

Charakterystyki czasowe obiektów

Cel ćwiczenia:

Zapoznanie się z charakterystykami czasowymi (odpowiedziami czasowymi obiektu na określone wymuszenie) podstawowych obiektów dynamicznych.

W czasie ćwiczenia będą badane odpowiedzi obiektów na następujące typy wymuszeń:

- skok jednostkowy (charakterystyki skokowe)
- delta Diraca (charakterystyki impulsowe)

Autorzy:

Justyna Maślanka
Kornel Krzywacki
Maciej Szostak
Krystian Pikus
Piotr Wawryka

1. Obiekt inercyjny I rzędu

Przedstawione poniżej wykresy reprezentują charakterystykę odpowiedzi skokowej i impulsowej dla obiektu inercyjnego pierwszego rzędu o transmitancji:

$$G(s) = \frac{k}{Ts + 1}$$

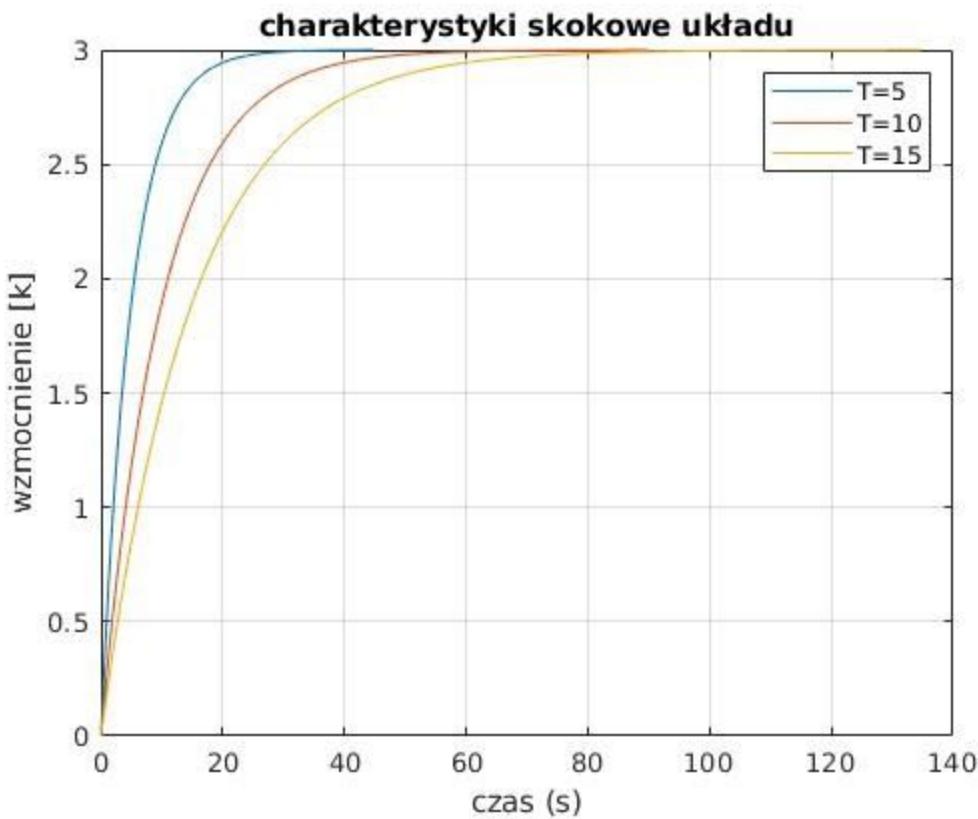
gdzie:

k - wzmocnienie

T - stała czasowa

Poniżej przedstawione będą cztery wykresy, które przedstawiają odpowiednio:

- zależność odpowiedzi skokowej od różnych wartości stałej czasowej T i stałego wzmocnienia k,
- zależność odpowiedzi skokowej od różnych wartości wzmocnienia k i takiej samej wartości stałej czasowej T
- zależność odpowiedzi impulsowej od różnych wartości stałej czasowej T i stałego wzmocnienia k,
- zależność odpowiedzi impulsowej od różnych wartości wzmocnienia k i takiej samej wartości stałej czasowej T

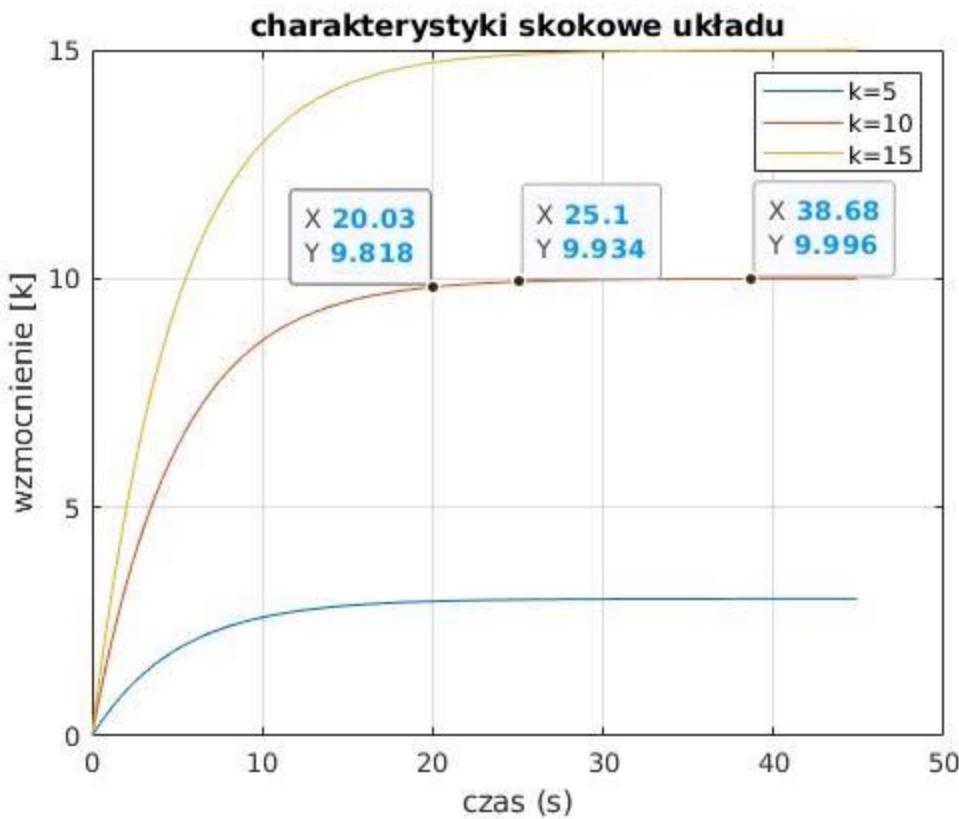


Wykres przedstawia przebieg sygnału wyjściowego układu w zależności od czasu. Wzmocnienie 'k' w przedstawionej powyżej sytuacji jest stałe i wynosi 3. Różna jest natomiast stała czasowa T_s (na wykresie oznaczone jako T). Wynosi ono odpowiednio 5s, 10s, 15s. Jak wynika z powyższego wykresu, wraz ze zwiększaniem się stałej czasowej T obiekt osiąga zadaną wartość później. W czasie równym stałej czasowej (T) obiekt osiąga około $\frac{2}{3}$ wartości wzmocnienia (k). Zadaną wartość k = 3 obiekty osiągają odpowiednio:

- w przypadku T=5 w czasie wynoszącym 44,67s
- w przypadku T=10 w czasie wynoszącym 89.8s
- w przypadku T=15 w czasie wynoszącym 1134.7s

Jak widać, stała czasowa wpływa na szybkość ustalania odpowiedzi obiektu: im mniejsza wartość stałej czasowej, tym szybciej układ ustala odpowiedź.

Powyższy wykres prezentuje zależność odpowiedzi skokowej układu od wzmocnienia k. Stała czasowa T jest w każdym



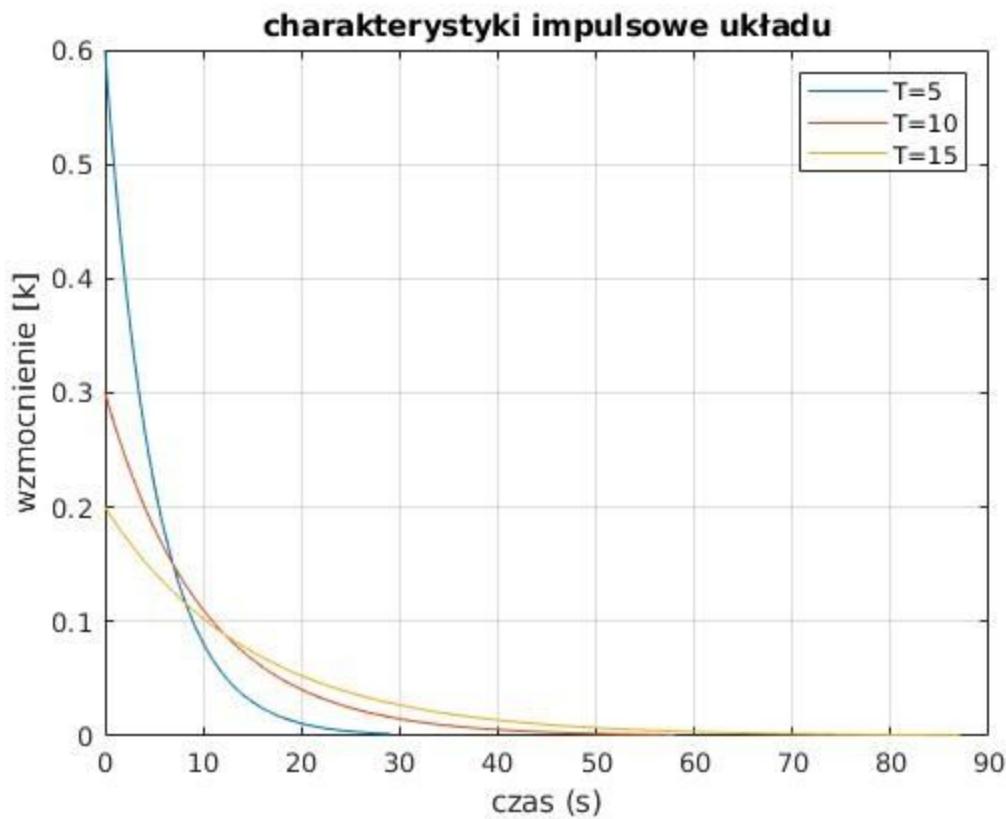
przypadku równa i wynosi 5s.

Maksymalna wartość każdego z wykresów jest równa wzmocnieniu k . Czas ustalania odpowiedzi układu nie jest zależny od wzmocnienia k .

Wartość wzmocnienia k nie wpływa na kształt wykresu.

Odpowiedzi ustalają się po czasie równym kilku stałym czasowym. W praktyce przyjmuje się, że wartości powinny ustalać się po od 3 do 5 stałych czasowych. Na powyższym wykresie widać, że czas ten jest dłuższy. Odpowiedzi układu po czasie trzech do pięciu stałych czasowych są bliskie wzmocnieniu k , ale dokładną wartość k osiągają później. Na przykład dla wykresu, gdzie $k=10$ (czerwony) dla czasu $X = 25.1$ wzmocnienie $Y = 9.934$, a zadaną wartość k osiąga dopiero po około 45s. Różnica między wartościami w praktyce a teorią wynikają z tego, że na wykresie dane są doskonałe (z generatora), w praktyce (np w silniku) wykres byłby pofałowany (w wyniku szumu) i wartość szumu byłaby większa niż różnica osiąganej wartości wzmocnienia k od docelowej wartości wzmocnienia k .

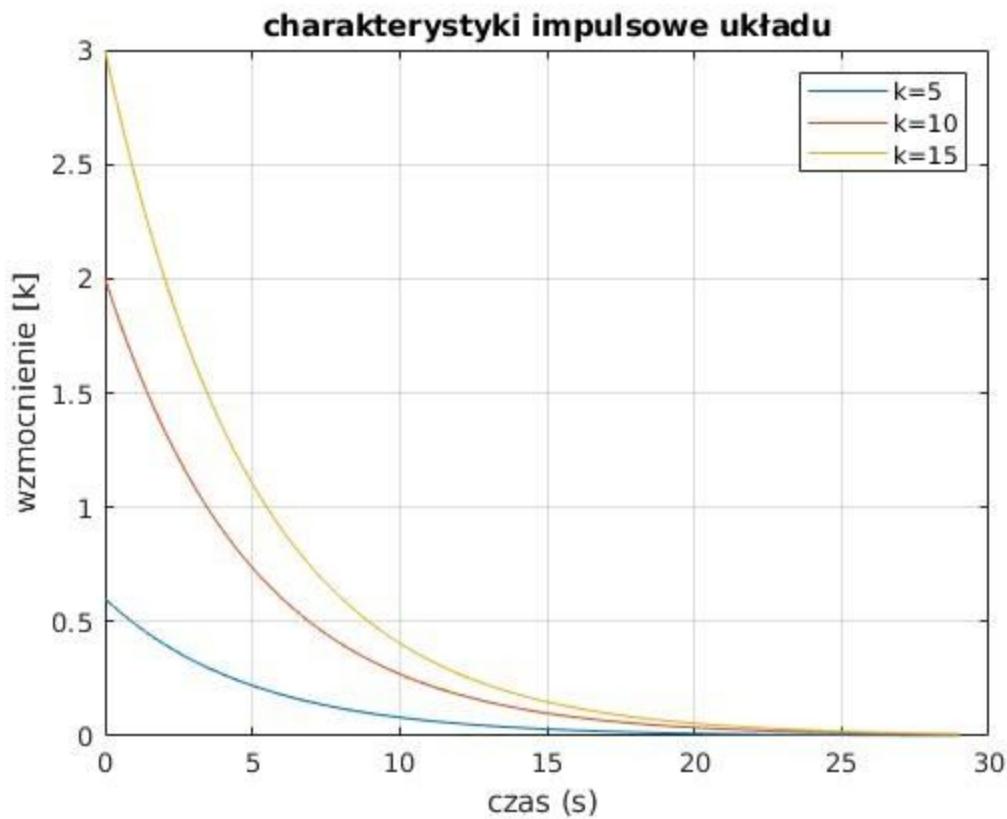
Z powyższego wykresu można byłoby odczytać stałą czasową T . Należały w tym celu poprowadzić styczną do wykresu przechodzącą przez początek układu współrzędnych. Miejsce, w którym styczna osiągnęłaby wartość wzmocnienia, wyznacza stałą czasową. Co ciekawe, styczną można też poprowadzić przez dowolny punkt wykresu, a wartość wzmocnienia osiągnie ona zawsze po czasie równym stałej czasowej.



Wartości początkowe wykresów są różne i zależą od wartości wzmocnienia k i stałej czasowej k . Można jednak zauważać zależność: im mniejsza stała czasowa T tym większą wartość przyjmuje układ. Odpowiednio:

- dla układu $T=5$ s wartość wynosi 0.6
- dla układu $T=10$ s wartość wynosi 0.3
- dla układu $T=15$ s wartość wynosi 0.2

Odpowiedź wszystkich obiektów osiąga w końcu wartość 0. Im mniejsza stała czasowa tym szybciej obiekt ustala odpowiedź.



Dla układu stała czasowa T wynosi 5s, wzmocnienie k jest różna i wynosi odpowiednio 5, 10 15.

Jak widać, wartość początkowa dla każdego wykresy nie jest równa 0 i zależy od wartości wzmocnienia k : im większe wzmocnienie tym większą wartość osiąga wykres na początku. Wszystkie odpowiedzi ustalają się na wartości 0 i osiągają tę wartość po tym samym czasie.

2. Obiekt inercyjny II rzędu

Przedstawione poniżej wykresy reprezentują charakterystykę odpowiedzi skokowej i impulsowej dla obiektu inercyjnego pierwszego rzędu o transmitancji:

$$G(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

gdzie:

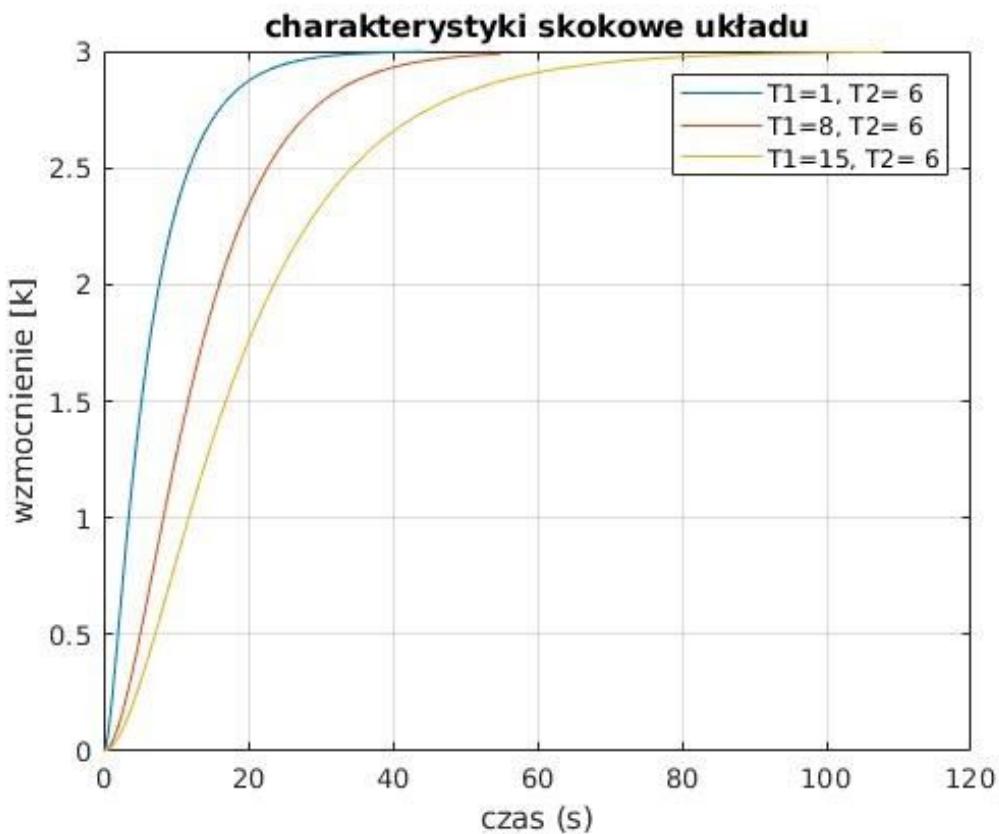
k - wzmacnienie

T₁, T₂ - stałe czasowe

Dla układu opóźnienie (tau) dla układu wynosi 1, a rząd aproksymacji (n) wynosi 10.

Poniżej przedstawione będą cztery wykresy, które przedstawiają odpowiednio:

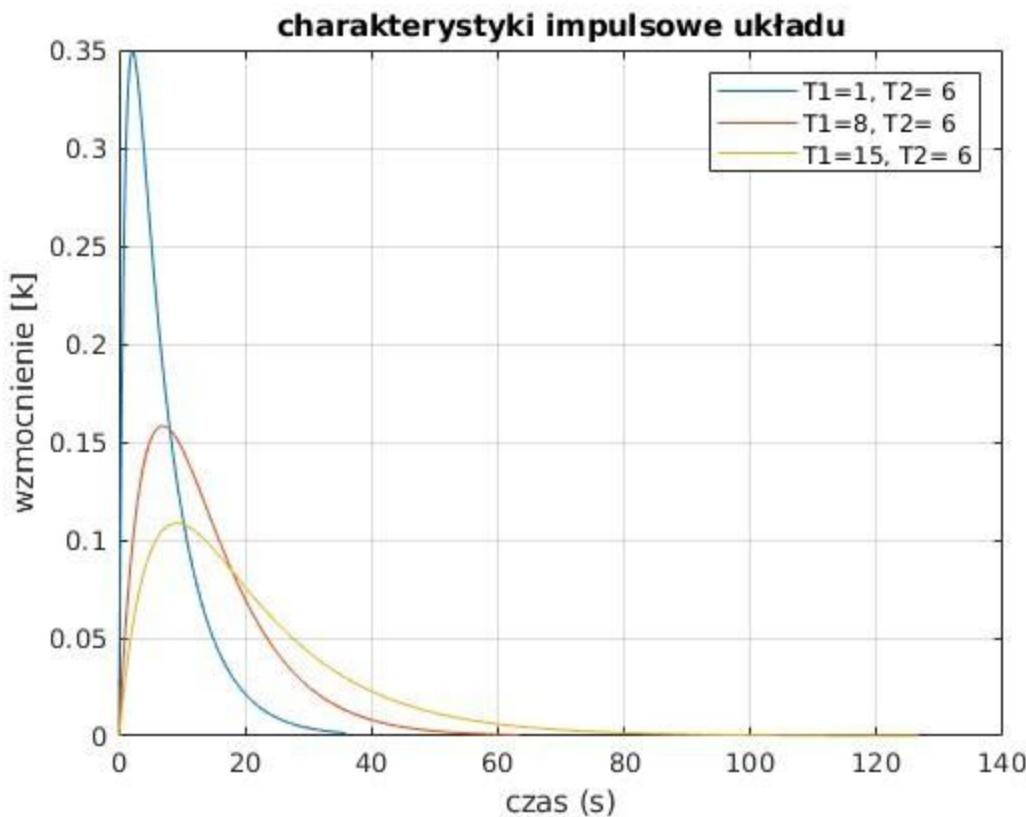
- zależność odpowiedzi skokowej od różnych wartości stałych czasowych T₁ i T₂ i stałego wzmacnienia k,
- zależność odpowiedzi skokowej od różnych wartości wzmacnienia k i takich samych wartości stałych czasowych T₁ i T₂
- zależność odpowiedzi impulsowej od różnych wartości stałych czasowych T₁ i T₂ i stałego wzmacnienia k,
- zależność odpowiedzi impulsowej od różnych wartości wzmacnienia k i takich samych wartości stałych czasowych T₁ i T₂



Wykres przedstawia wpływ jednej ze stałych czasowych na odpowiedź obiektu inercyjnego II stopnia. Aby wnioski były łatwiej zauważalne przyjęłam, że T2 w każdym przypadku jest równe i wynosi 6. Gdyby każda ze stałych czasowych na każdym z wykresów byłaby różna, wykresy przecinały by się i z różną szybkością wzrosły by się.

Widać, że wykres jest bardzo podobny do wykresu odpowiedzi skokowej układu dla zmiennej stałej czasowej. Znowu, różnica jest widoczna na początku wykresów. Widać, że początkowo wzroszą się one wolniej, a dopiero później wzroszą się szybciej.

Im większa stała czasowa, tym dłużej ustala się odpowiedź obiektu.

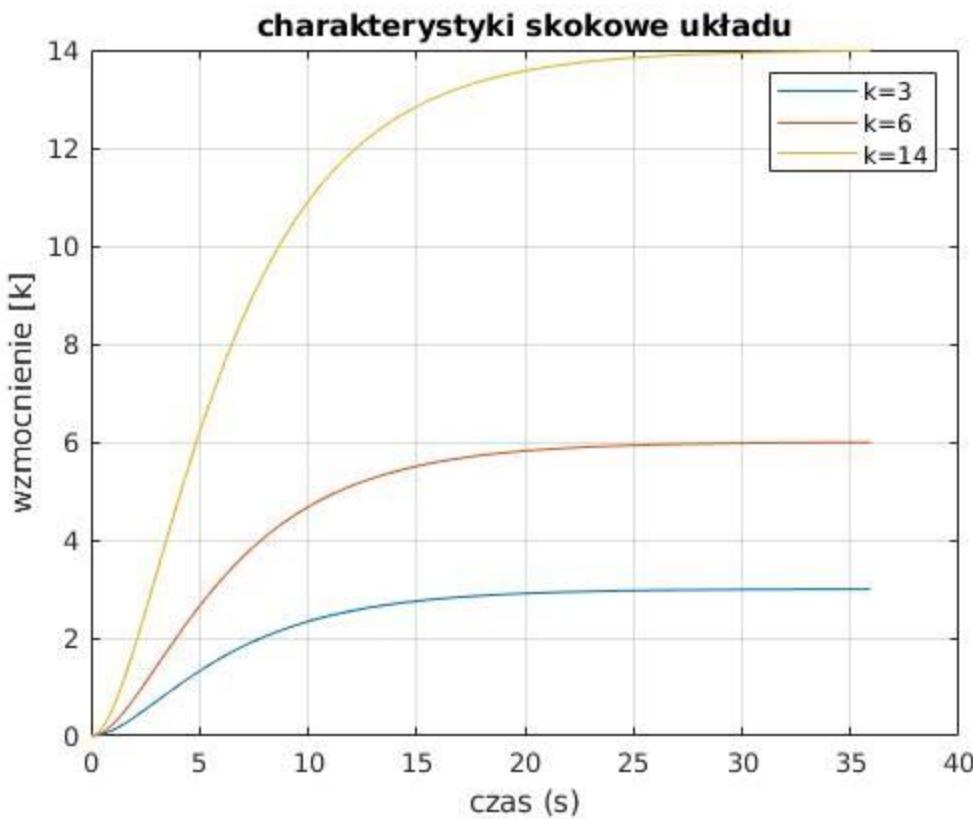


Wykres przedstawia wpływ stałej czasowej na odpowiedź impulsową obiektu inercyjnego II rzędu. Wzmocnienie k jest stałe i $k=3$.

Jak widać, różni się on wyraźnie od obiektu inercyjnego I stopnia. Wartość początkowa wszystkich wykresów jest równa 0. Następnie wykresy wznoszą się szybko do pewnej wartości, by później opadać (wolniej niż się wzrosły), dopóki nie osiągną wartości 0.

Wartość stałej czasowej wpływa na maksymalną wartość, jaką przyjmuje wykres odpowiedzi impulsowej, czas w którym ta maksymalna wartość zostanie osiągnięta i czas, w jakim odpowiedź impulsowa obiektu ponownie osiągnie wartość 0. Im mniejsza stała czasowa, tym szybciej wykres osiąga wartość maksymalną. Im mniejsza stała czasowa, tym większa jest wartość maksymalna. Im większa stała czasowa, tym później wykres odpowiedzi impulsowej znowu osiągnie wartość 0 (tym szybciej ustala się odpowiedź obiektu).

Można też powiedzieć, że im mniejsza stała czasowa, tym szybszy jest obiekt, czyli szybko się wzrosi i szybko opada, czyli szybko ustala się odpowiedź obiektu.

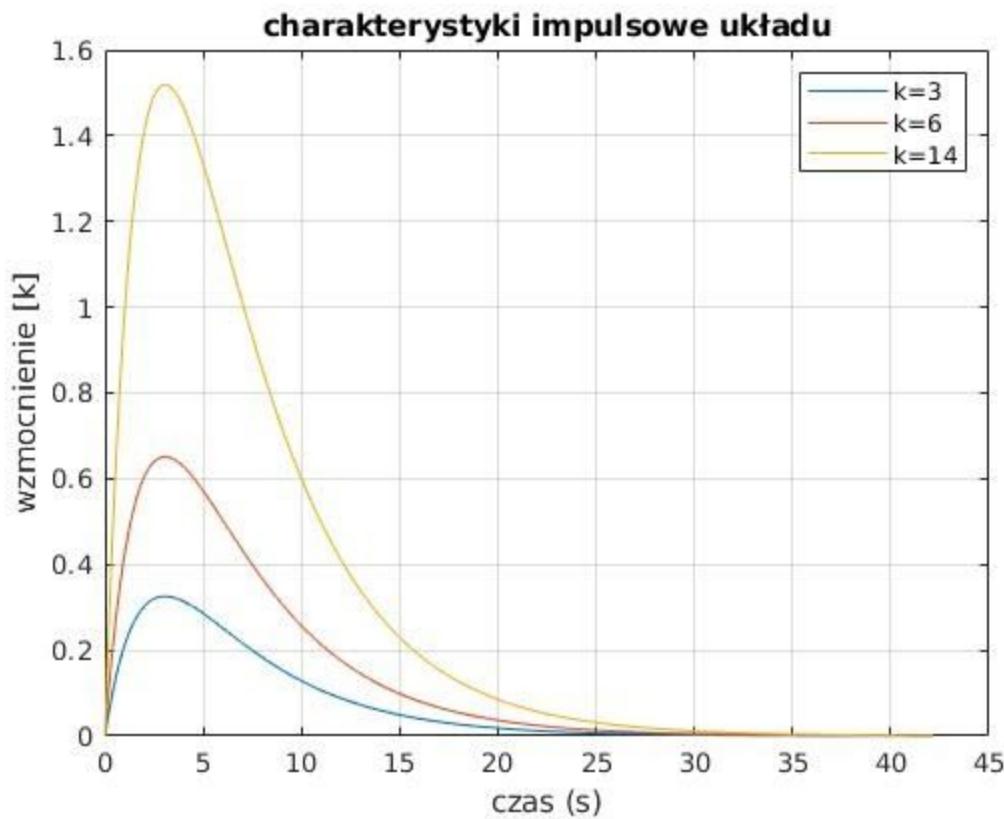


Wykres przedstawia charakterystykę obiektu w zależności od różnych wartości wzmocnienia k.

Wykres odpowiedzi skokowej dla obiektu inercyjnego II stopnia jest bardzo podobny do wykresu odpowiedzi skokowej obiektu inercyjnego I stopnia. Różnicę widać jednak na początku wykresów: w przypadku obiektu inercyjnego I stopnia wykres odpowiedzi skokowej od razu bardzo szybko się wznosił, w przypadku obiektu inercyjnego II stopnia widać, że początkowo wykres wznosi się powoli, a dopiero po chwili wznosi się szybciej.

Tak jak w przypadku odpowiedzi skokowej obiektu inercyjnego I stopnia, odpowiedź skokowa obiektu inercyjnego II stopnia ustala się na poziomie wzmocnienia k. Im większe wzmocnienie, tym większą wartość przyjmuje odpowiedź skokowa obiektu

Wartość wzmocnienia nie ma wpływu na czas ustalania odpowiedzi obiektu.



Wykres przedstawia wpływ wzmocnienia k na odpowiedź impulsową obiektu. Wartości stałych czasowych są takie same i wynoszą $T_1 = 5$, $T_2 = 2$. Jak widać, różni się on wyraźnie od obiektu inercyjnego I stopnia. Wartość początkowa wszystkich wykresów jest równa 0. Następnie wykresy wzrosną się szybko do pewnej wartości, by później opadać (wolniej niż się wzrosły), dopóki nie osiągną wartości 0..

Widac, że wzmocnienie k nie ma wpływu na czas osiągnięcia wartości maksymalnej ani kształt wykresu. Od wzmocnienia k nie zależy także czas, w jakim wykresy ponownie osiągną wartość 0, opadając.

Wzmocnienie k wpływa na maksymalną wartość. Im większą wartość wzmocnienia, tym dłuższy czas wygaszania.

3. obiekt oscylacyjny II rzędu

Przedstawione poniżej wykresy reprezentują charakterystykę odpowiedzi skokowej i impulsowej dla obiektu oscylacyjnego II rzędu o transmitancji:

$$G(s) = \frac{k}{T_o^2 s^2 + 2\xi T_o s + 1}$$

gdzie:

k - wzmacnienie

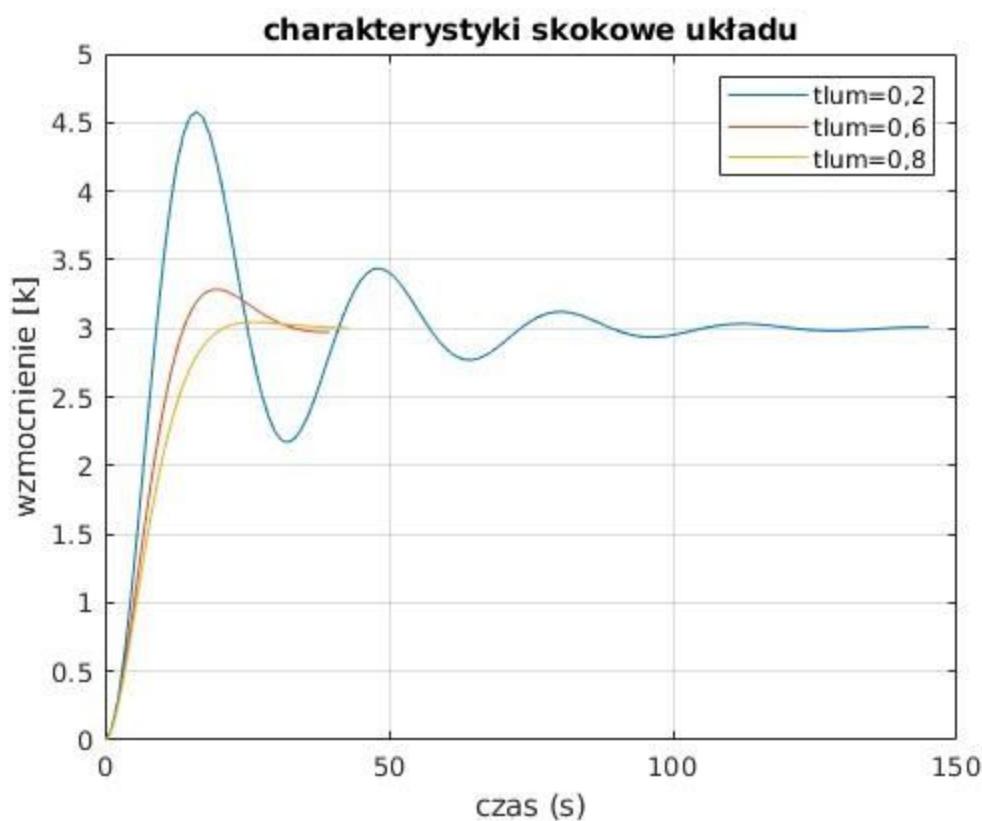
T - stała czasowa

ξ - tłumienie (tłumienie przyjmuje wartości od 0 do 1)

Dla układu opóźnienie (tau) dla układu wynosi 1, a rząd aproksymacji (n) wynosi 10.

Poniżej przedstawione zostały wykresy obrazujące:

- wpływ tłumienia na odpowiedzi skokowe obiektów
- wpływ tłumienia na odpowiedzi impulsowe obiektów
- wpływ stałej czasowej na odpowiedzi skokowe obiektów
- wpływ stałej czasowej na odpowiedzi impulsowe obiektów



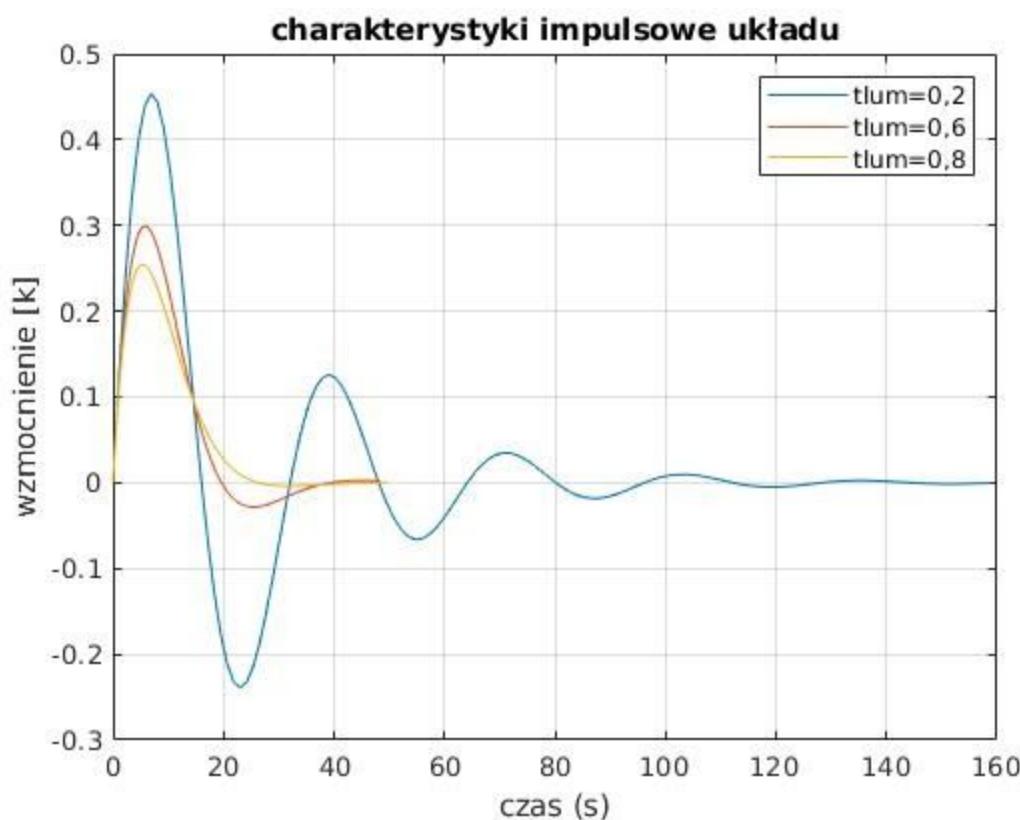
Powyższy wykres przedstawia odpowiedź skokową obiektu oscylacyjnego II rzędu i wpływ tłumienia na przebieg odpowiedzi skokowej.

Na wykresie widoczne są oscylacje, czyli wahania wokół wartości ustalonej.

Im mniejsze tłumienie, tym większa oscylacja. Im większe tłumienie, tym mniejsze są oscylacje.

Im mniejsze tłumienie tym dłużej ustala się odpowiedź obiektu.

Najszybciej na wymuszenie skokiem jednostkowym odpowiada obiekt o najmniejszym tłumieniu.



Wykres przedstawia wpływ tłumienia na odpowiedź impulsową obiektu oscylacyjnego II rzędu.

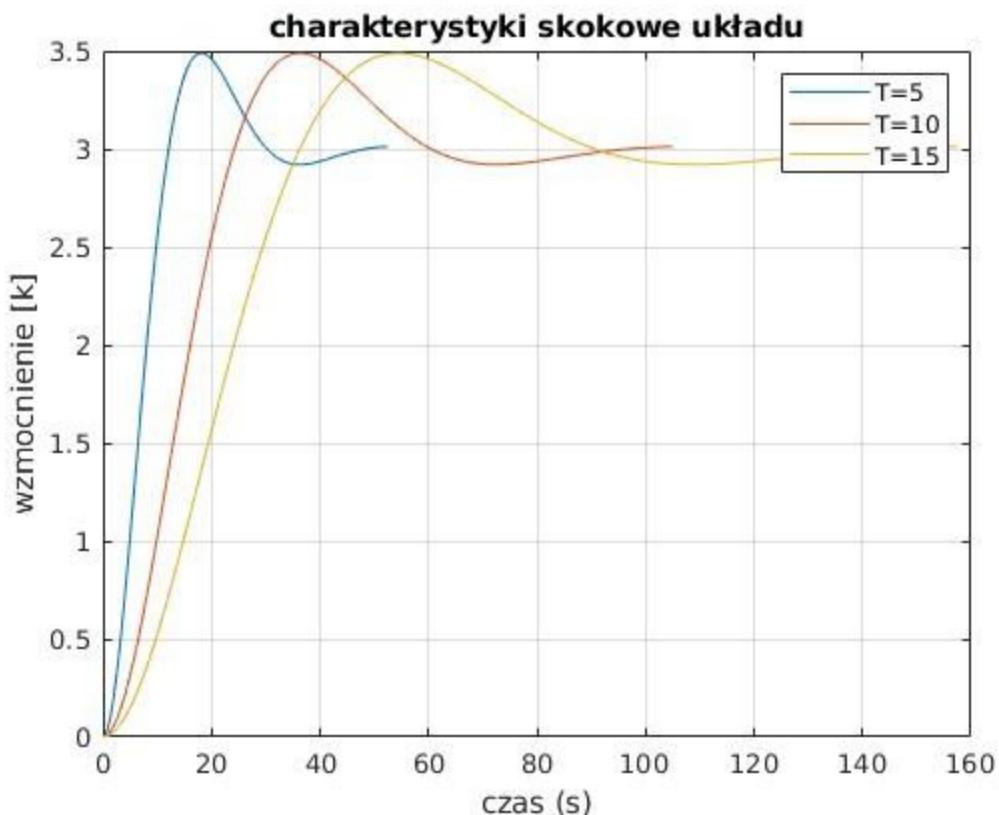
Jak widać, im mniejsze tłumienie, tym większe oscylacje.

Im mniejsze tłumienie, tym później ustala się odpowiedź obiektu.

Co charakterystyczne, wszystkie wykresy przecinają się w tym samym miejscu.

Wykresy osiągają różne wartości maksymalne i minimalne. Amplituda między wartościami maksymalnymi a minimalnymi jest większa, jeśli tłumienie jest mniejsze. Jeśli tłumienie jest małe (na wykresie tlum - 0,2), wartości minimalne są wyraźnie mniejsze od 0, a w przypadku wysokiego tłumienia (na wykresie tlum = 0,8) obiekt po osiągnięciu wartości maksymalnej niemal od razu ustala swoją odpowiedź impulsową (widoczne są minimalne oscylacje wokół 0).

