

System rozwiązujący krzyżówki z podpowiedziami w języku naturalnym

(A solver for crosswords with hints in natural language)

Piotr Gdowski

Praca inżynierska

Promotor: dr Paweł Rychlikowski

Uniwersytet Wrocławski
Wydział Matematyki i Informatyki
Instytut Informatyki

28 czerwca 2019 r.

Streszczenie

W tej pracy opiszemy techniki rozwiązywania klasycznych krzyżówek, których odpowiedzi do haseł są w dowolnym języku naturalnym. Na początku skorzystamy z techniki zanurzeń słów, by otrzymać mapowanie słów na wektory w przestrzeni wielowymiarowej. Następnie rozważymy sposoby obliczania wektorów dla odpowiedzi z krzyżówki, wspomagając się częstotliwością występowania słów w danych języku. Po określeniu, kiedy dwa wektory są do siebie podobne, będziemy mogli znajdować słowa - wektory najbardziej pasujące do odpowiedzi. Taka wiedza pozwoli nam na stworzenie ograniczonej przestrzeni, którą przeszukamy w celu znalezienia najbardziej pasującego rozwiązania. Wykorzystamy więzy między lukami implikowane przez krzyżówkę, by ustalić kolejność wypełnianych pól w diagramie. Przy pomocy proponowanej heurystyki przeszukamy drzewo, a na koniec rozważymy warunki końca działania algorytmu. Wykonana analiza ukazuje przykład wykorzystania techniki zanurzeń słów do rozwiązywania łamigłówek opartych o język naturalny.

In this work, we describe how to solve a crossword, which has hints for words in any natural language. At first, we use word embeddings technique to create a model mapping each word in language to a multidimensional vector. Then, we analyze and compare some ideas for creating sentence vectors, based on word frequency. We define a similarity between vectors, which will help to generate lists of best fitting words for all hints in crossword. Then we discuss methods of searching for a solution. Having constraints implied by positions of words in crossword, we sort all clues to decrease the number of possible moves from each partially filled crossword. We describe and investigate how to construct a good heuristic, which quickly find a solution. At the end, we mention some concepts for stop conditions. Performed analysis show an example of using word embeddings in natural language based puzzles.

Spis treści

1. Wprowadzenie	7
2. Budowa modelu	9
2.1. Tworzenie wektorów dla słów	9
2.2. Obliczanie wektorów zdań	10
2.3. Obliczanie odległości między wektorami	12
2.4. Listy słów pasujących do podpowiedzi	13
3. Rozwiązywanie krzyżówki	15
3.1. Wybór kolejności luk do wypełnienia	15
3.2. Heurystyka oceny wypełnienia krzyżówki	16
3.3. Heurystyka końca przeszukania	17
3.4. Podsumowanie algorytmu	17
4. Wyniki	19
4.1. Testy	19
4.2. Osiągnięte rezultaty	20
4.3. Wnioski	21
5. Dodatek	23
5.1. Model wykorzystany do obliczeń i testów	23
5.2. Testowe krzyżówki	23
5.2.1. Diagramy	23
5.2.2. Rozwiązania	25

Rozdział 1.

Wprowadzenie

Krzyżówka to popularna słowna łamigłówka, polegająca na wpisywaniu słów w odpowiednie kratki. Jej wariantów jest mnóstwo - najczęściej pojawiającą się w prasie lub w Sieci jest odmiana, w której do każdej rubryki przyporządkowana jest podpowiedź oraz informacja, w którą część diagramu należy odgadnięte słowo wpisać. Zastanówmy się, jak przeciętny amator łamigłówek będzie rozwiązywał dany diagram. Najczęstszą techniką jest rozpoczęcie od wpisywania haseł, których jest się pewnym, że znajdują się w rozwiązaniu. Alternatywnie, można również próbować wpisać na początku najdłuższe słowa, gdyż dają one najwięcej informacji dla kolejnych haseł, a ewentualna sprzeczność wyjdzie na jaw dość szybko. W ten sposób zazwyczaj daje się wypełnić około połowy diagramu. Gdy skończymy ten proces, przechodzimy do kolejnej metody, jaką jest zgadywanie słów w oparciu o częściową informację płynącą z liter wyrazów już wpisanych. Jeśli znamy ponad połowę liter w danym słowie, najczęściej jesteśmy w stanie je odtworzyć w całości, nawet niezależnie od treści podpowiedzi. W ten sposób znajdujemy hasła, które na początku były za trudne do odgadnięcia. W podobny sposób będzie działał prezentowany system rozwiązujący - na początku wybierzemy lukę, w którą możemy wpisać słowo z największym prawdopodobieństwem, a następnie będziemy dobierać kolejne tak, by krzyżowały się z już wpisanymi hasłami. Tym sposobem będziemy kontrolować poprawność tworzonego rozwiązania, jednocześnie dobierając słowa, których prawdopodobieństwo na bycie hasłem jest największe, wobec czego całe rozwiązanie będzie zbliżone do optymalnego.

Rozdział 2.

Budowa modelu

Najpierw chcielibyśmy stworzyć model z danymi, na którym będziemy pracować. Wykorzystamy pomysł na reprezentację słów jako wektory o ważnej własności - wyrazy, które są w jakiś sposób do siebie zbliżone (na przykład mogą występować w tych samych kontekstach w zdaniach), będą posiadać w pewnym sensie podobne wektory. Dzięki temu, operację łączenia słów w jedno zdanie będzie można potraktować jak dodawanie wektorów w pewnej przestrzeni.

