}$  làm bật electron ra khỏi nguyên tử đang ở trạng thái cơ bản. Tính vận tốc của electron khi bật ra khỏi nguyên tử.

**Đáp số:** Động năng của electron khi bật ra khỏi nguyên tử:

$$\frac{m_e v^2}{2} = h\nu - |E_1| = 16,5 - 13,5 = 3(\text{eV}) \rightarrow v = 10^6 \text{ m/s}$$

10. Năng lượng liên kết của electron hoá trị trong nguyên tử Liti ở trạng thái  $2s$  bằng  $5,59\text{eV}$ , ở trạng thái  $2p$  bằng  $3,54\text{eV}$ . Tính các số bổ chính Rydberg đối với các số hạng quang phổ  $s$  và  $p$  của liti.

**Đáp số:**  $\frac{R_h}{(2 + \Delta_s)^2} = 5,39 \text{ eV}, \frac{R_h}{(2 + \Delta_p)^2} = 3,54 \text{ eV} \rightarrow \Delta_s = -0,41, \Delta_p = -0,04$

11. Tìm bước sóng của các bức xạ phát ra khi nguyên tử Li chuyển trạng thái  $3S \rightarrow 2S$  cho biết các số bổ chính Rydberg đối với nguyên tử Li:  $\Delta_s = -0,41, \Delta_p = -0,04$

**Đáp số:** Không có sự chuyển mức trực tiếp từ  $3S$  đến  $2S$  vì vi phạm qui tắc lựa chọn. Sự chuyển trạng thái được thực hiện như sau:

1.  $3S \rightarrow 2P$ , phát ra bức xạ  $0,82\mu\text{m}$ .

2.  $2P \rightarrow 2S$ , phát ra bức xạ  $0,68\mu\text{m}$

12. Nguyên tử Na chuyển từ trạng thái năng lượng  $4S \rightarrow 3S$ . Tìm bước sóng của các bức xạ phát ra. Cho số bổ chính Rydberg đối với Na bằng  $\Delta_s = -1,37, \Delta_p = -0,9$

**Đáp số:** 1.  $4S \rightarrow 3P, \lambda = 5890\text{\AA}$ , 2.  $3P \rightarrow 3S, \lambda = 11400\text{\AA}$

13. Bước sóng của vạch cộng hưởng của nguyên tử kali ứng với sự chuyển dời  $4P \rightarrow 4S$  bằng  $7665\text{\AA}$ . Bước sóng giới hạn của dãy chính bằng  $2858\text{\AA}$ . Tìm số bổ chính Rydberg  $\Delta_s$  và  $\Delta_p$  đối với kali.

**Đáp số:**  $\frac{R}{(4 + \Delta_s)^2} - \frac{R}{(4 + \Delta_p)^2} = \frac{c}{7665 \cdot 10^{-10}}$

mà  $\frac{R}{(4 + \Delta_s)^2} = \frac{c}{2858 \cdot 10^{-10}} \rightarrow \Delta_s = -2,23, \Delta_p = -1,915$

14. Tính độ lớn của mô men động lượng quỹ đạo và giá trị hình chiếu của mômen động lượng quỹ đạo của electron trong nguyên tử ở trạng thái  $f$ .

**Đáp số:** Trạng thái f ứng với  $\ell = 3$ . Các giá trị của  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ . Giá trị hình chiếu mômen động lượng quỹ đạo  $L_z = 0, \pm \hbar, \pm 2\hbar, \pm 3\hbar$ . Độ lớn mômen động lượng quỹ đạo:

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar = 2\sqrt{3}\hbar$$

**15.** Nguyên tử hiđrô ở trạng thái cơ bản hấp thụ photon mang năng lượng 10,2eV và nhảy lên trạng thái kích thích n. Tìm độ biến thiên mômen động lượng quỹ đạo của electron, biết trạng thái kích thích của electron ở trạng thái p.