Obiekty w zależności od wartości tłumienia nieznacznie różnią się czasem osiągania maksymalnej wartości. Im tłumienie jest większe, tym szybciej obiekt osiąga wartość maksymalną (różnicą są jednak nieznaczne).

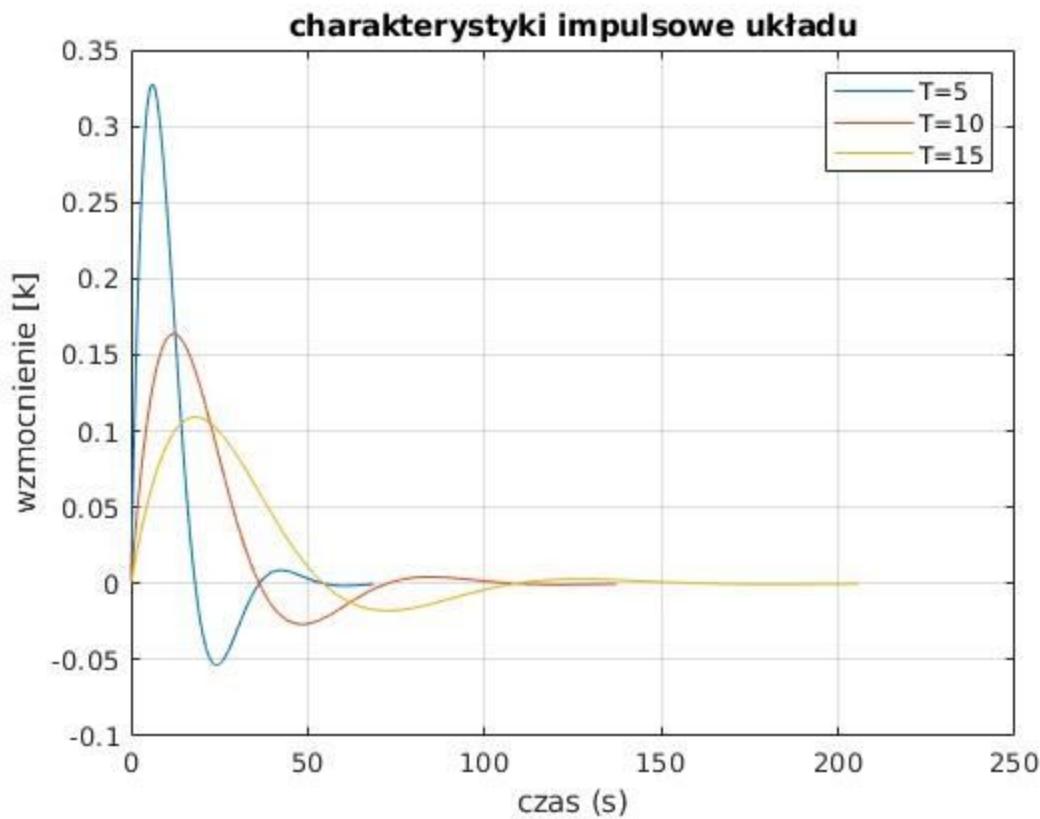


Na wykresie przedstawiono wpływ stałej czasowej na odpowiedź skokową obiektu. . Wartość wzmocnienia k i tłumienia jest taka sama dla każdego wykresu i wynosi:
wzmocnienie $k=3$,
tłumienie = 0,5

Widać, że odpowiedź obiektu ustala się na wartości równej wzmocnieniu, ale oscyluje wokół tej wartości. Z wykresu wynika także, że wartość tej oscylacji na każdym wykresie jest taka sama (wartość maksymalna = 3,5, wartość minimalna około 2,9). Oscylacja nie zależy od stałej czasowej, ale od wzmocnienia k.

Jak wynika z wykresu, odpowiedź obiektu ustala się szybciej, jeśli stała czasowa jest mniejsza (na wykresie niebieskim $T=5$ s), a wolniej jeśli stała czasowa jest większa (na wykresie żółtym $T=15$ s)

Odpowiedź obiektu jest szybsza, jeśli stała czasowa jest mniejsza.



Wykres przedstawia odpowiedź impulsową obiektu oscylacyjnego i ukazuje wpływ stałej czasowej na odpowiedź obiektu. Wartość wzmocnienia k i tłumienia jest taka sama dla każdego wykresu i wynosi:

wzmocnienie $k=3$,
tłumienie = 0,5

Jak wynika z wykresu, odpowiedź impulsowa ustala się na wartości 0, a przed osiągnięciem tej wartości widoczna jest oscylacja.

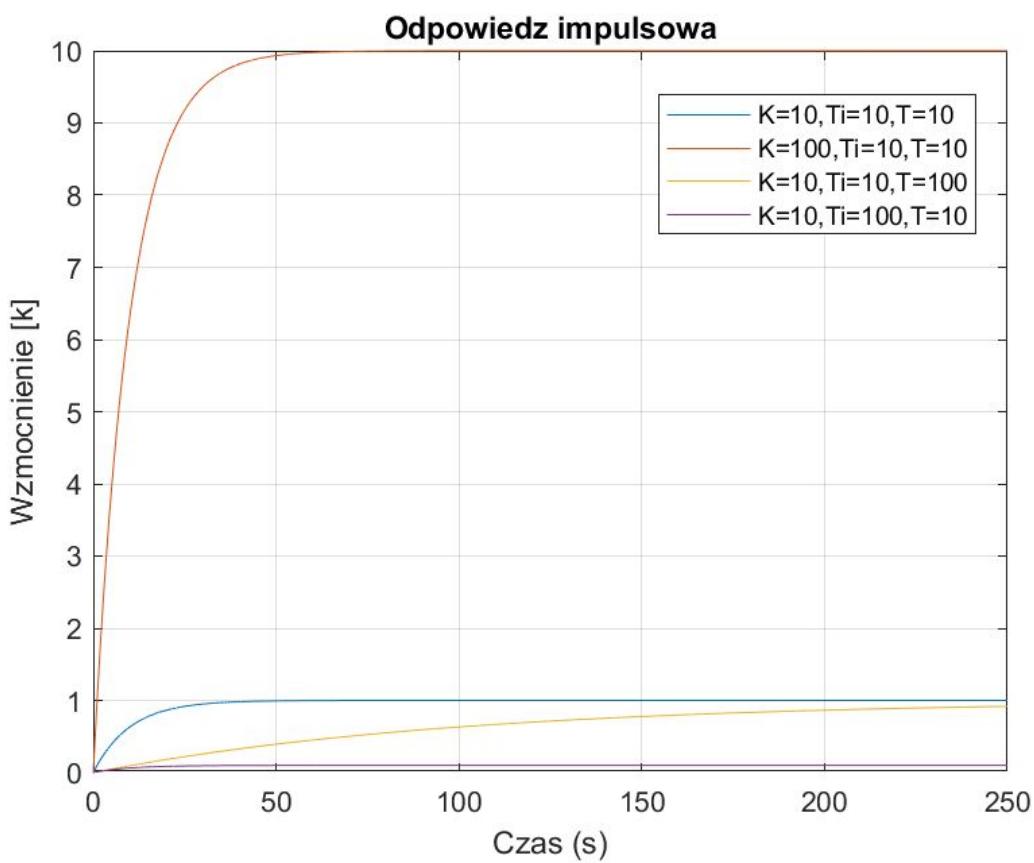
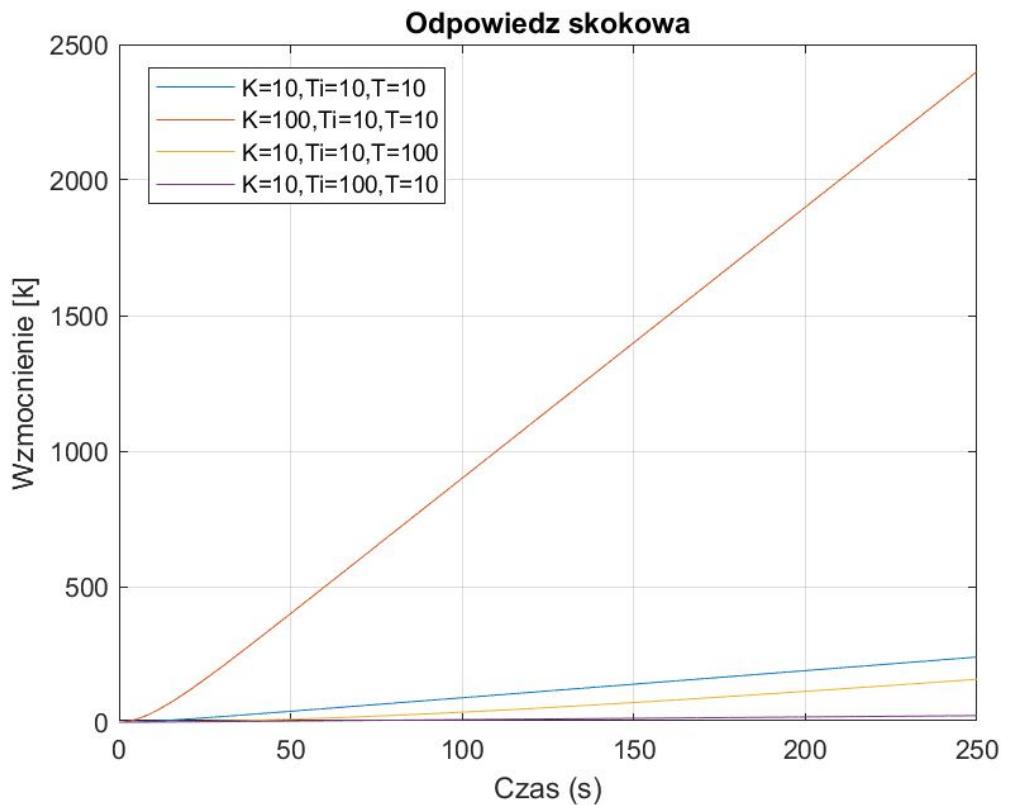
Stała czasowa wpływa na szybkość, z jaką ustala się odpowiedź obiektu. Im większa stała czasowa, tym później następuje odpowiedź impulsowa obiektu.

Na wykresie widać ponadto, że szybkość reakcji obiektu zależy od stałej czasowej. Jeśli stała czasowa jest mniejsza, obiekt szybciej reaguje i szybciej osiąga ustaloną wartość (0). Można zatem powiedzieć, że jeśli stała czasowa jest mniejsza, to obiekt jest szybki, jeśli stała czasowa jest większa to obiekt będzie wolniejszy (wolniej reaguje i wolniej ustala odpowiedź).

Wielkość oscylacji (amplituda między wartością maksymalną i minimalną) zależy od stałej czasowej. Jeśli stała czasowa jest mała, oscylacja jest duża, jeśli stała czasowa jest duża, oscylacja jest mała.

4. Obiekt całkujący z inercją I rzędu o transmitancji:

$$G(s) = \frac{k}{T_i s(Ts + 1)}$$



Wykresy przedstawiają odpowiedź skokową i impulsową obiektu całkującego z inercją I rzędu.

Odpowiedź skokowa:

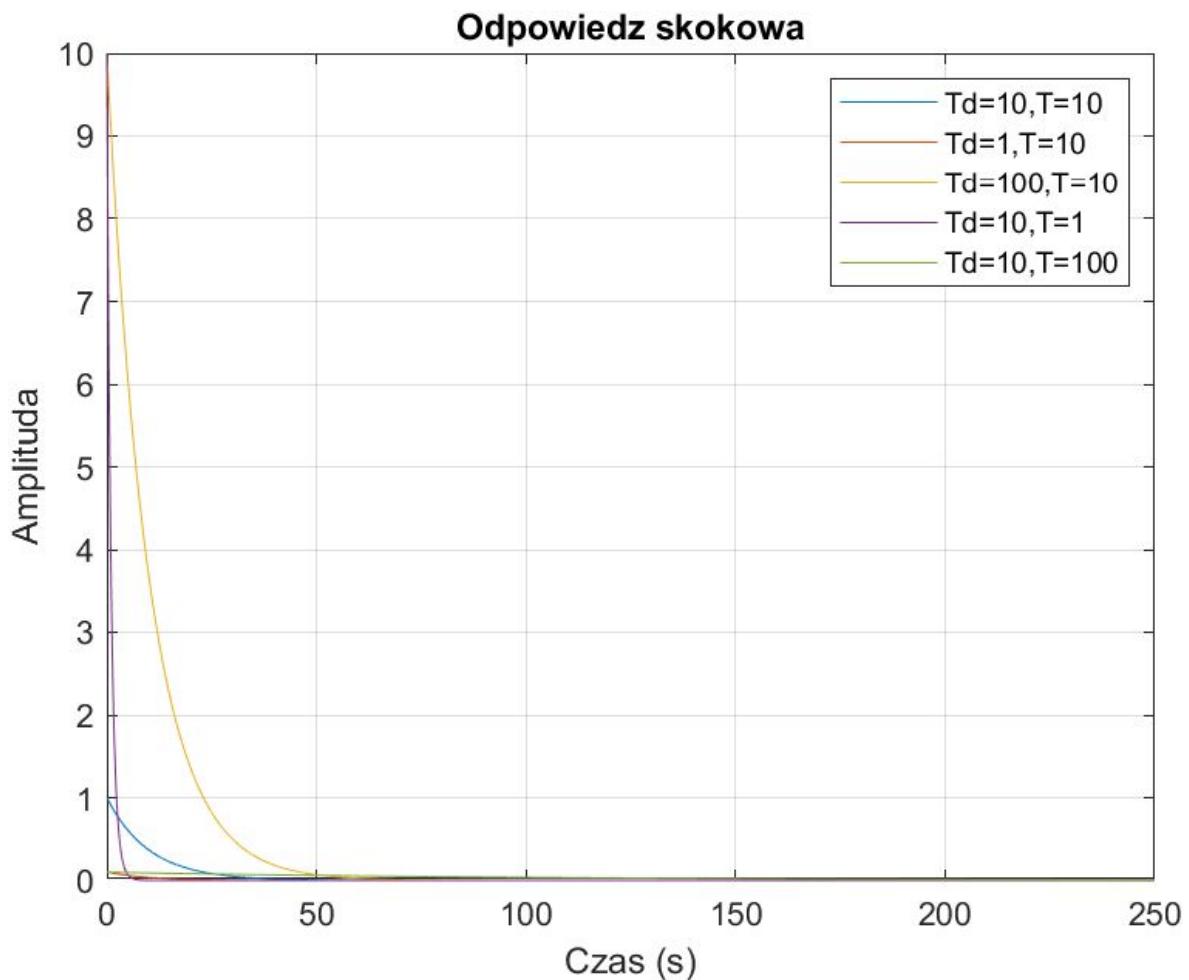
Zmiana parametru K zmienia się szybkość, z jaką wykres rośnie w czasie, natomiast zmiana parametru Ti i Tz określa wartość mianownika co zmniejsza wzrost wykresu.

Dla odpowiedzi impulsowej:

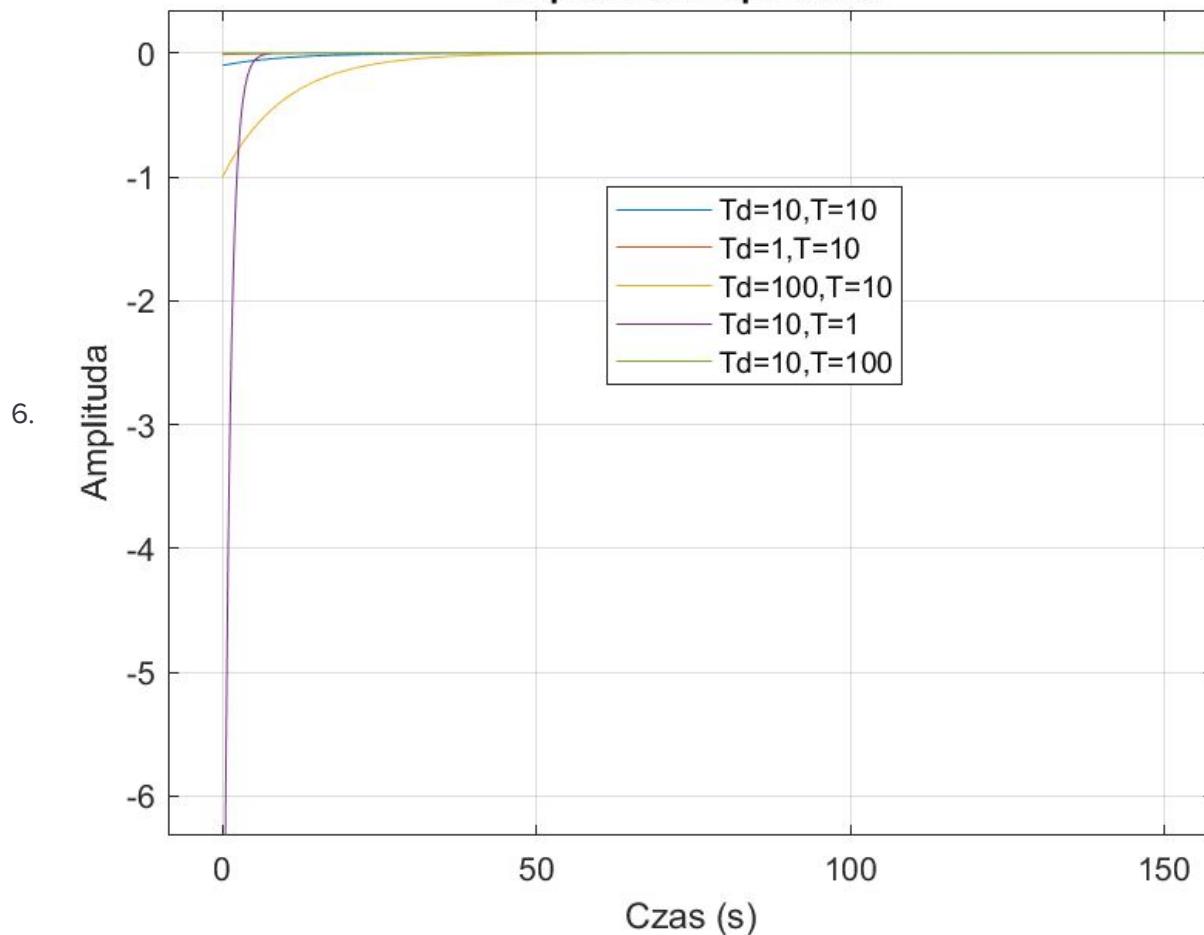
Parametr K zmienia wartość, do której wykres dąży w czasie dla K = 100 jest to 10 a dla K = 10 jest to 1. Zmiana parametrów Ti i T ma wpływ na szybkość, z jaką wykres dąży do tych wartości w czasie.

5. Obiekt różniczkujący rzeczywisty:

$$G(s) = \frac{T_d s}{T s + 1}$$



Odpowiedz impulsowa



Wykresy przedstawiają odpowiedź skokową i impulsową obiektu różniczkującego rzeczywistego.

Odpowiedź skokowa:

Wartość parametru T_d ma wpływ na wartość początkowo, która w przybliżeniu wynosi:

0.1 dla $T_d = 1$, 1 dla $T_d = 10$, oraz 10 dla $T_d = 100$

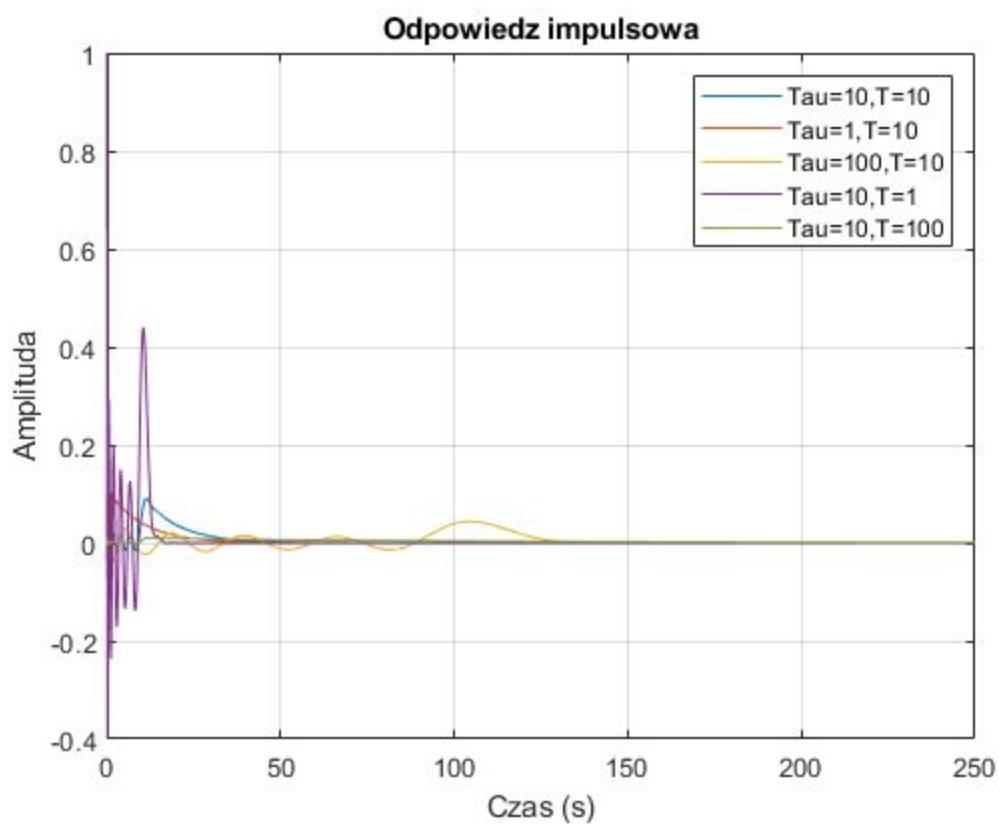
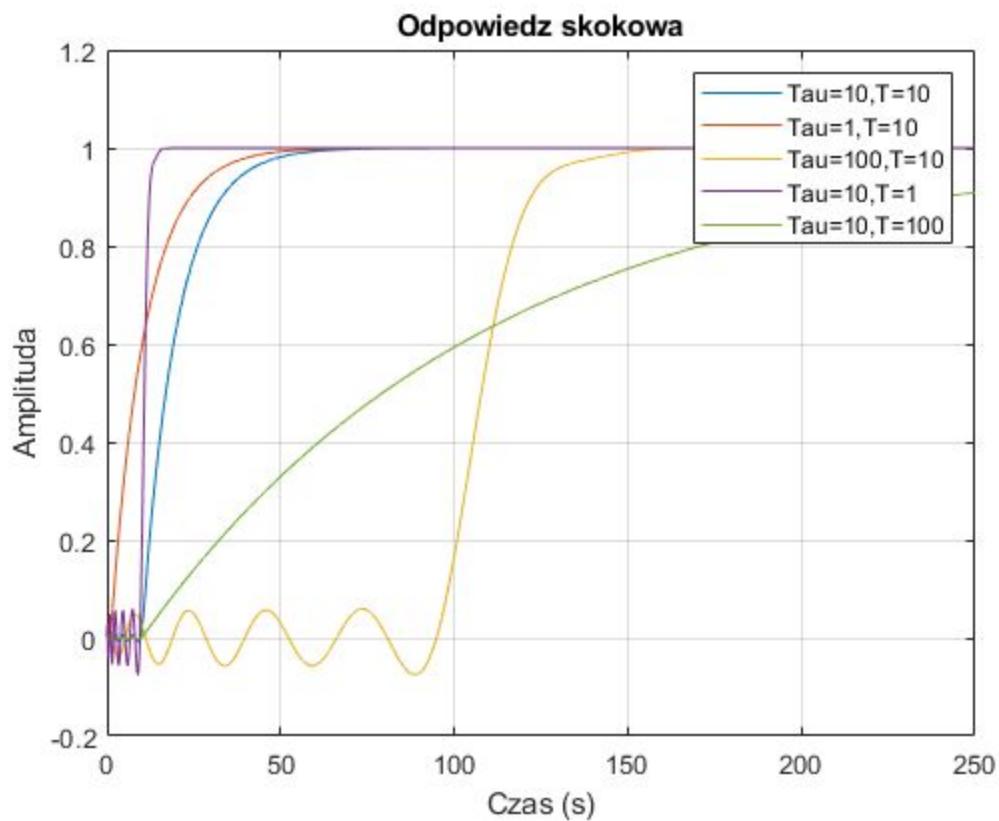
Parametr T reguluje szybkość, z jaką wykres zmierza do wartości zero.

Odpowiedź impulsowa:

Podobnie jak dla odpowiedzi skokowej wzrost wartości parametru T_d wpływa na czas, w jakim wykres zmierza do zera, odwrotnie jest z parametrem T , którego wzrost skraca ten czas.

Obiekt inercyjny I rzędu z opóźnieniem:

$$G(s) = \frac{e^{-st}}{Ts + 1}$$



Wykresy przedstawia odpowiedź skokową i impulsową obiektu różniczkującego rzeczywistego.

Odpowiedź skokowa:

Wartość parametru Tau wpływa na długość opóźnienia, co można zaobserwować na wykresie, natomiast wzrost parametru T skraca czas, w którym funkcja zmierza do wartości 1.

Odpowiedź impulsowa:

Wartość parametru Tau określa długość oscylacji, natomiast wartość parametru T określa wysokość amplitudy dla oscylacji.

Charakterystyki częstotliwościowe

Cel ćwiczenia:

Zapoznanie się z charakterystykami częstotliwościowymi podstawowych obiektów dynamicznych.

W czasie ćwiczenia będą badane charakterystyki częstotliwościowe następujących typów:

- **amplitudowo - fazowa** jest reprezentowana na płaszczyźnie zespolonej i jest ona miejscem geometrycznym końca wektora, którego współrzędnymi są: $\text{Re}(G(j\omega))$ oraz $\text{Im}(G(j\omega))$ przy zmianie pulsacji ω w zakresie od zera do nieskończoności, gdzie $G(j\omega)$ jest transmitancją widmową obiektu.
- **logarytmiczna modułu i fazy** są to wykresy modułu i fazy tr. widmowej $G(j\omega)$ w funkcji pulsacji ω , przy czym zmienna niezależna ω jest podana w skali logarytmicznej. Moduł transmitancji jest podawany w decybelach [dB], czyli jest on równy $20 \log(|G(j\omega)|)$, faza jest podawana w stopniach.

swarthmore [Nyquist](#) - Interesujące przykłady

Autorzy

Justyna Maślanka
Kornel Krzywacki
Maciej Szostak
Krystian Pikus
Piotr Wawryka

Obiekt

Przedstawione poniżej wykresy przedstawiają charakterystyki częstotliwościowe amplitudowo-fazowe i logarytmiczne modułu i fazy

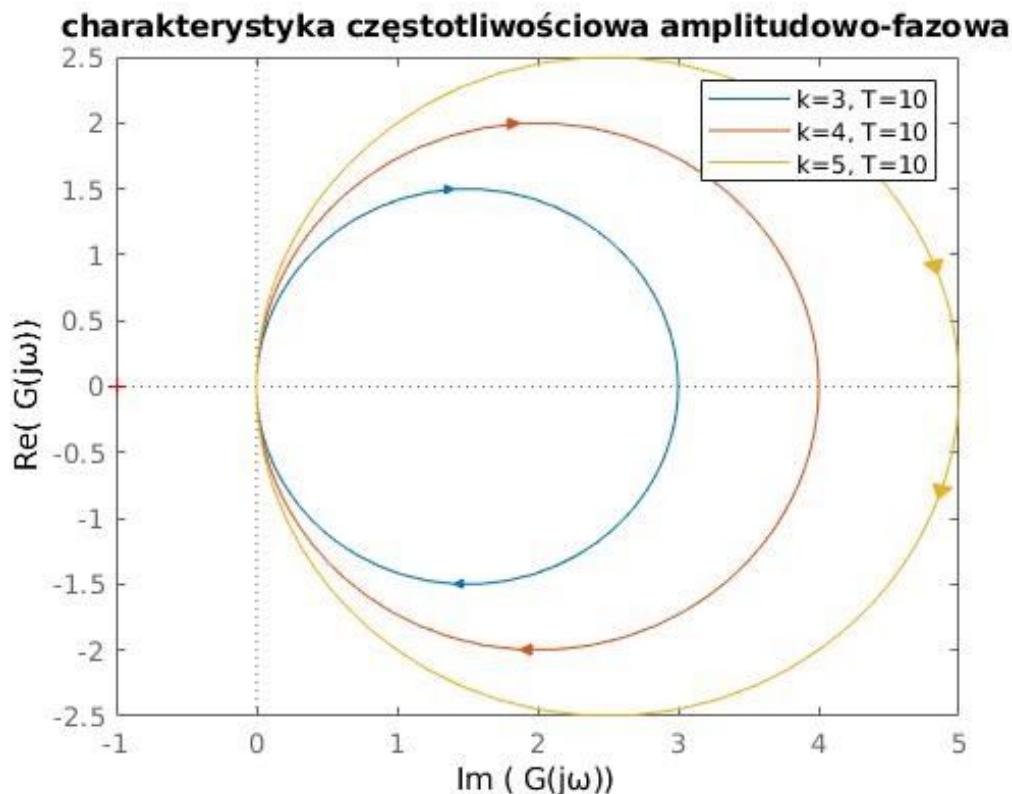
1. Inercyjny I rzędu

$$G(j\omega) = \frac{k}{T(j\omega) + 1}$$

Gdzie parametry to:

k - wzmocnienie

T - stała czasowa

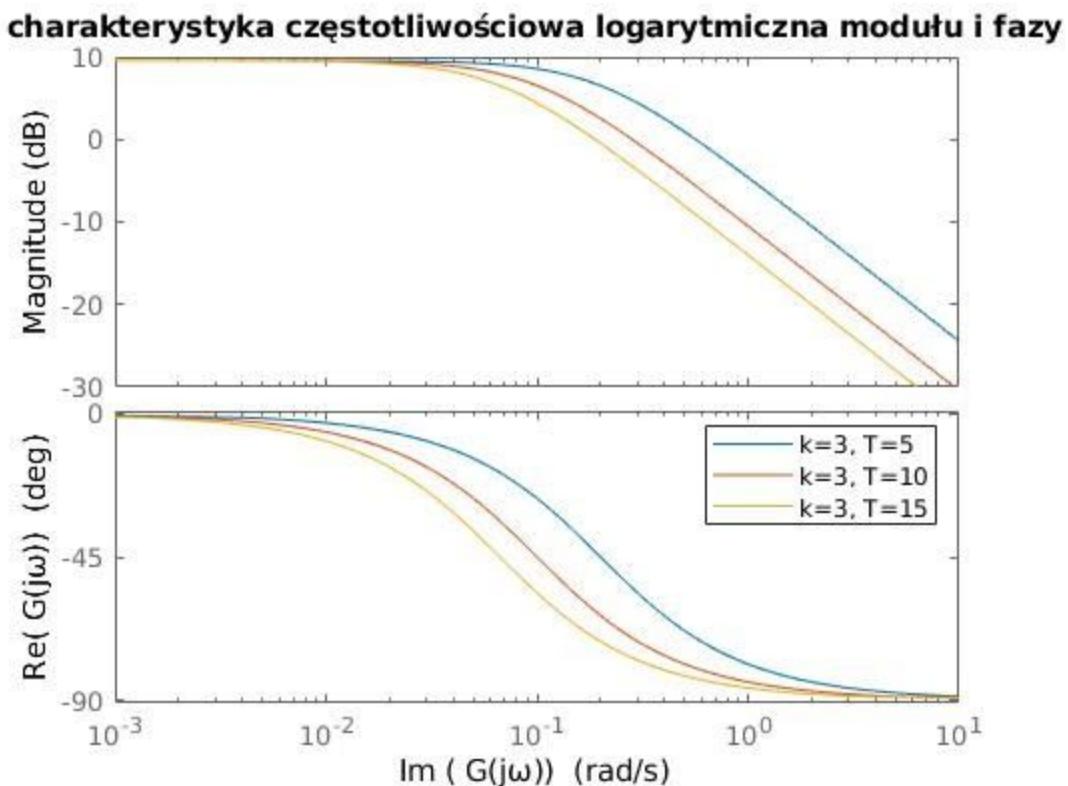


Wnioski

Wykres przedstawia charakterystykę amplitudowo-fazową (Nyquista). Są one rysowane na płaszczyźnie zmiennej zespolonej. Charakterystyki te powstają przez podstawienie kolejnych wartości pulsacji od 0 do nieskończoności. Dla danej pulsacji przesunięcie fazowe będzie równe kątowi między prostą poprowadzoną przez początek układu współrzędnych i dany punkt wykresu a linią oznaczoną kropkami na wykresie. Zmiana amplitudy jest wyrażana przez moduł (odległość od początku układu współrzędnych do danego punktu).

Jak wynika z wykresu, początek ma on zawsze w punkcie $x=wzmocnienie, y=0$.

Gdyby stworzyć wykres przedstawiający wpływ stałej czasowej przy stałym k , okazałoby się, że wykresy nakładałyby się. Wykres pulsacji rozpoczynałby się w tym samym miejscu i miał taki sam przebieg.



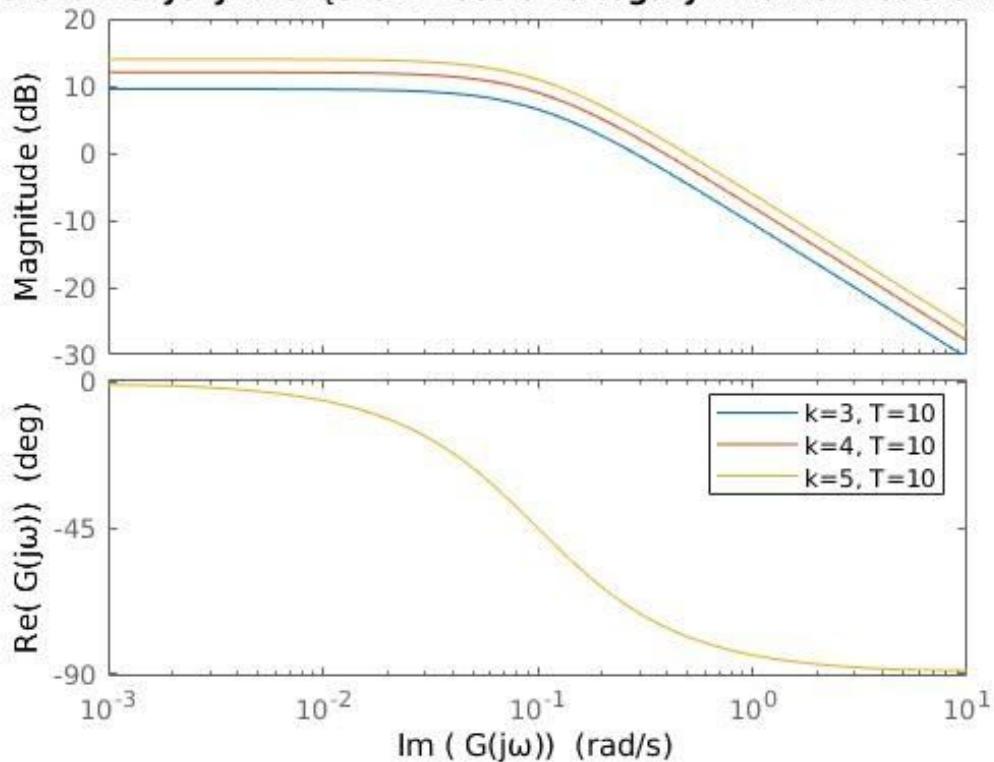
Wnioski

Powyżej przedstawione są wykresy Bodego, które przedstawiają wpływ stałej czasowej T na charakterystyki częstotliwościowe logarytmiczne.

Jak wynika z wykresu, stała czasowa nie ma wpływu na maksymalne wartości osiągane przez wykresy. Stała czasowa wpływa jednak na to, w którym momencie wykres zaczyna opadać.

Im mniejsza stała czasowa T , tym bardziej w prawo przesunięty jest wykres przesunięcia fazowego.

charakterystyka częstotliwościowa logarytmiczna modułu i fazy



Wnioski

Powyżej przedstawione są wykresy Bodego, które przedstawiają wpływ wzmocnienia k na charakterystyki częstotliwościowe logarytmiczne.

Pierwszy wykres przedstawia konkretną pulsację (dla jakiego punktu przedstawiona jest dana pulsacja). Wzmocnienie k ma wpływ na wartość, jaką osiągają wykresy na osi pionowej, Nie mają zaś wpływu na szybkość opadania wykresu.

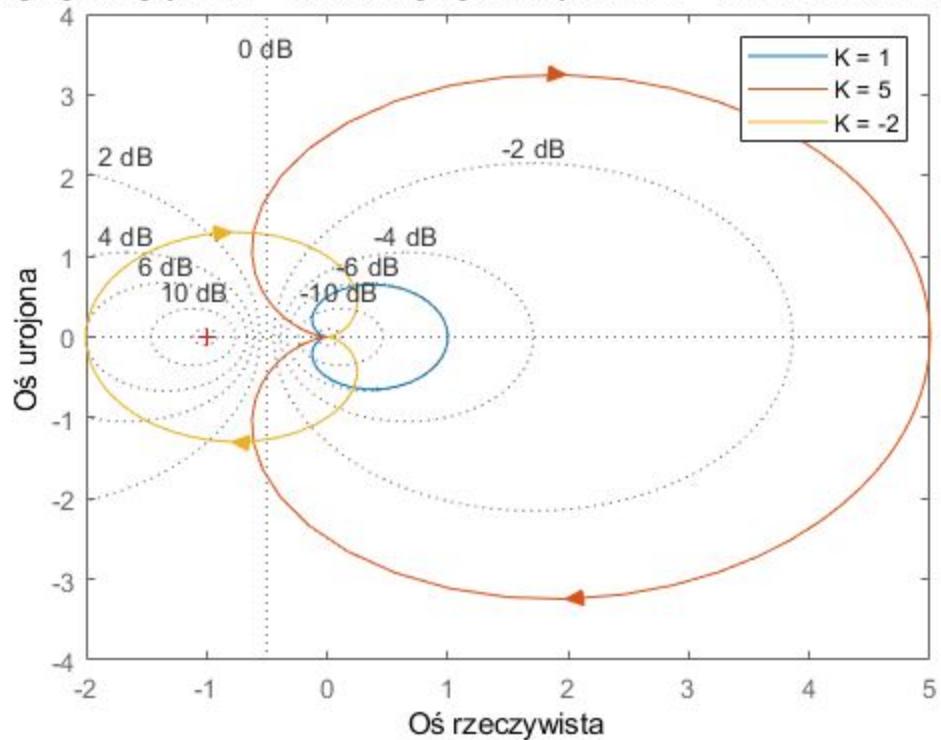
Wykres pierwszy ukazuje moduł w postaci logarytmicznej.

Drugi wykres przedstawia przesunięcie fazowe (od 0 do 90 stopni) Widać, że parametr k nie wpływa na przesunięcie fazowe (wykresy pokrywają się)

2. Inercyjny II rzędu

$$G(j\omega) = \frac{k}{(T_1(j\omega)+1)(T_2(j\omega+1))}$$

Charakterystyka Nyquist'a – charakterystyka amplitudowo – fazowa. Dziedzina zespolona



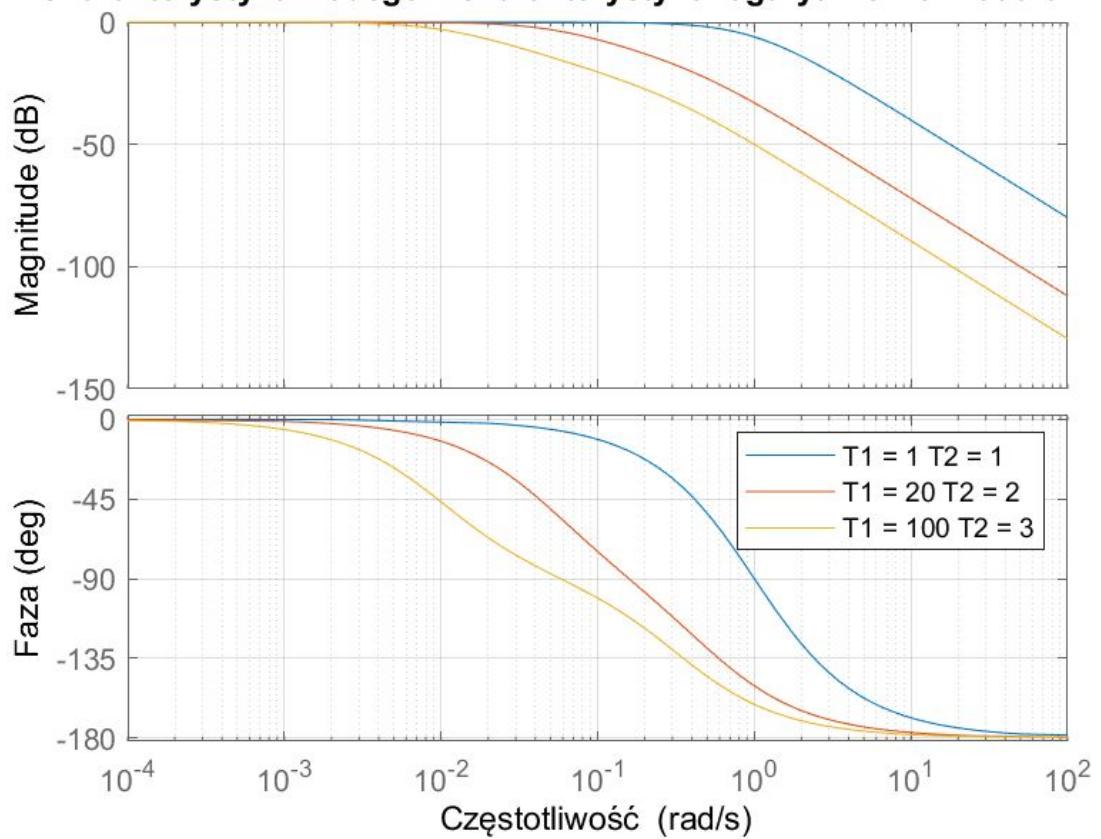
Stałe czasowe są równe jedności ($T_1 = T_2 = 1$).