2.1. Tworzenie wektorów dla słów

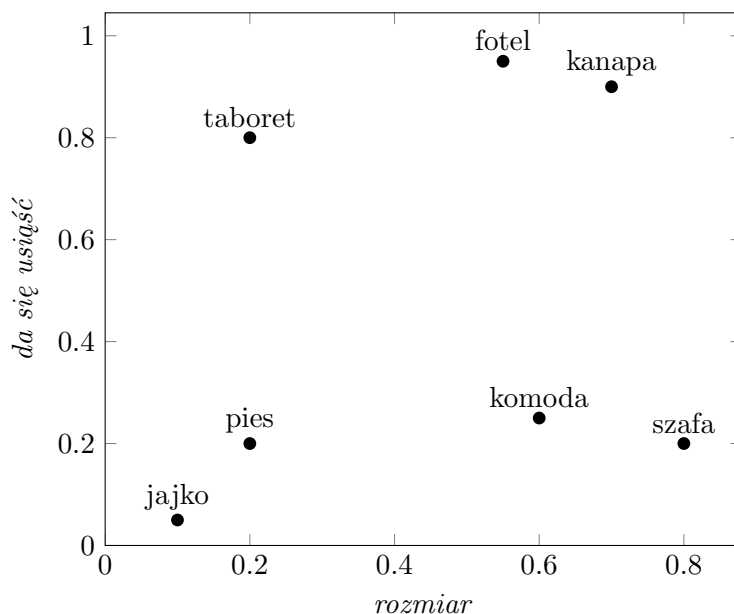
Najprostsza realizacja tego pomysłu jest następująca: niech każda współrzędna wektora zawiera informację o tym, jak bardzo dane słowo jest zbliżone lub posiada pewną cechę. Przykładowo, niech takimi kategoriami będą *rozmiar* oraz *da się usiąść*. Wówczas dla słów *kanapa*, *jajko*, *taboret*, *komoda*, *szafa*, *fotel* wartości współrzędnych mogą być takie, jak w tabeli 2.1:

Tablica 2.1: Przykładowe wektory pojedynczych słów

	<i>rozmiar</i>	<i>da się usiąść</i>
kanapa	0.7	0.9
szafa	0.8	0.2
jajko	0.1	0.05
taboret	0.2	0.8
komoda	0.6	0.25
fotel	0.55	0.95
pies	0.2	0.2

Dla słów z jednej grupy, w tym wypadku *mebli*, wybór takich kategorii jest nienajgorszy - można dostrzec, że słowa *kanapa* i *fotel* są do siebie zbliżone, podobnie jak para *komoda* i *szafa*. Natomiast dla innych słów, niekoniecznie

związanych z *meblami*, możemy wyciągnąć błędne wnioski - *pies* i *jajko* nie mają za wiele wspólnego. W formie graficznej prezentujemy to zjawisko na rysunku nr 2.1. Aby to skorygować, należałoby dodać nową cechę oraz obliczyć jej wartości dla każdego słowa. Widzimy, że poprawne obliczanie wektorów dla słów nie jest prostym zadaniem. Istnieje jednak wiele implementacji, jak te wektory znajdować, najpopularniejsze z nich to fastText[1] czy GloVe[2].



Rysunek 2.1: Graficzna reprezentacja słów jako punkty w przestrzeni

2.2. Obliczanie wektorów zdań

Skupimy się teraz na informacjach dostarczonych przez instancję problemu, jaką jest krzyżówka. Oprócz samego diagramu i układu luk, otrzymujemy listę podpowiedzi, które są w postaci zdań lub równoważników zdań. Chcielibyśmy na podstawie takiej podpowiedzi znaleźć najbardziej pasujące słowo. Korzystając ze stworzonej już reprezentacji słów jako wektorów, moglibyśmy obliczyć średnią wektorów spośród słów występujących w zdaniu. Ilustruje to algorytm 2.2 na stronie 11. Taka metoda nie jest do końca zła, lecz bardzo dużo szumu informacyjnego zostałoby przeniesione przez słowa występujące w każdym kontekście np. zaimki czy spójniki. Oczwistym pomysłem jest zatem pomijanie słów z predefiniowanej przez nas listy słów. Tą ideę da się jednak usprawnić.

Dla większości języków nowożytnych znane są średnie częstotliwości wystąpienia w nich słów (na przykład dla języka angielskiego [3]). Z tą wiedzą możemy łatwo wyznaczyć listę najczęściej występujących wyrazów i w czasie obliczania wektora zdania po prostu je ignorować. Metoda ignorująca 100 najpopularniejszych słów została zilustrowana na rysunku nr 2.3. Zauważmy, że w

```

procedure AVERAGE(listOfWords)
  resultVector  $\leftarrow$  empty vector
  for word  $\in$  listOfWords do
    wordVector  $\leftarrow$  GETWORDVECTOR(word)
    resultVector  $\leftarrow$  resultVector + wordVector
  end for
  resultVector  $\leftarrow$  resultVector / SIZE(listOfWords)
  return resultVector
end procedure

```

Rysunek 2.2: Algorytm liczący średnią z wektorów słów tworzących zdanie

ten sposób, oprócz dyskryminowania niektórych wyrazów, możemy również promować te rzadko występujące, niosące spory ładunek informacyjny. Pewną realizacją tej idei byłoby liczenie średniej ważonej z wektorów, gdzie funkcja wagi byłaby odwrotnie proporcjonalna do częstotliwości słowa. Podobnym sposobem będzie przeskalowanie każdego wektora wyrazu ze zdania przez odwrotność logarytmu częstotliwości tego słowa. Ten pomysł realizuje procedura 2.4. Nic nie stoi na przeszkodzie, by połączyć oba pomysły w jednym algorytmie - zostało to zrealizowane na figurze nr 2.5.

