

**Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет)**

**Институт №8 «Информационные технологии и прикладная  
математика»**

**Кафедра 806 «Вычислительная математика и  
программирование»**

**Лабораторная работа №4 по курсу «Нейроинформатика»**

Студент: В. В. Бирюков  
Преподаватель: И. А. Рожлейс  
Группа: М8О-407Б-19  
Дата:  
Оценка:  
Подпись:

**Москва, 2022**

## Лабораторная работа №4

**Тема:** Сети с радиальными базисными элементами.

**Цель работы:** Исследование свойств некоторых видов сетей с радиальными базисными элементами, алгоритмов обучения, а также применение сетей в задачах классификации и аппроксимации функции.

**Основные этапы работы:**

1. Использовать сеть с радиальными базисными элементами (RBF) для классификации точек в случае, когда классы не являются линейно разделимыми.
2. Использовать обобщенно-регрессионную нейронную сеть для аппроксимации функции.

**Вариант:** 9

**Алгебраические линии:**

- Эллипс:  $a = 0.2$ ,  $b = 0.2$ ,  $\alpha = 0$ ,  $x_0 = -0.2$ ,  $y_0 = 0$
- Эллипс:  $a = 0.7$ ,  $b = 0.5$ ,  $\alpha = -\pi/3$ ,  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = 0$
- Эллипс:  $a = 1$ ,  $b = 1$ ,  $\alpha = 0$ ,  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = 0$

**Функция:**  $x = \sin(t^2 - 2t + 5)$

# 1 Исходный код

## Лабораторная работа № 4

Вариант: 9

```
[1]: import numpy as np
from numpy import sin, cos, pi
from tensorflow import keras
from keras import backend
import matplotlib.pyplot as plt
from sklearn.model_selection import train_test_split
from matplotlib.colors import LinearSegmentedColormap
```

```
[2]: %matplotlib inline
import matplotlib_inline
matplotlib_inline.backend_inline.set_matplotlib_formats('png', 'pdf')
```

```
[3]: def plot_history(h, *metrics):
    for metric in metrics:
        print(f"{metric}: {h.history[metric][-1]:.4f}")
    figure = plt.figure(figsize=(6 * len(metrics), 4))
    for i, metric in enumerate(metrics, 1):
        ax = figure.add_subplot(1, len(metrics), i)
        ax.xaxis.get_major_locator().set_params(integer=True)
        plt.title(metric)
        plt.plot(h.history[metric], '-')
    plt.show()
```

```
[4]: class RBFLayer(keras.layers.Layer):
    def __init__(self, output_dim, mu_init='uniform', sigma_init='random_normal',
    **kwargs):
        self.output_dim = output_dim
        self.mu_init = mu_init
        self.sigma_init = sigma_init
        super(RBFLayer, self).__init__(**kwargs)

    def build(self, input_shape):
        self.mu = self.add_weight(name='mu', shape=(input_shape[1], self.
    output_dim), initializer=self.mu_init, trainable=True)
        self.sigma = self.add_weight(name='sigma', shape=(self.output_dim,),
    initializer=self.sigma_init, trainable=True)
        super(RBFLayer, self).build(input_shape)

    def call(self, inputs):
        diff = backend.expand_dims(inputs) - self.mu
        output = backend.exp(backend.sum(diff ** 2, axis=1) * self.sigma)
        return output
```

## Классификация

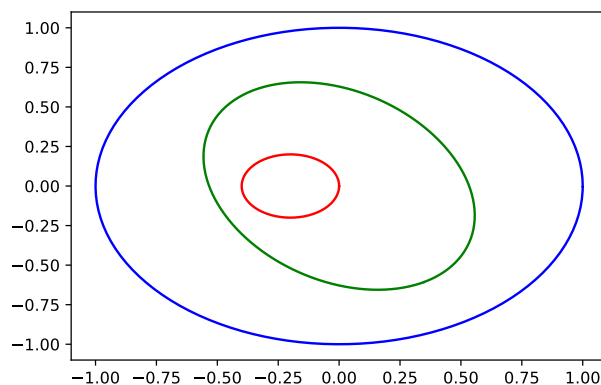
```
[5]: def ellipse(t, a, b, x0, y0, alpha):  
    x = a * cos(t)  
    y = b * sin(t)  
    x, y = rotate(x, y, alpha)  
    return np.array((x + x0, y + y0)).T  
  
def rotate(x, y, alpha):  
    xr = x * cos(alpha) - y * sin(alpha)  
    yr = x * sin(alpha) + y * cos(alpha)  
    return xr, yr
```

```
[6]: def plot_three_classes(data, labels, colors):  
    plt.scatter(data[:, 0], data[:, 1], c=[colors[i[1]+i[2]*2] for i in labels],  
↪marker='.')  
    COLORS = ['red', 'green', 'blue']
```

```
[7]: a1 = 0.2; b1 = 0.2; alpha1 = 0;      x01 = -0.2; y01 = 0  
a2 = 0.7; b2 = 0.5; alpha2 = -pi / 3; x02 = 0;   y02 = 0  
a3 = 1;   b3 = 1;   alpha3 = 0;      x03 = 0;     y03 = 0
```