Wnioski

Manipulacja wzmacnieniem przy użyciu transmitancji widmowej pozwala na zaobserwowanie znaku “zer”, kierunek w prawo dla dodatniego licznika, analogicznie w lewo dla ujemnego.

Ze względu na bieguny, które w tym obiekcie kształtują ovalny przebieg, odbiegający od kolistego.

Charakterystyka Bodego – charakterystyka logarytmiczna modułu i fazy



Wzmocnienie $k = 1$

Wnioski

Wpływ proporcjonalny na siłę tłumienia ma stała czasowa, jednakże ma ona łagodniejsze opadanie w dziedzinie częstotliwości.

3. Oscylacyjny II rzędu

$$G(s) = \frac{k}{T_o^2 s^2 + 2\zeta T_o s + 1}$$

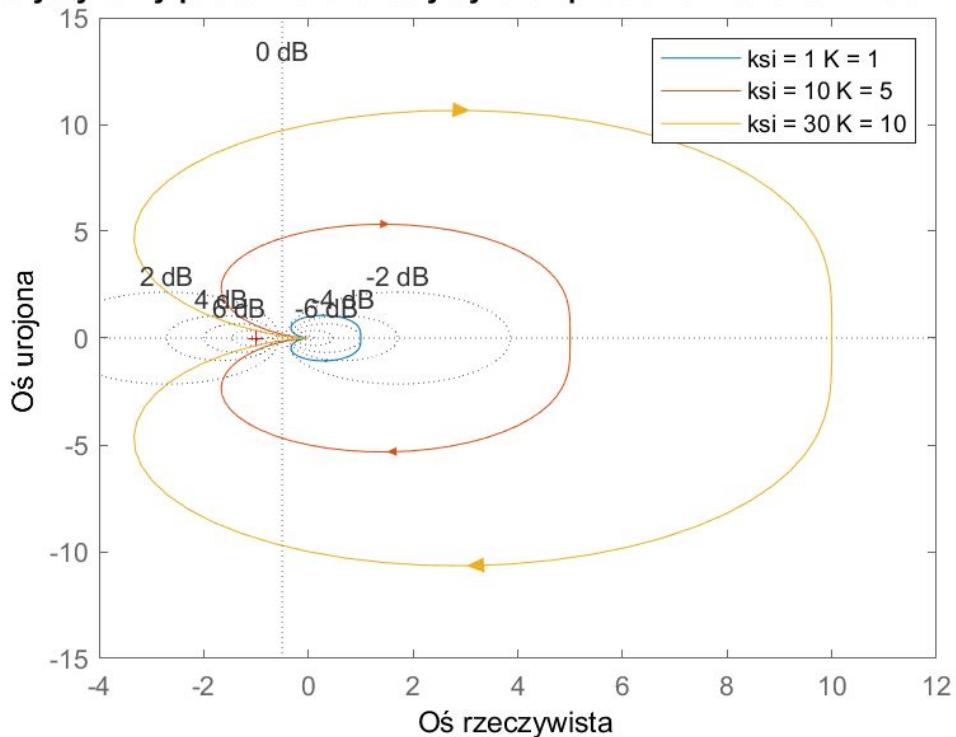
gdzie:

k - wzmacnienie

T - stała czasowa

ζ - tłumienie (tłumienie przyjmuje wartości od 0 do 1)

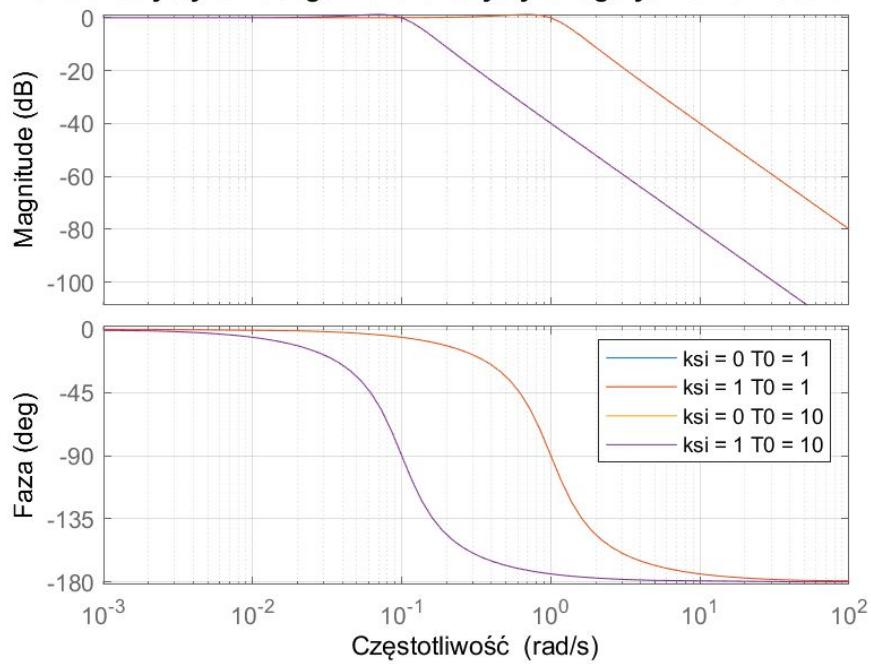
Charakterystyka Nyquist'a – charakterystyka amplitudowo – fazowa. Dziedzina zespolona



Wnioski:

Wykres przedstawia charakterystykę amplitudowo-fazową (Nyquista). Są one rysowane na płaszczyźnie zmiennej zespolonej.
Manipulowanie zmienną 'ksi' powoduje zmiany w charakterystyce amplitudowo-fazowej.

Charakterystyka Bodego – charakterystyka logarytmiczna modułu i fazy



Wnioski

Z powyższego wykresu jednoznacznie wynika że zmiana wartości ζ nie wpływa na charakterystykę Bodego, a jedynie stała czasowa.

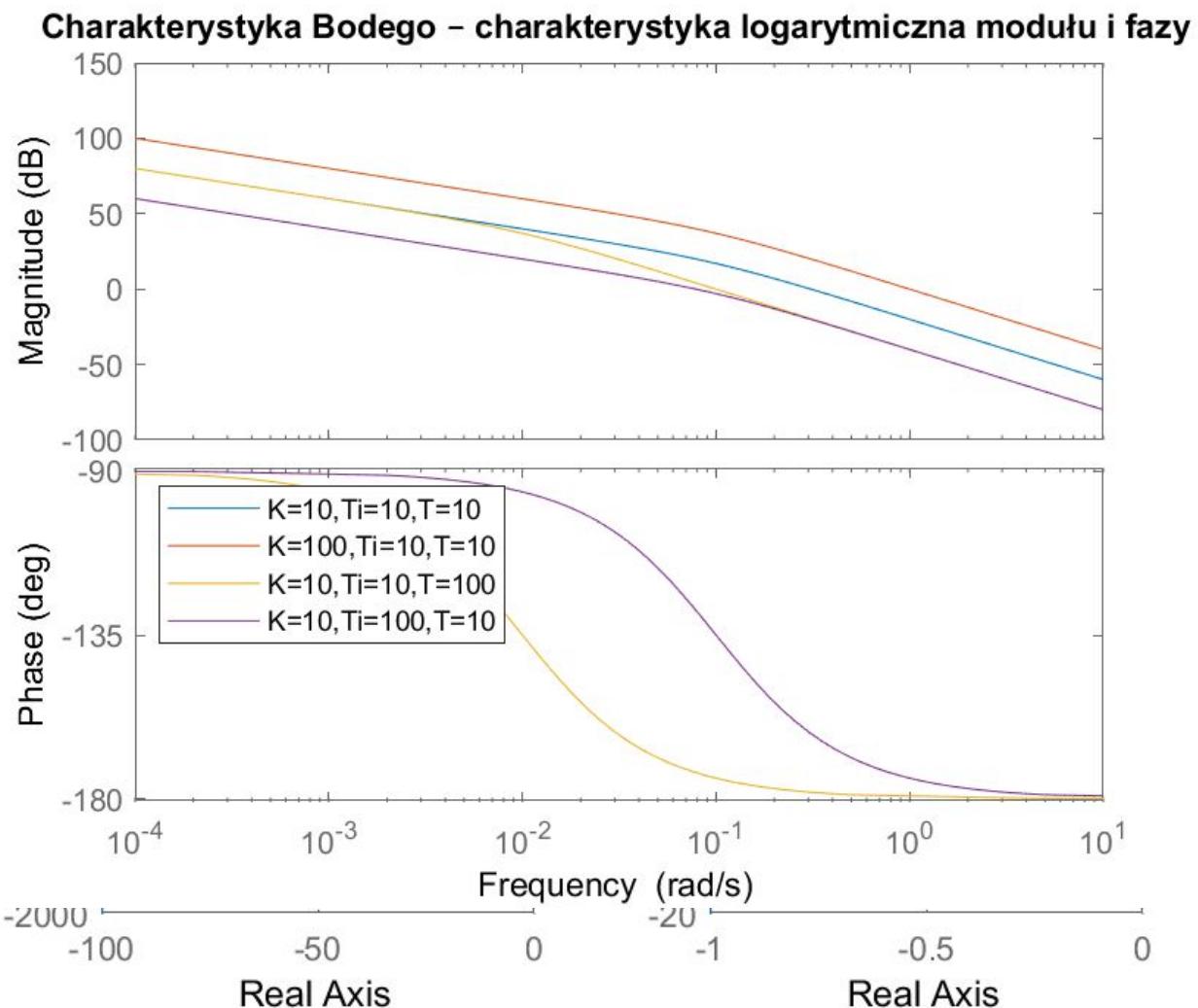
4. Całkujący z inercją I rzędu

$$G(s) = \frac{k}{T_i s(Ts + 1)}$$

K - Wzmocnienie

T - Stała czasowa

T_i - Stała czasowa inercji



Wnioski:

Charakterystyka Nyquist'a – charakterystyka amplitudowo – fazowa:

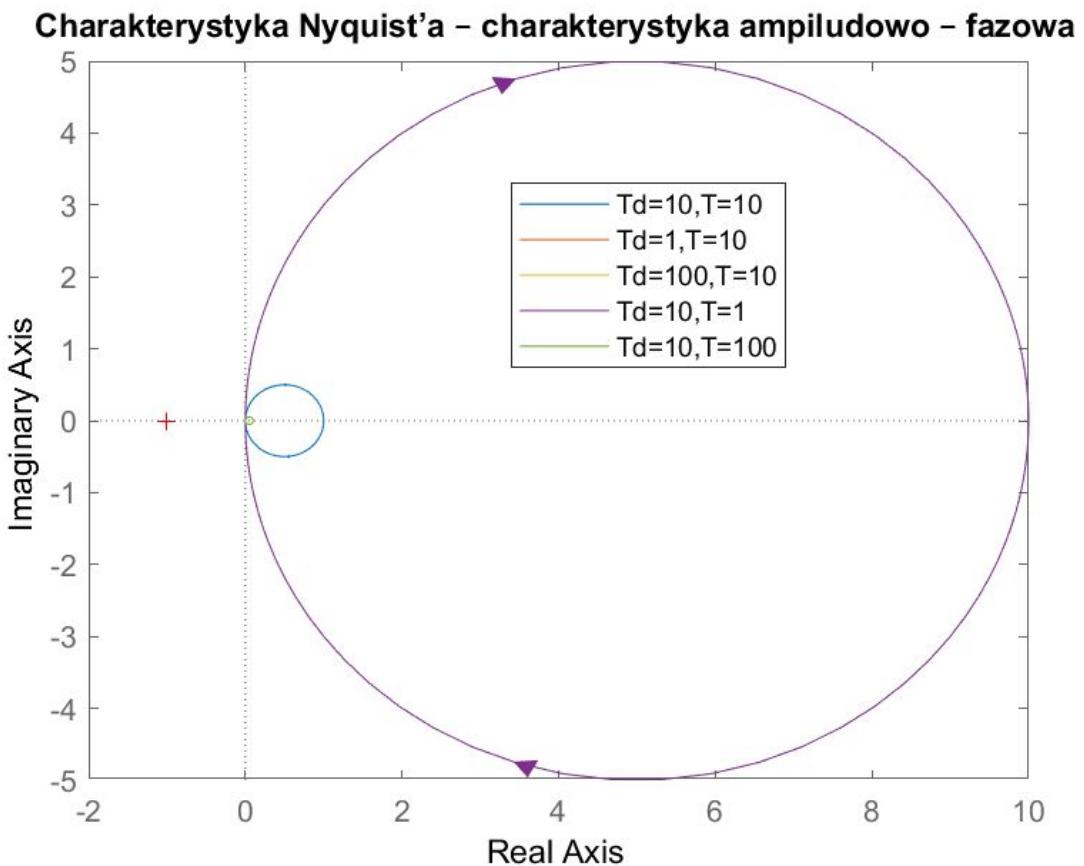
Przy zmianie parametru K i Ti zmienia się zakres wartości dla osi X (rzeczywistej) i osi Y (urojonej) na większy, natomiast przy zmianie parametru T zakres ten się zmniejsza.

Charakterystyka Bodego – charakterystyka logarytmiczna modułu i fazy:

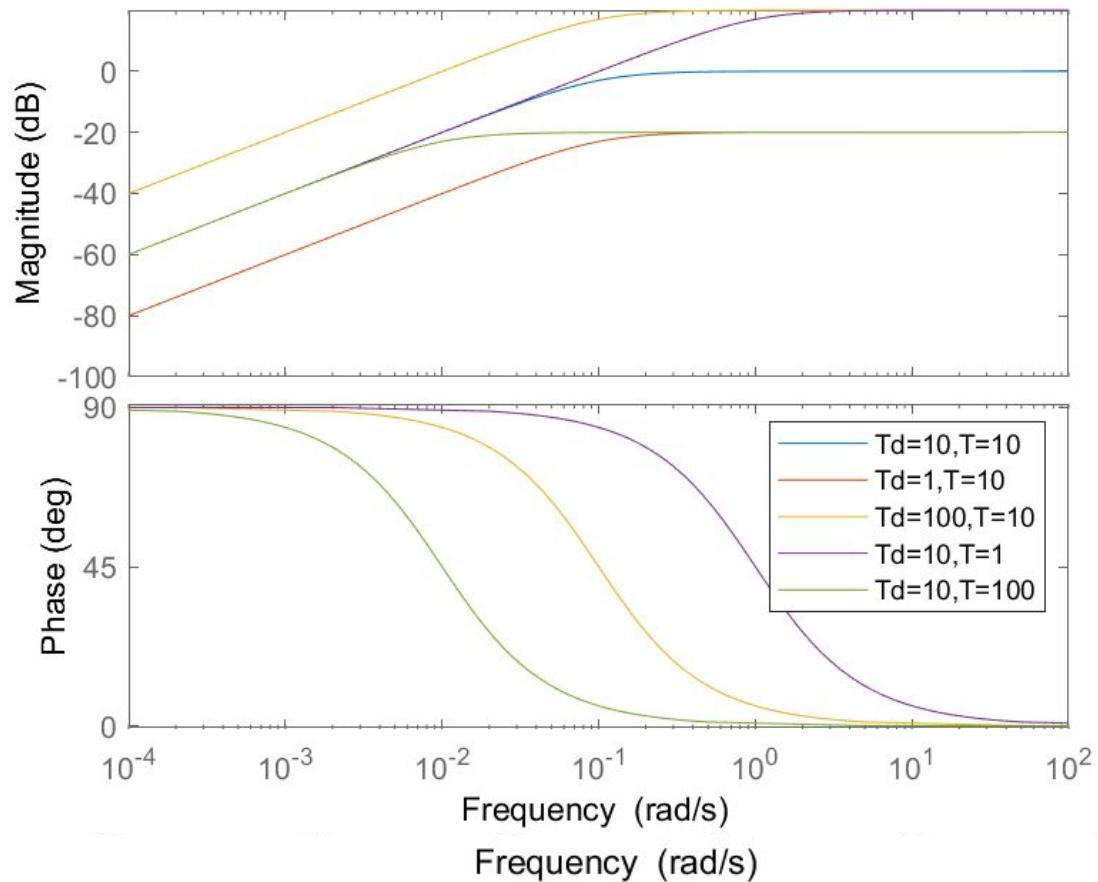
Dla parametru $K = 100$ zmienia się wartość początkowa wykresu na większą niż dla $K = 10$, natomiast dla parametru $T_i = 100$, początkowa wartość wykresu jest mniejsza niż dla $T_i = 10$; Argument T ma natomiast wpływ na szybkość z jaką wykres opada.

5. Różniczkujący rzeczywisty

$$G(s) = \frac{T_d s}{Ts + 1}$$



Charakterystyka Bodego – charakterystyka logarytmiczna modułu i fazy



Wnioski

Charakterystyka Nyquist'a – charakterystyka amplitudowo – fazowa:

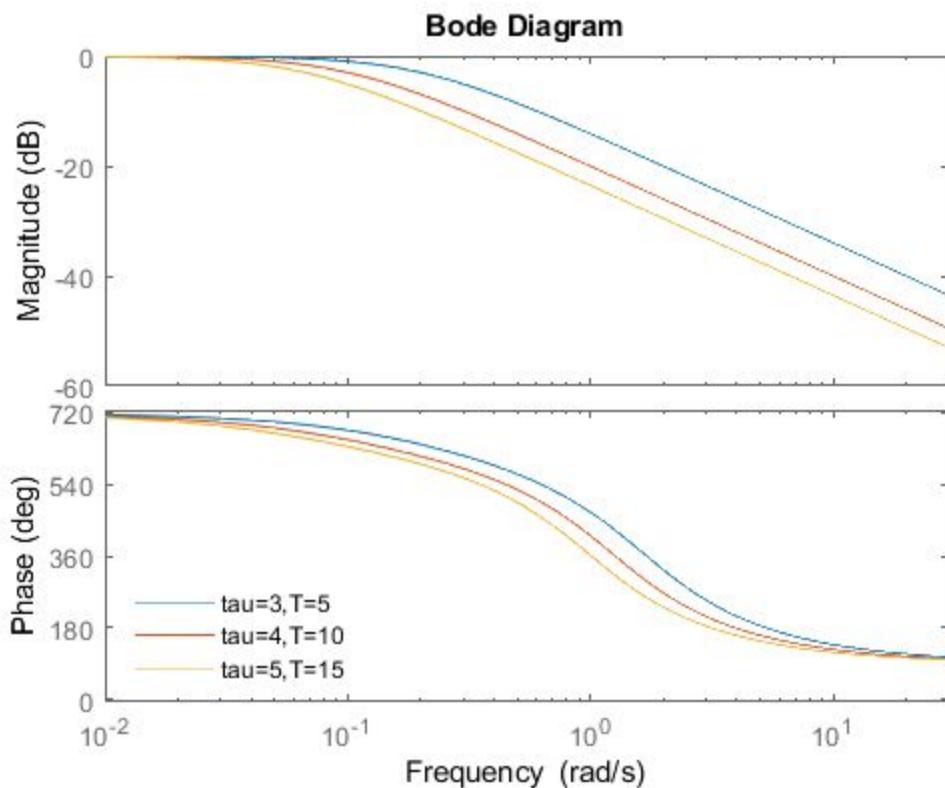
Zmiana wartości parametru T reguluje wielkość- im większa wartość T, tym mniejsze wartości obejmuje wykres. Natomiast wartość Td reguluje szybkość z jaką wykres charakterystyki zmierza do konkretnej wartości.

Charakterystyka Bodego – charakterystyka logarytmiczna modułu i fazy:

Im większa wartość parametru T tym do stosunkowo mniejszej wartości zmierza wykres charakterystyki (wykres nr 1), wartość T reguluje też szybkość z jaką wykres opada. (Wykres nr 2)

6. Inercyjny I rzędu z opóźnieniem

$$G(s) = \frac{e^{-s\tau}}{Ts + 1}$$

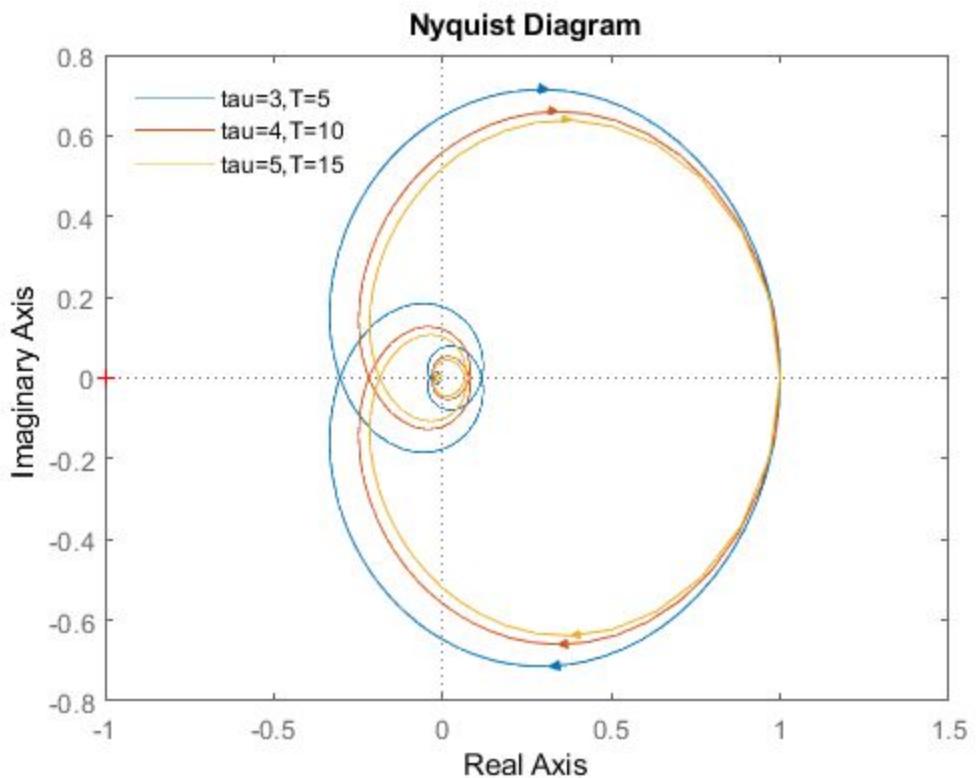


Wnioski

Podobnie jak człon inercyjnym pierwszego rzędu stała czasowa T nie ma wpływu na osiągane przez wykres wartości. Ma ona wpływ na to kiedy wykres zaczyna opada.

Człon opóźniający ma wpływ na to kiedy następuje załamanie oraz z jaką siłą.

Porównując wykresy z członem inercyjnym magnituda zaczyna opadać wcześniej oraz z większą mocą.



Wnioski

Kształt wykresu znaczaco różni się od członu inercyjnego pierwszego rzędu. O czym świadczy spirala w miarę zbliżania się ścieżki w $L(s)$ do źródła. Przyczyną tej spirali jest opóźnienie wynikające z poruszania się po osi urojonej, wielkość działki Nyquista nie zmienia się, ale faza stale się zmniejsza powodując spirale.

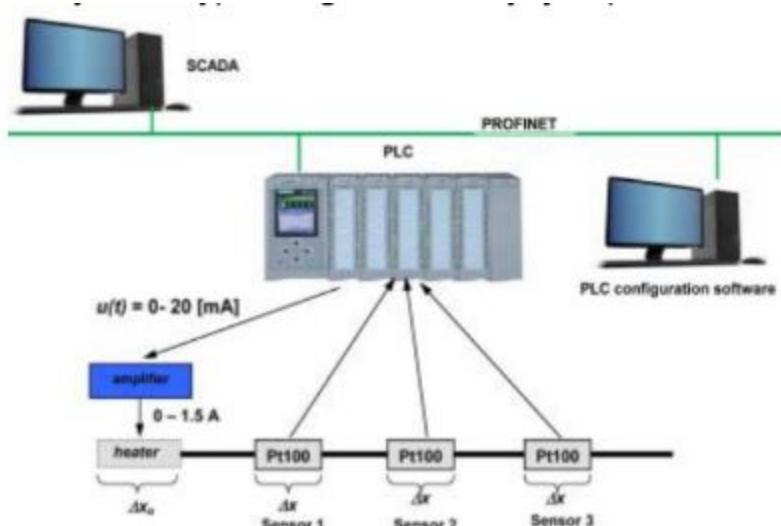
Punkt $-1+0i$ nie jest otoczeniem więc w prawej połówce płaszczyzny nie ma zer równania charakterystycznego (nie ma tam biegunów).

Gdyby punkt $-1+0i$ należał do otoczenia człon staje się niestabilny i ze względu na opóźnienie czasowe znalezienie korzenia równania charakterystycznego jest niemożliwe.

Identyfikacja obiektu regulacji

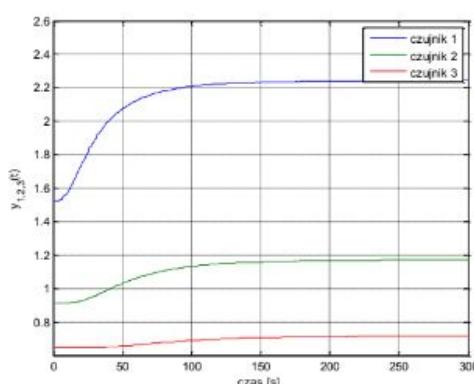
Cel ćwiczenia:

Zapoznanie się z przykładami identyfikacji parametrów modelu zastępczego rzeczywistego obiektu regulacji. Obiekt rzeczywisty jest doświadczalnym obiektem cieplnym (system dynamiczny nieskończenie wymiarowy)



Rys.3.1. Układ doświadczalny.

Przebiegi czasowe temperatury po wstępny skalowaniu są pokazane na rysunku 3.3.

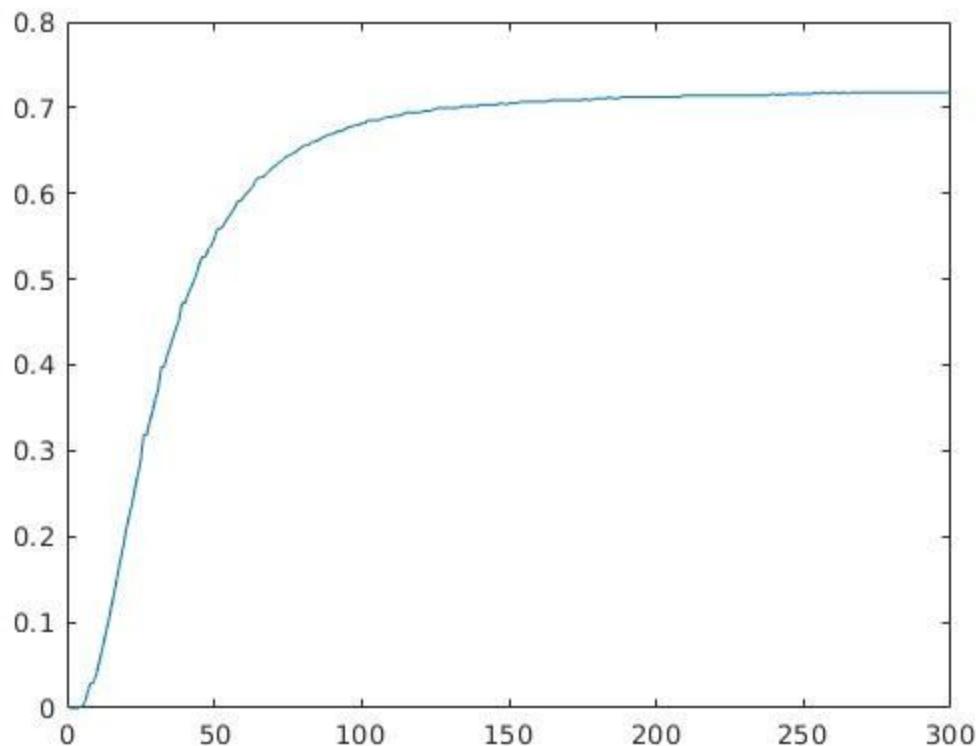


Rys. 3.3. Przebiegi czasowe sygnałów z czujników po skalowaniu

Przebiegi czasowe temperatury z rysunku 3.3 mogą być opisane modelem w postaci transmitancji zastępczej. Rozważane transmitancje zastępcze są opisane przez (3.1) – (3.2).

Transmitancje zastępcze

1. Czujnika nr 1



Wykres jest zapisem danych odczytanych z czujnika 1. Poniżej przedstawione zostały transmitancje dla tych danych;

a. Kupfmullera I-go rzędu

$$G(s) = \frac{ke^{-s\tau}}{Ts + 1}$$

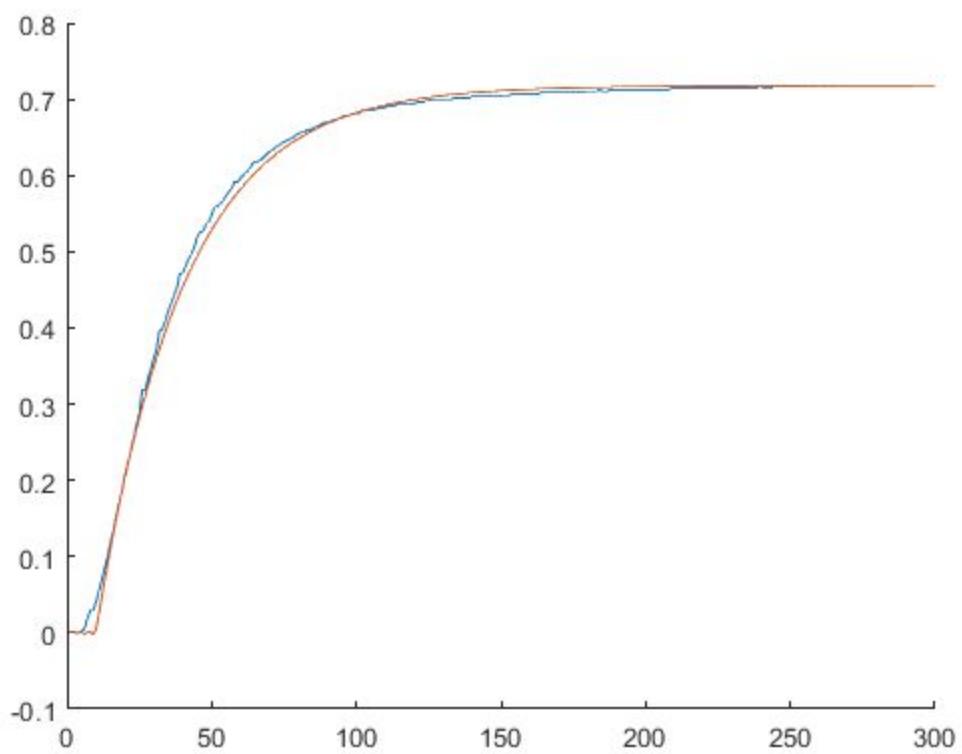
Parametry modelu (I rzędu z opóźnieniem)

k - wzmacnienie

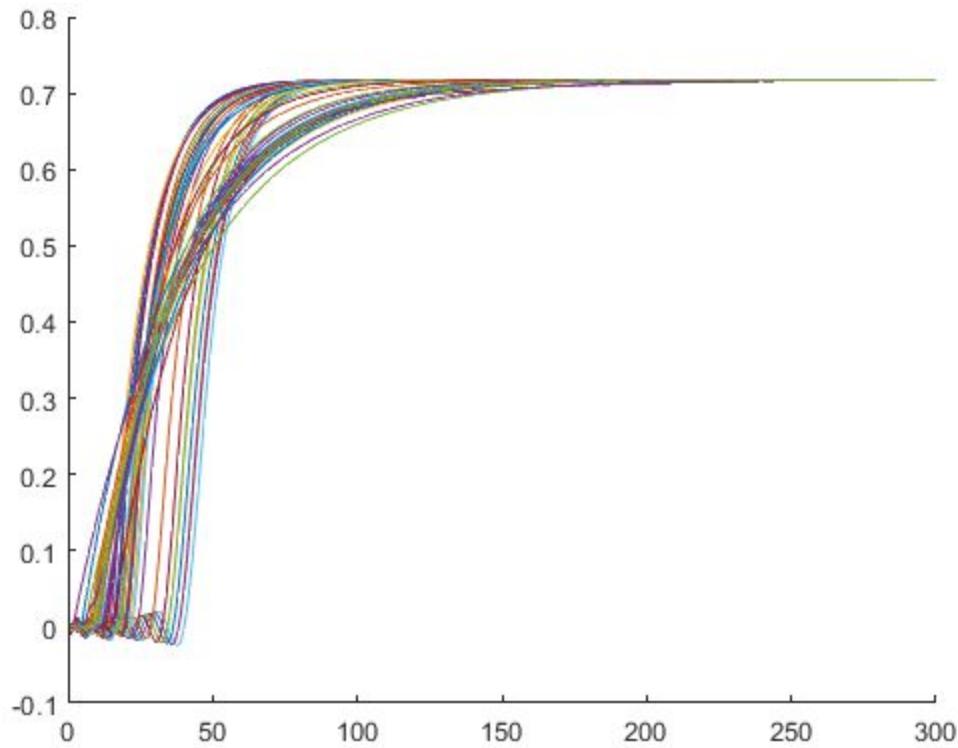
T - stała czasowa

τ - opóźnienie

Wykres danych empirycznych i wartości oczekiwanej



Krzywa dopasowana metodą prób i błędów (czerwona) dla wartości $T=30$, $\tau=10$ przybliża dane doświadczalne (niebieska), błąd przy tym dopasowaniu wynosi 0.0214



Funkcja **fminsearch** poszukuje wartości minimalnego kosztu dla modelu matematycznego. Wyznaczając $T = 29.0769$ oraz $\tau = 9.4653$ zapewnia minimalny błąd o wartości 0.0111.

b. Kupfmullera II-go rzędu

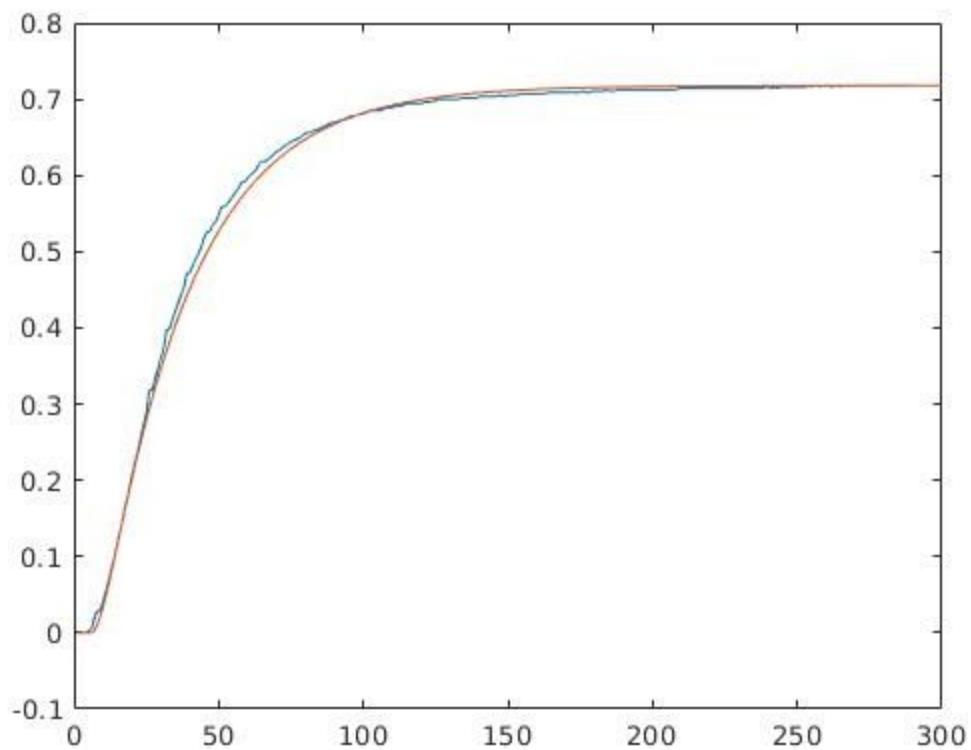
$$G(s) = \frac{ke^{-s\tau}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

Parametry modelu (II rzędu z opóźnieniem)

k - wzmacnienie

T1 , T2 - stałe czasowe

τ - opóźnienie



Krzywa dopasowana metodą prób i błędów (czerwona) dla wartości T1=30, T2=4 τ=6 przybliża dane doświadczalne (niebieska), błąd przy tym dopasowaniu wynosi Mean Square Error = 0.0204

Najbardziej optymalnymi danymi wejściowymi są T1= 28.4423, T2 = 4.0187, τ = 5.8606. Wyniki te zostały uzyskane w wyniku użycia funkcji fminsearch.

c. Strejca

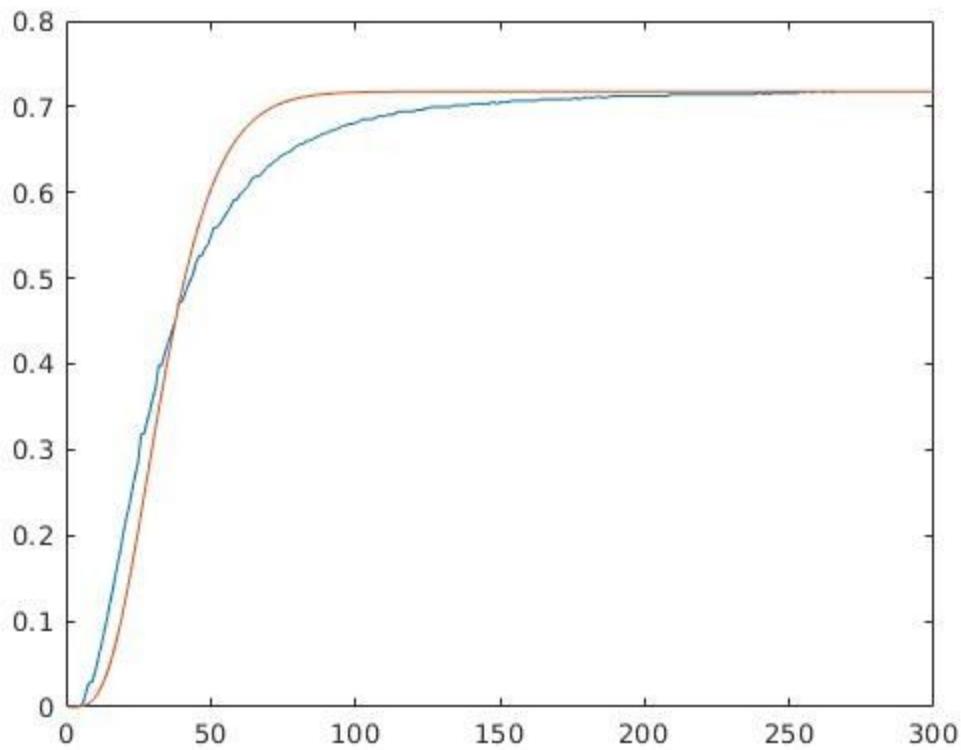
$$G(s) = \frac{k\tau}{(Ts + 1)^n}$$

Parametry modelu (bez opóźnienia)

k - wzmacnienie

T - stała czasowa

n - rząd transmitancji



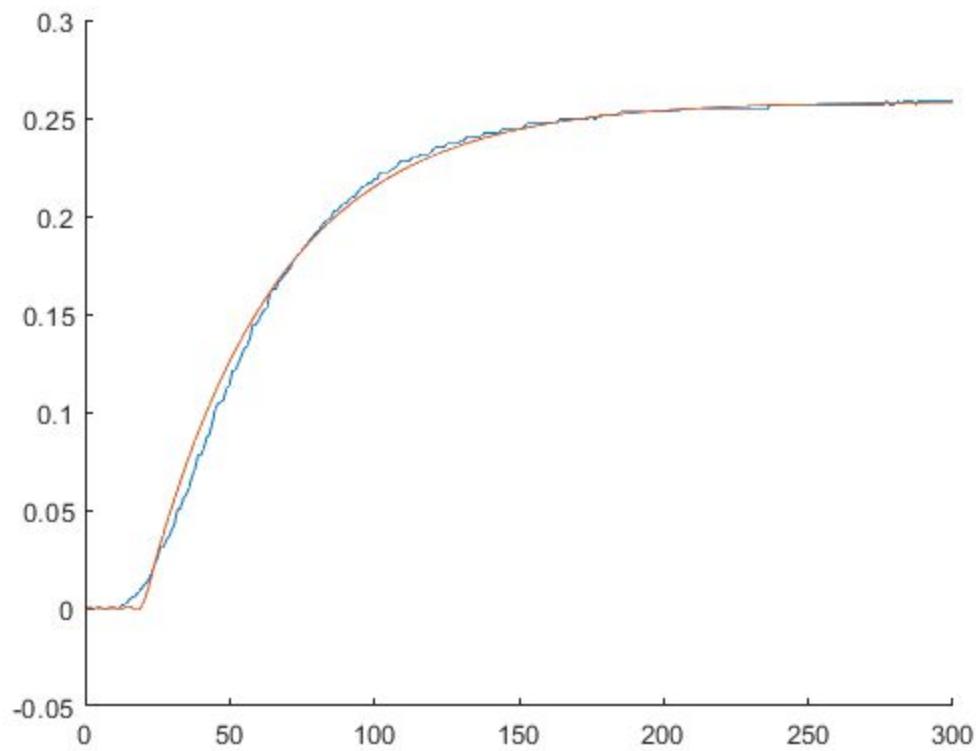
Wykres przedstawia wykres dla zastępczej transmitancji Strejca
 Krzywa dopasowana metodą prób i błędów (czerwona) dla wartości $T=7$, $n=4$
 przybliża dane doświadczalne (niebieska), błąd przy tym dopasowaniu wynosi 0.3333
 Najbardziej optymalnymi danymi wejściowymi są $T_1 = 4.90583$, $n = 4.1194$. Wyniki te zostały uzyskane w wyniku użycia funkcji fminsearch.