Uwaga. Może się zdarzyć, że dla niektórych danych wejściowych metody 2.3 i 2.5 zwrócą puste wektory. Będzie to oznaczać, że lista dyskryminowanych słów jest za duża, wobec czego aby uzyskać niezerowy wynik, należy ograniczyć rozmiar tej listy.

```

procedure BAN100(listOfWords)
  resultVector  $\leftarrow$  resultVector
  counter  $\leftarrow$  0
  for word  $\in$  listOfWords do
    if word  $\notin$  listOf100MostPopularWords then
      wordVector  $\leftarrow$  GETWORDVECTOR(word)
      resultVector  $\leftarrow$  resultVector + wordVector
      counter  $\leftarrow$  counter + 1
    end if
  end for
  resultVector  $\leftarrow$  resultVector / counter
  return resultVector
end procedure

```

Rysunek 2.3: Algorytm liczący średnią z wektorów słów tworzących zdanie pomijający wyrazy z listy stu najbardziej popularnych

```

procedure FREQLOG(listOfWords)
  resultVector  $\leftarrow$  empty vector
  for word  $\in$  listOfWords do
    wordVector  $\leftarrow$  GETWORDVECTOR(word)
    wordVector  $\leftarrow$  wordVector / GETPOPULARITY(word)
    resultVector  $\leftarrow$  resultVector + wordVector
  end for
  resultVector  $\leftarrow$  resultVector / SIZE(listOfWords)
  return resultVector
end procedure

```

Rysunek 2.4: Algorytm liczący średnią ważoną z wektorów słów tworzących zdanie, z wagą będącą odwrotnością logarytmu popularności

```

procedure MIXED(listOfWords)
  resultVector  $\leftarrow$  empty vector
  counter  $\leftarrow$  0
  for word  $\in$  listOfWords do
    if word  $\notin$  listOf100MostPopularWords then
      wordVector  $\leftarrow$  GETWORDVECTOR(word)
      wordVector  $\leftarrow$  wordVector / GETPOPULARITY(word)
      resultVector  $\leftarrow$  resultVector + wordVector
      counter  $\leftarrow$  counter + 1
    end if
  end for
  resultVector  $\leftarrow$  resultVector / counter
  return resultVector
end procedure

```

Rysunek 2.5: Algorytm liczący wektora zdania korzystający z obu pomysłów

2.3. Obliczanie odległości między wektorami

Chcielibyśmy jakoś określać, kiedy dwa wektory są do siebie podobne. Naturalną taką miarą jest cosinus kąta między nimi. Dla wektora słowa \vec{u} i zapytania \vec{q} wartość ta wyraża się wzorem:

$$rank_u = \cos(\vec{u}, \vec{q}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{q}}{\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{q}\|} \quad (2.1)$$

Zauważmy, że jeśli wektory są $L2$ -znormalizowane, wówczas długości tych wektorów są stałe i równe 1, a zatem wystarczy policzyć ich iloczyn skalarny. Dla większej liczby słów w modelu można użyć mnożenia macierzy przez wektor zapytania tj.

$$\begin{bmatrix} \text{wektor}_1 \\ \text{wektor}_2 \\ \vdots \\ \text{wektor}_n \end{bmatrix} \times \vec{q} = \begin{bmatrix} \text{rank}_1 \\ \text{rank}_2 \\ \vdots \\ \text{rank}_n \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Mamy zatem miarę oceny podobieństwa dwóch wektorów. W tabeli 2.2 prezentujemy wartości podobieństw pomiędzy wektorami zdań obliczonych przy pomocy metod 2.2, 2.3, 2.4 oraz 2.5 a wektorami słów, obliczonych przy pomocy wzoru 2.1.

Tablica 2.2: Tabela porównująca wyniki metod obliczających wektory zdań dla wybranych danych przy użyciu modelu 5.1.