**Đáp số:** Trạng thái cơ bản s có  $\ell = 0$ , trạng thái kích thích p có  $\ell = 1$ . Từ công thức

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar \rightarrow \Delta L = \sqrt{2}\hbar$$

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG  
Km10 Đường Nguyễn Trãi, Hà Đông-Hà Nội  
Tel: (04) 5541 221; Fax: (04) 5540 587  
Website: <http://www.o-pit.edu.vn>; E-mail: [dhk@o-pit.edu.vn](mailto:dhk@o-pit.edu.vn)

CHƯƠNG TRÌNH  
ĐÀO TẠO ĐẠI HỌC TỪ XA  
PTIT

## PHỤ LỤC

## MỘT SỐ HẰNG SỐ VẬT LÝ CƠ BẢN

Hằng số	Ký hiệu	Giá trị
Vận tốc ánh sáng trong chân không	$c$	$3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
Điện tích nguyên tố	$e$	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Khối lượng electron	$m_e$	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 5,49 \cdot 10^{-4} \text{ u}$
Khối lượng proton	$m_p$	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,0073 \text{ u}$
Khối lượng neutron	$m_n$	$1,68 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,0087 \text{ u}$
Hằng số Planck	$h$	$6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$
Bước sóng Compton của electron	$\lambda_c$	$2,426 \cdot 10^{-12} \text{ m}$
Hằng số Avogadro	$N_A$	$6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Hằng số Boltzman	$k$	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
Hằng số Stephan – Boltzman	$\sigma$	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$
Hằng số Wien	$b$	$2,868 \cdot 10^{-3} \text{ m.K}$
Hằng số Rydberg	$R$	$3,29 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$
Bán kính Bohr	$r_B$	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
Manhêton Bohr	$\mu_B$	$9,27 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Vật lí đại cương, tập I, II, III - Lương Duyên Bình, Ngô Phú An, Lê Bằng Sương và Nguyễn Hữu Tăng. Nhà xuất bản Giáo dục - 2003.
2. Cơ sở Vật lí, Tập VI - Halliday, Resnick, Walker. Nhà xuất bản Giáo dục 1998.
3. Vật lí đại cương, tập I, II, III - Đặng Quang Khang và Nguyễn Xuân Chi. Nhà xuất bản Đại học Bách khoa Hà Nội - 2001.
4. Bài tập Vật lí Đại cương tập I, II, III - Lương Duyên Bình. Nhà xuất bản Giáo dục - 1999.

## MỤC LỤC

<b>LỜI NÓI ĐẦU .....</b>	<b>3</b>
<b>Chương I: DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ .....</b>	<b>5</b>
I. MỤC ĐÍCH - YÊU CẦU .....	5
II. NỘI DUNG:.....	5
§1. DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ ĐIỀU HOÀ.....	5
§2. DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ TẮT DẦN .....	8
§3. DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ CƯỜNG BỨC .....	10
§4. SỰ TỔNG HỢP DAO ĐỘNG.....	12
III. TÓM TẮT NỘI DUNG.....	17
IV. CÂU HỎI LÝ THUYẾT.....	19
V. BÀI TẬP.....	19
<b>Chương II: GIAO THOA ÁNH SÁNG .....</b>	<b>24</b>
I. MỤC ĐÍCH - YÊU CẦU .....	24
II. NỘI DUNG.....	24
§1. CƠ SỞ CỦA QUANG HỌC SÓNG .....	24
§2. GIAO THOA ÁNH SÁNG .....	28
§3. GIAO THOA GÂY BỞI BẢN MỎNG.....	31
§4. ỨNG DỤNG HIỆN TƯỢNG GIAO THOA.....	34
III. TÓM TẮT NỘI DUNG.....	36
IV. CÂU HỎI LÝ THUYẾT.....	38
V. BÀI TẬP.....	38
<b>Chương III: NHIỄU XẠ ÁNH SÁNG .....</b>	<b>45</b>
I. MỤC ĐÍCH - YÊU CẦU .....	45
II. NỘI DUNG.....	45
§1. NHIỄU XẠ ÁNH SÁNG CỦA SÓNG CẦU.....	45
§2. NHIỄU XẠ ÁNH SÁNG CỦA SÓNG PHẪNG .....	49
III. TÓM TẮT NỘI DUNG.....	54
IV. CÂU HỎI LÝ THUYẾT.....	56
V. BÀI TẬP.....	56
<b>Chương IV: PHÂN CỰC ÁNH SÁNG .....</b>	<b>61</b>
I. MỤC ĐÍCH - YÊU CẦU .....	61