Podsumowanie dla czunka 1:

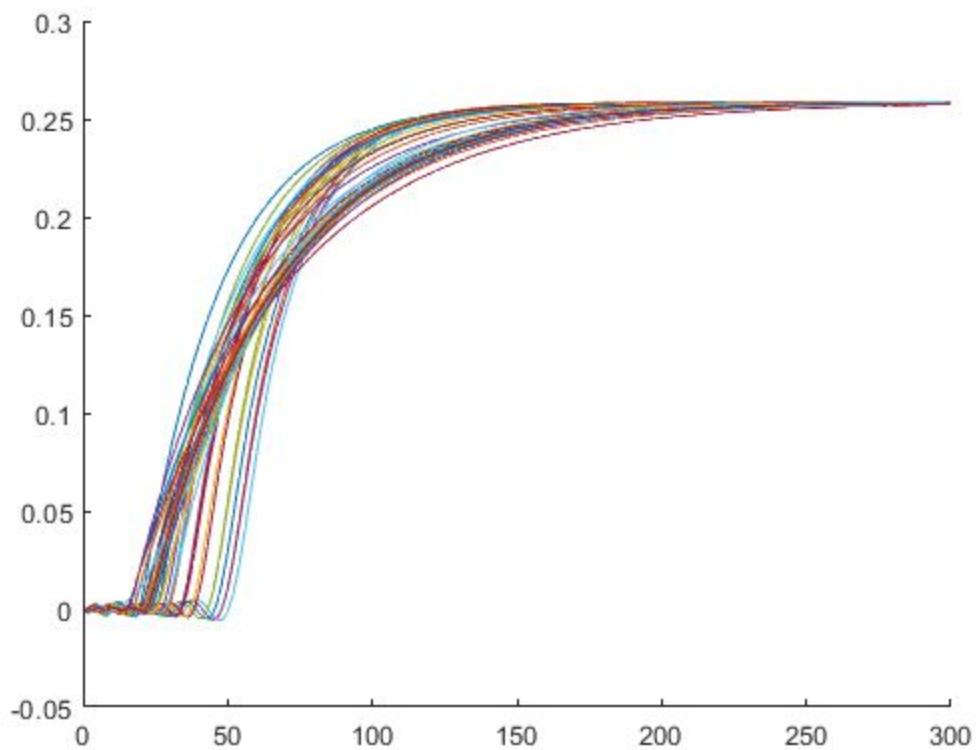
czujnik	rodzaj transmitancji zastępczej	parametry	MSE	fminsearch
czujnik 1	Kupfmullera 1	[30, 10]	0.0214	$T=29.0769, \tau=9.4653$
	Kupfmulltera 2	[30, 4, 6]	0.0204	$T_1 = 28.4423$ $T_2 = 4.0187$ $\tau = 5.8606$
	Strejca	[7, 4]	0.3333	$T=6.9985,$ $n=4.0537$

2. Czujnik

a. Kupfmullera I-go rzędu



Krzywa dopasowana metodą prób i błędów (czerwona) dla wartości $T=30$, $\tau=10$ przybliża dane doświadczalne (niebieska), błąd przy tym dopasowaniu wynosi 0.0055

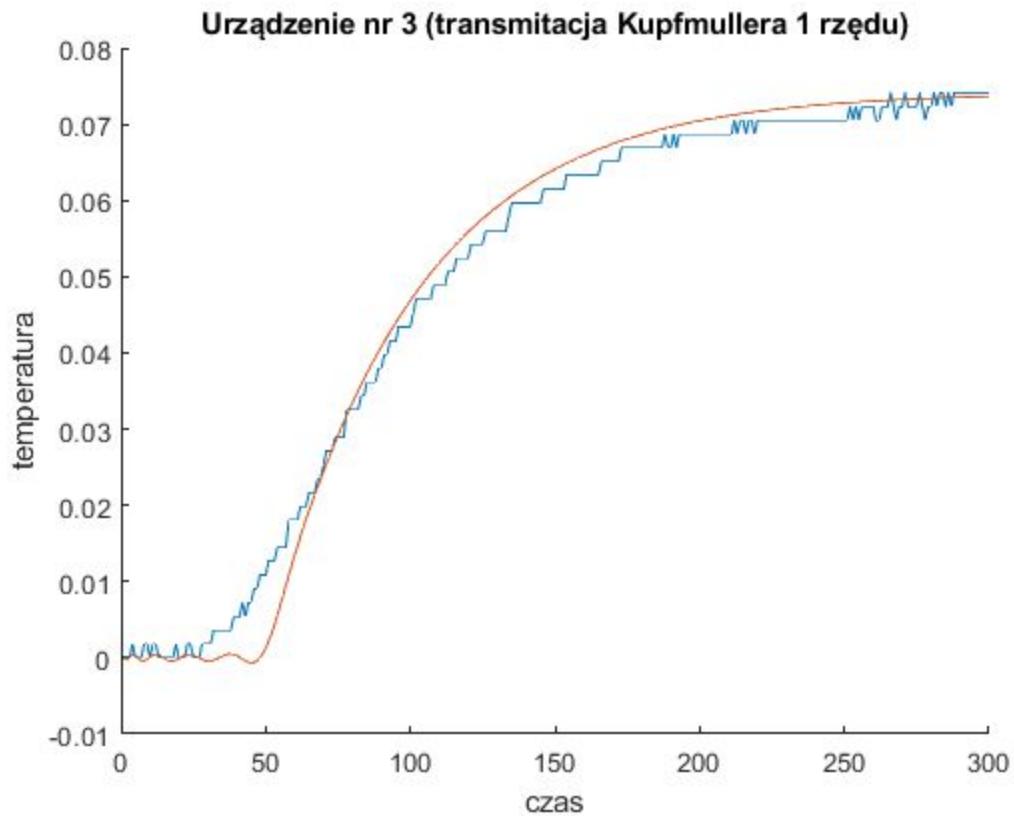


Funkcja **fminsearch** poszukuje wartości minimalnego kosztu dla modelu matematycznego. Wyznaczając $T = 43.0999$ oraz $\tau = 22.8296$ zapewnia minimalny błąd o wartości 0.0029.

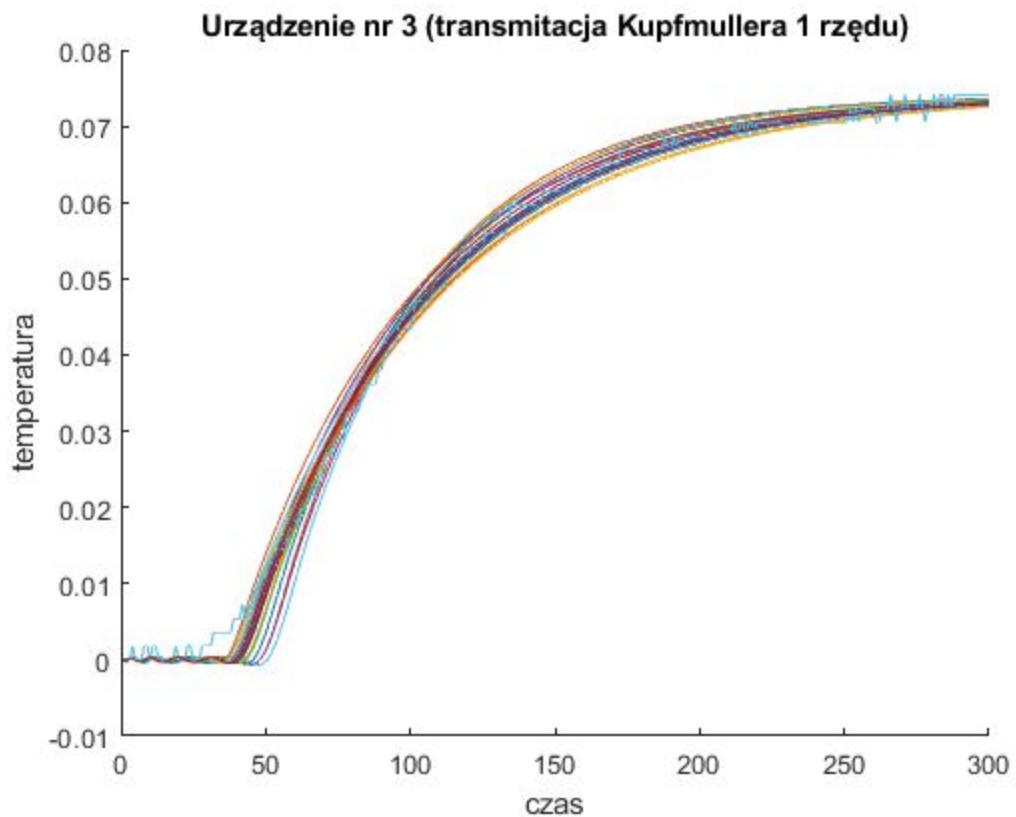
- b. Kupfmullera II-go rzędu
- c. Strejca

3. Czujnik

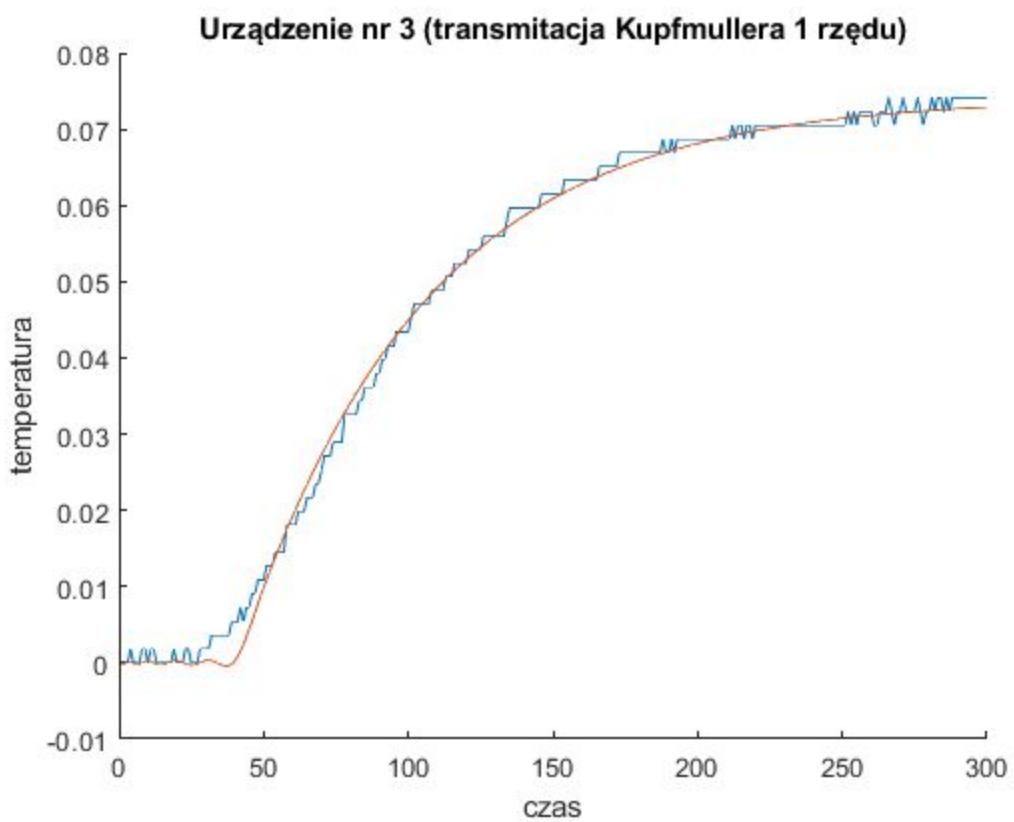
a. Kupfmullera I-go rzędu



Krzywa dopasowana metodą prób i błędów (czerwona) dla wartości $T=50$, $\tau=50$ przybliża dane doświadczalne (niebieska), błąd przy tym dopasowaniu wynosi 0.0025

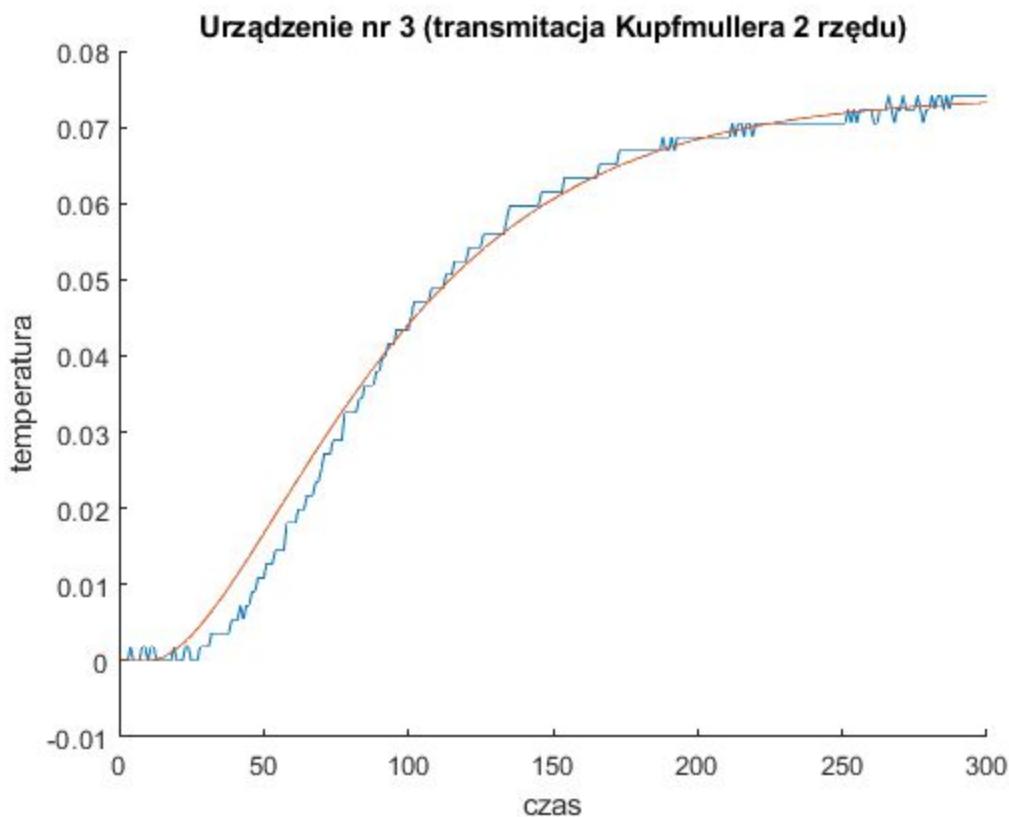


Funkcja **fminsearch** poszukuje wartości minimalnego kosztu dla modelu matematycznego. Wyznaczając $T = 63.3068$ oraz $\tau = 40.9740$ jako najlepsze dopasowanie do danych doświadczalnych.

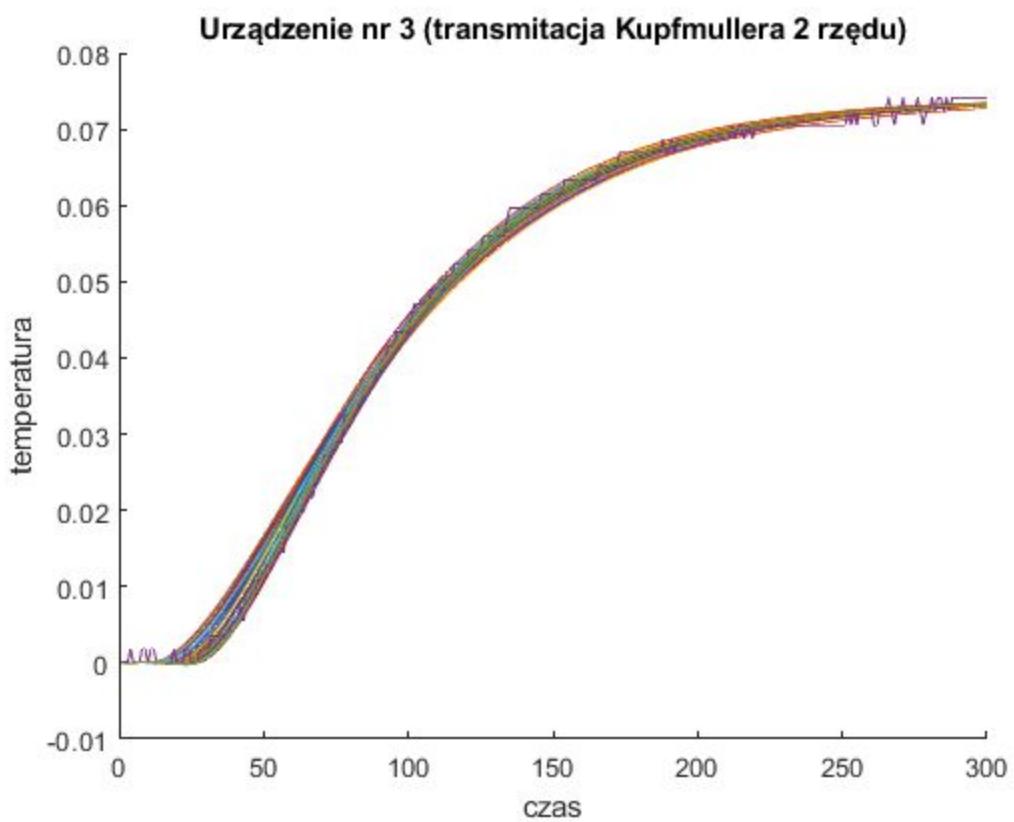


Wpisując otrzymane wartości wyznaczone przez funkcję **fminsearch** do funkcji **kmpf1_3** otrzymujemy błąd o wartości $6.2739\text{e-}04$

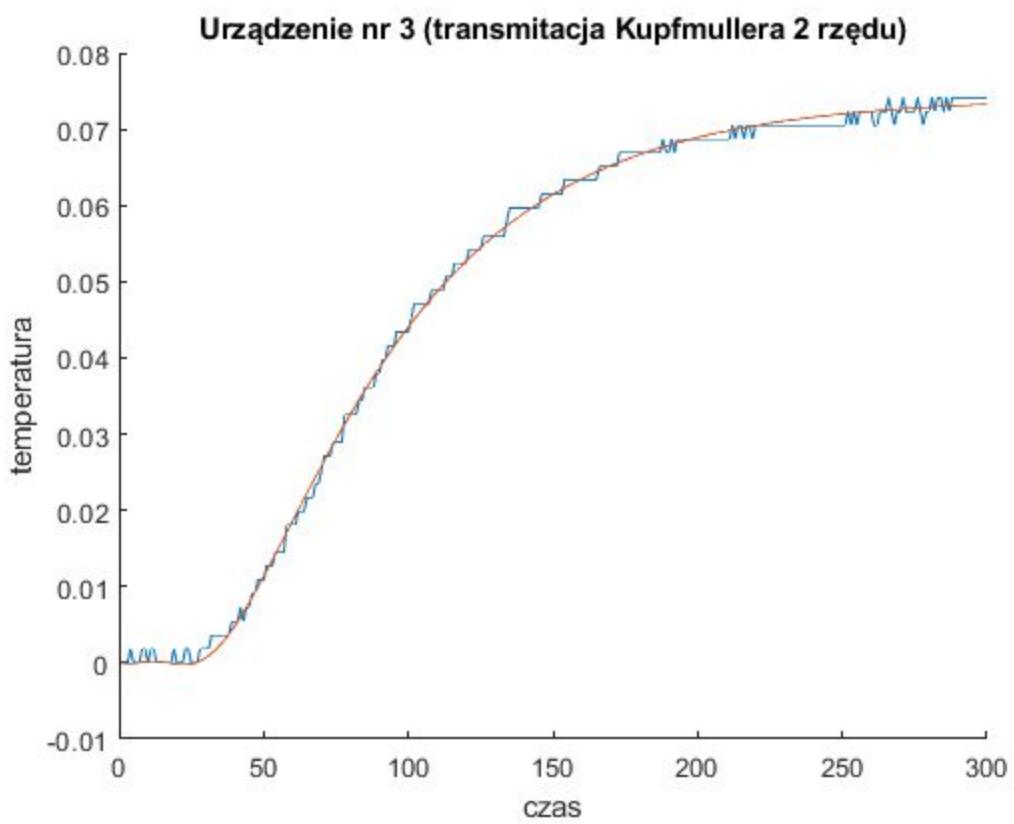
b. Kupfmullera II-go rzędu



Krzywa dopasowana metodą prób i błędów (czerwona) dla wartości $T_1 = 50$,
 $T_2 = 40$, $\tau = 50$ przybliża dane doświadczalne (niebieska), błąd przy tym
dopasowaniu wynosi 0.0014

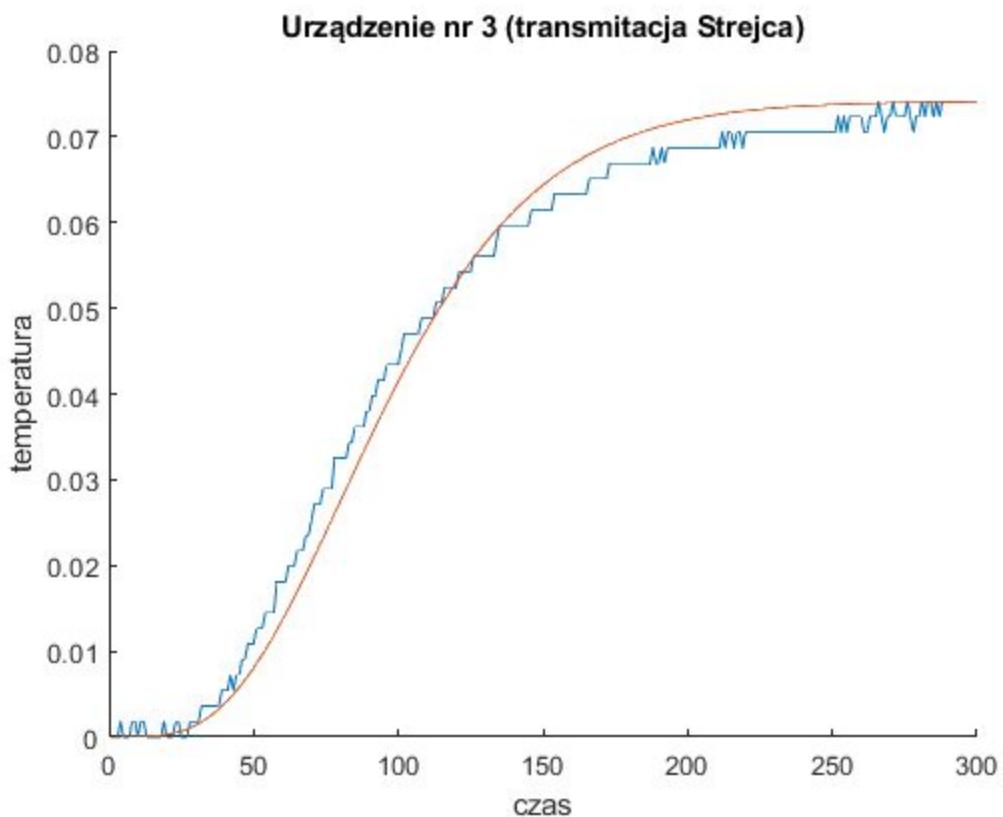


Funkcja **fminsearch** poszukuje wartości minimalnego kosztu dla modelu matematycznego. Wyznaczając $T1 = 20.9553$ $T2 = 55.8986$ oraz $\tau = 25.6526$ jako najlepsze dopasowanie do danych doświadczalnych.

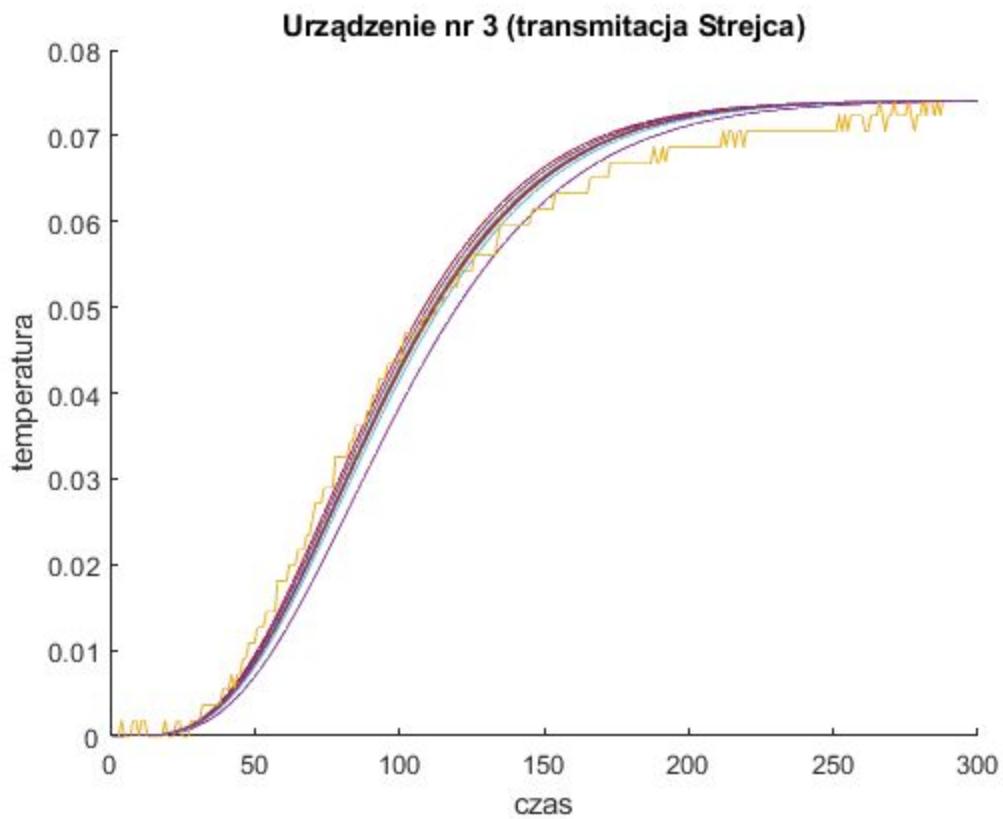


Wpisując otrzymane wartości wyznaczone przez funkcję **fminsearch** do funkcji **kmpf1_2** otrzymujemy błąd o wartości $2.4152\text{e-}04$

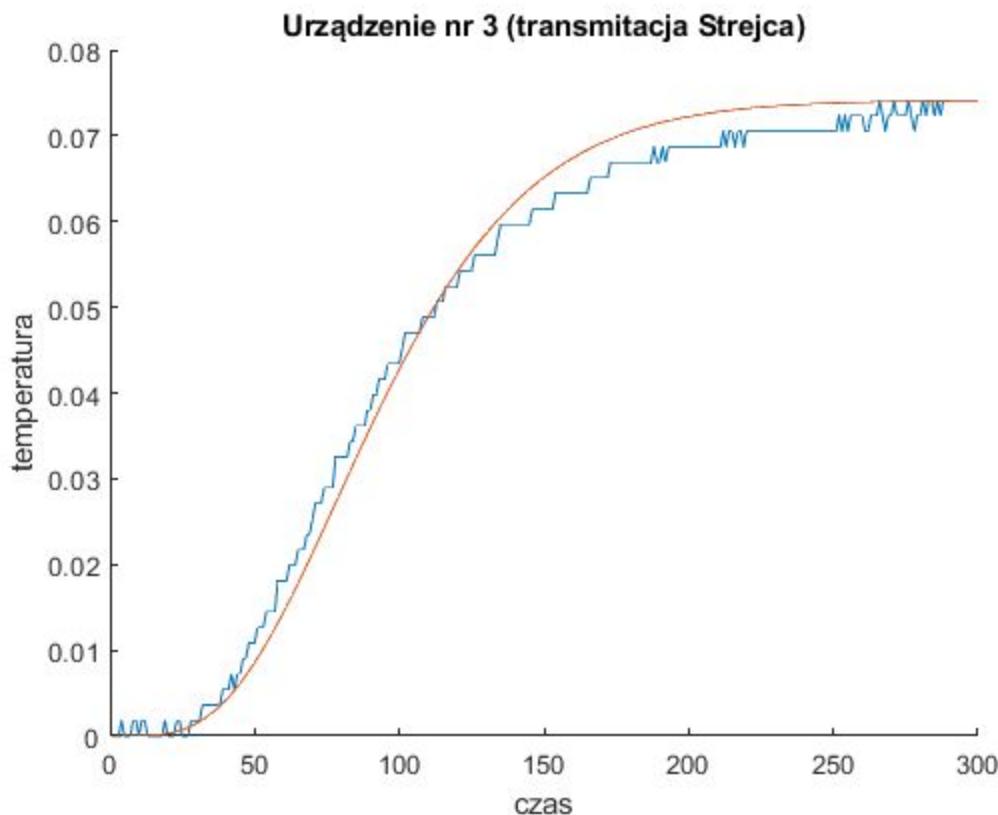
c. Strejca



Krzywa dopasowana metodą prób i błędów (czerwona) dla wartości $T = 20$, $n = 5$ przybliża dane doświadczalne (niebieska), błąd przy tym dopasowaniu wynosi 0.0024



Funkcja **fminsearch** poszukuje wartości minimalnego kosztu dla modelu matematycznego. Wyznaczając $T = 19.6108$ oraz $n = 5$ jako najlepsze dopasowanie do danych doświadczalnych.



Wpisując otrzymane wartości wyznaczone przez funkcję **fminsearch** do funkcji **Stre_3** otrzymujemy błąd o wartości 0.0023

Wnioski

Dystans oddzielający źródło promieniowania termicznego od punktu obserwowanego ma wpływ na rzad wielkości błędu dopasowania jakościowego.

Ze względu na kwantyzację sygnału, wartość **rozproszenia parametrów w przestrzeni** względem źródła **jest proporcjonalna** do wrażliwości dopasowania modelu, co **utrudnia identyfikację obiektu** rzeczywistego.

Autorzy

Justyna Maślanka · Kornel Krzywacki · Maciej Szostak · Krystian Pikus · Piotr Wawryka

Układ regulacji II położeniowej

Cel ćwiczenia

Zapoznanie się z działaniem i właściwościami układu regulacji II położeniowej (przekaźnikowej), który jest najprostszym układem regulacji stosowanym w praktyce.

W czasie ćwiczenia będą wykorzystywane metody graficznego programowania za pomocą schematów blokowych w środowisku SIMULINK będącego częścią Matlaba.



Objaśnienie liter na wykresach dla wielkości reguowanej $y(t)$ oraz sterowania $u(t)$

Wnioski

Na regulację czyli sterowanie funkcjonujące głównie na podstawie sprzężenia zwrotnego (feed-back) istotny wpływ ma sterowanie opóźnieniem, patrząc pod tym kątem obiekty stabilne nazywamy nieminimalnofazowymi.

W eksperymencie [nr 4](#) można poznać, że najbliższej do wartości średniej przebiegu jest parametr domyślny (w środku zakresu). Najmniej energii zużywa obiekt regulacji o skromnej wartości oczekiwanej.

[Astatyczny obiekt regulacji](#) posiada tylko jedną obserwowalną w czasie, zmienną wartość odpowiedzi, tj. przesunięcie w opóźnieniu (dead time).

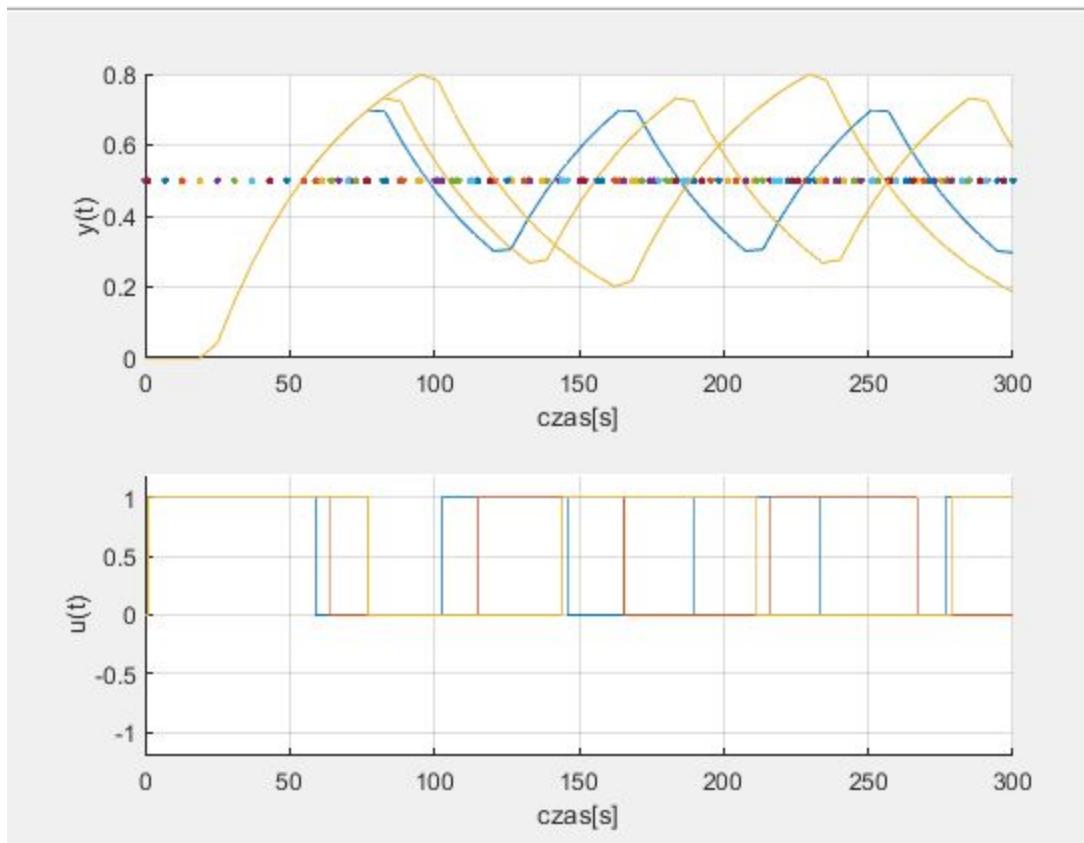
Autorzy

Justyna Maślanka · Kornel Krzywacki · Maciej Szostak · Krystian Pikus · Piotr Wawryka

Wpływ na regulator wartością

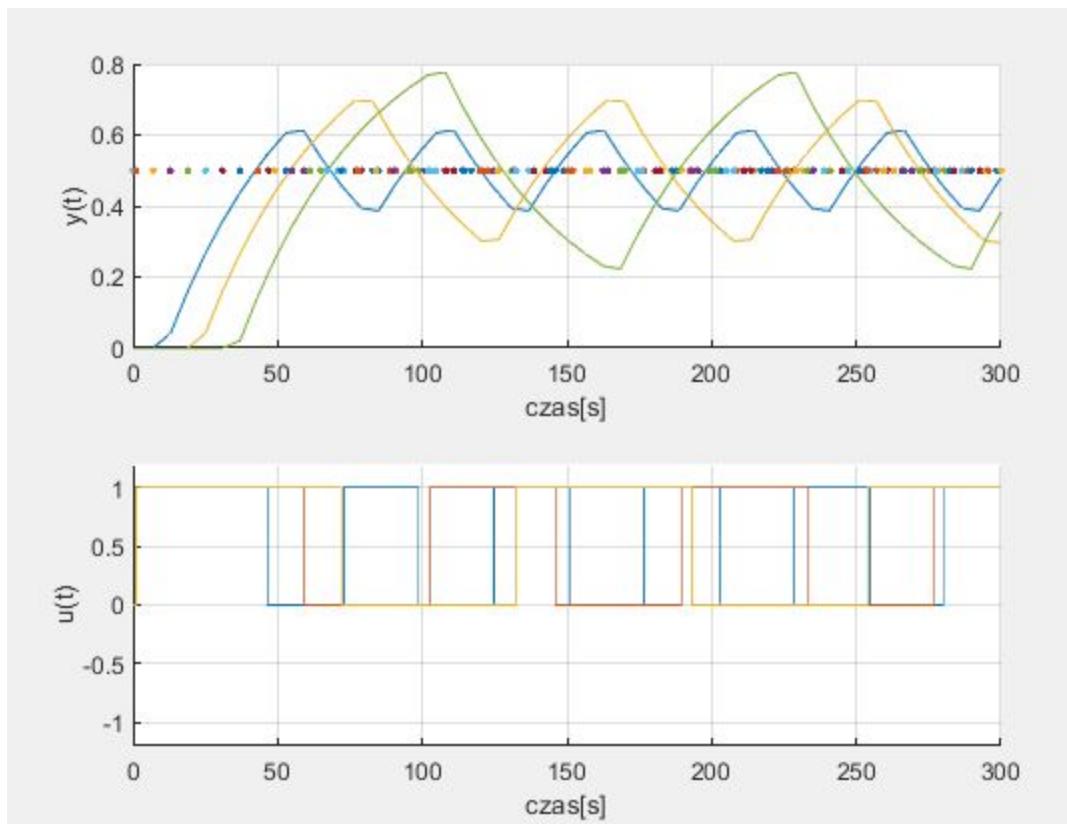
1. Szerokości histerezy regulatora h

Na amplitudę i częstotliwość oscylacji w układzie: wykonać eksperymenty dla $h=0.05$, $h=0.1$ i $h=0.2$. Porównać wyniki na wspólnym wykresie i sformułować wnioski. Po zakończeniu: ustawić $h=0.05$ (wartość początkowa).