Podpowieź do hasła	Hasło	Average	Ban100	FreqLog	Mixed
Unnatural beast	monster	0.668	0.668	0.6587	0.6587
Damaged by fire	burnt	0.6324	0.6711	0.6516	0.6704
Obtainable or accessible	available	0.7303	0.7684	0.762	0.768
It may have a list of dishes	menu	0.5006	0.6254	0.5355	0.6274
Home for pet fish	aquarium	0.5596	0.6097	0.5837	0.6149
Trip on an aircraft	flight	0.6555	0.6942	0.6958	0.7005
Meal in the middle of the day	lunch	0.5561	0.6948	0.6002	0.7018
Something with limbs and roots	tree	0.5469	0.5957	0.5776	0.6037
Platform enclosed by a railing or balustrade	balcony	0.6131	0.6895	0.6616	0.6975
Full of clouds	sky	0.5709	0.6238	0.6077	0.6408
Month before april	march	0.53	0.5326	0.5612	0.5532
Citrus fruit	grapefruit	0.7096	0.7096	0.731	0.731
Aviation complex	airport	0.5655	0.5655	0.5905	0.5905
Średni wynik		0.6030	0.6499	0.6320	0.6583

2.4. Listy słów pasujących do podpowiedzi

Umiemy już stwierdzić, jak bardzo pojedyncze słowo pasuje do wybranej podpowiedzi. Teraz wszystko co trzeba zrobić, to dla każdego słowa z modelu obliczyć wzorem 2.2 podobieństwo, a następnie posortować malejąco po tej wartości. W tym miejscu warto zauważyć, że w krzyżówce mamy zawartą informację o długości hasła, zatem wystarczy wykonać obliczenia na podzbiorze słów z modelu. W tabeli poniżej prezentujemy przykładowe wyliczone listy słów z użyciem metody 2.5.

Tablica 2.3: Tabela zawierająca przykładowe listy słów dla podpowiedzi obliczone na modelu 5.1.

trip on an aircraft	citrus fruit	something with limbs and roots	home for pet fish
planes 0.72	grapefruit 0.73	legs 0.64	wildlife 0.63
flight 0.7	tangerines 0.61	root 0.64	goldfish 0.63
flying 0.66	strawberry 0.61	ways 0.62	aquarium 0.61
pilots 0.63	watermelon 0.6	limb 0.61	reptiles 0.61
voyage 0.61	vegetables 0.58	feet 0.6	creature 0.61
hangar 0.61	eucalyptus 0.57	tree 0.6	business 0.59
cruise 0.6	clementine 0.57	ones 0.6	habitats 0.58
convoy 0.59	persimmons 0.55	soul 0.6	chickens 0.58
engine 0.58	sweet-tart 0.55	word 0.58	backyard 0.58
routes 0.58	pineapples 0.54	idea 0.58	critters 0.58

Rozdział 3.

Rozwiązywanie krzyżówki

W poprzednim rozdziale skonstruowaliśmy model, który szybko i dość poprawnie obliczy nam listę słów pasujących do odpowiednich luk wraz z wartościami podobieństwa do haseł. Zauważmy, że część słów, dla których to podobieństwo jest dość małe, możemy odrzucić. W ten sposób mamy wpływ na rozmiar drzewa przeszukiwań, a dodatkowo gwarantujemy, że użyte słowa nie będą kompletnie niezwiązane z podpowiedzią. Zakładamy jednak, że posiadany model jest wystarczająco dobry i żadne słowo użyte do znalezienia właściwego rozwiązania nie zostanie w ten sposób pominięte. Jak będziemy szukać rozwiązania? Możemy pomyśleć, że rozwiązywanie krzyżówki jest pewną grą. Wówczas stanem takiej gry byłaby lista pozycji i słów już wpisanych w diagram, a kolejne ruchy to wpisywanie następnych wyrazów. Stąd pomysł na użycie algorytmu $A^*[4]$, do skutecznego przeszukania drzewa tej gry.

3.1. Wybór kolejności luk do wypełnienia

W ogólnym podejściu w każdym stanie wybieralibyśmy lukę do wypełnienia oraz hasło, które się tam znajdzie. Załóżmy, że mamy rozłączne luki l_1 i l_2 oraz odpowiadające im pewne pasujące słowa v i u . Wpisując najpierw v do l_1 , a potem u do l_2 otrzymamy ten sam stan jak w sytuacji, gdy wykonamy te dwa kroki na odwrót. To prowadzi do wniosku, że możemy na samym początku narzucić kolejność wybierania kolejnych luk do wypełnienia, mocno zawężając liczbę ruchów do wykonania w pojedynczym stanie. Jak zatem dobrze wybrać tę kolejność? Chcielibyśmy również skorzystać z faktu, że niektóre słowa przecinają się ze sobą, przez co wpisując jedno słowo, ograniczamy przestrzeń możliwych słów dla luk przecinających wpisane słowo. Z drugiej strony warto zacząć od słowa, które z pewnością znajdzie się w diagramie. Proponujemy następujący algorytm: pierwsza luka do wypełnienia to taka, która przecina się z największą liczbą innych luk, a dodatkowo suma wartości podobieństw pierwszych słów dla tej luki jest największa. Następne są dobierane tak, by przecinały się z największą liczbą

wybranych już luk. W ten sposób każde kolejne wpisywane słowo będzie się krzyżowało z innym już wpisanym. Ilustruje to algorytm 3.1.

```

procedure COUNTCROSSINGS(fixedHole, listOfHoles)
  counter  $\leftarrow$  0
  for hole  $\in$  listOfHoles do
    if hole crosses fixedHole then
      counter  $\leftarrow$  counter + 1
    end if
  end for
  tieBreaker  $\leftarrow \sum_{i=1}^5 \text{GETWORDSFORHOLE}(\text{fixedHole})[i].\text{rank}$ 
  return (counter, tieBreaker)
end procedure

procedure GETNEXTHOLE(candidates, listOfHoles)
  return  $\text{ARGMAX}_{\text{cand} \in \text{candidates}} \text{COUNTCROSSINGS}(\text{cand}, \text{listOfHoles})$ 
end procedure

procedure ORDERHOLES(holes)
  firstHole  $\leftarrow$  GETNEXTHOLE(holes, holes)
  resultList  $\leftarrow$  [firstHole]
  holes  $\leftarrow$  holes  $\setminus$  firstHole
  while holes not empty do
    nextHole  $\leftarrow$  GETNEXTHOLE(holes, resultList)
    resultList  $\leftarrow$  resultList + [nextHole]
    holes  $\leftarrow$  holes  $\setminus$  nextHole
  end while
  return resultList
end procedure

