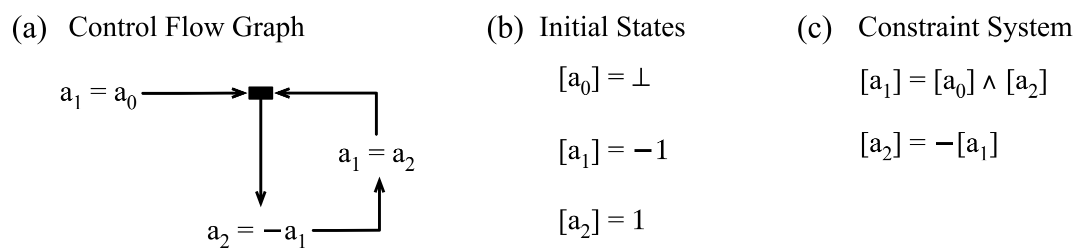
DCC888 – Lattices

Nome: ______________________________ Matrícula: ______________

1. Um sistema de restrições pode oscilar, mesmo que as funções de transferência sejam monotônicas e o reticulado subjacente seja finito, dependendo de como o estado abstrato de cada variável foi inicializado. Consideremos, por exemplo, a propagação de constantes. Na figura abaixo, mostramos à esquerda (a) um grafo de fluxo de controle. A parte (b) da figura mostra uma possível maneira de inicializar o estado abstrado de cada variável. Em (c) mostramos as funções de transferência de informação associadas a cada variável.



   (a) Prove que as duas funções de transferência, em (c), são monotônicas.

   (b) Mostre que esse sistema, dada a inicialização vista em (b), não converge para um ponto fixo.

   (c) Porque esse tipo de problema não ocorre na prática, em análises de variáveis constantes?

2. Existem duas maneiras de descrever a propriedade chave de sistemas de fluxo de informação monotônicos. Podemos utilizar a desigualdade simples:

$$\forall \{x, y\} \subseteq V \text{and } \forall f \in F, x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$$

Ou podemos utilizar o operador de maior limite inferior:

$$\forall \{x, y\} \subseteq V \text{and } \forall f \in F, f(x \wedge y) \leq f(x) \wedge f(y)$$

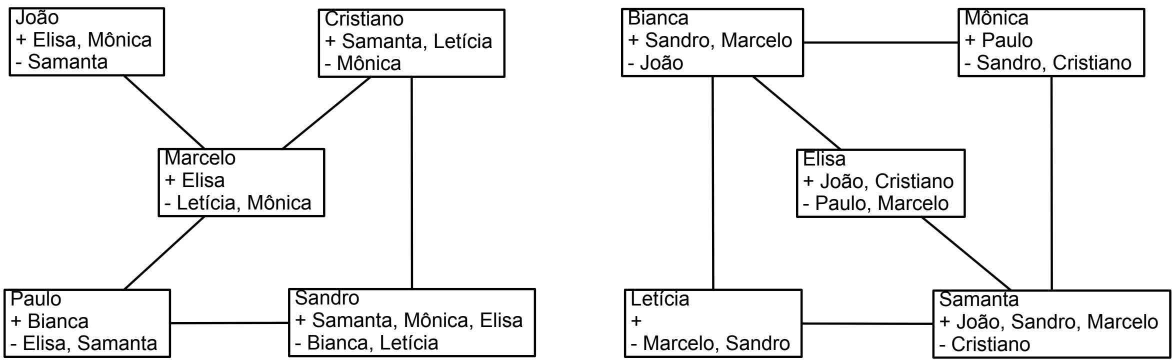
Prove que ambas as definições são equivalentes.

3. Um arcabouço de data-flow é dito *distributivo* se as suas funções de transferência possuem a seguinte propriedade:

$$f(x \wedge y) = f(x) \wedge f(y)$$

Suponha que o domínio V do arcabouço é o conjunto potência de algum outro conjunto finito. Suponha ainda que todas as funções de transferência são da forma $f(x) = G \cup (x - K)$, para subconjuntos G e K de V. Prove que se o operador *meet* é a união de conjuntos, então o arcabouço é distributivo. Note que essa propriedade também é valida se o operador *meet* é a intersecção de conjuntos.

4. This exercise concerns a party where N people met to know each other. In this party we have *guys* and *girls*. Some guys would like to kiss some girls, and some girls would be willing to receive a kiss of some guys. Guys have friends among other guys. If a guy m_0 knows a guy m_1, and m_1 is willing to kiss a girl f, then m_0 will be willing to kiss f as well, unless he did not like her since the beginning. Like the guys, girls have friends among other girls. And if a girl f_0 is willing to be kissed by a guy m, then all her friends will be willing the same, except those friends who did not like m before. We could represent these relations as a graph, like in the figure below:



In this example, Bianca would be willing to kiss Paulo, because she is a friend of Mônica, who is willing to do it. Letícia would be willing to kiss João, because she has one friend, Samanta, who would do it. Notice that Bianca, who is also a friend of Letícia, would not do it. Nevertheless, love always wins: if one of a girl's friends wants to kiss someone, she will be willing to do it as well, unless, of course, the guy is in her black list.

(a) In the graph above, who would be willing to kiss who?

(b) Can you design an equation *might_kiss* for any girl and any guy? These equations should take into account the *black list* (BL) and the *while list* (WL) of each person. Additionally, the equations must also consider the set of friends of each person.

(c) It is likely that each equation that you wrote before runs on a lattice. Which lattice is this?

(d) Are the equations monotonic? Can you provide an argument explaining why that is the case, or a counter-example that shows that they are not monotonic?

(e) Is it always possible to find a solution to a set of equations like that in item (4.b)? Explain why that is always possible, or show a situation in which the equations will not converge to a fixed point solution.