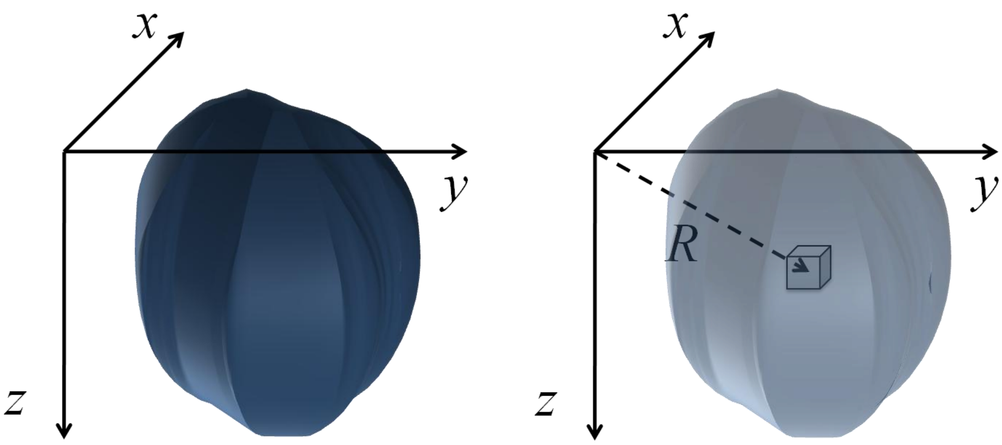
Seja um corpo homogêneo (Figura 1a), localizado em subsuperfície, com contraste de densidade ρ e magnetização $\overline{m}=[m_x \quad m_y \quad m_z]^T$. Um elemento de volume deste corpo (Figura 1b) produz, a uma distância $R=\|\overline{R}\|$ da origem, um potencial magnético dado por:

$$\Omega(x,y,z)=\frac{m_x x+m_y y+m_z z}{R^3}\Delta x\Delta y\Delta z \; . \quad (1)$$



(a) (b)

Figura 1 (a) Corpo homogêneo localizado em subsuperfície. (b) Elemento de volume localizado a uma distância *R* da origem do sistema de coordenadas.

As componentes da força magnética exercida pelo corpo são dadas por:

$$B_x=\iiint -\frac{\partial\Omega(x,y,z)}{\partial x}dx\,dy\,dz \; , \quad (2a)$$

$$B_y=\iiint -\frac{\partial\Omega(x,y,z)}{\partial y}dx\,dy\,dz \quad (2b)$$

e

$$B_z=\iiint -\frac{\partial\Omega(x,y,z)}{\partial z}dx\,dy\,dz \; . \quad (2c)$$

As expressões 2a-c podem ser escritas da seguinte forma:

$$B_x=m_x V_1+m_y V_2+m_z V_3 \; , \quad (3a)$$

$$B_y=m_x V_2+m_y V_4+m_z V_5 \quad (3b)$$

e

$$B_z = m_x V_3 + m_y V_5 + m_z V_6 \,, \tag{3c}$$

em que

$$V_1 = \iiint \frac{3x^2 - R^2}{R^5} dxdydz \,, \tag{4a}$$

$$V_2 = \iiint \frac{3xy}{R^5} dxdydz \,, \tag{4b}$$

$$V_3 = \iiint \frac{3xz}{R^5} dxdydz \,, \tag{4c}$$

$$V_4 = \iiint \frac{3y^2 - R^2}{R^5} dxdydz \,, \tag{4d}$$

$$V_5 = \iiint \frac{3xy}{R^5} dxdydz \tag{4e}$$

e

$$V_6 = \iiint \frac{3z^2 - R^2}{R^5} dxdydz \,. \tag{4f}$$

O sistema de equações 3a-c pode ser escrito em notação matricial da seguinte forma:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix}}_{\bar{B}} = \begin{bmatrix} V_1 & V_2 & V_3 \\ V_2 & V_4 & V_5 \\ V_3 & V_5 & V_6 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}}_{\bar{m}} . \tag{5}$$

O mesmo corpo homogêneo que produz o efeito magnético descrito pelo sistema linear 5 produz um tensor gravitacional dado por:

$$\bar{\bar{T}} = G\rho \begin{bmatrix} V_1 & V_2 & V_3 \\ V_2 & V_4 & V_5 \\ V_3 & V_5 & V_6 \end{bmatrix} , \tag{6}$$

sendo G a constante gravitacional.

Multiplicando e dividindo o lado esquerdo do sistema 5 por $G\rho$ podemos observar que:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix}}_{\bar{B}} = \underbrace{G\rho \begin{bmatrix} V_1 & V_2 & V_3 \\ V_2 & V_4 & V_5 \\ V_3 & V_5 & V_6 \end{bmatrix}}_{\bar{\bar{T}}} \frac{1}{G\rho} \underbrace{\begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}}_{\bar{m}} . \tag{7}$$

Multiplicando e dividindo o lado esquerdo do sistema 7 por $\|\bar{m}\| = C_m J$ chegamos a seguinte expressão:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix}}_{\bar{B}} = \underbrace{G\rho \begin{bmatrix} V_1 & V_2 & V_3 \\ V_2 & V_4 & V_5 \\ V_3 & V_5 & V_6 \end{bmatrix}}_{\bar{\bar{T}}} \underbrace{\frac{C_m J}{G\rho} \frac{\bar{m}}{\|\bar{m}\|}}_{\bar{a}} , \tag{8}$$

em que $\bar{a} = (C_m J / G\rho)(\bar{m}/\|\bar{m}\|)$ é um vetor unitário, com a mesma direção e sentido do vetor de magnetização $\bar{m}$ e intensidade dada por um escalar que relaciona a intensidade de magnetização com o contraste de densidade do corpo. A expressão 8 relaciona a anomalia magnética e o tensor gravitacional produzido por uma mesma fonte em uma posição (x, y, z).