```

Rysunek 3.1: Algorytm wyboru kolejności wypełniania hasel w krzyżówce

3.2. Heurystyka oceny wypełnienia krzyżówki

Jak już wspomnieliśmy, informacjami, jakie możemy przekazać heurystyce są wartości podobieństw oraz liczba wpisanych już hasel. Wobec narzuconej już wcześniej kolejności wpisywania słów, liczba wypełnionych pojedynczych pól będzie silnie skorelowana z liczbą uzupełnionych słów. Chcielibyśmy, by heurystyka promowała użycie słów z wysokimi wartościami podobieństw, a także by nie dopuszczała do dobierania pojedynczych słów o niskim rankingu, które będą miały niewielki związek z podpowiedzią, w celu szybkiego znalezienia rozwiązania, które zapewne będzie częściowo nieprawidłowe. Powyższe idee zostały zilustrowane w procedurze 3.2.


```

procedure RANKCROSSWORD(listOfUsedWordRanks)
  if listOfUsedWorkRanks is empty then
    return  $\infty$ 
  end if
  squareSum  $\leftarrow$  0
  for ranking  $\in$  listOfUsedWordRanks do
    squareSum  $\leftarrow$  squareSum + ranking * ranking
  end for
  return 15 - squareSum - 10 * MIN(listOfUsedWordRanks)
end procedure

```

Rysunek 3.2: Heurystyka obliczająca ranking dla krzyżówki

3.3. Heurystyka końca przeszukania

Wobec wykładniczego względu na liczbę luk rozmiaru drzewa przeszukiwania, chcielibyśmy zakończyć wyszukiwanie w momencie, gdy uznamy, że nie poprawimy już rozwiązania. Jednym pomysłem na zaradzenie temu problemowi jest zaprzestania wyszukiwania w momencie, gdy od dłuższego czasu znajdowane rozwiązania nie są precyzyjniejsze od już znalezionego. Takie podejście zakłada jednak, że rozwiązania krzyżówek są rozłożone z rozkładem jednostajnym w liściach drzewa, co nie zawsze jest prawdą. Dlatego bezpieczniej byłoby zaprzestać dalszego przeszukania po określonym odstępnie czasu bez poprawy rozwiązania niezależnie, czy jakiegokolwiek znaleźliśmy. Takie podejście ilustruje następujący algorytm 3.3:

```

procedure FINISH(bestSolutionIteration, iteration, maxNoProgressIterations)
  if bestSolutionIteration < 0 then
    return false
  end if
  if bestSolutionIteration + maxNoProgressIterations  $\leq$  iteration then
    return true
  end if
  return false
end procedure

```

Rysunek 3.3: Heurystyka zakończenia przeszukiwania

3.4. Podsumowanie algorytmu

Prezentujemy cały algorytm przeszukiwania wykorzystując metody 2.5, 3.1, 3.2 oraz 3.3.

```

procedure SOLVECROSSWORD(crossword, holes, maxNoProgressIterations)
  holes  $\leftarrow$  ORDERHOLES(holes)
  Q  $\leftarrow$  PRIORITYQUEUE()
  holeIndex  $\leftarrow$  1
  rank  $\leftarrow$  RANKCROSSWORD([])
  Q.put((rank, [], crossword, holeIndex))
  iteration  $\leftarrow$  0
  solutionIteration  $\leftarrow$  -1
  solution  $\leftarrow$  []
  bestSolutionValue  $\leftarrow$  rank
  while Q is not empty do
    iteration  $\leftarrow$  iteration + 1
    if FINISH(solutionIteration, iteration, maxNoProgressIterations) then
      return solution
    end if
    (ranking, wordRanks, crossword, holeIndex)  $\leftarrow$  Q.pop()
    if holeIndex > SIZE(holes) then
      if ranking < bestSolutionValue then
        solutionIteration  $\leftarrow$  iteration
        solution  $\leftarrow$  crossword
        bestSolutionValue  $\leftarrow$  ranking
      end if
    end if
    for word  $\in$  MIXED(holes[holeIndex]) do
      if CANWRITEINTO(crossword, word, holeIndex) then
        newCrossword  $\leftarrow$  WRITEINTO(crossword, word, holeIndex)
        newWordRanks  $\leftarrow$  word.rank  $\cup$  wordRanks
        newRank  $\leftarrow$  RANKCROSSWORD(newWordRanks)
        Q.put((newRank, newWordRanks, newCrossword, holeIndex + 1))
      end if
    end for
  end while
end procedure

```

Rysunek 3.4: Algorytm przeszukania drzewa częściowo wypełnionych krzyżówek

Rozdział 4.