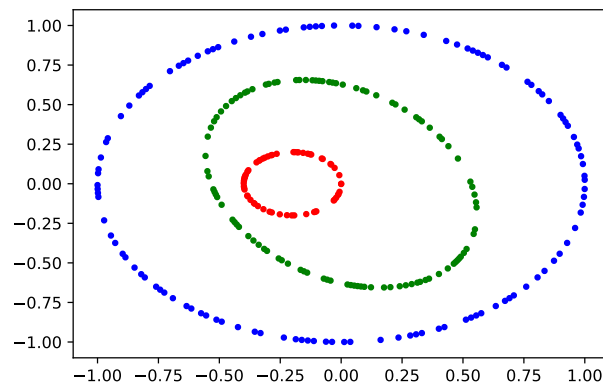
```
[8]: t = np.arange(0, 2 * pi, 0.025)  
ellipse1 = ellipse(t, a1, b1, x01, y01, alpha1)  
ellipse2 = ellipse(t, a2, b2, x02, y02, alpha2)  
ellipse3 = ellipse(t, a3, b3, x03, y03, alpha3)
```

```
[9]: plt.plot(ellipse1[:, 0], ellipse1[:, 1], COLORS[0])  
plt.plot(ellipse2[:, 0], ellipse2[:, 1], COLORS[1])  
plt.plot(ellipse3[:, 0], ellipse3[:, 1], COLORS[2])  
plt.show()
```



```
[10]: rng = np.random.default_rng()
data1 = np.array((*rng.choice(ellipse1, 60, False, axis=0),
                             *rng.choice(ellipse2, 100, False, axis=0),
                             *rng.choice(ellipse3, 120, False, axis=0)))
labels1 = np.array((*[[1, 0, 0] for _ in range(60)],
                    *[[0, 1, 0] for _ in range(100)],
                    *[[0, 0, 1] for _ in range(120)]))
```

```
[11]: plot_three_classes(data1, labels1, COLORS)
plt.show()
```



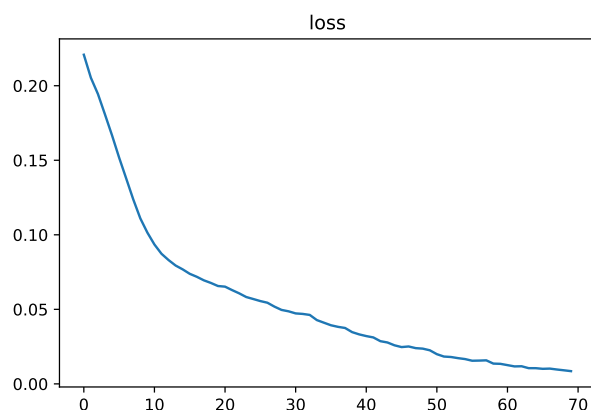
```
[12]: train_data1, test_data1, train_labels1, test_labels1 = train_test_split(data1,
↳ labels1, train_size=0.8)
```

```
[13]: model1 = keras.models.Sequential([
    RBFLayer(10, input_dim=2),
    keras.layers.Dense(3, activation='sigmoid')
])
model1.compile(keras.optimizers.Adam(0.01), 'mse', ['accuracy'])

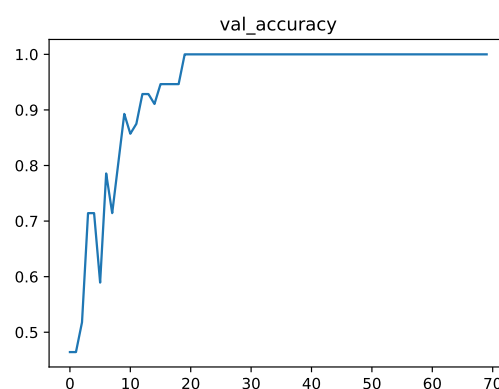
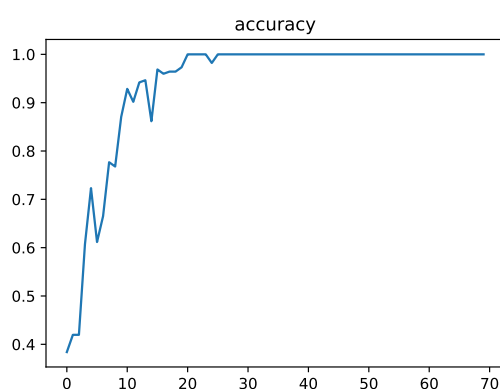
hist1 = model1.fit(train_data1, train_labels1, validation_data=(test_data1,
↳ test_labels1), batch_size=20, epochs=70, verbose=0)
```

```
[14]: plot_history(hist1, 'loss')
plot_history(hist1, 'accuracy', 'val_accuracy')
```