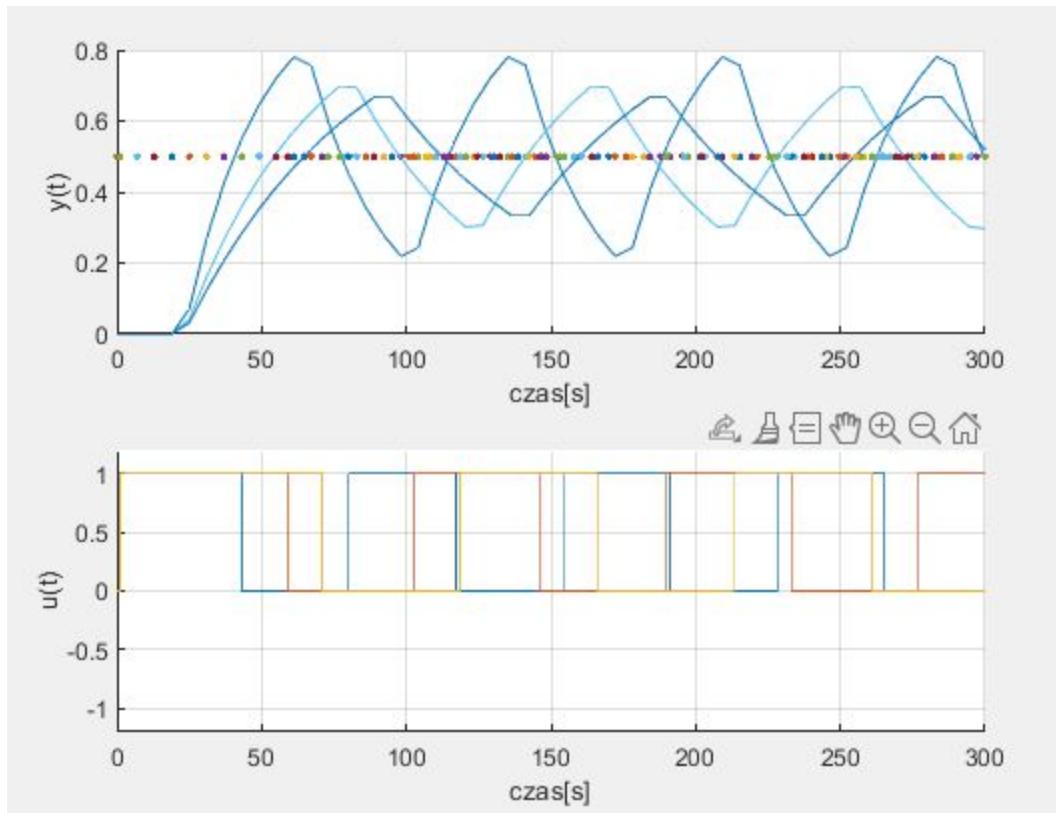
2. Wpływ wartości opóźnienia obiektu τ

na amplitudę i częstotliwość oscylacji w układzie: wykonać eksperymenty dla tau równego: 10[s], 22[s], 35[s]. Porównać wyniki na wspólnym wykresie i sformułować wnioski. Po zakończeniu: ustawić tau=22[s] (wartość początkowa).



3. Wpływ wartości stałej czasowej obiektu T

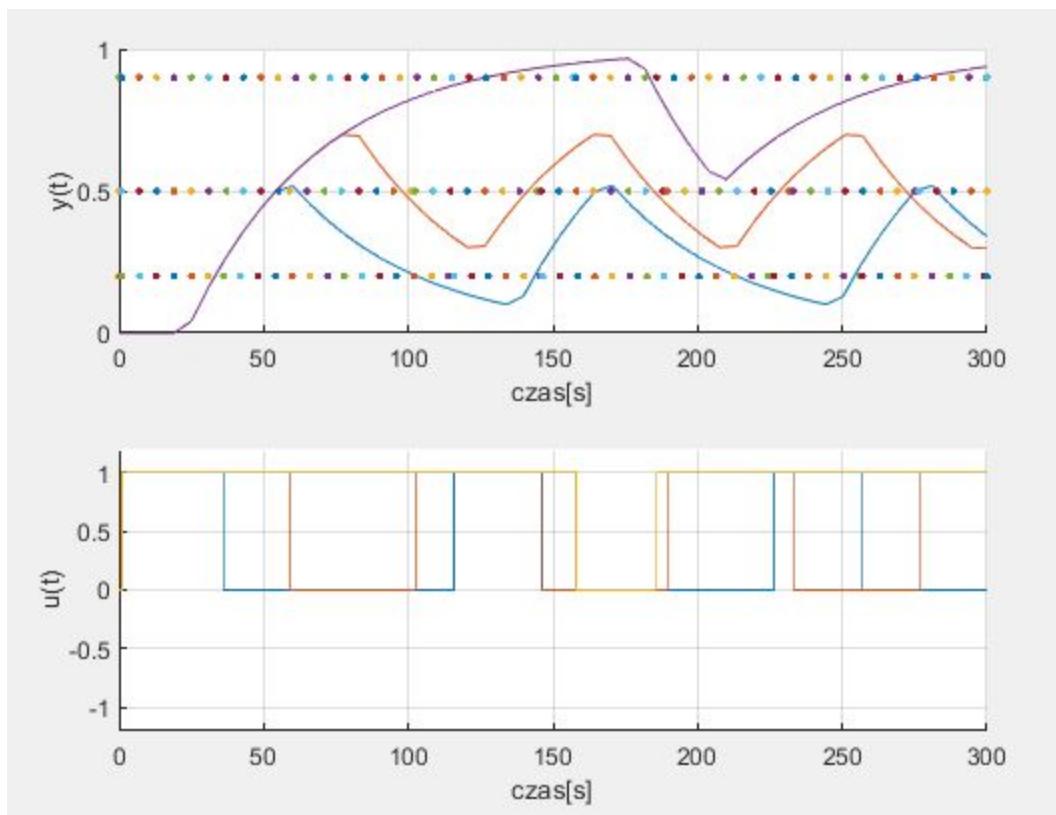
na amplitudę i częstotliwość oscylacji w układzie: wykonać eksperymenty dla T równego: 25[s], 45[s], 60[s]. Porównać wyniki na wspólnym wykresie i sformułować wnioski. Po zakończeniu: ustawić $T=45[\text{s}]$ (wartość początkowa).



4. Wpływ poziomu wartości zadanej SP

na średnie wartości przebiegu wielkości regułowanej w układzie. W celu zbadania należy ustawić wszystkie parametry na wartości początkowe i porównać przebiegi w układzie dla wartości SP równych: 0.2 (niska), 0.5 (w środku zakresu) i 0.9 (wysoka). Zwrócić uwagę na przebiegi wielkości regułowanej i sterowania układzie.

1. Wielkość regułowaną porównać do wartości zadanej – kiedy jej średnia wartość jest najbliższa wartości zadanej?
2. Kiedy sterowanie zużyje najwięcej, a kiedy najmniej energii?



Astaticzny obiekt regulacji

W celu wykonania testów działania układu regulacji II położeniowej dla obiektu astaticznego należy wykorzystać model pokazany na rysunku 1 z następującymi modyfikacjami (pozostałych parametrów nie zmieniamy):

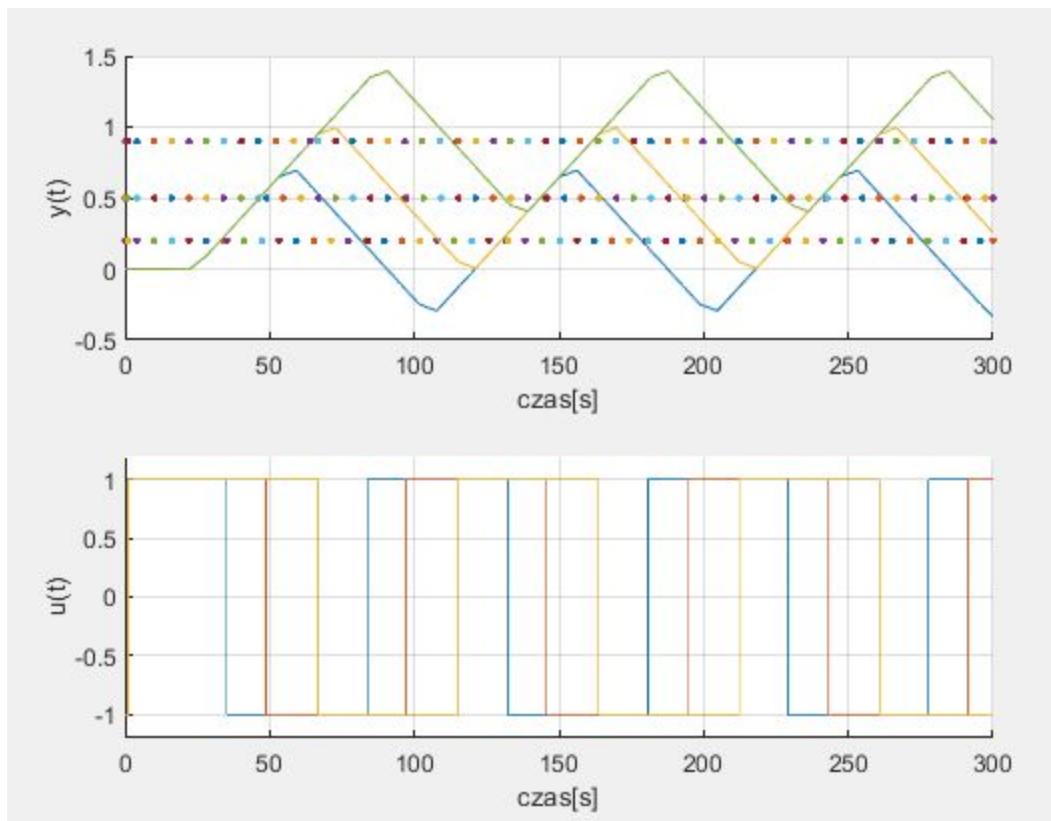
Transfer Fcn: Numerator coefficients: [1],

Denominator coefficients: [T 0] (jest to zapis transmitancji (2) obiektu – części bez opóźnienia, bo jest ono modelowane osobno),

Relay: Switch on point: h, Switch off point:-h (jest to szerokość histerezy), Output when on: 1

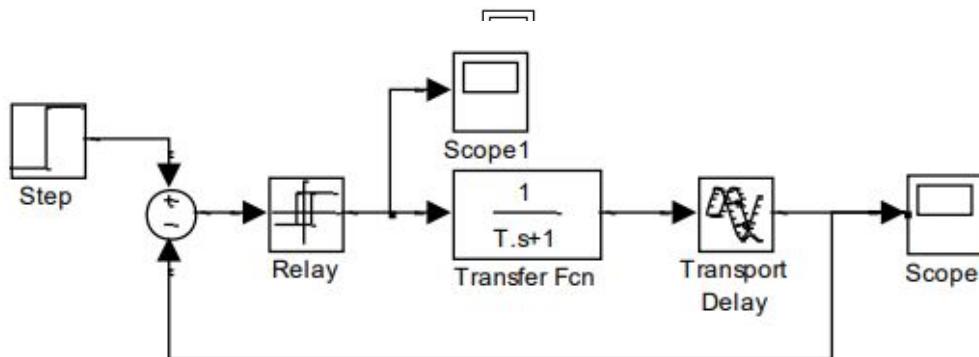
(stała), Output when off: -1 (stała) – są to poziomy sygnału w stanach „1” i „0” regulatora.

(zastanowić się, dlaczego poziom „0” musi być inny, niż przy obiekcie statycznym?) Dla obiektu astaticznego wykonać eksperyment nr 4 (wpływ poziomu wartości zadanej na średnią wartość wielkości regulowanej i sterowanie w układzie). Porównać z obiektem statycznym i sformułować wnioski



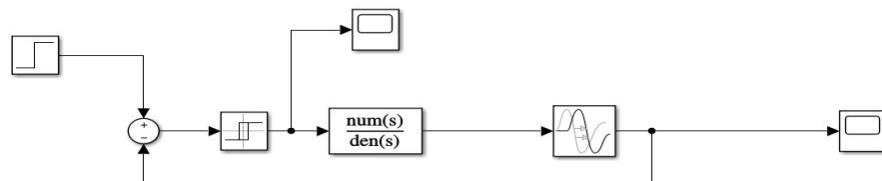
Statyczny obiekt regulacji

W celu wykonania ćwiczenia należy zbudować model simulinkowy rozważanego układu regulacji z obiektem statycznym, opisanym transmitancją (1). W tym celu wywołujemy simulinka (przycisk  w menu, lub polecenie **simulink**), tworzymy nowy model i budujemy w nim schemat pokazany na rysunku 1. Transmitancję obiektu budujemy z elementów **Transfer Function** i **Transport Delay** dostępnych w przyborniku „Continuous”, węzeł sumacyjny i oscylскоп bierzemy np. z „Commonly used Blocks”, przekaźnik **Relay** bierzemy z przybornika „Discontinuities”, generator skoku jednostkowego **Step** bierzemy z przybornika „Sources”.

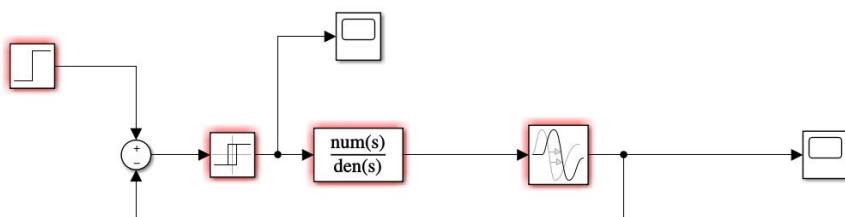


Rys.1. Model simulinkowy układu regulacji II położeniowej dla statycznego obiektu regulacji.

Schematy blokowe:



Jeśli nie podamy parametrów w workspace w matlabie.



Charakterystyki podstawowych typów regulatorów ciągłych

Autorzy

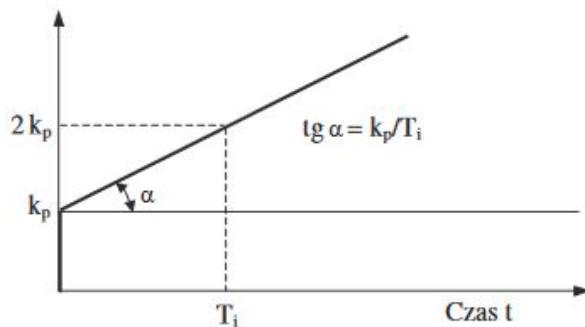
Justyna Maślanka · Kornel Krzywacki · Maciej Szostak · Krystian Pikus · Piotr Wawryka

Wnioski

1. Regulator proporcjonalno - całkujący PI

T_i - jest to czas potrzebny, aby przy skokowym wymuszeniu podanym na wejście regulatora PI, jedna część sygnału wyjściowego poddana członowi całkującemu stała się równa drugiej części sygnału poddanej członowi proporcjalnemu.

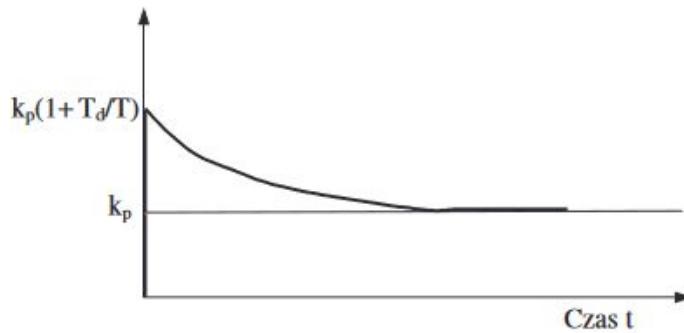
Dzięki temu sygnał wyjściowy staje się dwukrotnie większy po czasie T_i niż w chwili początkowej.



Charakterystyka skokowa regulatora PI

2. Regulator proporcjonalno - różniczkujący PD

T_d - jest to czas potrzebny na to, aby przy liniowo narastającym wymuszeniu podanym na wejściu regulatora PD, sygnał związany z członem proporcjonalnym zrównał się z sygnałem pochodzącym od członu różniczkującego.



Charakterystyka skokowa regulatora PD

3. Regulator proporcjonalno - całkującą - różniczkującą **PID**

Jest połączeniem obydwóch metod sterowania

4. W przedstawionych regulatorach zmienne: k , T_d , T_i są to wielkości dające się "nastawić" dzięki czemu możliwe jest sterowanie procesami.

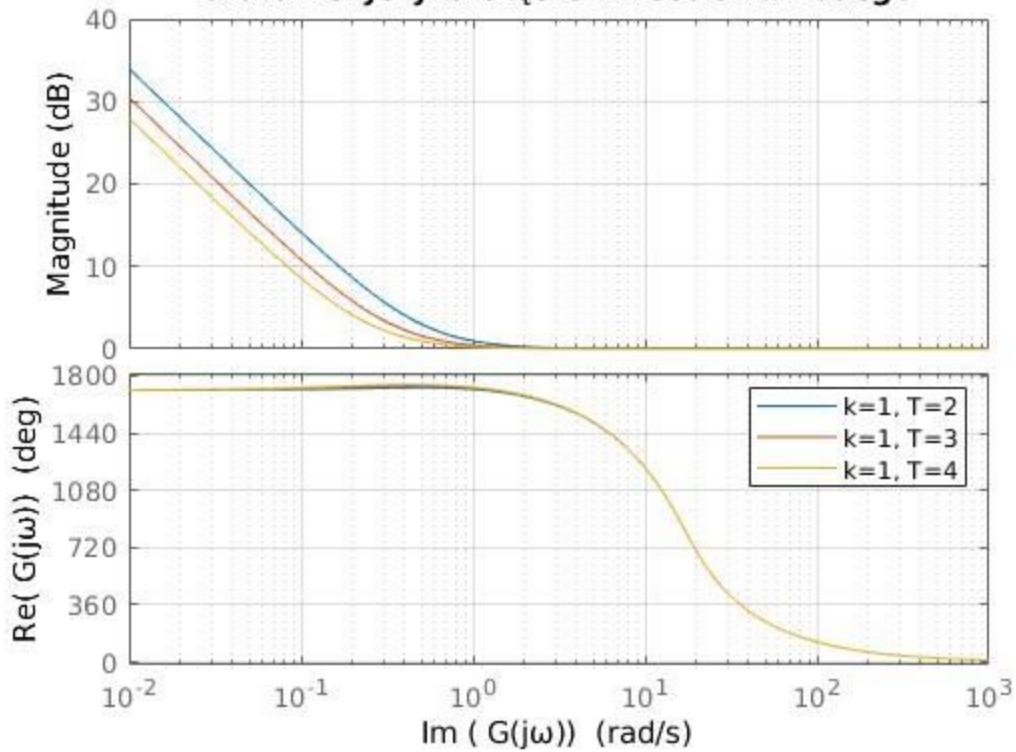
Regulatory

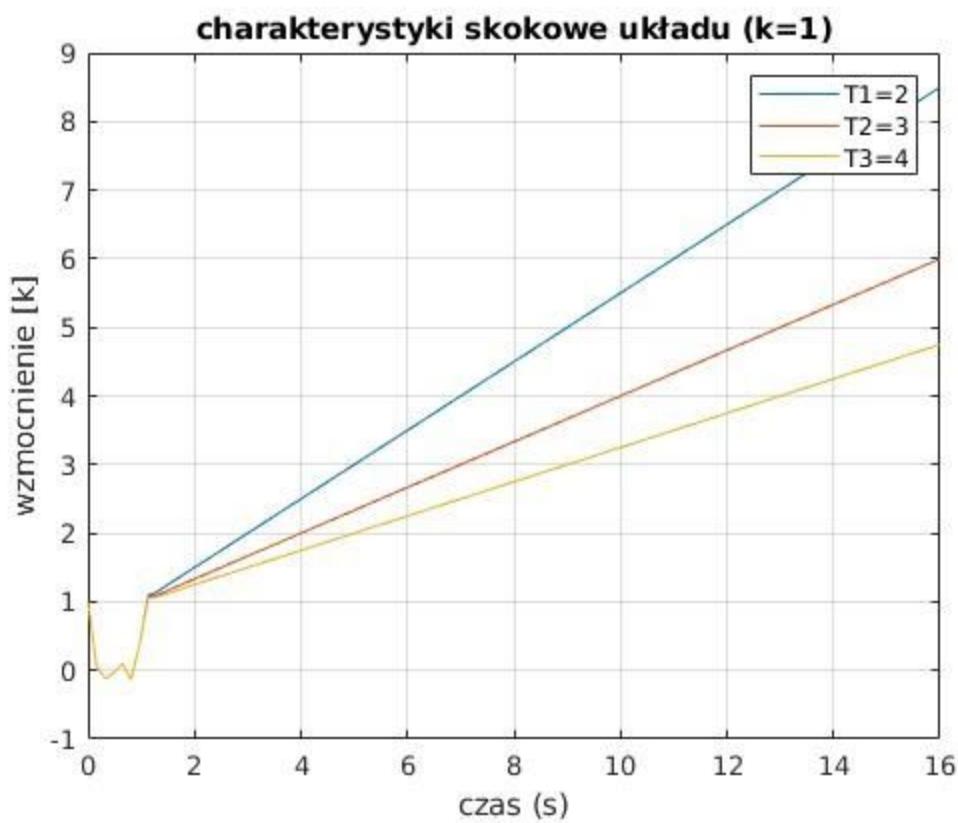
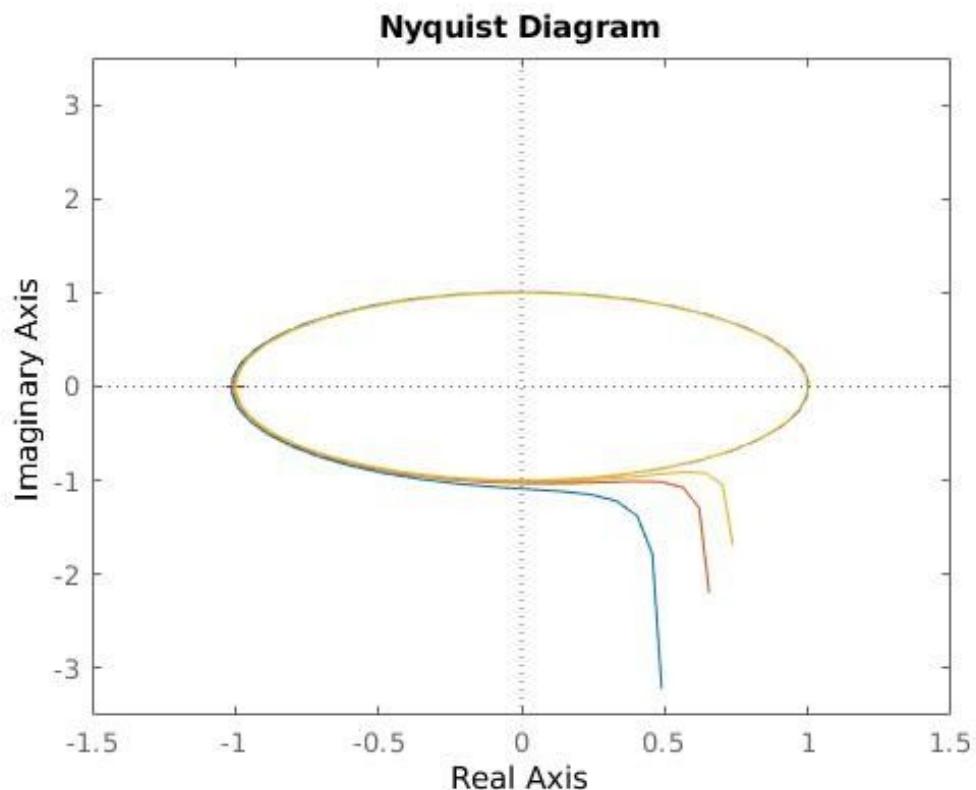
1. PI

Transmitancja układu:

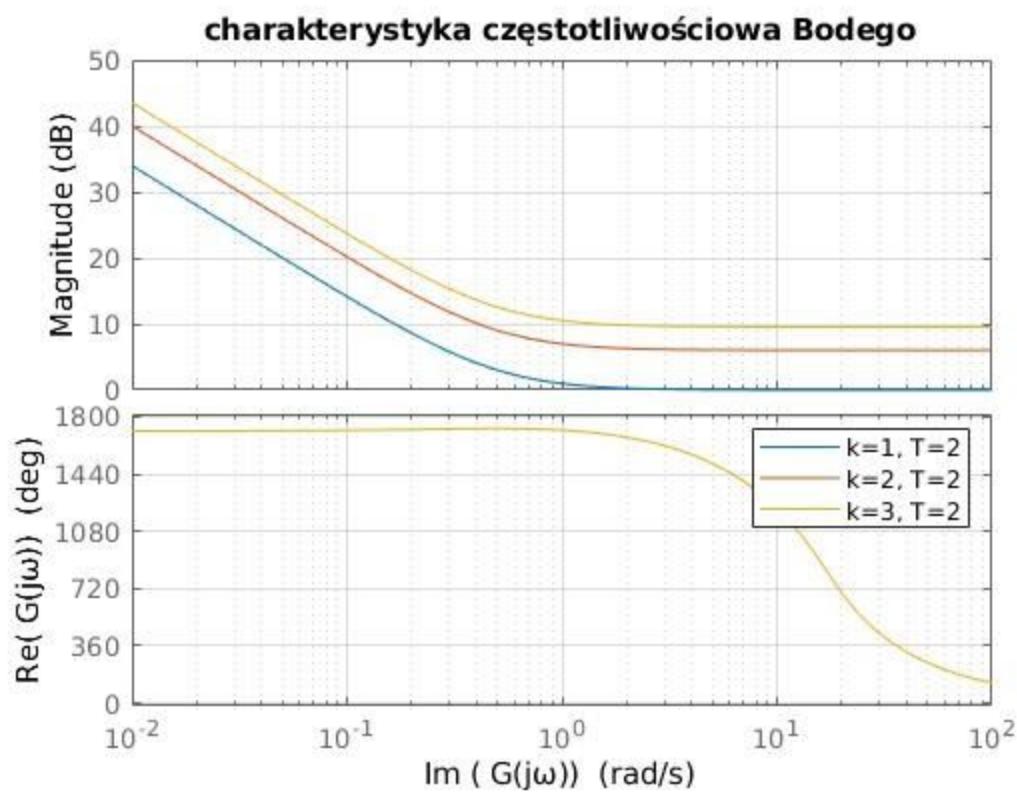
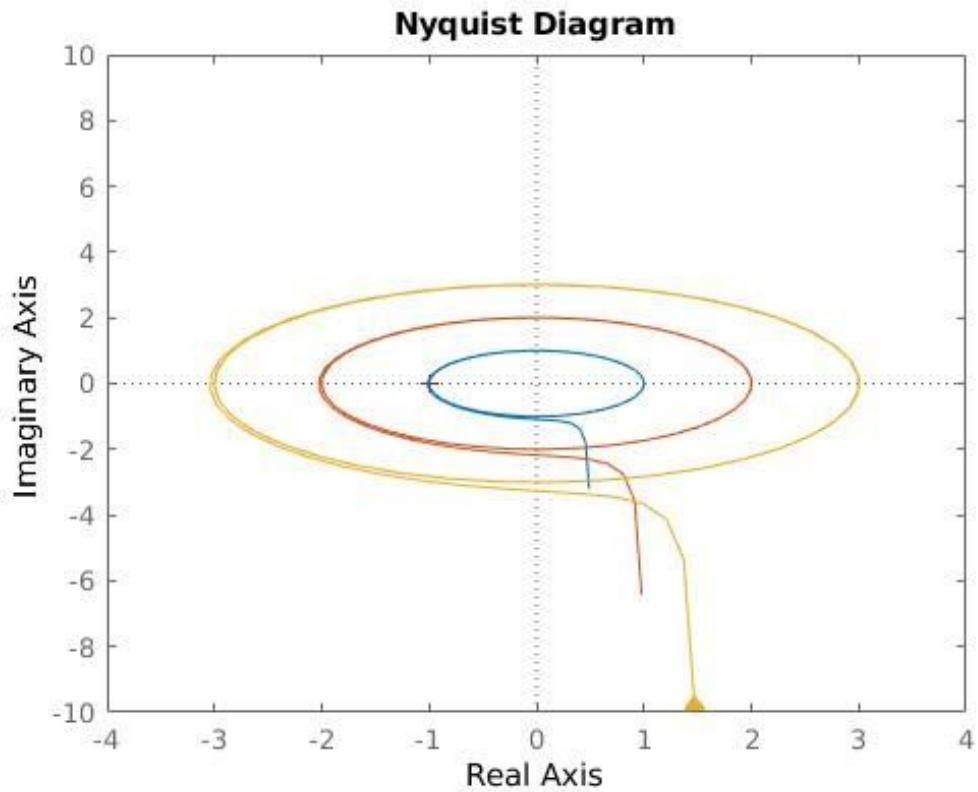
$$G(s) = k \left(1 + \frac{1}{TiS} \right)$$

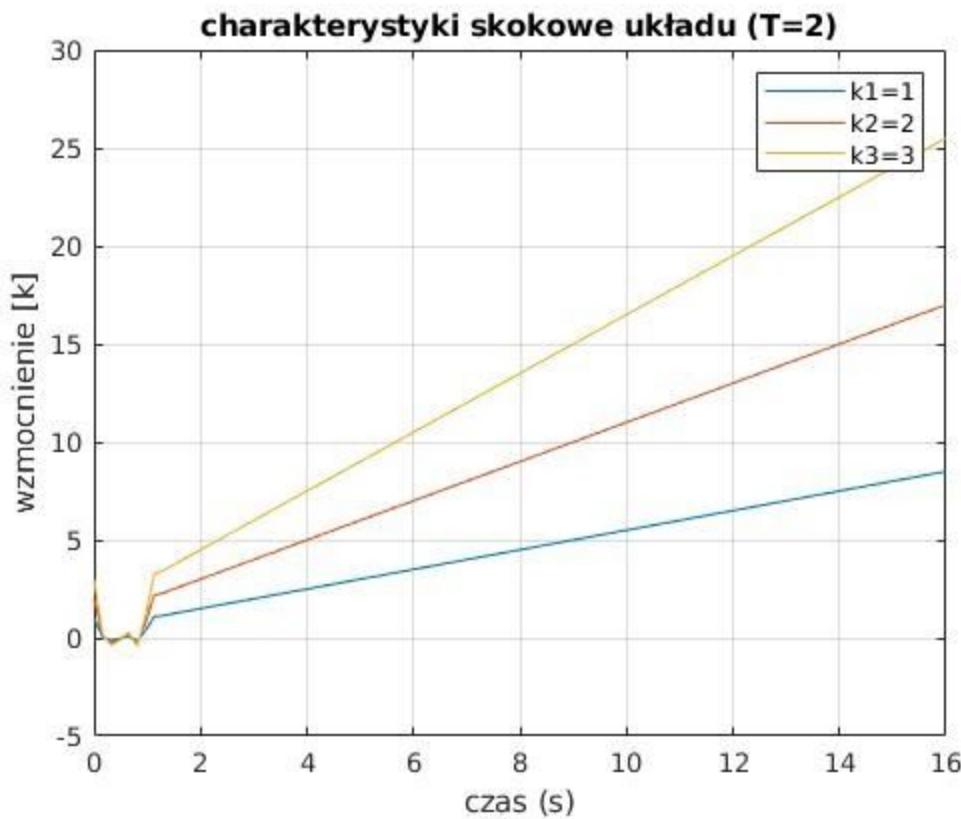
charakterystyka częstotliwościowa Bodego





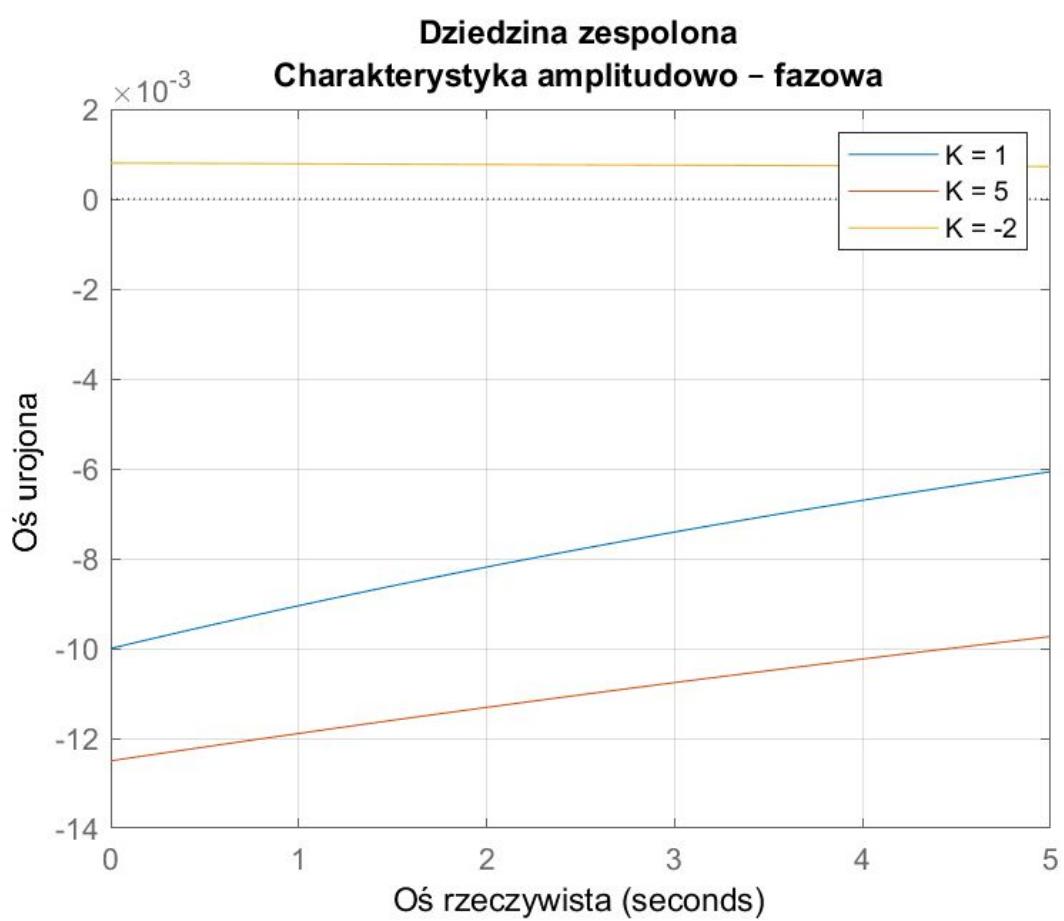


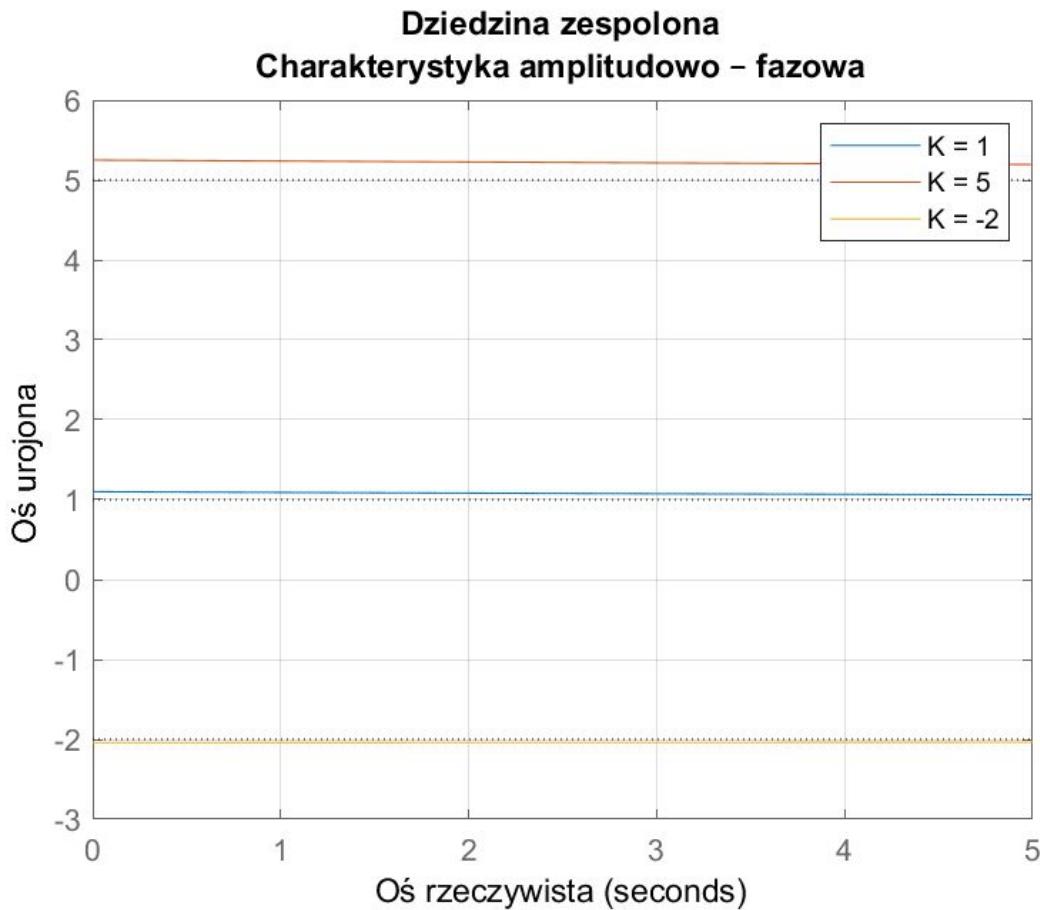




2. PD

$$\begin{aligned}
 G(s) &= K \left(1 + \frac{T_d s}{T_s + 1} \right) \\
 &= K \left(\frac{T_s + 1}{T_s + 1} + \frac{T_d s}{T_s + 1} \right) \\
 &= K \left(\frac{T_s + T_d s + 1}{T_s + 1} \right) \\
 &= \underline{\frac{K T_s + K T_d s + K}{T_s + 1}}
 \end{aligned}$$





3. PID

Regulator PID rzeczywisty o transmitancji:

$$G(s) = K \left(1 + \frac{1}{Ti * s} + \frac{Td * s}{T * s + 1} \right) \quad T < 0.1 Td$$

Transmitancja po uproszczeniu:

$$G(s) = \frac{[K * Ti * T + K * Td * Ti]s^2 + [K * Ti + K * T]s + K}{Ti * T * s^2 + Ti * s}$$

Zapis matlab:

$$L = [K * Ti * T + K * Td * Ti, K * Ti + K * T, K]$$

$$M = [Ti * T, Ti, 0]$$

5.

Obszary stabilności - metody algebraiczne *Stabilność zamkniętego układu regulacji* część 1

Cel ćwiczenia

Ugruntowanie wiadomości z zakresu stabilności układów **liniowych stacjonarnych**. W pierwszej części ćwiczenia stosowany będzie warunek konieczny i dostateczny stabilności sprawdzany z użyciem metod numerycznych.

Do wykonania ćwiczenia niezbędne jest zapoznanie się z wstępem teoretycznym podanym na początku zajęć (zamknięty układ regulacji oraz WKiD **stabilności asymptotycznej** układów ciągłych).

Warunek konieczny i dostateczny (Stabilność)

System dynamiczny opisany transmitancją operatorową jest stabilny wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie pierwiastki mianownika transmitancji $M(s)$ mają niedodatnie części rzeczywiste.

WKiD (Stabilność asymptotyczna)

System dynamiczny opisany transmitancją operatorową jest stabilny asymptotycznie wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie pierwiastki mianownika transmitancji $M(s)$ mają ujemne części rzeczywiste.

Wnioski

Na podstawie obserwacji symulowanych figur dokonywana jest klasyfikacja. O stabilności systemu decyduje lokalizacja pierwiastków mianownika transmitancji obiektu, a nie wartość tych parametrów.