Wyniki

W tym rozdziale zaprezentujemy wyniki osiągnięte przy pomocy proponowanego w pracy algorytmu. Do testów wykorzystany został model opisany w podrozdziale 5.1.

4.1. Testy

Porównamy wyniki działania na czterech krzyżówkach - trzy spośród nich zostały ułożone ręcznie i znajdują się na rysunkach 5.2, 5.3 i 5.4, czwarta została stworzona i opublikowana na łamach magazynu The Guardian[5], i znajduje się na rysunku 5.1. W tabeli 4.1 przedstawiamy krótką charakterystykę każdej z nich - rozmiar, liczba słów do wpisania czy suma pustych pól. Dodatkowo zawarte są informacje, jak trudna może być krzyżówka do rozwiązania. Znajdziemy tu dane o średniej pozycji pożądaných słów (z oryginalnego rozwiązania) na listach wygenerowanych przez model oraz średniej wartości ich podobieństw do odpowiednich wektorów podpowiedzi, a także precyzji, zadanej wzorem:

$$Precision = \frac{1}{|holes|} \cdot \sum_{word \in solution} \frac{1}{IndexOnList(word)} \quad (4.1)$$

Tablica 4.1: Tabela porównująca krzyżówki

	Łatwa	Średnia	Trudna	The Guardian[5]
Rozmiar	13x18	11x15	12x14	13x13
Liczba haseł	20	20	20	20
Liczba pustych pól	107	104	91	106
Precyzja	0.517	0.441	0.589	0.388
Średnia pozycja słowa na liście	4.6	5.1	5.45	67.7
Średni ranking słów w rozwiązaniu	0.6283	0.6327	0.6245	0.5691

4.2. Osiągnięte rezultaty

W tabeli 4.2 prezentujemy dane zwrócone przez program - ile wykonano iteracji (czyli jak wiele węzłów drzewa zostało odwiedzonych, jak dobre znaleziono rozwiązanie (tzn. średnia z wartości słów) oraz ile słów zostało odgadniętych zgodnie z oczekiwaniami.

Tablica 4.2: Tabela prezentująca wyniki algorytmu dla testowych krzyżówek

	Łatwa	Średnia	Trudna	The Guardian[5]
Liczba poprawnie zgadniętych haseł	20	20	14	18
Liczba iteracji	50673	50032	50142	90690
Numer iteracji z najlepszym rozwiązaniem	672	29	141	40689
Wartość rozwiązania	0.6283	0.6327	0.6082	0.5753

Dwie kolejne tablice, 4.3 i 4.4 pokazują przykłady haseł kolejno poprawnie i niepoprawnie odgadniętych, wraz z ich wartościami podobieństw dla błędnych słów.

Tablica 4.3: Tabela z przykładami poprawnie odgadniętych słów

Podpowiedź	Zgadnięte słowo
something with limbs and roots	tree
having job security as a college professor	tenured
tiny marine organism	coral
platform enclosed by a railing or balustrade	balcony
slender mosque tower	minaret
obtainable or accesible	available

Tablica 4.4: Tabela z przykładami błędnie odgadniętych słów

Podpowiedź	Zgadnięte słowo	Rank	Prawidłowe słowo	Rank
home for pet fish	appetite	0.493	aquarium	0.615
manage to get a ladder	try	0.594	run	0.622
snooker ball worth five points	pins	0.405	blue	0.432
it may have a list of dishes	meat	0.521	menu	0.627
typeface with thick heavy lines	code	0.414	bold	0.424
stimulate into action	urge	0.509	prod	0.4

4.3. Wnioski

Pierwszą obserwacją jest fakt, że nie wszystkie krzyżówki udało się w pełni rozwiązać. Na brak sukcesu może składać się kilka czynników. Dużą rolę odgrywa tutaj model, od którego zależy pozycjonowanie słów na listach - nawet drobne zmiany pozycji mogą skutkować zachowaniem funkcji heurystycznej. Ponadto, jeśli oczekiwane słowo ma dość niski ranking (0.5 i mniej), to jest spora szansa, że inne słowa zostaną włączone do rozwiązania zamiast niego. Widać to w rozwiązaniu krzyżówki [5] w tabeli 4.4 - słowo *urge* zostało wybrane zamiast *prod*, by zwiększyć całkowitą wartość rozwiązania. Jeśli mamy wiele takich haseł, wówczas możemy być zmuszeni do przeszukania sporej liczby węzłów, żeby znaleźć jakiegokolwiek rozwiązanie - doskonale to widać na przykładzie krzyżówki z The Guardian[5]. Z drugiej strony, większość haseł jako synonimów podpowiedzi została odgadnięta (na przykład *available*), a także dla trudniejszych opisów słów, jak *tenured* czy *coral* algorytm nie był bezradny. Również sama heurystyka mogła zawieść - w tabeli 4.4 widzimy, że mimo wysokich wartości podobieństw słów *menu*, *run* czy *aquarium* nie weszły one w skład najlepszego rozwiązania. Oznacza to, że funkcja heurystyczna wybrała złe poddrzewo do przeszukania, a potem zakończyła przeszukiwanie.