loss: 0.0085



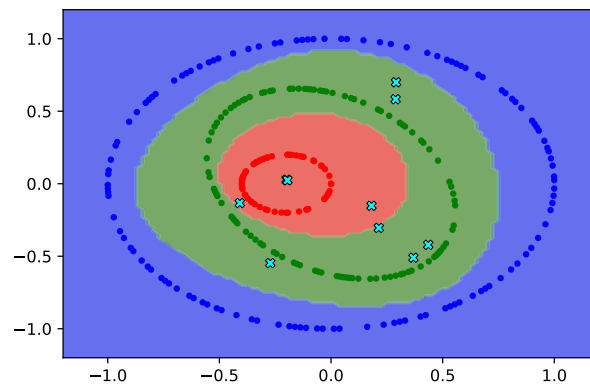
accuracy: 1.0000  
val\_accuracy: 1.0000



```
[15]: n = 100
x = np.linspace(-1.2, 1.2, n)
y = np.linspace(-1.2, 1.2, n)

xv, yv = np.meshgrid(x, y)
z = model1.predict(np.c_[xv.ravel(), yv.ravel()]).argmax(axis=1).reshape(n, n)

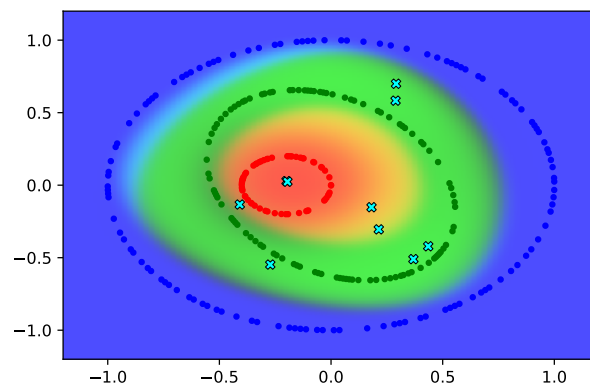
cmap = LinearSegmentedColormap.from_list('cmap', COLORS)
plt.contourf(xv, yv, z, alpha = 0.6, cmap=cmap)
plot_three_classes(train_data1, train_labels1, COLORS)
mu = model1.get_layer(index=0).get_weights()[0]
plt.scatter(mu[0], mu[1], marker='X', color='cyan', edgecolors='black', lw=0.3)
plt.show()
```



```
[16]: n = 100
x = np.linspace(-1.2, 1.2, n)
y = np.linspace(-1.2, 1.2, n)

xv, yv = np.meshgrid(x, y)
z = model1.predict(np.c_[xv.ravel(), yv.ravel()]).reshape(n, n, 3)

plt.imshow(z, extent=(-1.2, 1.2, -1.2, 1.2), alpha=0.7, origin='lower',
           aspect='auto')
plot_three_classes(test_data1, test_labels1, COLORS)
mu = model1.get_layer(index=0).get_weights()[0]
plt.scatter(mu[0], mu[1], marker='X', color='cyan', edgecolors='black', lw=0.3)
plt.show()
```

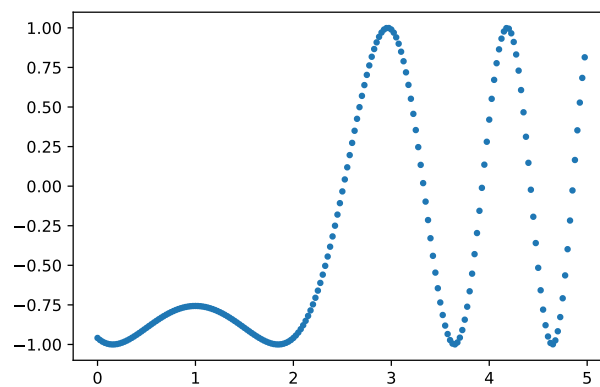


## Аппроксимация

```
[17]: def f(t):  
       return sin(t ** 2 - 2 * t + 5)
```

```
[18]: h = 0.025  
train_data2 = np.arange(0, 5, h)  
train_labels2 = f(train_data2)
```

```
[19]: plt.plot(train_data2, train_labels2, '.')  
plt.show()
```