II. NỘI DUNG .....	61
§1. ÁNH SÁNG PHÂN CỰC .....	61
§2. PHÂN CỰC DO LƯỜNG CHIẾT .....	65
§3. KÍNH PHÂN CỰC .....	66
§4. ÁNH SÁNG PHÂN CỰC ELIP .....	68
§5. SỰ QUAY MẶT PHẪNG PHÂN CỰC .....	71
III. TÓM TẮT NỘI DUNG .....	73
IV. CÂU HỎI LÝ THUYẾT .....	76
V. BÀI TẬP .....	77
<b>Chương V: THUYẾT TƯƠNG ĐỐI HẸP EINSTEIN .....</b>	<b>81</b>
I. MỤC ĐÍCH - YÊU CẦU .....	81
II. NỘI DUNG .....	81
§1. CÁC TIÊN ĐỀ EINSTEIN .....	81
§2. ĐỘNG HỌC TƯƠNG ĐỐI TÍNH – PHÉP BIẾN ĐỔI LORENTZ .....	82
§3. CÁC HỆ QUẢ CỦA PHÉP BIẾN ĐỔI LORENTZ .....	84
§ 4. ĐỘNG LỰC HỌC TƯƠNG ĐỐI .....	87
III. TÓM TẮT NỘI DUNG .....	90
IV. CÂU HỎI LÝ THUYẾT .....	91
V. BÀI TẬP .....	92
<b>Chương VI: QUANG HỌC LƯỢNG TỬ .....</b>	<b>95</b>
I. MỤC ĐÍCH - YÊU CẦU .....	95
II. NỘI DUNG .....	95
§1. BỨC XẠ NHIỆT .....	95
§2. CÁC ĐỊNH LUẬT PHÁT XẠ CỦA VẬT ĐEN TUYỆT ĐỐI .....	98
§3. THUYẾT LƯỢNG TỬ PLANCK VÀ THUYẾT PHÔTÔN EINSTEIN .....	99
§4. HIỆN TƯỢNG QUANG ĐIỆN .....	101
§5. HIỆU ỨNG COMPTON .....	104
III. TÓM TẮT NỘI DUNG .....	106
IV. CÂU HỎI LÝ THUYẾT .....	109
IV. BÀI TẬP .....	110
<b>Chương VII: CƠ HỌC LƯỢNG TỬ .....</b>	<b>116</b>
I. MỤC ĐÍCH - YÊU CẦU .....	116
II. NỘI DUNG .....	116
§1. LƯỜNG TÍNH SÓNG HẠT CỦA VI HẠT .....	116
§2. HỆ THỨC BẤT ĐỊNH HEISENBERG .....	119
§3. HÀM SÓNG .....	120

§4. PHƯƠNG TRÌNH SCHRODINGER.....	122
§5. ỨNG DỤNG CỦA PHƯƠNG TRÌNH SCHRODINGER.....	124
III. TÓM TẮT NỘI DUNG.....	131
IV. CÂU HỎI LÝ THUYẾT.....	133
V. BÀI TẬP.....	133
<b>Chương VIII: VẬT LÝ NGUYÊN TỬ' .....</b>	<b>138</b>
I. MỤC ĐÍCH - YÊU CẦU .....	138
II. NỘI DUNG.....	139
§1. NGUYÊN TỬ HIĐRÔ .....	139
§2. NGUYÊN TỬ KIM LOẠI KIỀM .....	144
§3. MÔMEN ĐỘNG LƯỢNG VÀ MÔMEN TỪ CỦA ELECTRÔN .....	146
§4. SPIN CỦA ELECTRÔN .....	149
§5. BẢNG HỆ THỐNG TUẦN HOÀN MENĐÊLEEV .....	153
III. TÓM TẮT NỘI DUNG.....	155
IV. CÂU HỎI LÝ THUYẾT.....	158
V. BÀI TẬP.....	159
<b>PHỤ LỤC .....</b>	<b>164</b>
<b>TÀI LIỆU THAM KHẢO .....</b>	<b>165</b>
<b>MỤC LỤC .....</b>	<b>166</b>

