

CE-227: Inferência Bayesiana – 1ª Prova (19/09/2019)

GRR: _____ Nome: _____

1. Decidiu-se examinar um conjunto de imagens médias tomadas independentemente de de diferentes indivíduos, para fazer inferências sobre a proporção de imagens com determinada característica morfológica. Em particular deseja-se avaliar se a proporção de indivíduos com alteração está abaixo de 40%.
 - Em um primeiro estudo tomaram-se 9 imagens sendo detectadas 3 com alteração.
 - Em um segundo estudo decidiu-se tomar-se imagens até que se obtivesse 3 com alteração. Ocorreu que foram tomadas 9 imagens no total.
 - (a) Como seria testada a hipótese de interesse em cada estudo no enfoque não Bayesiano?
 - (b) Neste caso os dois estudos forneceriam a mesma conclusão estatística?
 - (c) Em uma análise Bayesiana com uma priori $[\theta] \sim \text{Be}(1, 5; 1, 5)$, qual seria a posteriori em cada estudo?
 - (d) Como deveria ser avaliada a posteriori para concluir sobre a hipótese de interesse? Os estudos produziram a mesma conclusão estatística? Justifique.
 - (e) Se alternativamente decide-se adotar a priori de Jeffreys em cada estudo, elas seriam as mesmas a produzirem a mesma posteriori? Justifique.
2. Uma empresa adquire 30% de sua matéria prima de um primeiro fornecedor, 50% de um segundo e o restante de um terceiro fornecedor. Os lotes de matéria prima são inspecionados e, se considerados não satisfatórios, são enviados de volta. Sabe-se que 2%, 5% e 1% dos lotes são retornados a cada fornecedor, respectivamente. Rejeitando-se um lote, deseja-se quantificar a chance de ter vindo de cada um dos fornecedores.
 - (a) Resolva a problema da forma que achar adequada.
 - (b) Considere agora o problema do ponto de vista Bayesiano. Qual é a variável resposta (Y) e sua distribuição? Qual é o parâmetro (θ) e sua distribuição a *priori*? Qual a verossimilhança? E a *posteriori*?
 - (c) Esboce um gráfico da *priori* e da *posteriori*.
3. Seja x_1, \dots, x_n uma a.a. de uma distribuição normal de média μ conhecida e variância σ^2 desconhecida.
 - (a) Obtenha a expressão da verossimilhança do modelo.
 - (b) Obtenha a priori de Jeffreys.
 - (c) Obtenha a expressão da distribuição a posteriori.
 - (d) É possível identificar a posteriori do modelo como alguma distribuição conhecida? Qual?
 - (e) Considere que foi tomada a amostra dada pelos valores a seguir, e que $\mu = 10$. Obtenha a expressão da posteriori.

12,1 ; 8,7 ; 11,3 ; 9,2 ; 10,5 ; 9,7 ; 11,6