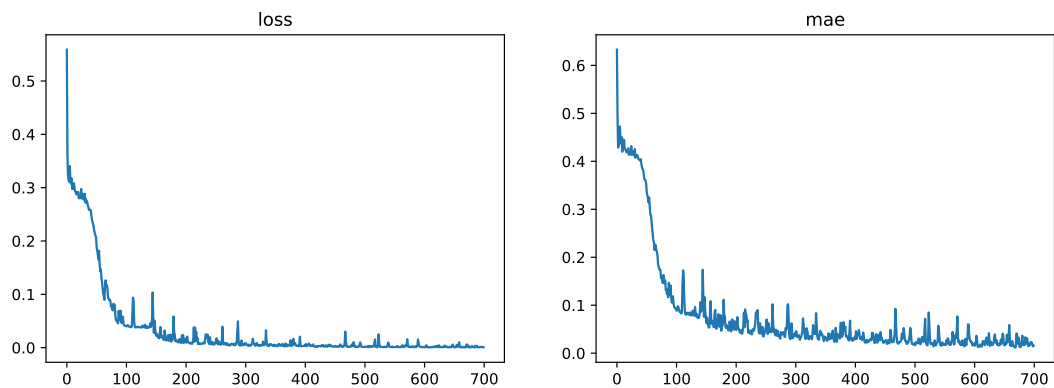


```
[40]: model2 = keras.models.Sequential([  
        RBFLayer(20, input_dim=1, mu_init=keras.initializers.RandomUniform(minval = 0,   
↪maxval = 5)),  
        keras.layers.Dense(20, activation='tanh'),  
        keras.layers.Dense(1, activation='linear')  
    ])  
model2.compile(keras.optimizers.Adam(0.001), 'mse', ['mae'])  
  
hist2 = model2.fit(train_data2, train_labels2, batch_size=5, epochs=700, verbose=0,   
↪shuffle=True)
```

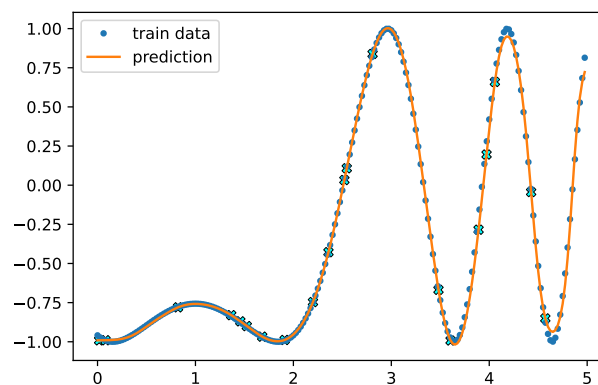
```
[41]: plot_history(hist2, 'loss', 'mae')
```

```
loss: 0.0009  
mae: 0.0155
```



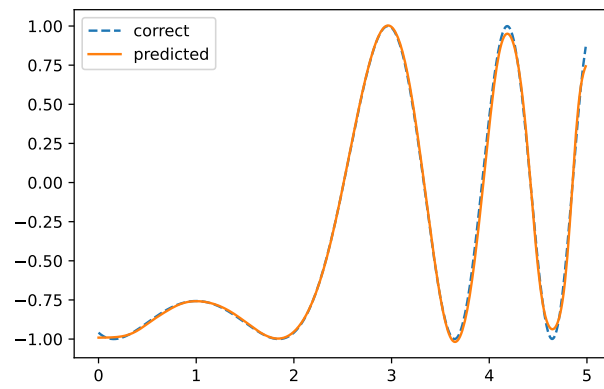


```
[42]: plt.plot(train_data2, train_labels2, '.', label='train data')
plt.plot(train_data2, model2.predict(train_data2).flat, label='prediction')
mu = model2.get_layer(index=0).get_weights()[0][0]
mu_y = model2.predict(mu)
plt.scatter(mu, mu_y.flat, marker='X', color='cyan', edgecolors='black', lw=0.3)
plt.legend()
plt.show()
```



```
[43]: test_data2 = np.arange(0, 5, h / 2)
test_labels2 = f(test_data2)

plt.plot(test_data2, test_labels2, '--', label='correct')
plt.plot(test_data2, model2.predict(test_data2).flat, label='predicted')
plt.legend()
plt.show()
```



## 2 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы я познакомился с сетями с радиальными базисными элементами. RBF слой вводит дополнительную нелинейность в нейронную сеть, что позволяет использовать меньшее число линейных слоев для окончательной классификации (аппроксимации).