## Phaser

Der Phaser-Effekt erzeugt seinen charakteristischen Klang, indem er das Audiosignal durch eine Reihe von Allpassfiltern leitet. Diese Filter verschieben die Phase bestimmter Frequenzen, ohne die Amplitude zu ändern. Wenn das gefilterte Signal mit dem Originalsignal gemischt wird, entstehen Kammfiltereffekte (Notch-Filter), die zu dem typischen „schwebenden" Klang führen.

**Mathematische Beschreibung:**

Ein Allpassfilter kann durch seine Transferfunktion $H(z)$ beschrieben werden:

$$H(z) = \frac{a+z^{-1}}{1+az^{-1}}$$

Hierbei ist $a$ ein Parameter, der die Phase der Frequenzen verschiebt. Mehrere Allpassfilter werden in Reihe geschaltet, um komplexere Phasenverschiebungen zu erzeugen.

Die Ausgangssignal $y(n)$ ist dann eine Mischung aus dem Originalsignal $x(n)$ und dem gefilterten Signal $x_f(n)$:

$$y(n) = x(n) + x_f(n)$$

wobei $x_f(n)$ das Signal ist, das durch die Kaskade von Allpassfiltern geleitet wurde.

Hierbei ist $a$ ein Parameter, der die Phasenverschiebung beeinflusst.

- $z-1$ repräsentiert eine Verzögerung um eine Sample-Periode im Zeitbereich.
- $a$ ist ein konstanter Parameter, der den Filter charakterisiert.

## Z-Transformation

Die z-Transformation ist ein mathematisches Werkzeug, das in der digitalen Signalverarbeitung verwendet wird, um diskrete Signale und Systeme zu analysieren. Sie ist das diskrete Äquivalent zur Laplace-Transformation, die in der kontinuierlichen Signalverarbeitung verwendet wird.

Für ein diskretes Signal $x[n]$ ist die z-Transformation definiert als:

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] z^{-n}$$

Dabei ist $z$ eine komplexe Zahl, die als $z = re^{j\omega}$ geschrieben werden kann, wobei $r$ der Betrag (Amplitude) und $\omega$ der Winkel (Frequenz) ist. In der Praxis wird $z$ oft als $e^{j\omega}$ betrachtet, wenn $r = 1$, was der Einheitskreis im Frequenzbereich ist.

## Zusammenschaltung von Allpassfiltern

Wenn mehrere Allpassfilter in Reihe geschaltet werden, ergibt sich eine Gesamttransferfunktion, die komplexere Phasenverschiebungen erzeugen kann. Die Gesamttransferfunktion $H_{total}(z)$ ist das Produkt der einzelnen Transferfunktionen:

$$H_{total}(z) = H_1(z) \cdot H_2(z) \cdot \ldots \cdot H_N(z)$$

wobei $H_i(z)$ die Transferfunktion des $i$-ten Allpassfilters ist.

---

## Flanger

Der Flanger-Effekt entsteht durch die Überlagerung des Originalsignals mit einer leicht verzögerten Version desselben Signals. Die Verzögerungszeit variiert periodisch, was zu Kammfiltereffekten führt und den charakteristischen „Jet Plane"-Sound erzeugt.

**Mathematische Beschreibung:**

Das verzögerte Signal $x_d(n)$ wird durch eine periodische Verzögerungszeit $\tau(n)$ erzeugt:

$$x_d(n) = x(n - \tau(n))$$

Hierbei ist $\tau(n)$ eine Funktion, die typischerweise eine sinusförmige Variation darstellt:

$$\tau(n) = \tau_0(1 + \sin(2\pi f_L n))$$

wobei $\tau_0$ die maximale Verzögerungszeit und $f_L$ die Modulationsfrequenz ist.

Das Ausgangssignal $y(n)$ ist dann:

$$y(n) = x(n) + \alpha x_d(n)$$

wobei $\alpha$ ein Mischverhältnis ist.

## Chorus

Der Chorus-Effekt simuliert den Klang mehrerer Stimmen oder Instrumente, die denselben Ton spielen, indem er das Originalsignal mit mehreren leicht verzögerten und leicht unterschiedlich modulierten Kopien überlagert. Dies erzeugt eine Verdickung und Bereicherung des Klanges.

**Mathematische Beschreibung:**

Das Originalsignal $x(n)$ wird in mehrere verzögerte Signale $x_{d_i}(n)$ aufgeteilt, wobei jede Verzögerung $i$ eine eigene, leicht variierende Verzögerungszeit $\tau_i(n)$ hat:

$$x_{d_i}(n) = x(n - \tau_i(n))$$

Jede Verzögerungszeit $\tau_i(n)$ variiert leicht und unabhängig, um den natürlichen Unterschied zwischen verschiedenen Stimmen oder Instrumenten zu simulieren:

$$\tau_i(n) = \tau_{0_i}(1 + \sin(2\pi f_{L_i} n + \phi_i))$$

Hierbei ist $\tau_{0_i}$ die Verzögerungszeit, $f_{L_i}$ die Modulationsfrequenz und $\phi_i$ eine Phasenverschiebung für jede Verzögerung.

Das Ausgangssignal $y(n)$ ist dann die Summe des Originalsignals und der verzögerten Signale:

$$y(n) = x(n) + \sum_{i=1}^{N} \alpha_i x_{d_i}(n)$$

wobei $\alpha_i$ das Mischverhältnis für jede verzögerte Kopie ist und $N$ die Anzahl der verzögerten Signale.