Autorskie opracowanie

Rozważany układ regulacji:

$$G(s) = \frac{10}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$$

Transmitancja obiektu regulacji:

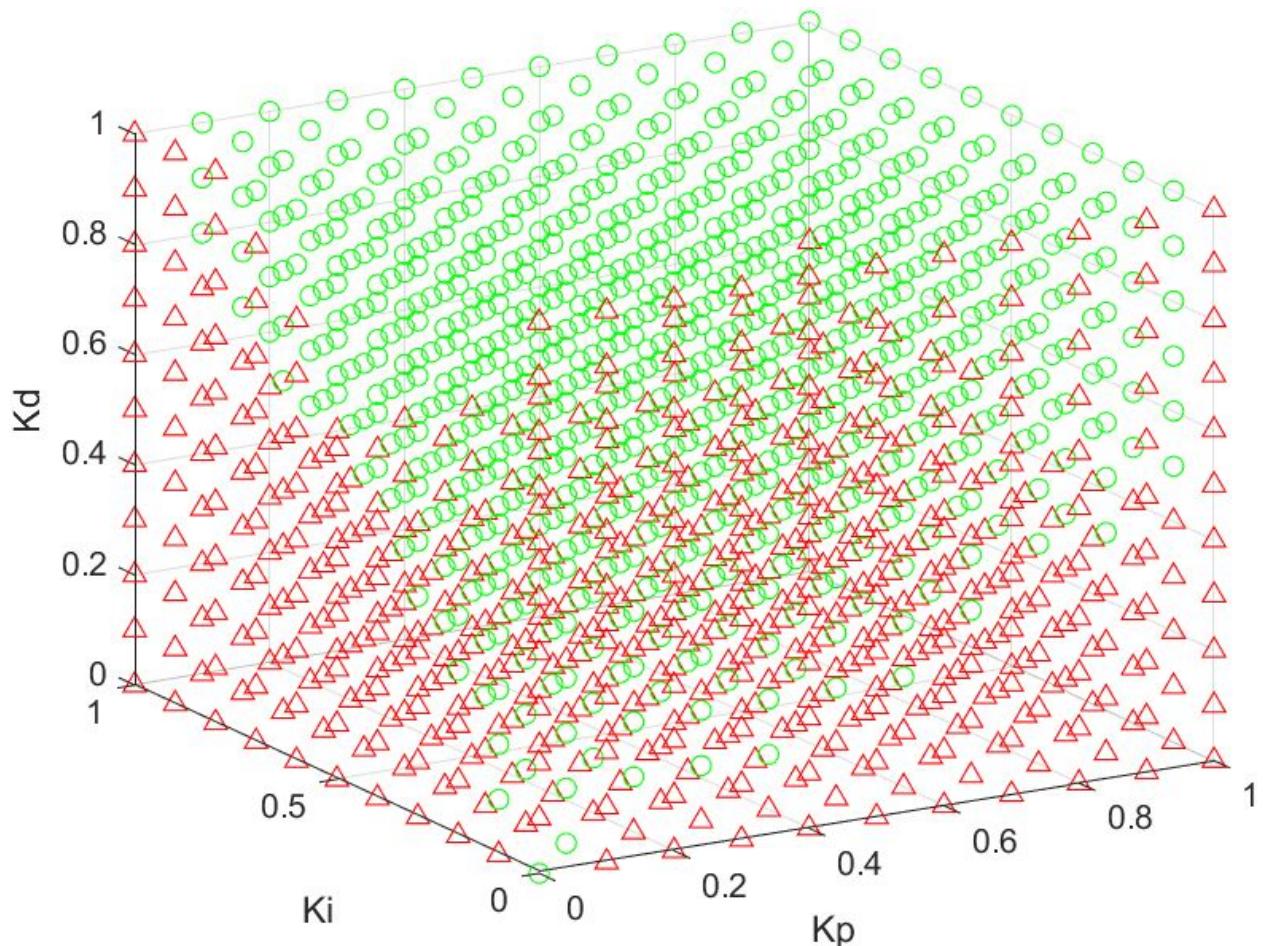
Transmitancja regulatora PID:

$$G_r(s) = k_p + \frac{k_I}{s} + \frac{k_D s}{Ts + 1}$$

Transmitancja zastępcza:

$$G_o(s) = G(s) * Gr(s) = \frac{(10K_p * T + 10K_d)s^2 + (10K_p + 10K_i * T)s + (10K_i)}{T * s^5 + 3T * s^4 + 4T * s^3 + 2T * s^2 + s}$$

$$G_z(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)} = \frac{(10K_p * T + 10K_d)s^2 + (10K_p + 10K_i * T)s + (10K_i)}{T * s^5 + 3T * s^4 + 4T * s^3 + (2T + 10K_p * T + 10K_d)s^2 + (10K_p + 10K_i * T + 1)s + (K_i)}$$



Funkcja stab:

```
function [wyn] = stab(Kp, Ki, Kd)

    T = 0.05; %stala czasowa
    k = 10;

    % transmitacja obiektu regulacji
    lob = [k];
    mob = [1, 2, 2, 1];

    % transmiatacji regulatora rzeczywistego PID
    lr = [Kp*T+Kd, Kp+Ki*T, Ki];
    mr = [T, 1, 0];

    % tworzenie transmitacji;
    sys1 = tf(lob, mob);
    sys2 = tf(lr, mr);

    % transmitacja układu otwartego
    sys3 = series(sys1, sys2);

    %transmitacja
    h = tf(1, 1);

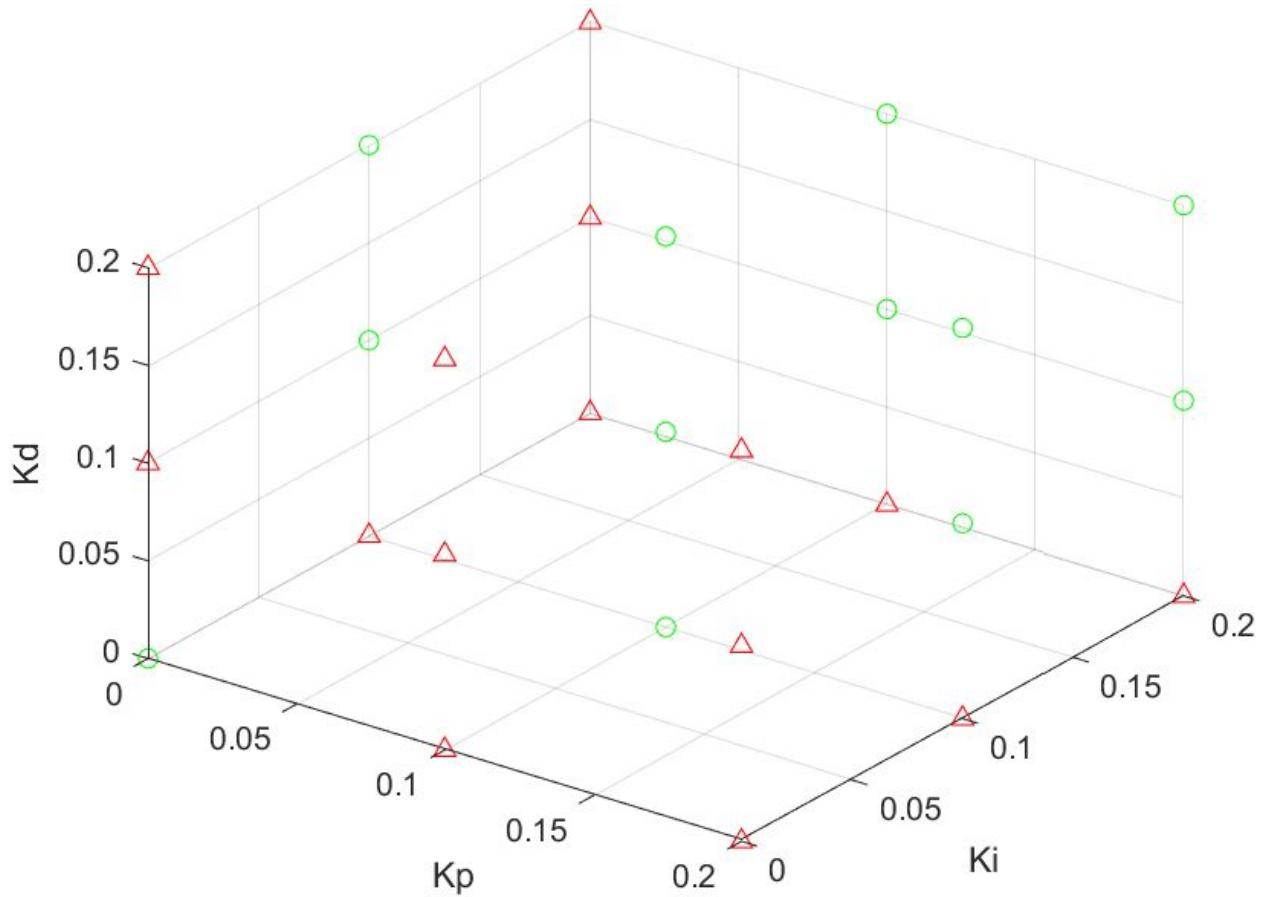
    % transmitacja obiektu zamkniętego
    tz = feedback(sys3, h);

    %wyliczenie wyn
    wyn = prod(real(pole(tz)) < 0);

end
```

Zakres wartości dla funkcji stab (podany w zadaniu):

```
ki = 0:0.1:1;
kd = 0:0.1:1;
kp = 0:0.1:1;
```



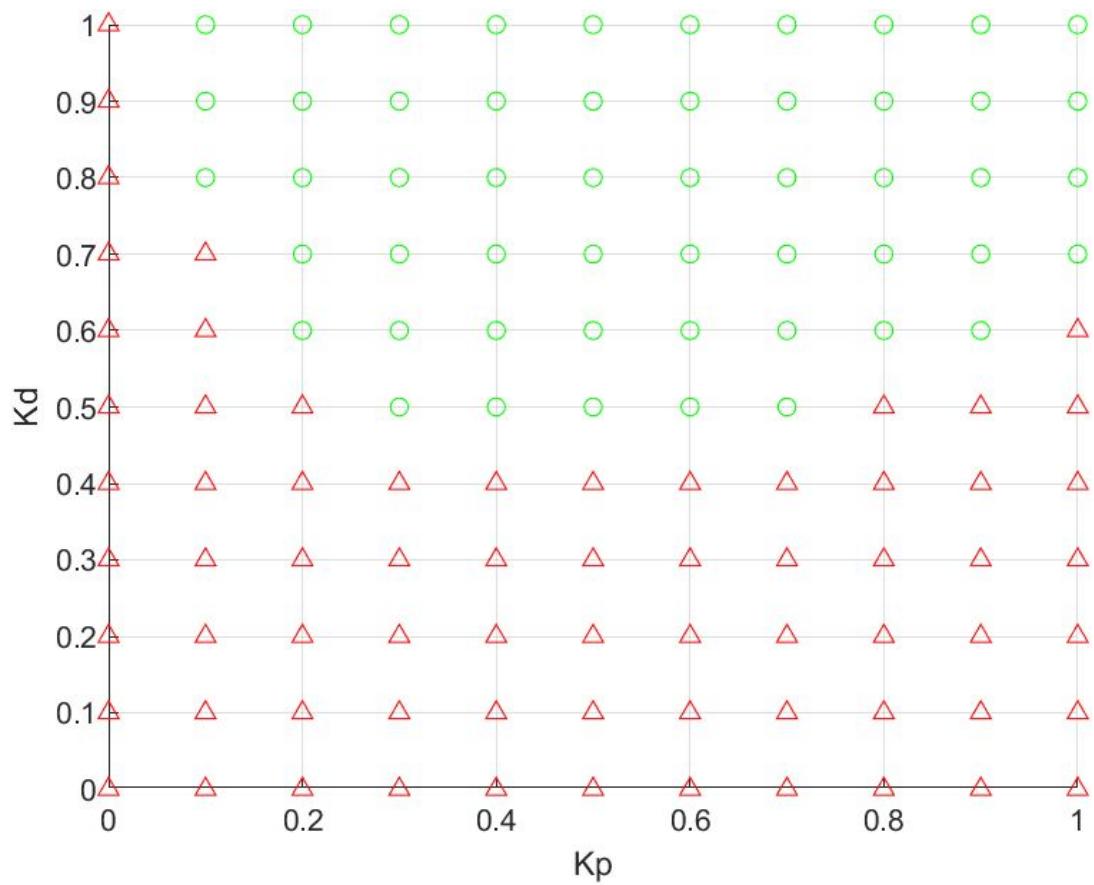
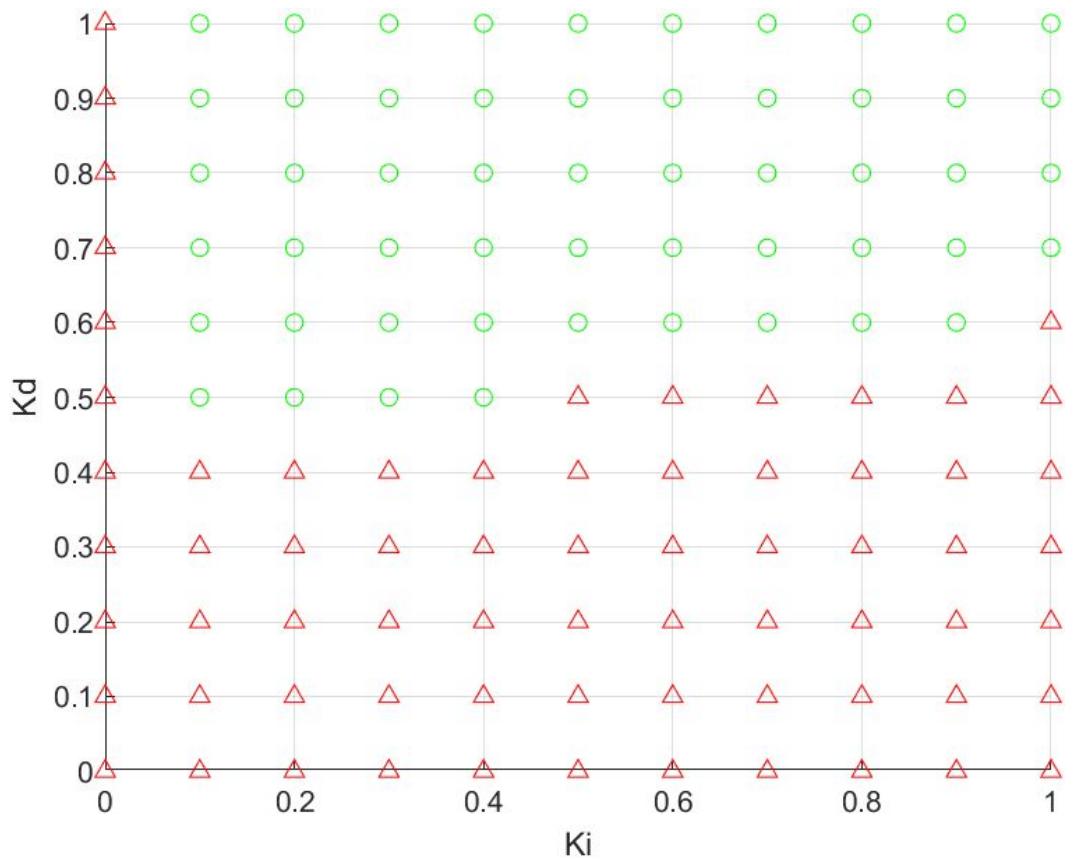
Zakres wartości dla funkcji stab):

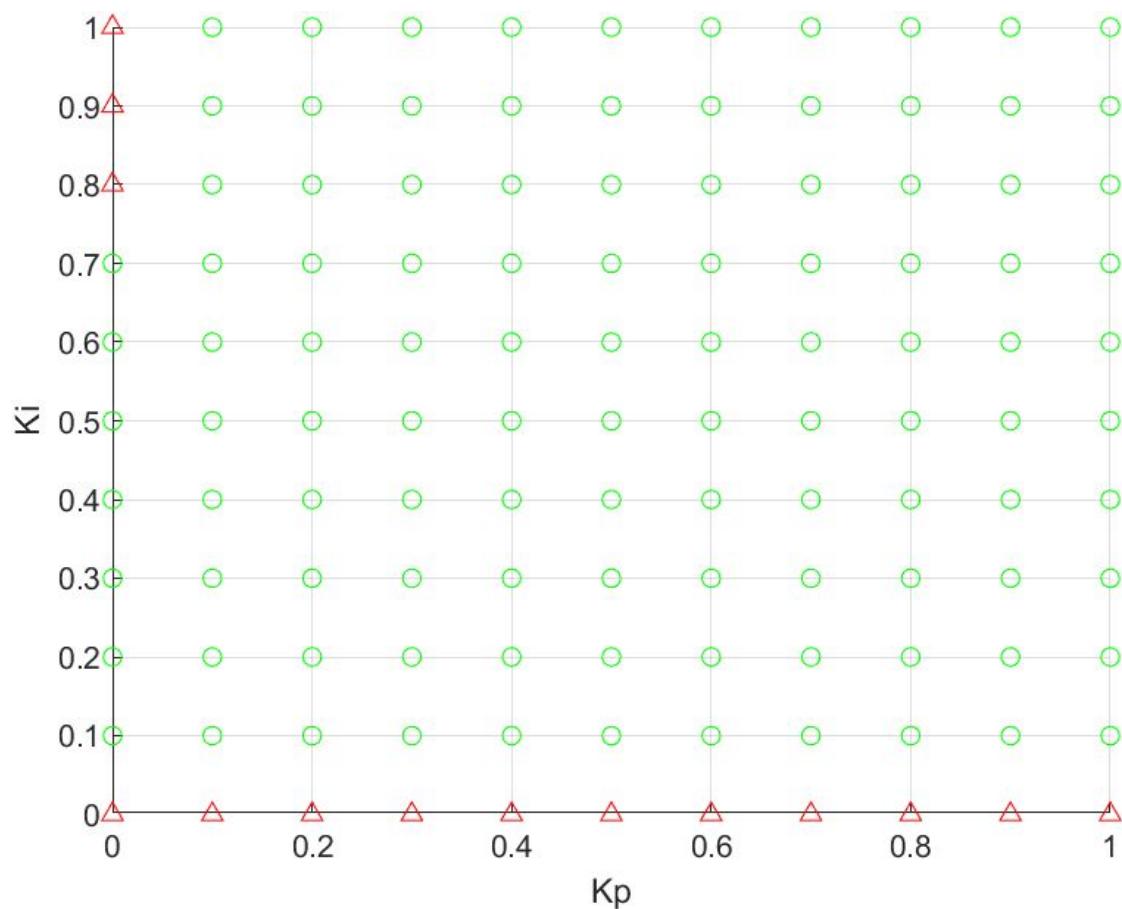
```
% dla przyśpieszenia obliczeń
scale = 0.2;
N = 1 * scale;

ki = 0.0:0.1:1 * N;
kd = 0.0:0.1:1 * N;
% zapewnia właściwą długość macierzy
kp = linspace(0, 5 * N, length(ki));
```

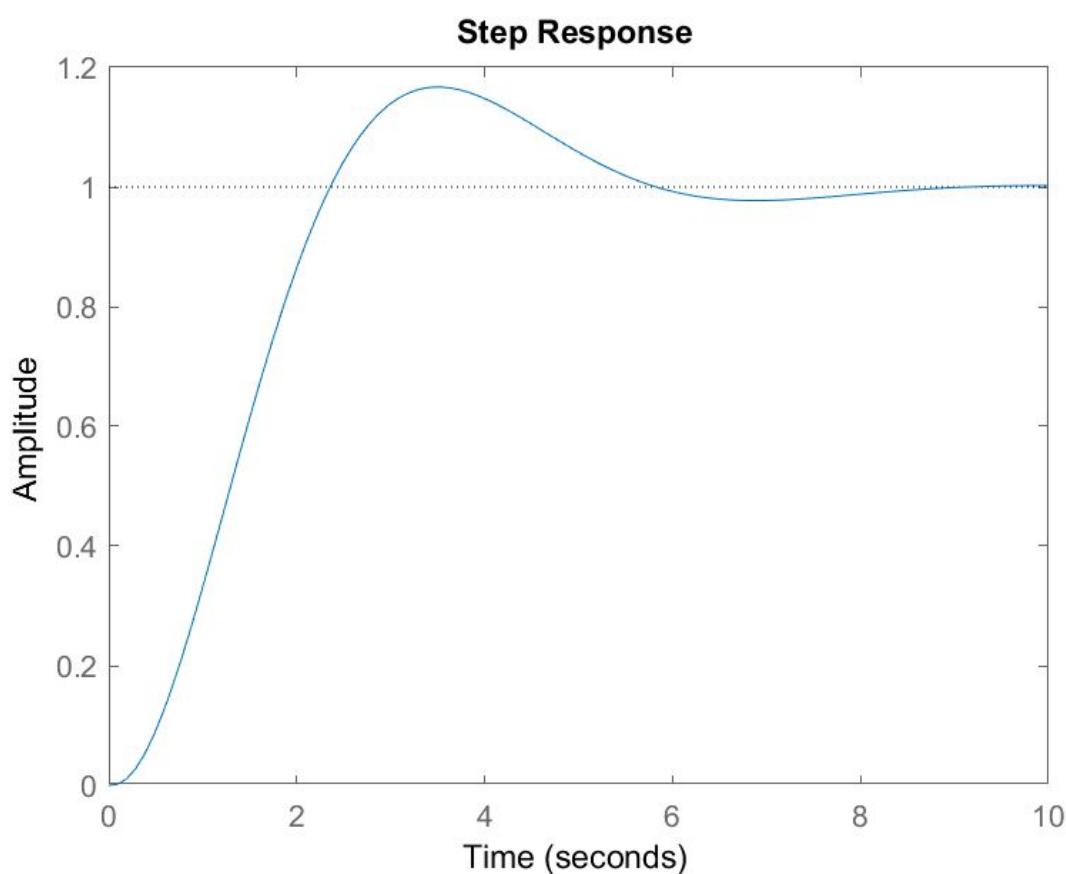
Opis do wykresów przedstawionych poniżej:

- 1) Dla $K_p = 1$
- 2) Dla $K_i = 1$
- 3) Dla $K_d = 1$

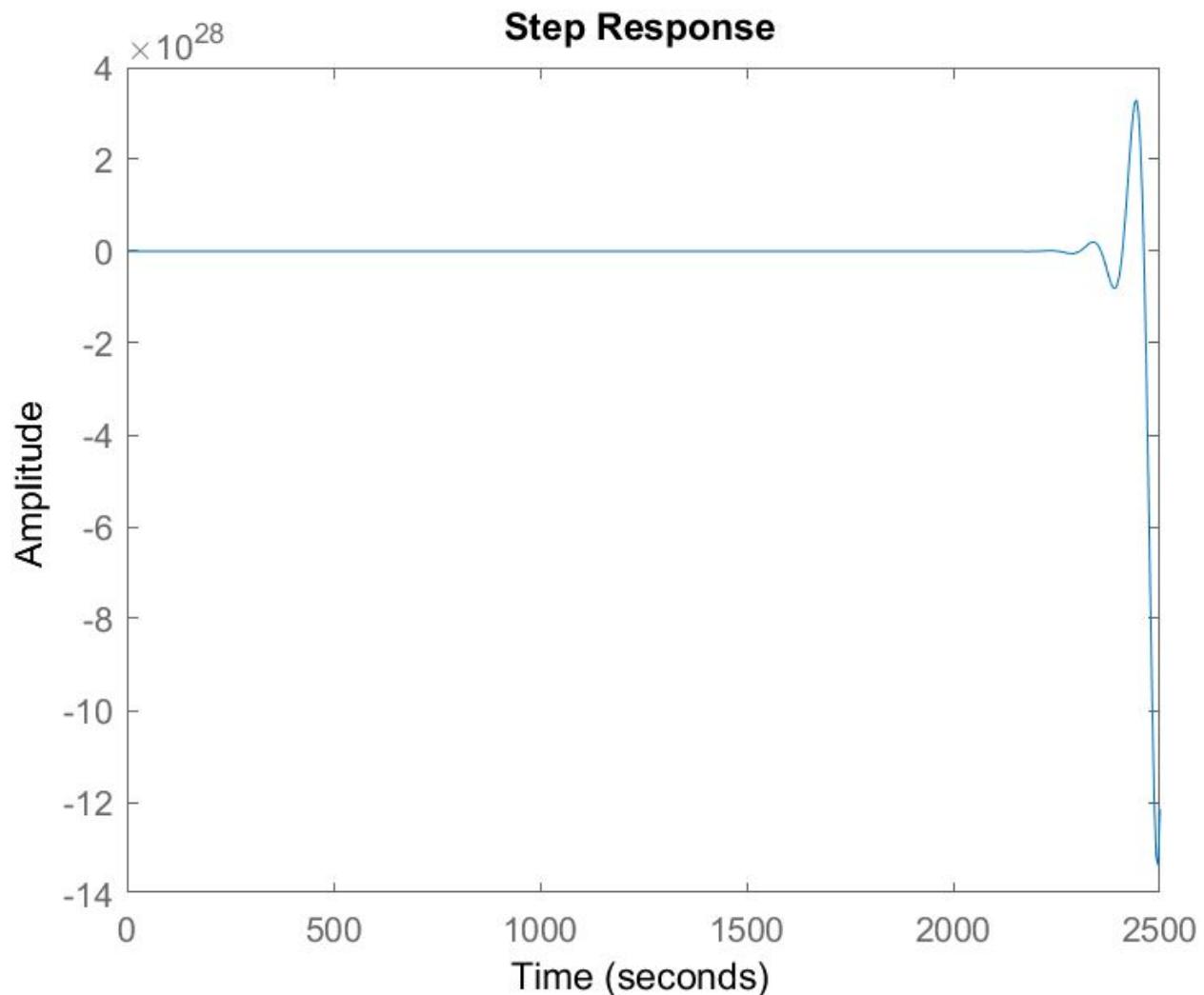




Odpowiedź skokowa dla układu stabilnego i parametrów $k_p = 0.1$, $k_i = 0.1$ $k_d = 0.1$:



Odpowiedź skokowa dla układu niestabilnego i parametrów $k_p = 0.2$, $k_i = 0.4$ $k_d = 0.2$:



Zapasy stabilności - metody częstotliwościowe

Stabilność zamkniętego układu regulacji część 2

Cel ćwiczenia

Usystematyzowanie wiadomości z zakresu stabilności układów **liniowych stacjonarnych**. W tym ćwiczeniu stosowane będzie kryterium Nyquista.

Wskaźnikiem stabilności są w tym wypadku wartości zapasów stabilności: jeżeli oba zapasy (*modułu i fazy*) są **dodatnie**, to oznacza to, że układ sterowania po zamknięciu sprzężenia zwrotnego będzie **stabilny**.

Wartość jednego z zapasów stabilności równa zero oznacza, że układ jest na granicy stabilności, a ujemna wartość jednego lub obu zapasów stabilności oznacza, że układ po zamknięciu będzie niestabilny.

Wnioski

O stabilności systemu decyduje lokalizacja pierwiastków mianownika transmitancji obiektu, a nie wartość tych parametrów

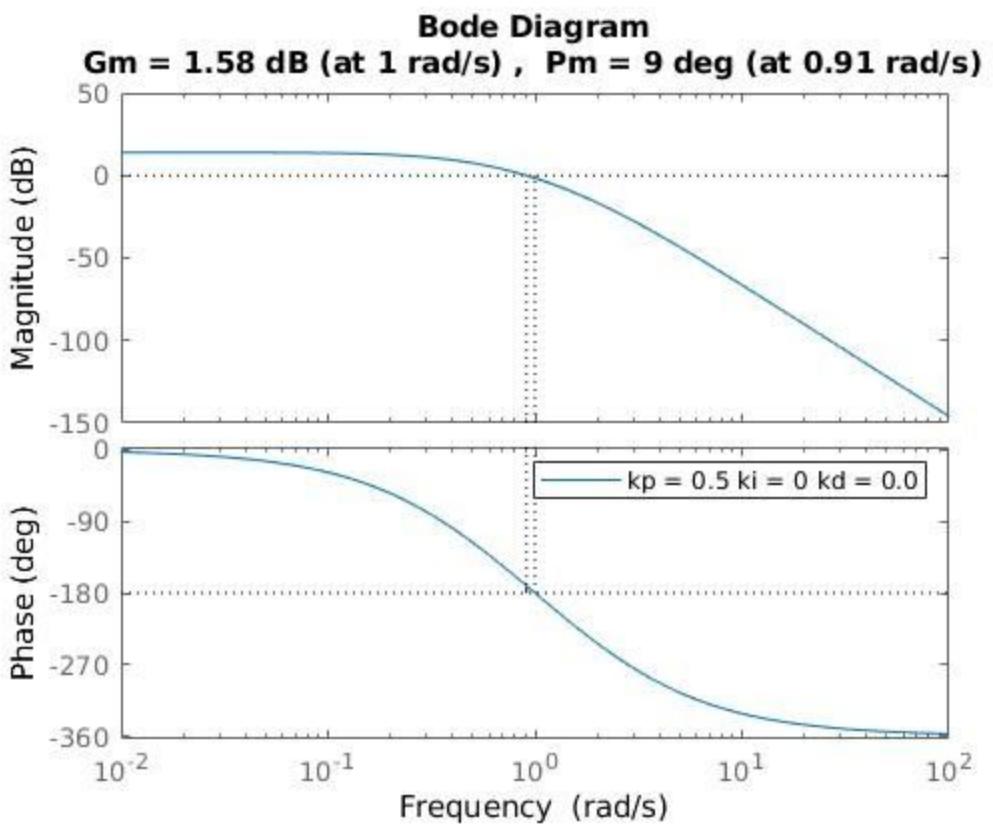
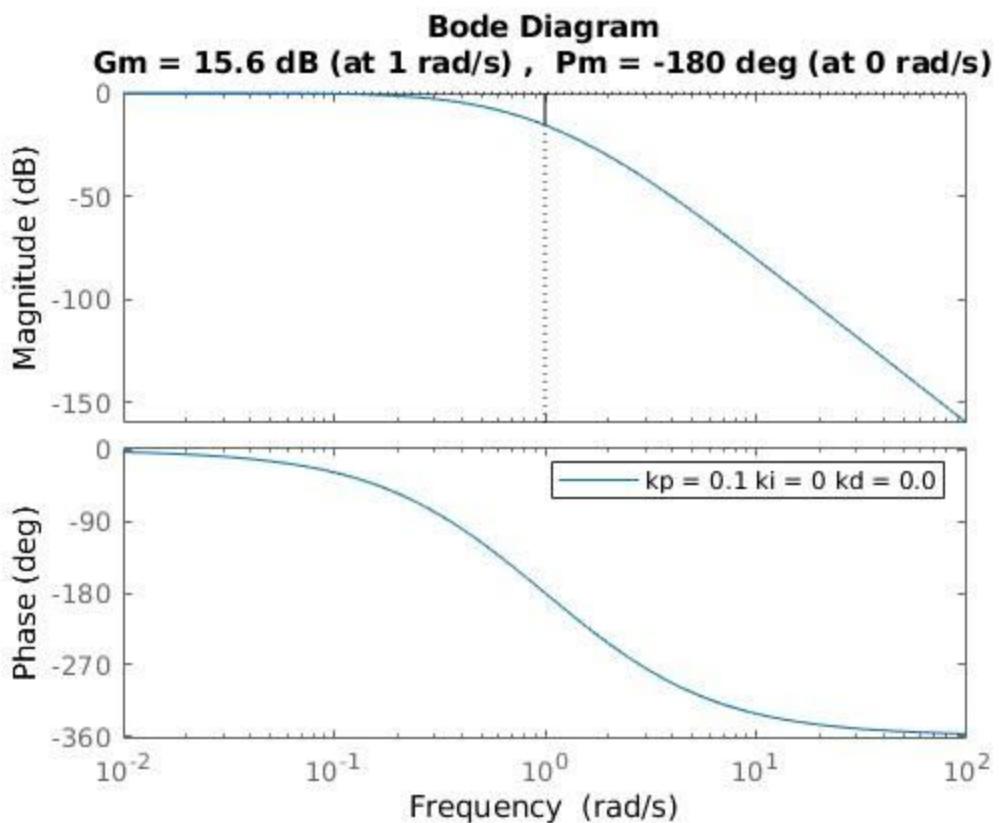
Na charakterystyce Bodego można zaobserwować, im większe wypłaszczenie oraz jeśli posiada przegięcie siodłowe, to człon jest stabilny. Im bardziej jest przegięty, tym większy posiada zapas stabilności.

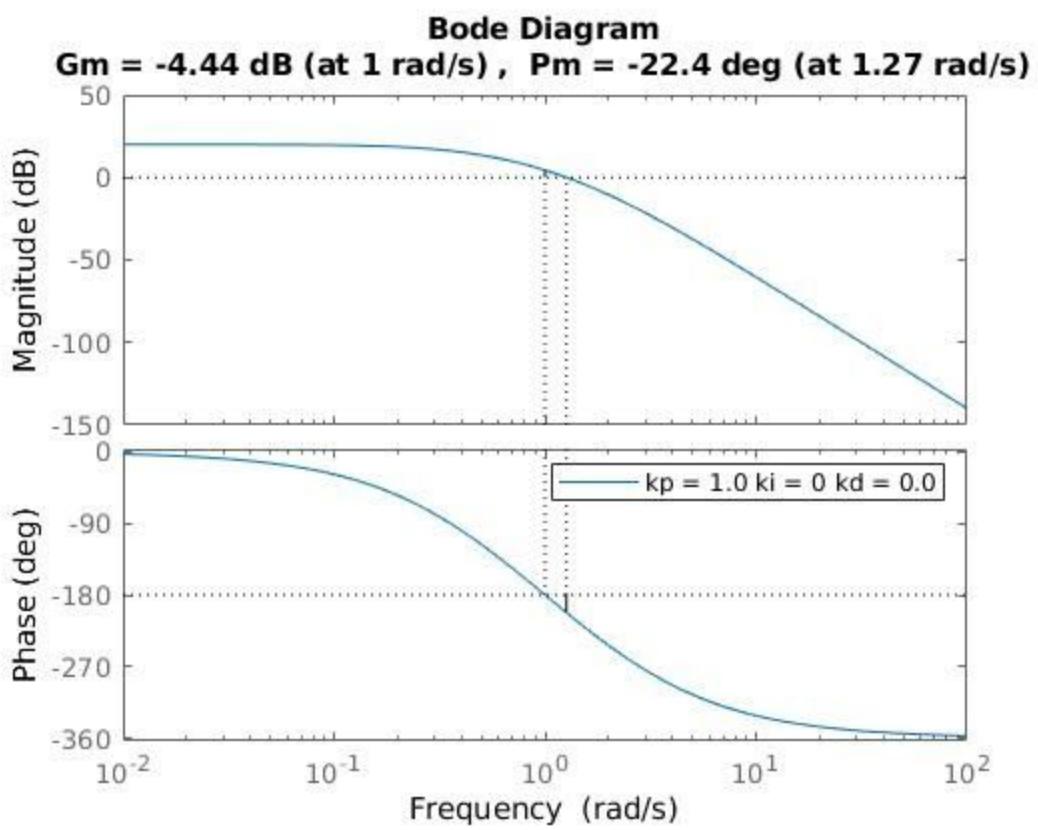
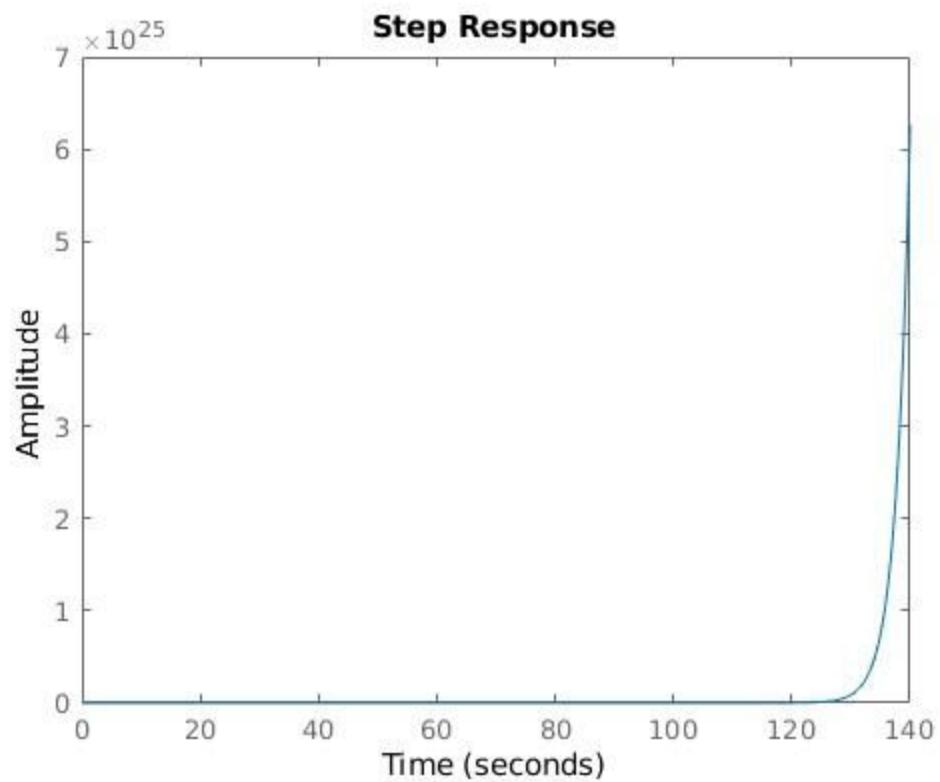
Autorzy

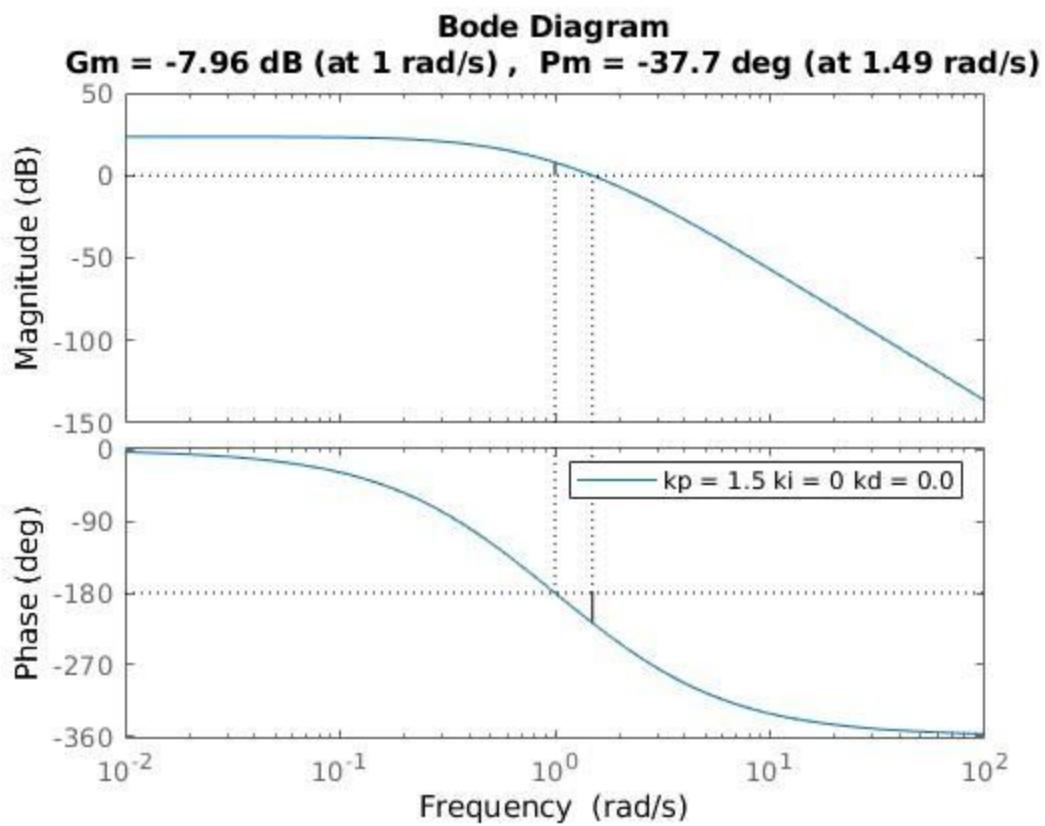
Justyna Maślanka · Kornel Krzywacki · Maciej Szostak · Krystian Pikus · Piotr Wawryka

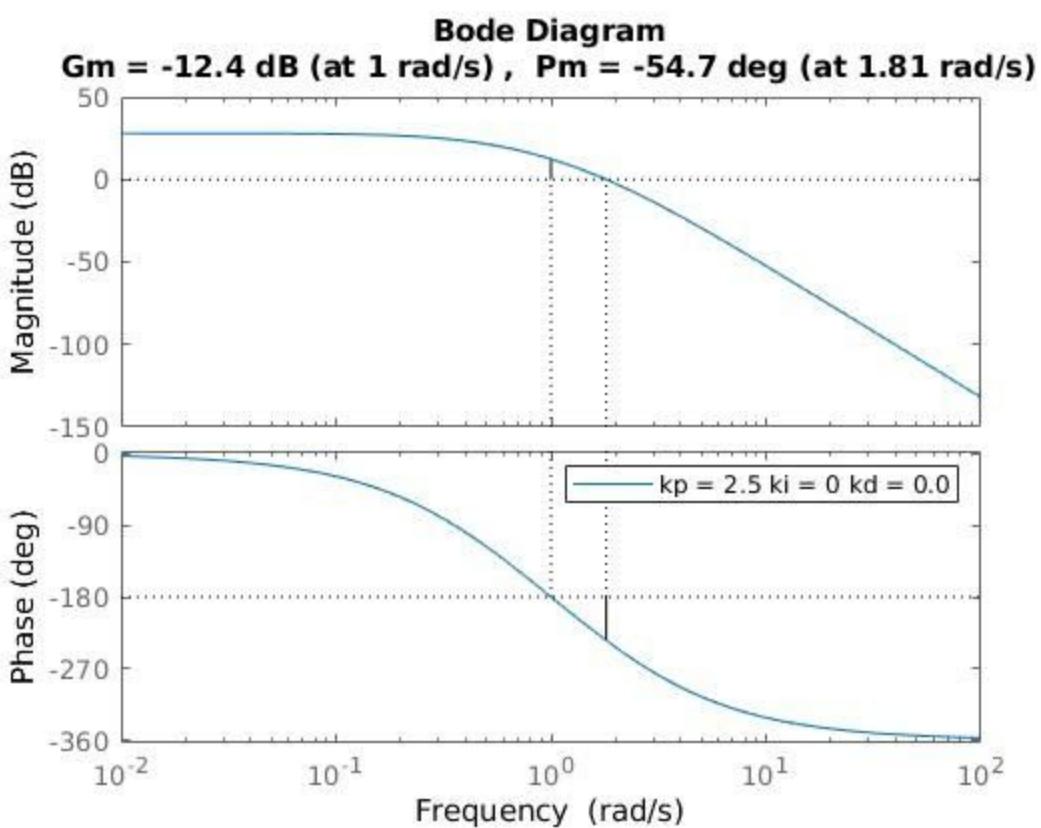
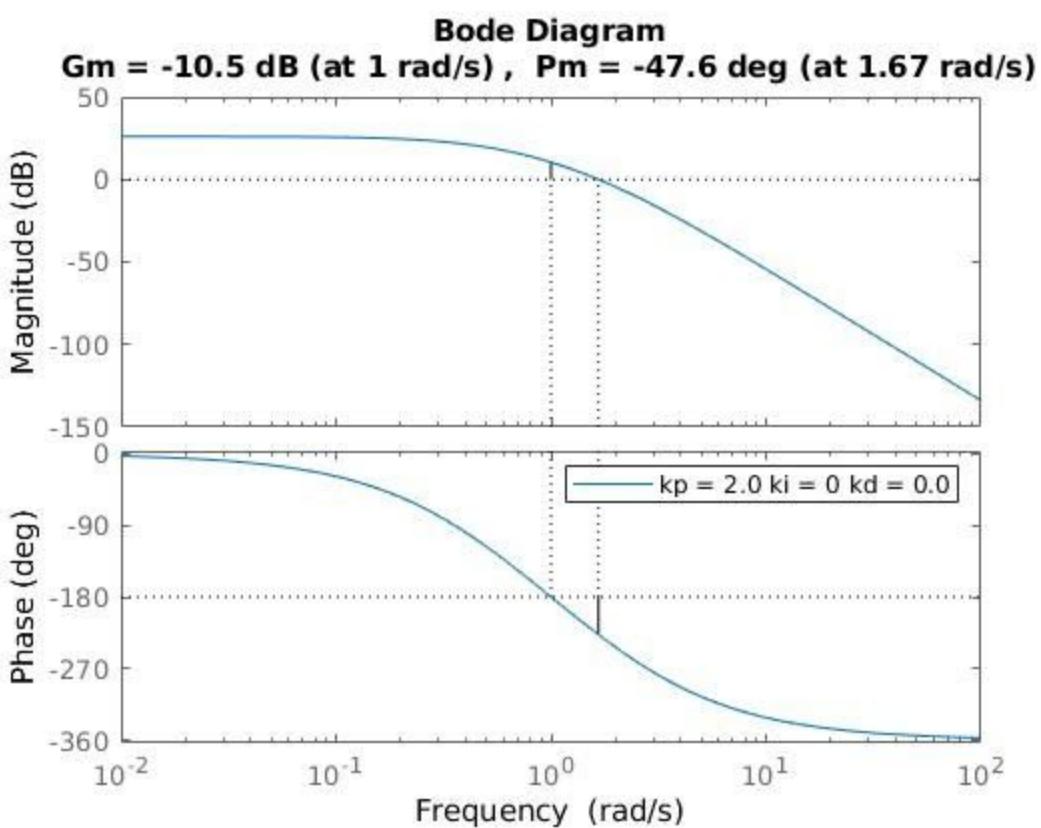
Regulatory

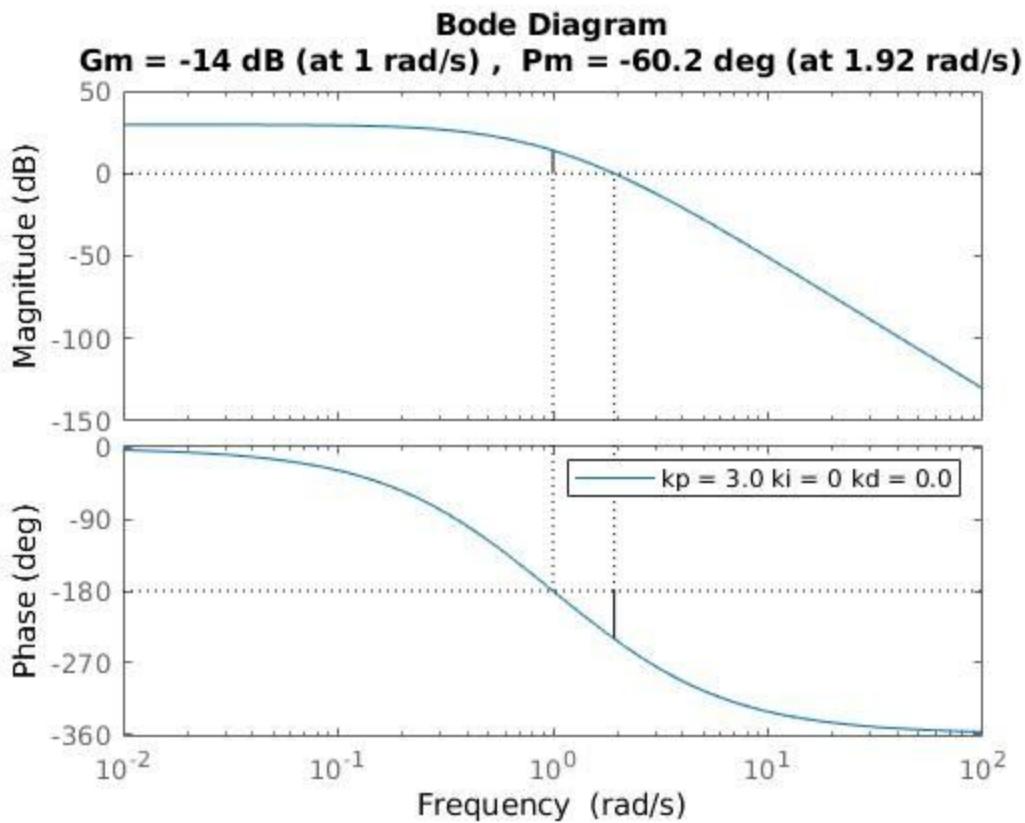
1. Poniżej przedstawione zostały wyniki testów stabilności dla regulatora P. Parametrem zmiennym jest K_p, K_i oraz K_d pozostają stałe i wynoszą: K_i= 0.0; K_d=0.











