

Abschlussprojekt

Ida Hönigmann

Fabian Dopf

January 4, 2022

Aufgabe 1: Aufwandsordnung numerischer Verfahren

Teilaufgabe 1a:

TODO Angabe 1a

Beweis. Annahme: $\forall N \in \mathbb{N}$ ist p_N , sodass $y_N \leq CN^{p_N}$ für ein $C > 0$.

Für ein beliebiges $N \in \mathbb{N}$ gilt $\exists C_{1N}, C_{2N} > 0$ und $p_{1N}, p_{2N} > 0$ mit $y_N \leq C_{1N}N^{p_{1N}}$ und $y_{2N} \leq C_{2N}(2N)^{p_{2N}}$.

Für $C := \max\{C_{1N}, C_{2N}\}$ und $p_N := \max\{p_{1N}, p_{2N}\}$ gilt $y_N \leq C_{1N}N^{p_{1N}} \leq CN^{p_N}$ und $y_{2N} \leq C_{2N}(2N)^{p_{2N}} \leq C(2N)^{p_N}$.

TODO ...

$$\begin{aligned}\log(y_{2N}) - \log(y_N) &= \log\left(\frac{y_{2N}}{y_N}\right) = \log\left(\frac{C(2N)^{p_N}}{C \cdot N^{p_N}}\right) = \log(2^{p_N}) = p_N \log(2) \\ \implies p_N &= \frac{\log(y_{2N}) - \log(y_N)}{\log(2)}\end{aligned}$$

□

Teilaufgabe 1b:

TODO Angabe 1b

Beweis.

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} \log\left(\frac{C + \delta_{2N}}{C + \delta_N}\right) &= \log\left(\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{C + \delta_{2N}}{C + \delta_N}\right) = \log\left(\frac{\lim_{n \rightarrow \infty} C + \delta_{2N}}{\lim_{n \rightarrow \infty} C + \delta_N}\right) = \log\left(\frac{C}{C}\right) = \log(1) = 0 \\ \implies p_N &= \frac{\log(y_{2N}) - \log(y_N)}{\log(2)} = \frac{\log((C + \delta_{2N})(2N)^p) - \log((C + \delta_N)N^p)}{\log(2)} = \frac{\log\left(\frac{(C + \delta_{2N})(2N)^p}{(C + \delta_N)N^p}\right)}{\log(2)} \\ &= \frac{\log\left(\frac{(C + \delta_{2N})2^p}{(C + \delta_N)}\right)}{\log(2)} = \frac{p \log(2) + \log\left(\frac{C + \delta_{2N}}{C + \delta_N}\right)}{\log(2)} = p + \frac{\log\left(\frac{C + \delta_{2N}}{C + \delta_N}\right)}{\log(2)} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} p + 0 = p\end{aligned}$$

□

Teilaufgabe 1c:

TODO Angabe 1c

Darstellung ist Gerade. $c = f(1)$ und p ist Steigung, wenn beide Achsen "gleich" skaliert.

Aufgabe 2: Cholesky-Verfahren und Skyline-Matrizen

Aufgabe 3: Pseudocode für Cholesky-Zerlegung von Skyline-Matrizen

Aufgabe 4: Aufwand des Algorithmus und Verhalten in Spezialfällen

Aufgabe 5: Implementierung des Algorithmus und empirische Aufwandsschätzung