Na koniec warto zauważyć, że wszystkie powyższe rozważania abstrahowały od konkretnego języka. Oznacza to, że mając model oraz listę częstotliwości wystąpień słów dowolnego języka możemy używać proponowanych metod do rozwiązywania krzyżówek.

Rozdział 5.

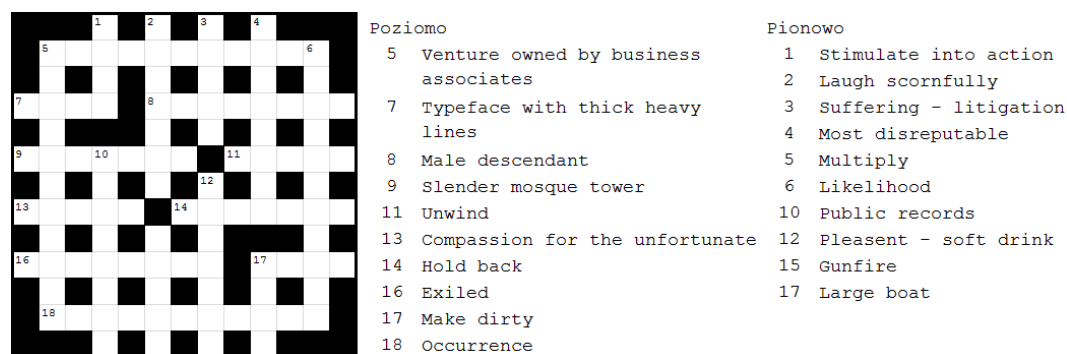
Dodatek

5.1. Model wykorzystany do obliczeń i testów

Na potrzeby testów został stworzony model wykorzystujący 600 000 pierwszych wektorów z [1] oraz listę częstotliwości występowania słów z [3]. W listach słów dla każdej podpowiedzi ignorowane były słowa, których podobieństwo było mniejsze niż 0.39. W heurystyce sprawdzającej warunek końca przeszukiwania maksymalna liczba iteracji bez poprawy wartości rozwiązania to 50 000.

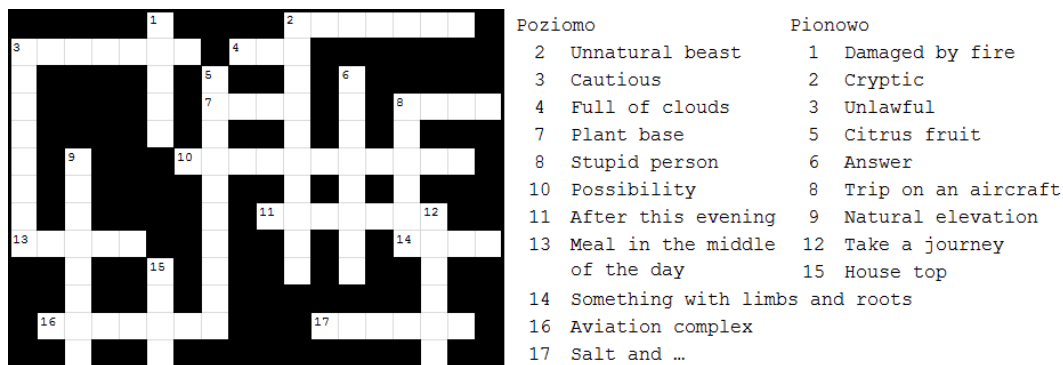
5.2. Testowe krzyżówki

5.2.1. Diagramy

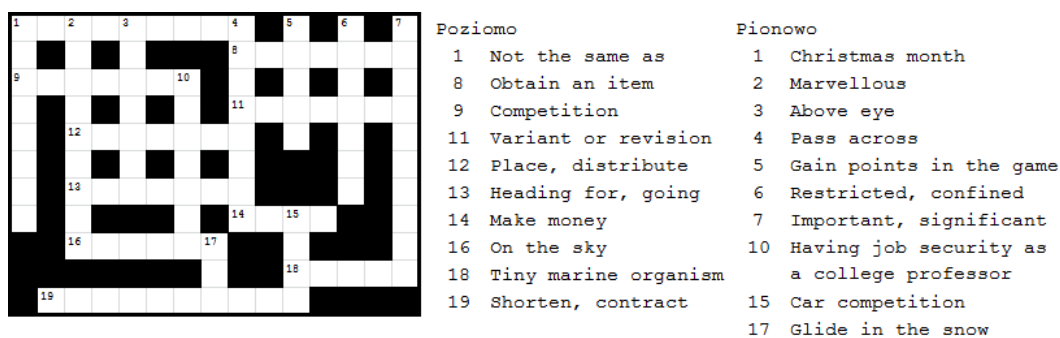


Rysunek 5.1: Krzyżówka z The Guardian¹[5]

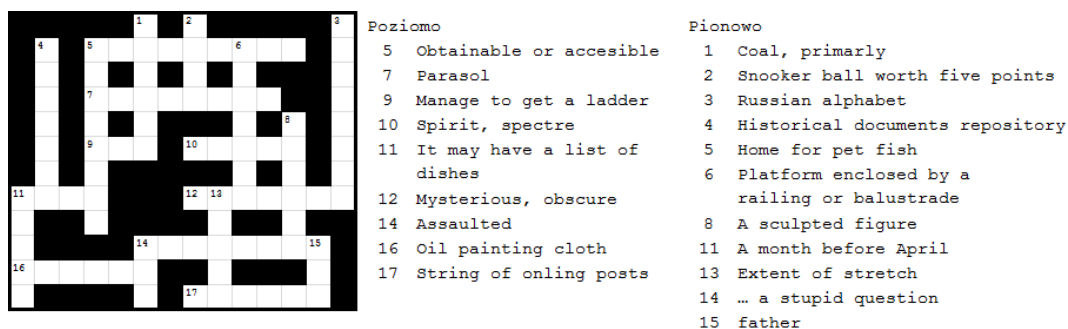
¹W oryginale podpowiedzi 14 poziomo i 4 pionowo zawierały dodatkowo frazę będącą anagramem hasła do zgadnięcia.