Wnioski:

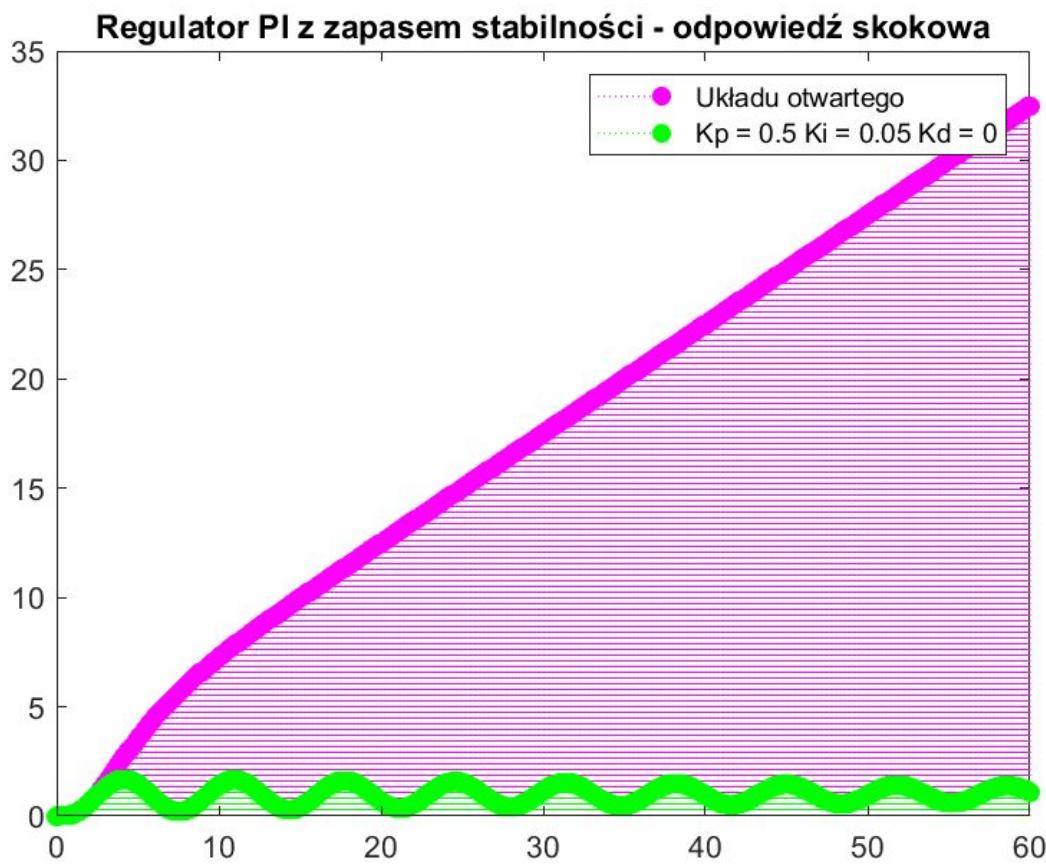
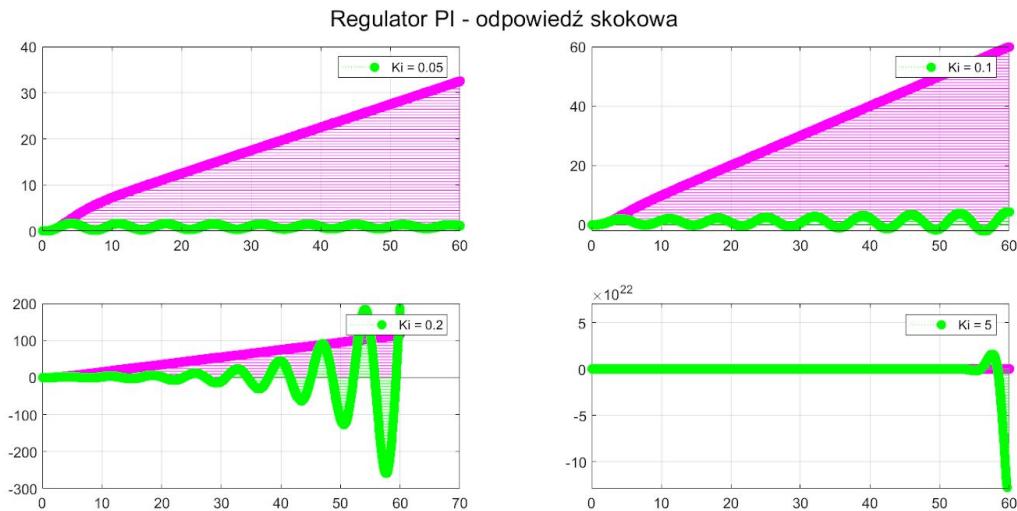
Układ został przetestowany dla $kP = 0.1, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, kI = 0.0, kD = 0.0$. Jak wynika z wykresów, układ stabilny jest tylko dla układu z parametrem $kP = 0.5$.

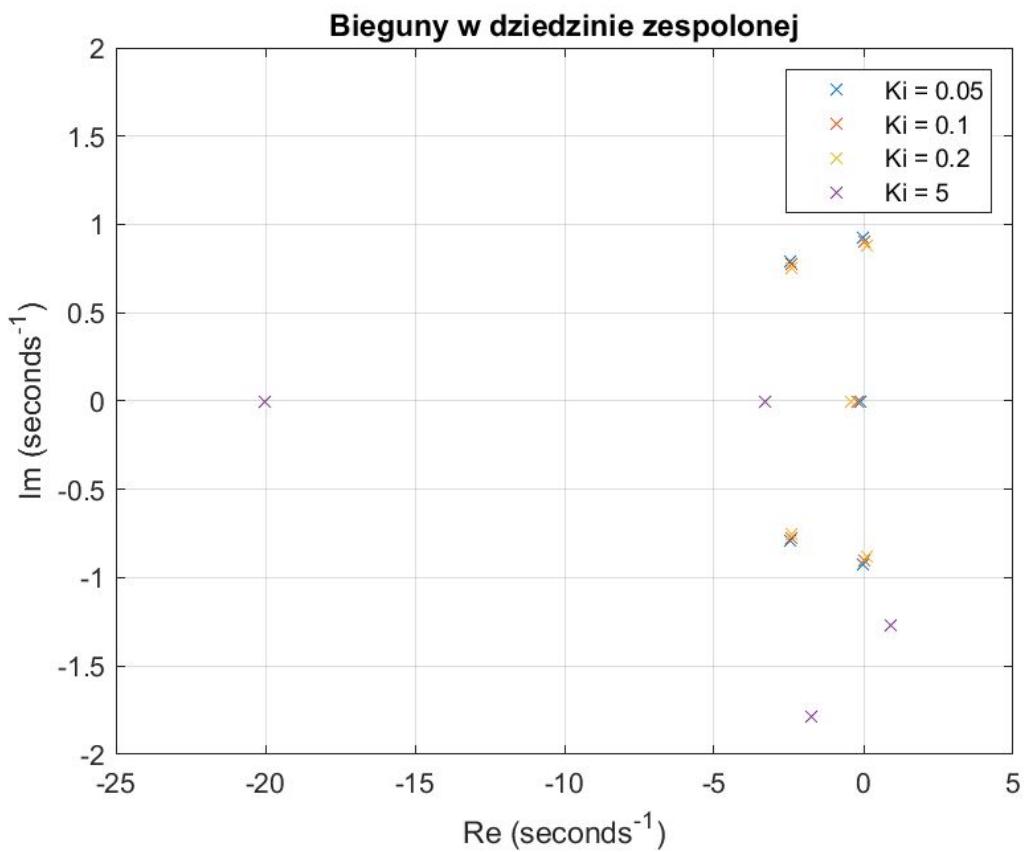
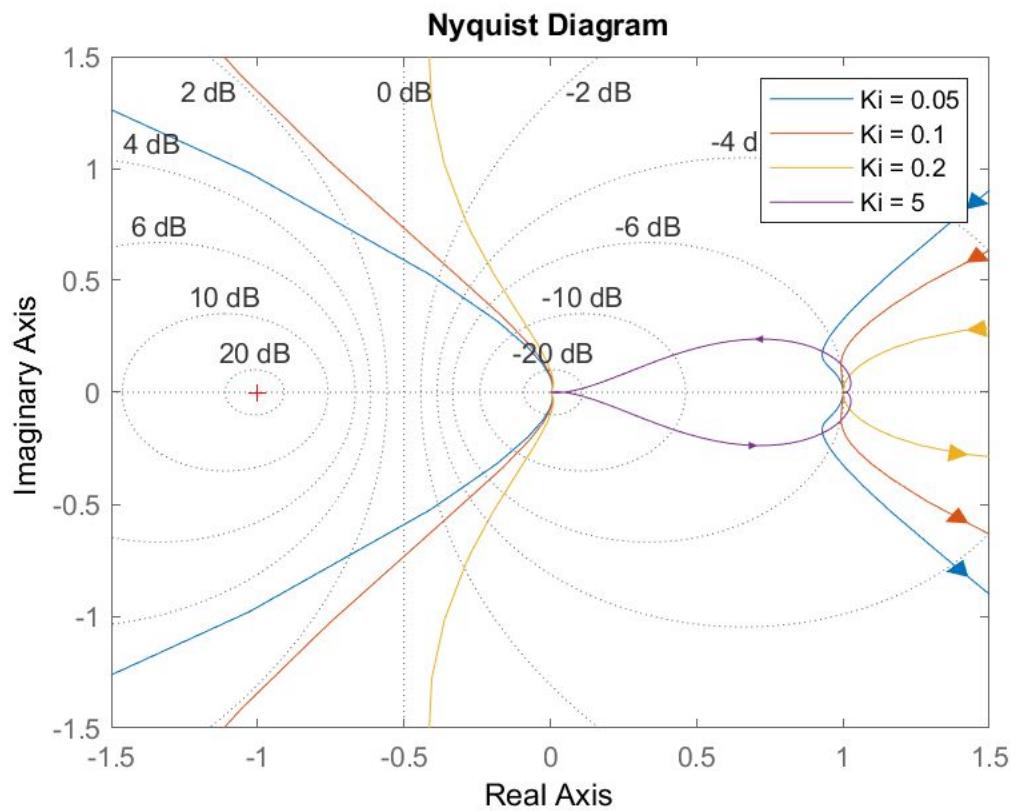
Z obliczeń funkcji wynika, że im większy od 0, ale jednocześnie mniejszy od 1 parametr kP , tym mniejsza dodatnia wartość wartości zapasów stabilności modułu (G_m). Wraz ze wzrostem kP wzrasta także wartość wartości zapasów stabilności fazy (P_m) (wzrasta ona w rad/s).

Transmitancja zastępcza dla stabilnego układu zamkniętego ($kP = 0.5$):

$$\frac{0.25 \hat{s}^2 + 5 \hat{s}}{0.05 \hat{s}^6 + 1.25 \hat{s}^5 + 5.4 \hat{s}^4 + 8.25 \hat{s}^3 + 4.8 \hat{s}^2 - 4 \hat{s}}$$

2. PI





Wartości biegunów dla parametru $K_I = 0.05$

-20.0000 + 0.0000i
-2.4431 + 0.7880i
-2.4431 - 0.7880i
-0.0124 + 0.9230i
-0.0124 - 0.9230i
-0.0891 + 0.0000i

Dla transmitancji zastępczej układu ze sprzężeniem zwrotnym

$$minreal() = \frac{5s + 50}{s^5 + 5s^4 + 8 + 5s^2 + 6s + 50}$$

```
% 2) (regulator PI) % Kontakt: piotrwpwsz@gmail.com

close all; clear all;% clf(gcf,'Number') % instead of close figure

Ki = [0.05, 0.1, 0.2, 0.5];
Kp = 0.5; Kd = 0.0;
N = 60; % for step function

lsk = 0; str = {}; wskHist = [];

for i = 1:length(Ki)

    [wsk, sys] = zapasy stab(Kp, Ki(i), Kd); % wskaźnik stabilności, transmitemacja ukł.
    otwartego

    tz = feedback(sys, tf([1]), -1); % transmitancja układu zamknięty, z neutralnym [1]
    ujemnym -1 sprzężeniem zwrotnym

    lsk = lsk +1; Go(lsk) = tz; str = [str, sprintf('Ki = %g ', Ki(i))]; wskHist = [wskHist,
    wsk];

    if (wsk < 0) continue; end % skip unstable

    figure(i); % 1 option
    %OR
% subplot( 2,2,i); sgttitle("Regulator PI - odpowiedź skokowa"); % 2 option

    [Y, T] = step(sys, N); stem(T, Y, 'filled', ':m'); hold on;
    [Y, T] = step(tz, N); hl = stem(T, Y, 'filled', ':g'); hold off;
```

```

% legend(h1,str(i)); figPW(); % 2 option

%OR

title("Stabilny regulator PI - odpowiedź skokowa"); legend({'Układu otwartego',
sprintf('Kp = %g Ki = %g Kd = %g', Kp, Ki(i), Kd)); figPW(); % 1 option

%
figure(i * 2), plot(pole(tz), 'x'); grid; title('Biegunki w dziedzinie zespolonej');

display(pole(tz)); grid on;

iopzmap(tz)

end

for k = 1:lsk

figure(200), plot(pole(Go(k)), 'x'); hold on;

figure(100), nyquist(Go(k)); hold on;

end

legend(str{:}); grid on; hold off; N = 1; sqrLim = [-N - (N / 2) N + (N / 2)];
xlim(sqrLim); ylim(sqrLim); figPW();

%
figure(200), legend(str{:}); title('Biegunki w dziedzinie zespolonej'); grid on;
xlabel('Re (seconds^{-1})'); ylabel('Im (seconds^{-1}))'; figPW(); hold off; figPW();
wskHist

% disp('Naciśnij ENTER, aby zapisać'); pause; figPW; % zapisz figure

```

```

function [wyn, sys] = zapasy_stab(kp, ki, kd, k)% wskaźnik stabilności, transmitancja
zastępcza

if nargin < 4

    k = 10; % wzmacnienie statyczne, tym należy rozregulować układ
%
    k = 5;

end

wyn = 0;

T = 0.05;

lob = [k];
mob = [1 5 8 5 1];

```

```

lr = [(kp * T + kd) (ki * T + kp) ki];
mr = [T 1 0];

sys1 = tf(lob, mob); % transmitancję układu otwartego
sys2 = tf(lr, mr); % tworzy regulator PI

sys = series(sys1, sys2); % Equal as below

%     sys = sys1 * sys2; % generuje transmitancję układu otwartego

[zapasModulu, zapasFazy] = margin(sys); % [gain, phase] magnitude, and freq supply

% układ stabilny

if zapasModulu > 0 && zapasFazy > 0
    wyn = 1;
    return;
end

% na granicy stabilności

if zapasModulu > 0 && zapasFazy == 0
    wyn = 0;
    return;
end

if zapasModulu == 0 && zapasFazy > 0
    wyn = 0;
    return;
end

% system niestabilny

wyn = -1;

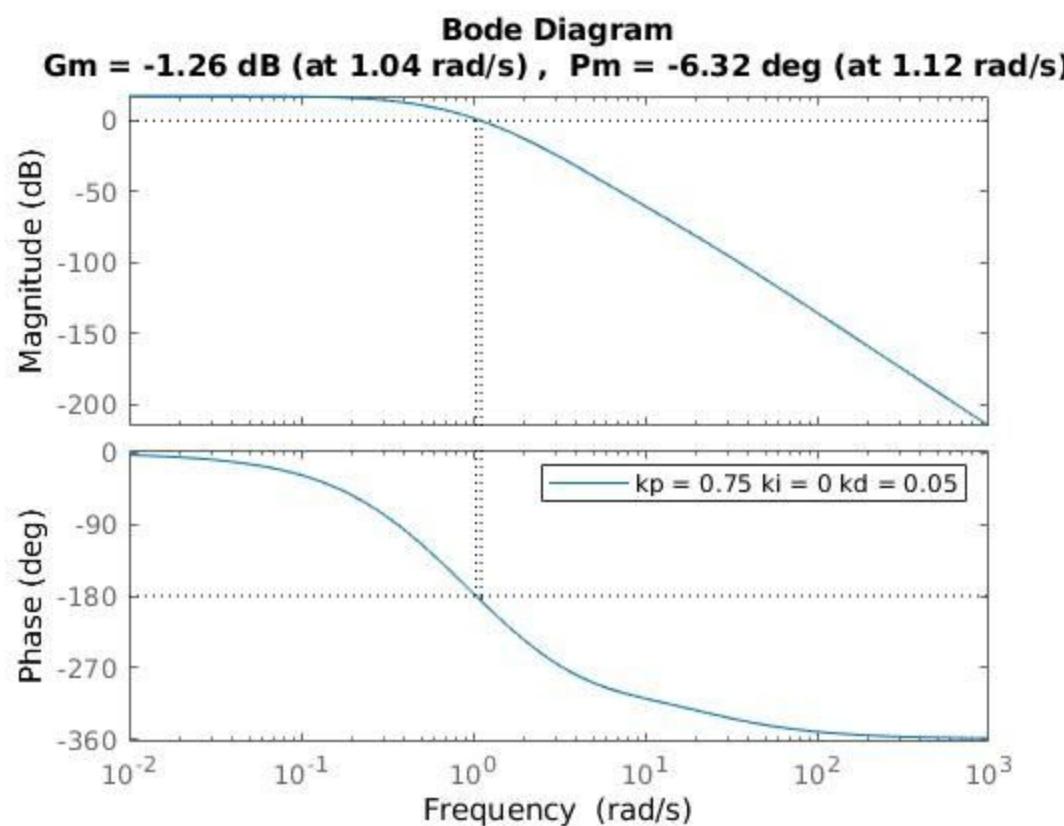
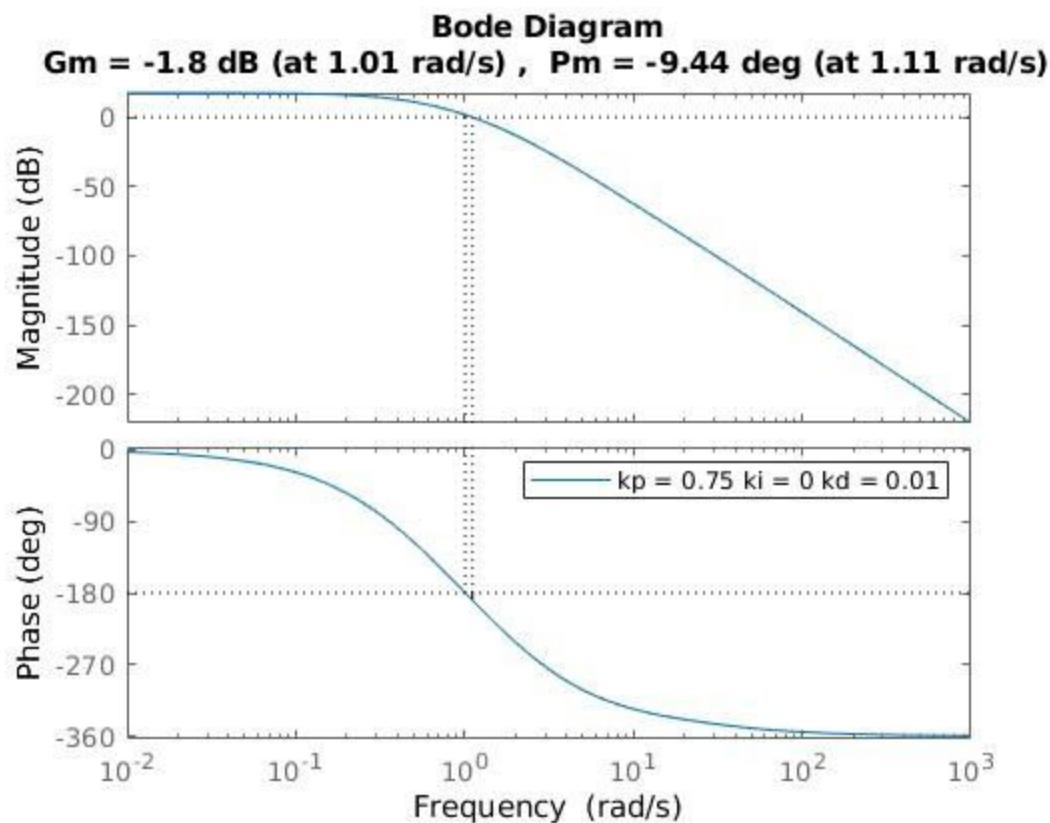
end

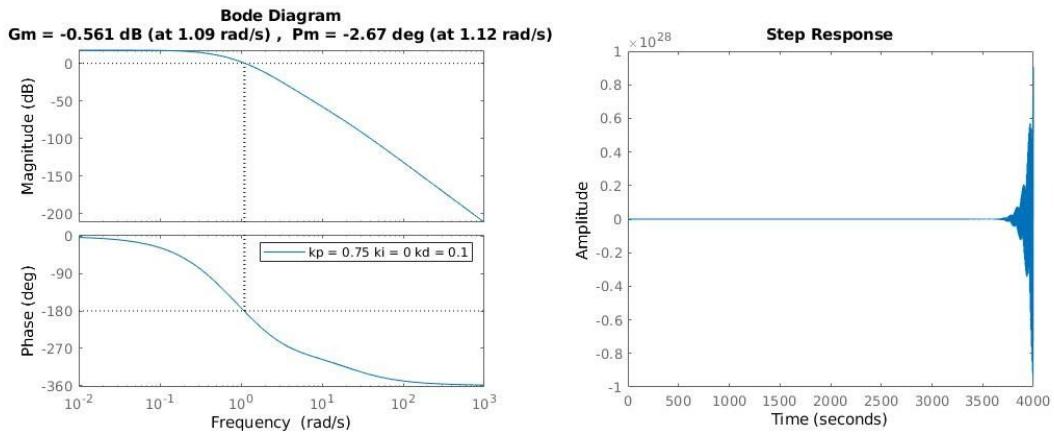
```

```
function [outputArg1,outputArg2] = figPW(saveAs, OverwrieProtection)
fTitle = ' '; % do zapisywanej nazwy pliku
[path, filename, ext] = fileparts( mfilename('.'));
[~, folderName] = fileparts(pwd());
% nazwa TEGO *.m-pliku
print( strcat(folderName, fTitle, num2str(get(gcf, 'Number')), '.png'), '-dpng'); % Zapisz
jako tenMplik_nrOstatniejFigury.png
end
```

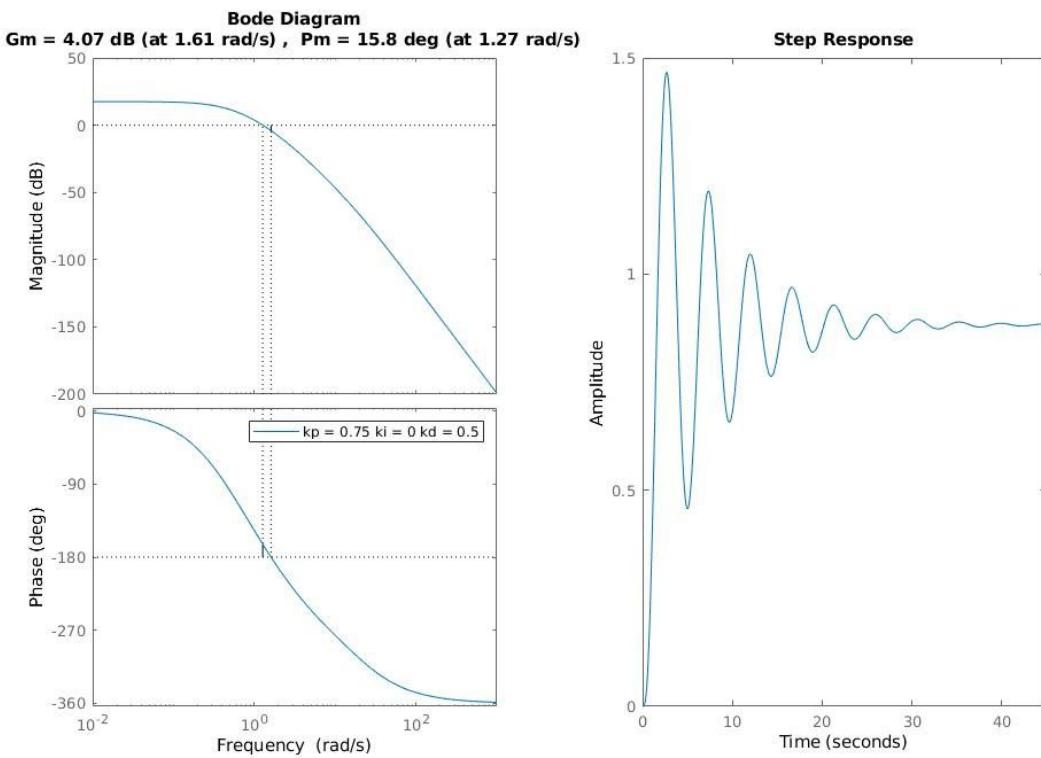
3. PD

Poniżej przedstawione zostały wyniki testów stabilności dla regulatora PD. Parametrem zmiennym jest Kd, Kp oraz Ki pozostają stałe i wynoszą: Kp = 0.75; Ki=0.





Transmitancja zastępcza=
$$\frac{1.375 \hat{s}^2 + 7.5 \hat{s}}{0.05 \hat{s}^6 + 1.25 \hat{s}^5 + 5.4 \hat{s}^4 + 8.25 \hat{s}^3 + 6.425 \hat{s}^2 + 8.5 \hat{s}}$$



$$\text{Transmitancja zastępcza} = \frac{5.375 s^2 + 7.5 s}{0.05 s^6 + 1.25 s^5 + 5.4 s^4 + 8.25 s^3 + 10.43 s^2 + 8.5 s}$$

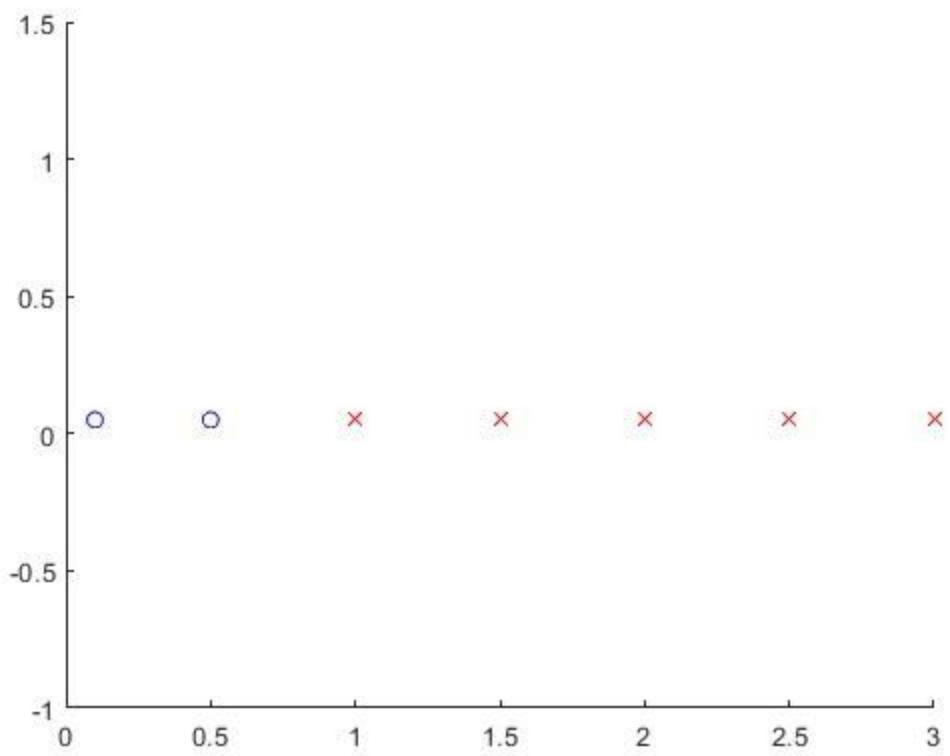
Wnioski:

Układ został przetestowany dla: kP = 0.75, kI = 0, kD = 0.01, 0.05, 0.1, 0.5

Jak wynika z wykresów układ jest stabilny dla parametrów Kd=0.5 i Kd=1.0. Wartość parametru Kd wpływa na wartość zapasów stabilności modułu i fazy: wraz ze wzrostem wartości parametru Kd wzrasta wartość zapasów stabilności modułu i fazy.

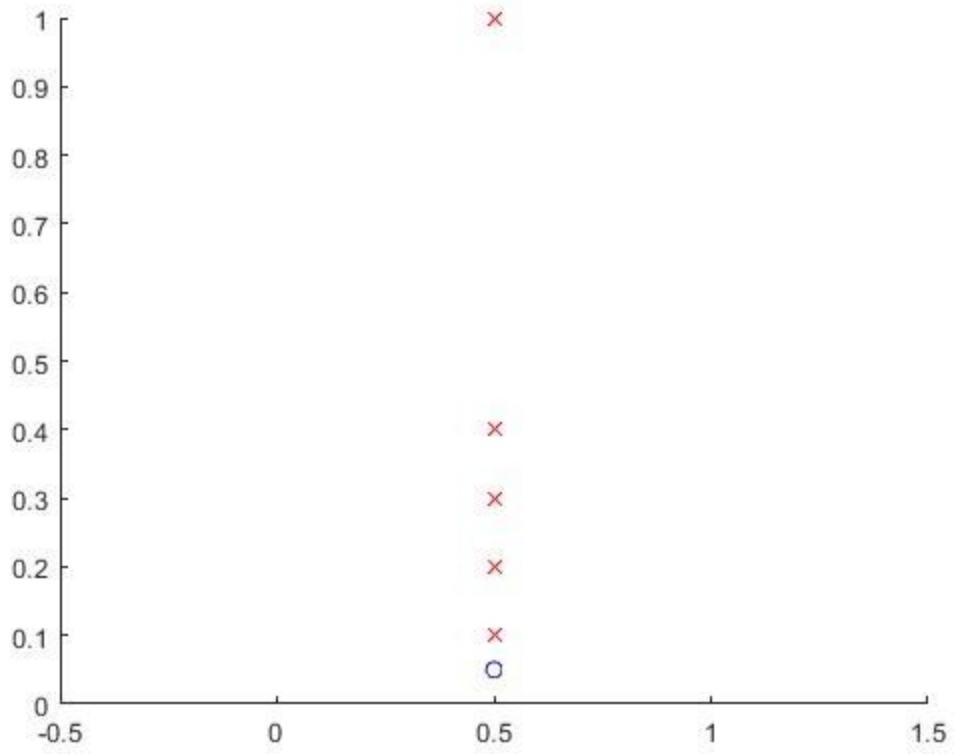
4. K_p

dynamic



5. Ki

dynamic

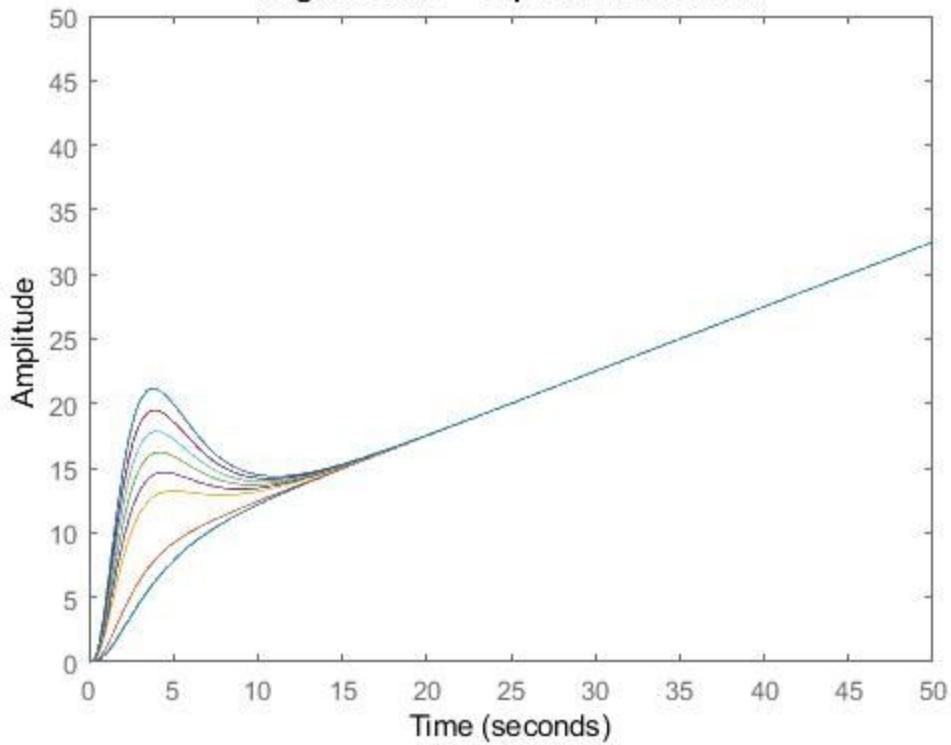


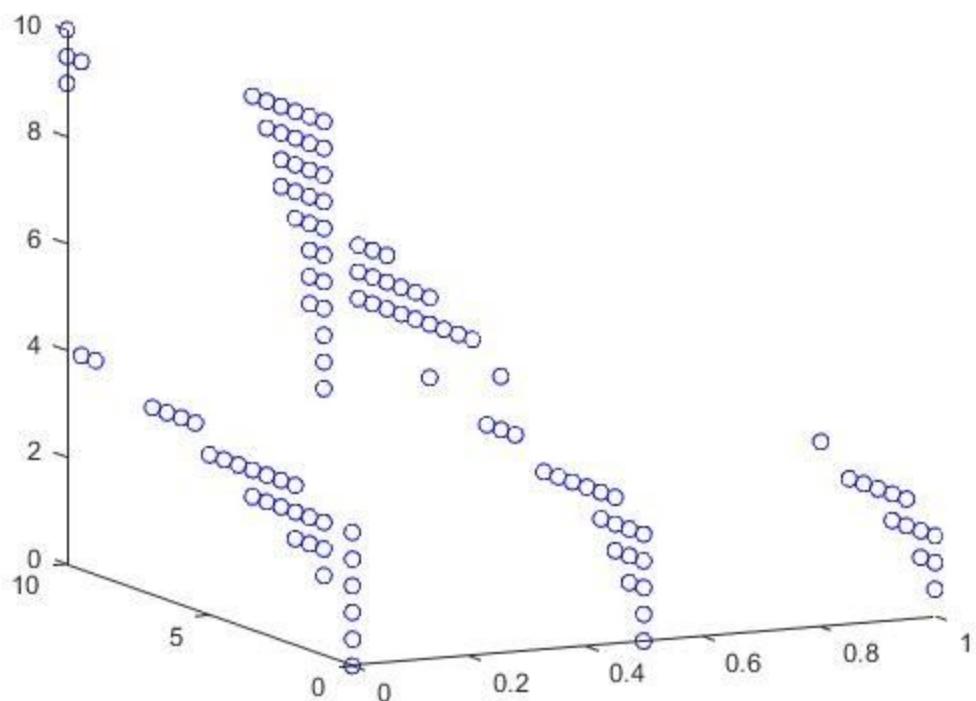
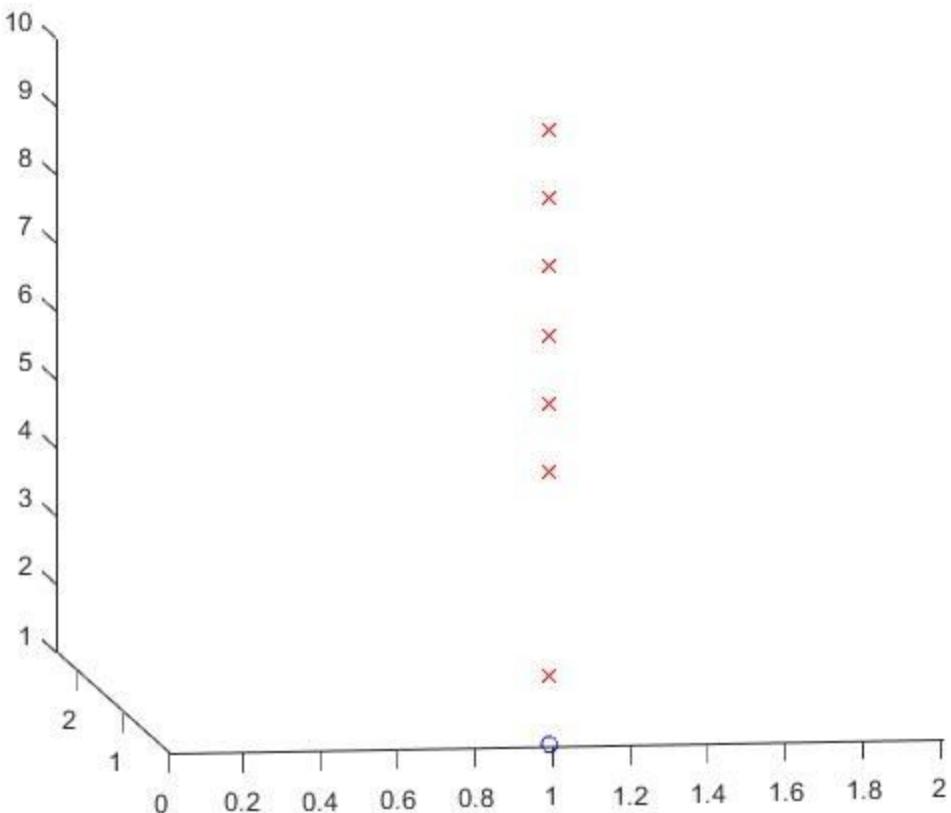
6. Kd dynamic

Wnioski

Na wykresie bodego widać, że im wykres jest płaski i posiada przegięcie siodłowe człon jest stabilny a im bardziej jest przegięty tym większy posiada zapas stabilności.

