

CE-227: Inferência Bayesiana – 2ª Avaliação Intermediária (19/09/2019)

GRR: _____ **Nome:** _____

1. Um experimento envolvendo uma série de reações químicas, que resulta em obter ou não o produto desejado, foi repetido consecutivamente (de forma independente), até que o terceiro resultado positivo fosse obtido. Para isto, foi necessário a realização de 12 experimentos no total. Deseja-se fazer inferência sobre a proporção de séries de reações que resultam no produto desejado. Por não haver informação prévia, optou-se por utilizar a priori de Jeffreys. Obtenha as expressões da priori e da posteriori.
2. Foi visto que distribuições da família exponencial, que podem ser escritas portanto na forma

$$f(y|\theta) = h(y)g(\theta) \exp\{a(y)c(\theta)\}$$

sempre possuem prioris conjugadas. Use este resultado para obter, a partir da notação de família exponencial, a priori conjugada para uma amostragem de $Y \sim \text{Gamma}(a, \theta)$ em que a é conhecido e θ é o parâmetro desconhecido sobre o qual deseja-se fazer inferência. Quais as quantidades amostrais (suficientes) necessárias para inferência?

3. Suponha que Y tenha uma distribuição de Pareto $\text{Pa}(a, b)$, em que a é conhecido mas θ é desconhecido. Desta forma,

$$f(y|\theta) = \theta a^\theta y^{-\theta-1}; \quad (y > a)$$
$$E[Y] = \frac{a\theta}{\theta - 1} \text{ para } a > 1$$

Encontre a priori de Jeffreys e a correspondente distribuição posteriori para θ .