Rysunek 5.2: Łatwa krzyżówka



Rysunek 5.3: Krzyżówka średniej trudności

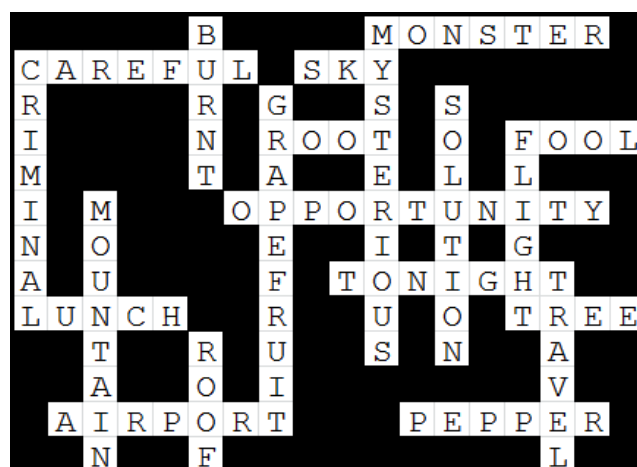


Rysunek 5.4: Trudna krzyżówka

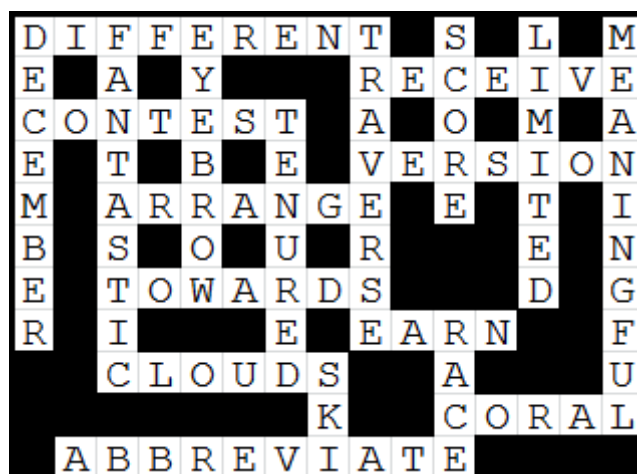
5.2.2. Rozwiązania



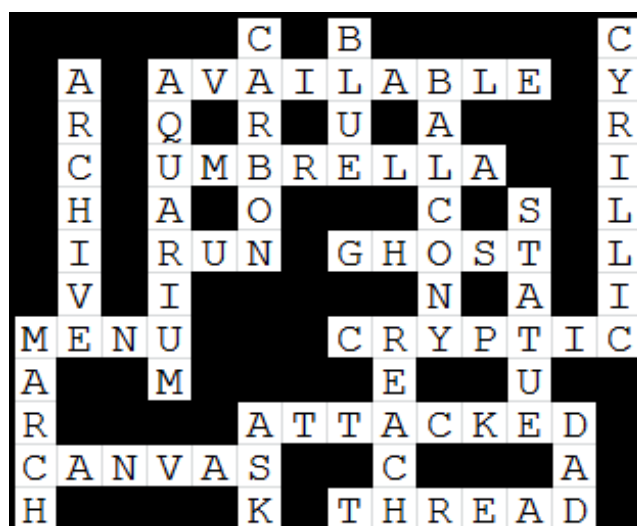
Rysunek 5.5: Rozwiązanie krzyżówki[5]



Rysunek 5.6: Rozwiązanie łatwej krzyżówki



Rysunek 5.7: Rozwiązanie średniej krzyżówki



Rysunek 5.8: Rozwiązanie trudnej krzyżówki

Bibliografia

- [1] Piotr Bojanowski, Edouard Grave, Armand Joulin, and Tomas Mikolov. Enriching word vectors with subword information. *arXiv preprint arXiv:1607.04606*, 2016.
- [2] Jeffrey Pennington, Richard Socher, and Christopher D. Manning. Glove: Global vectors for word representation. In *Empirical Methods in Natural Language Processing (EMNLP)*, pages 1532–1543, 2014.
- [3] Wiktionary. Word Frequencies. https://en.wiktionary.org/wiki/Wiktionary:Frequency_lists/PG/2006/04/1-10000, 2006.
- [4] Daniel Delling, Peter Sanders, Dominik Schultes, and Dorothea Wagner. Engineering route planning algorithms. In *ALGORITHMICS OF LARGE AND COMPLEX NETWORKS. LECTURE NOTES IN COMPUTER SCIENCE*. Springer, 2009.
- [5] The Guardian. <https://www.theguardian.com/crosswords/quick/14256>, 2016.