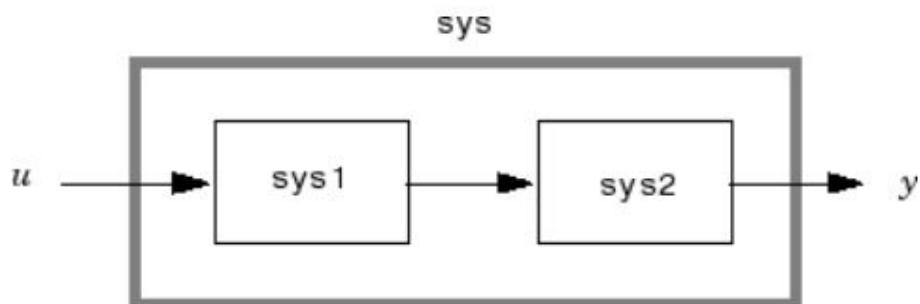
Regulator PID - odpowiedź skokowa





Tips:

`sys = series(sys1,sys2)` forms the basic series connection shown below.



This command is equivalent to the direct multiplication

`sys = sys2 * sys1`

Dostrajanie regulatorów PID

Cel ćwiczenia

Zapoznanie się z praktycznymi, przemysłowymi metodami doboru nastaw regulatorów PID.

Podczas ćwiczenia wykorzystamy następujące metody doboru nastaw:

- metoda Zieglera – Nicholsa w wersji „klasycznej”
- przekaźnikowej, metoda Astroma-Hagglunda
- metody oparte o parametry odpowiedzi skokowej obiektu
- autoTuning regulatora dostępny w środowisku SIMULINK

Wnioski

Metoda klasyczna jest wygodna w przypadku nie posiadania odpowiedzi skokowej. Metoda Astroma-Hagglunda gwarantuje “bezpieczeństwo” automatyzacji, ale bazuje na pierwszej metodzie Z-N. Wzrost współczynnika K_i powoduje zwiększenie okresu oscylacji, a K_d jego zmniejszenie.

Metoda zmierzenia odpowiedzi skokowej jest syntezą empirii z ugruntowaną wiedzą modelowania automatyki procesowej. Posiadanie 2-ch punktów wyjścia, pozwala na sporą elastyczność na etapie projektowania symulacji. Najwygodniejszą z metod jest użycie automatycznego dobierania nastaw, jednakże nie zawsze mamy przy sobie środowisko symulatoryne.

Opracowanie

1. „klasyczny” eksperyment Zieglera - Nicholsa

$$\text{PID : } G_{PID}(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

ISA : $\zeta \approx N : k_p, T_i, T_d$

$$k_i = \frac{k_p}{T_i}$$

$$k_d = k_p * T_d$$

IND :

$$k_p + \frac{k_i}{s} + k_d * s$$

Transmitancja operatorowa idealnego (ISA, od ang. *ideal standard algorithm*) regulatora PID:

$$G_{PID}(s) = k_p \left[1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right]. \quad \leftarrow \text{wzór do którego stosujemy } \Xi-N$$

Idealne różniczkowanie jest nierealizowalne fizycznie.

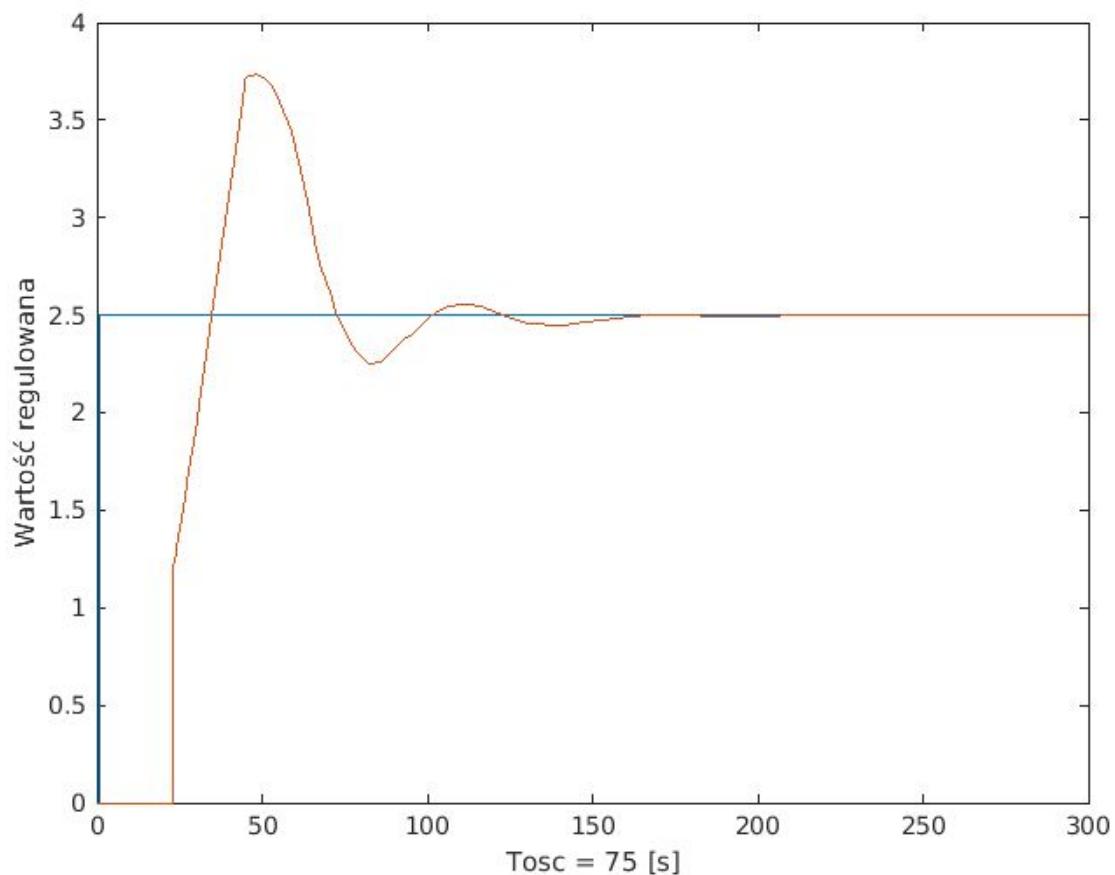
Transmitancja operatorowa rzeczywistego regulatora PID:

$$G_{PID}(s) = k_p \left[1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{D_d} s + 1} \right].$$

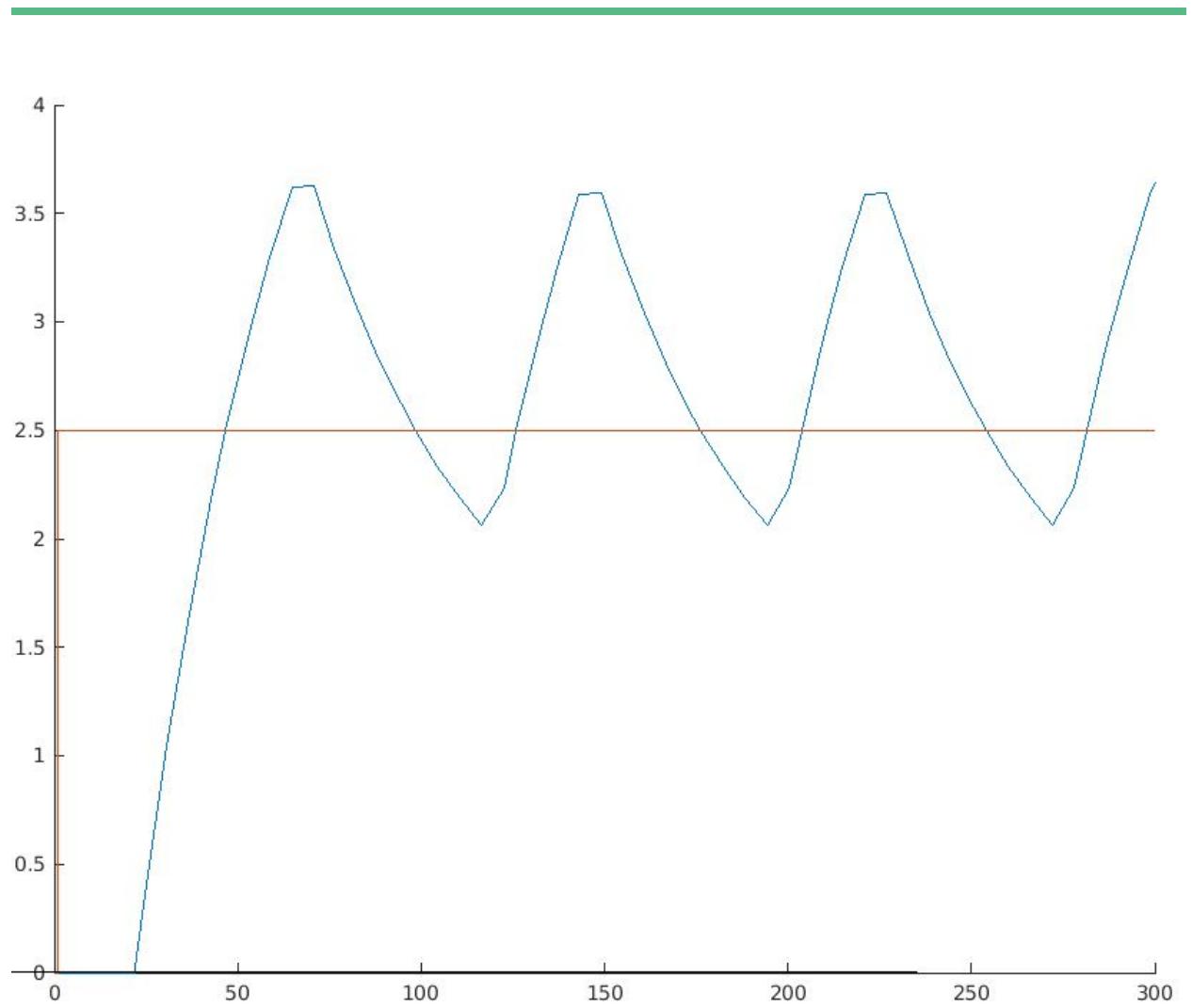
Istnieje bardzo dużo odmian postaci algorytmu PID. Jedną z najczęściej używanych w pracach naukowych i teoretycznych jest postać równoległa – niezależna. Transmitancja operatorowa niezależnego (naukowego, IND, od ang. *INDependent algorithm*) regulatora PID:

$$G_{PID}(s) = K_p + K_i \frac{1}{s} + K_d s, \quad \leftarrow \text{wzór w bloku PID}$$

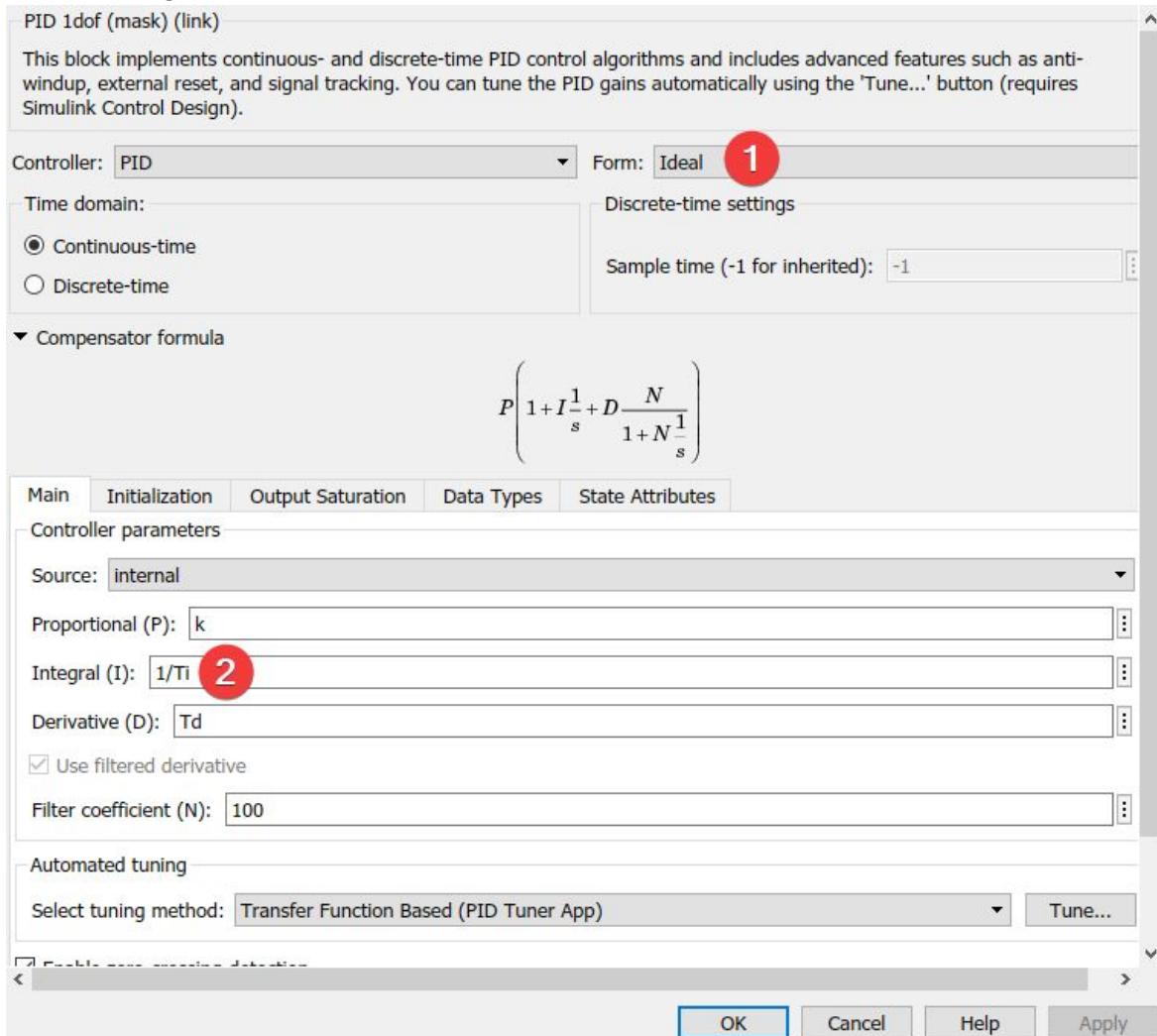
wzmocnienie rezonansowe statyczne kKrytyczne = 3.32;



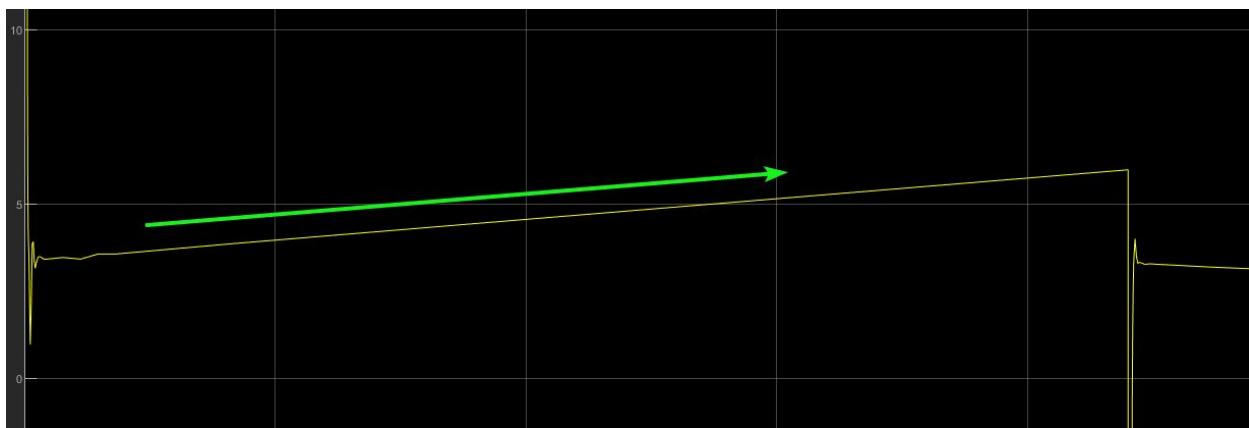
2. Dostrajanie regulatora PID metodą Astroma-Hagglunda.

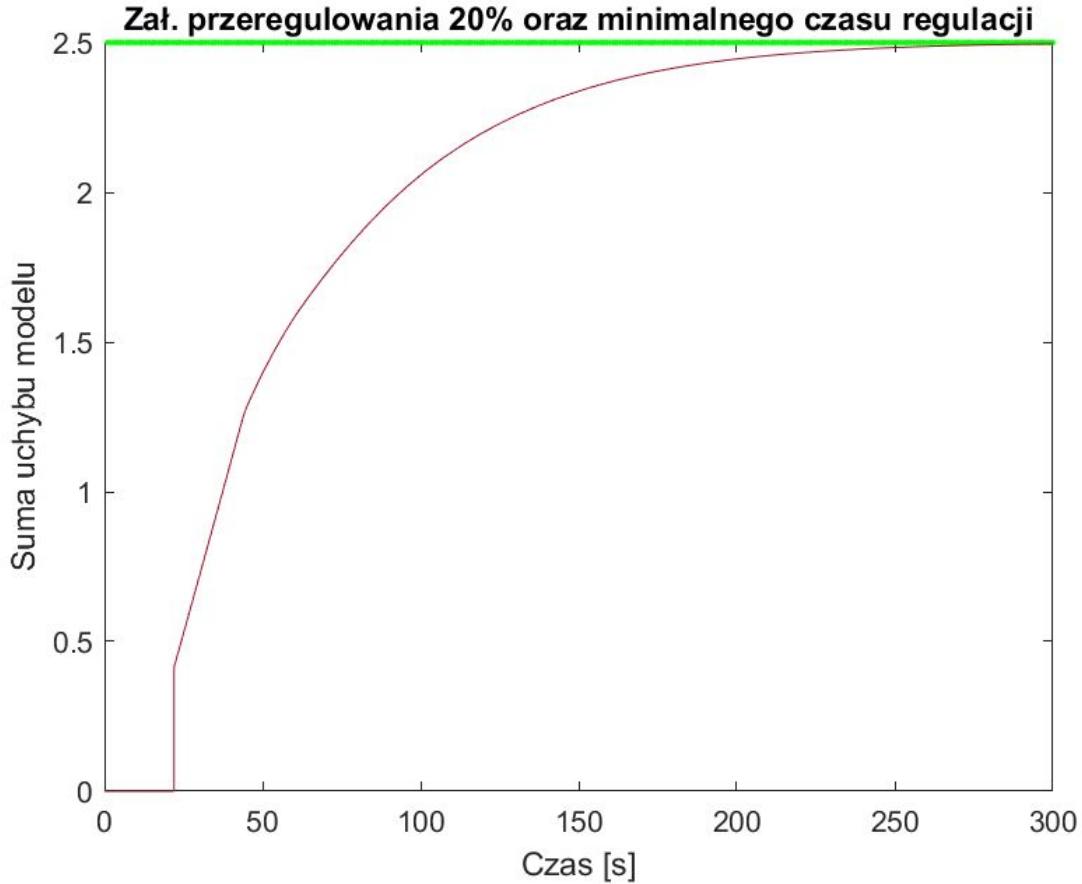
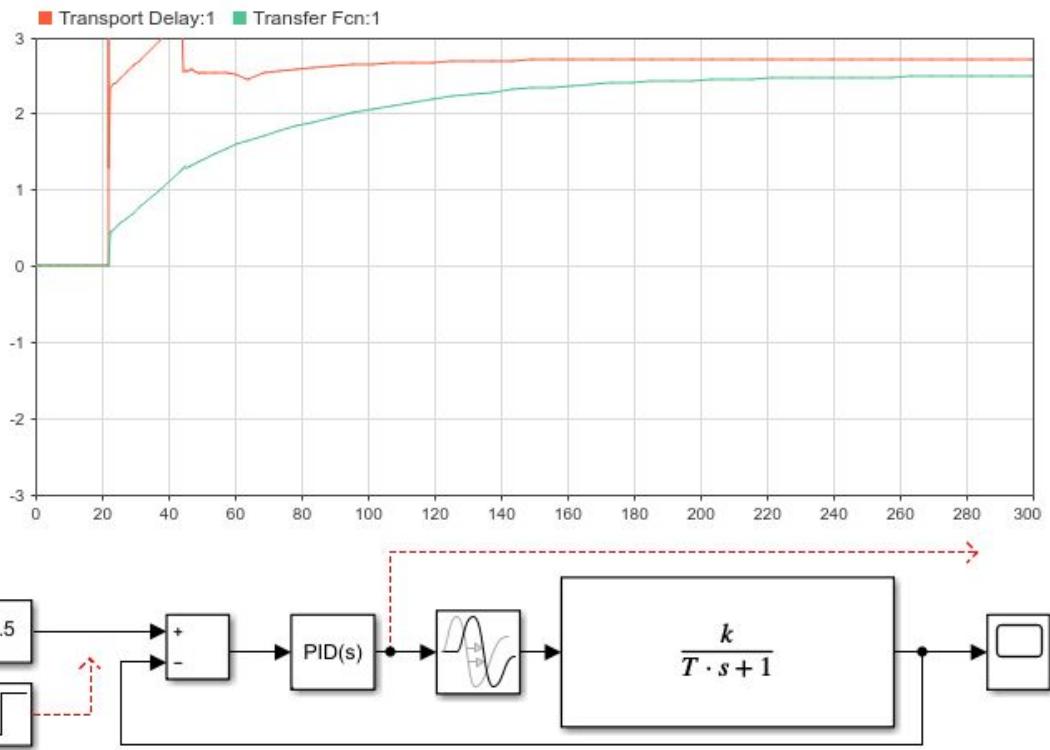


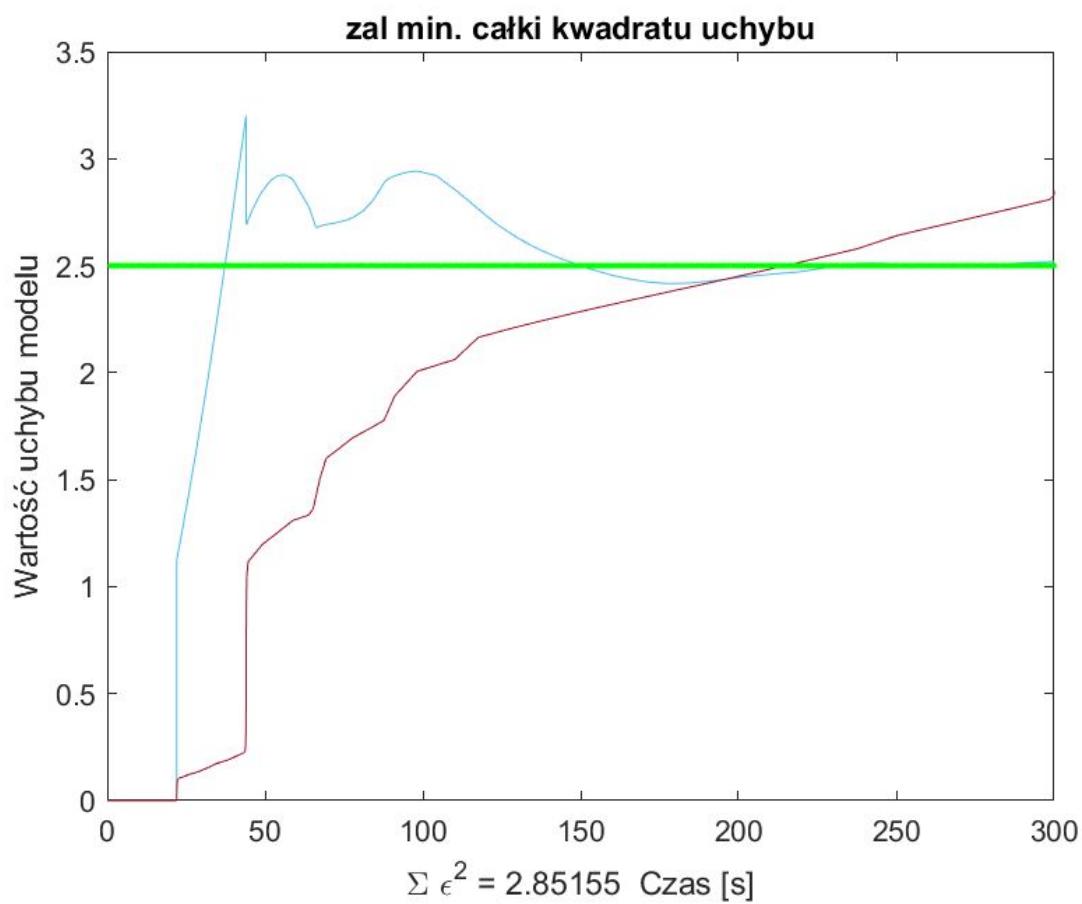
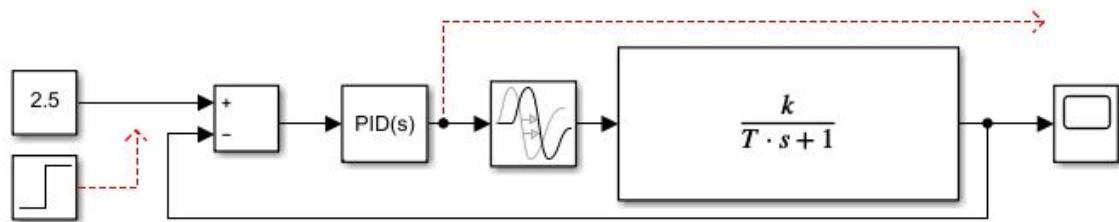
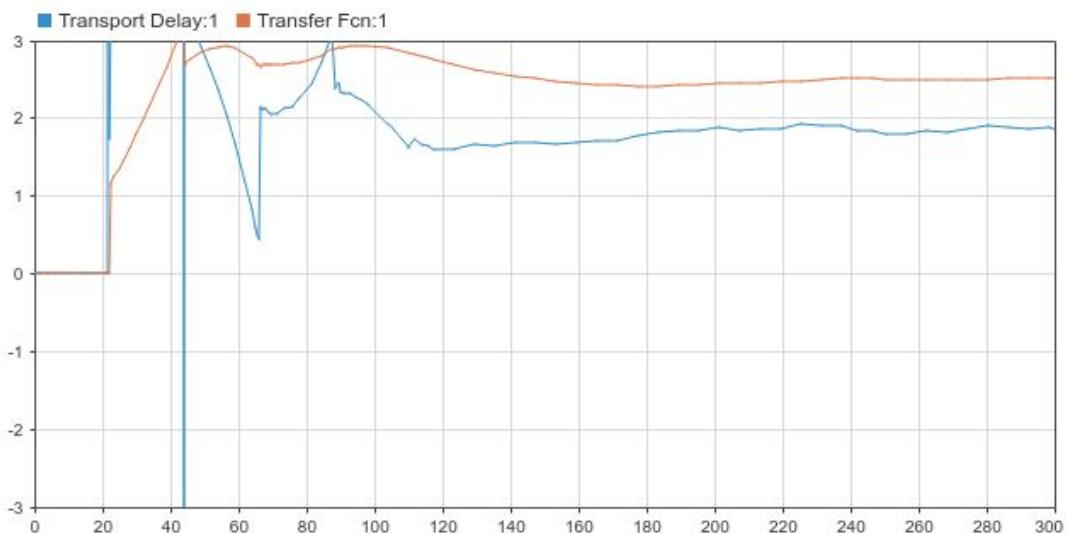
3. Dostrajanie regulatora PID na podstawie parametrów transmitancji zastępczej



Wpływ członu integracyjnego na wyjście sterowania PID







```

% Model odpowiedzi skokowej % Kontakt: piotrwpwsz@gmail.com
% close all;

clear all; % clf(gcf,'Number')% instead of close figure
r = 2.5; % wartość zadana regulacji
k = 1.18; % wzmacnienie statyczne
tau = 22; % opóźnienie (dead time)
T = 45; % stała czasowa w symulacji
endTime = 300;

%% wartość (rezonansowa) dla której obiekt jest na granicy stabilności
% k = 1.98; Ti = 0; Td = 0; simulation = sim("PIDtKupfmullera"); return;
kr = 1.98; % wzmacnienie rezonansowe
%%

% przy założeniu przeregulowania 20% oraz minimalnego czasu regulacji:
k = kr * 0.95 * (tau / T);
Ti = 2.4 * tau;
Td = 0.4 * tau;

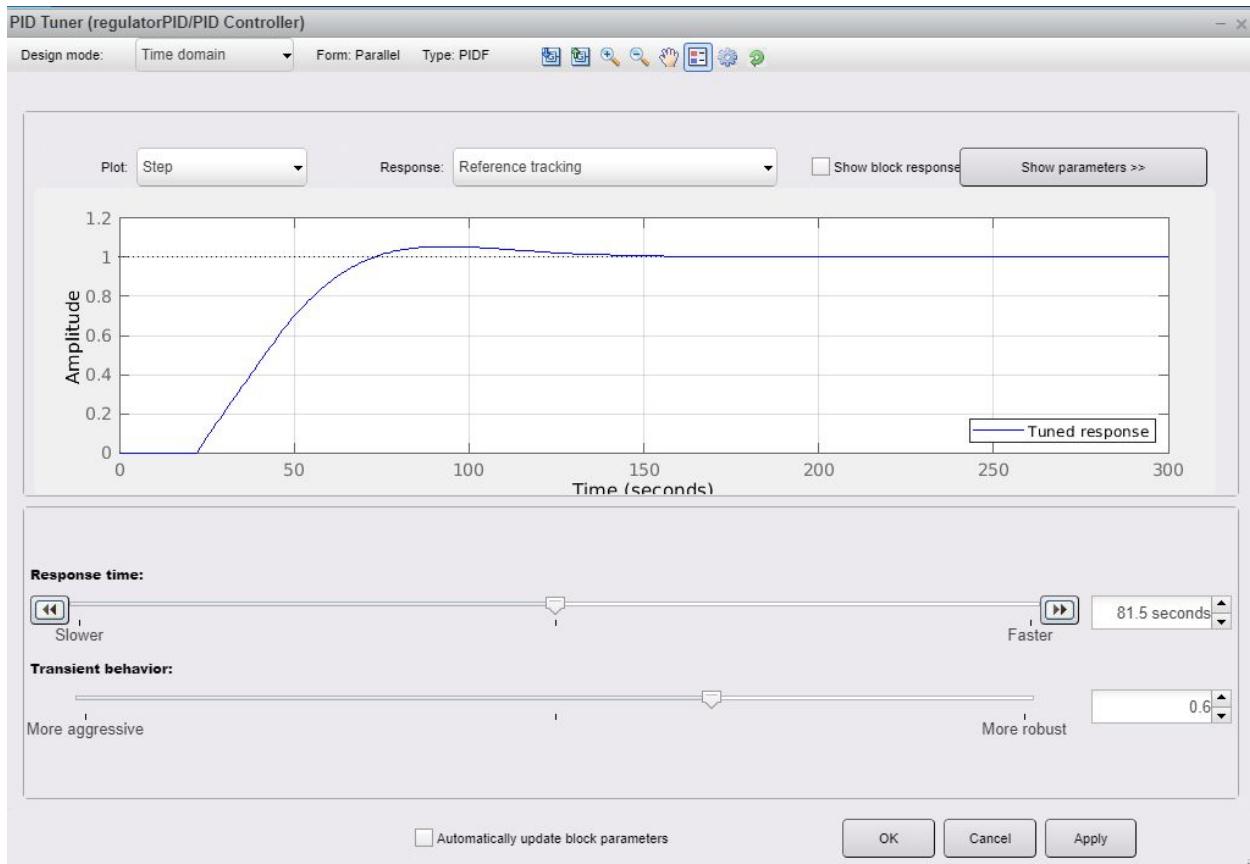
simulation = sim("PIDtKupfmullera"); y =
simulation.ScopeData.signals.values;
figure(1), plot([1:endTime], r, "q.", simulation.tout, y); xlabel('Czas [s]');
ylabel('Uchyb modelu');
title('Zał. przeregulowania 20% oraz minimalnego czasu regulacji'); axis tight; figPW;

#####
% zał min. całki kwadratu uchybu
k = kr * (tau / T) * 1.4;
Ti = 1.3 * tau;
Td = 0.5 * tau;

simulation = sim("PIDtKupfmullera"); y =
simulation.ScopeData.signals.values; x = simulation.tout;
figure(2), plot(x, y, x, cumsum(y.^2/300), [1:endTime], r, "q.");
title('zał min. całki kwadratu uchybu');
xlabel(sprintf('\\Sigma \\\epsilon^2 = %q Czas [s]', sum(y.^2)/300));
ylabel('Wartość uchybu modelu'); figPW;
return

```

4. Użycie funkcji „Autotune” dostępnej w środowisku SIMULINK



Nastawy dobrane przez autoTune

Proportional (P):

Integral (I):

Derivative (D):

ToDo:

zrzut ekranu z nastawami symulinka (wzrory) pp 1 & 2
3

regulacji. Otrzymane wykresy porównujemy z wykresami dla metod: Zieglera - Nicholsa oraz Astroma-Hagglunda, opisujemy i umieszczaemy w sprawozdaniu.

Optymalizacja parametryczna

układu regulacji z regulatorem PI oraz PID

Cel ćwiczenia

Zapoznanie się z budową i działaniem układu regulacji składającej się z ciągłego obiektu regulacji oraz regulatora cyfrowego (dyskretnego), gdy regulator jest zrealizowany na platformie cyfrowej (komputer, sterownik PLC, mikrokontroler, Raspberry Pi, etc).

Pomiędzy układami ciągłymi i dyskretnymi występują zarówno analogie, jak i różnice. Podstawowym parametrem układu dyskretnego jest okres próbkowania, określający, jak często odczytywana jest wielkość regulowana z obiektu i wystawiany sygnał sterujący z regulatora na obiekt.

Odpowiednikiem transmitancji operatorowej $G(s)$ jest transmitancja dyskretna $G(z)$. Przed przystąpieniem do wykonania ćwiczenia należy się uważnie zapoznać z wstępem podanym przez prowadzącego.

W czasie ćwiczenia będą testowane układy eng. [Discret](#) i [Continuum](#), [Feed-back](#).

Wnioski

Z twierdzenia Nyquista Każdy ciągły w czasie sygnał, o widmie ograniczonym do pasma częstotliwości $\langle -\omega_g, \omega_g \rangle$, może być wiarygodnie odtworzony z pomiarów dyskretnych jego wartości, wtedy i tylko wtedy jeśli pulsacja próbkowania ws sygnału ciągłego jest nie mniejsza niż $2\omega_g$.

Częstotliwość ω_s [rad/s] nazywa się częstotliwością Nyquista.

Aliasing można redukować w zastosowaniu stosując przetworniki “wypychające” poza zakres pracy (Sigma-Delta) lub “zoptymalizowane” sukcesywnych przybliżeń (SAR).

Opracowanie

Zjawisko aliasingu wynika z niejednoznaczności:

$$\begin{aligned}x(n) &= \sin(2\pi f_h n T_s) = \sin(2\pi f_h n T_s + 2\pi k) = \\&= \sin(2\pi(f_h + \frac{k}{n T_s}) n T_s) \\x(n) &= \sin(2\pi f_h n T_s) = \sin(2\pi(f_h + k f_s) n T_s) \quad f_s = \frac{1}{n T_s} \\f_h &= f_h + k f_s\end{aligned}$$

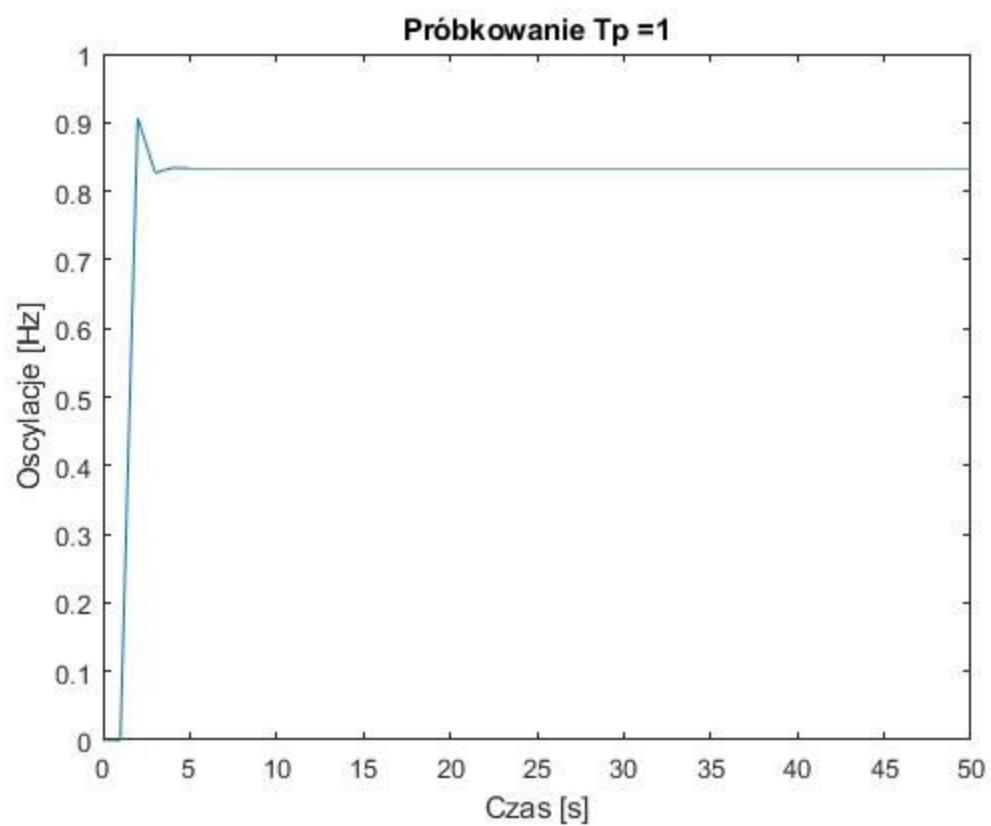
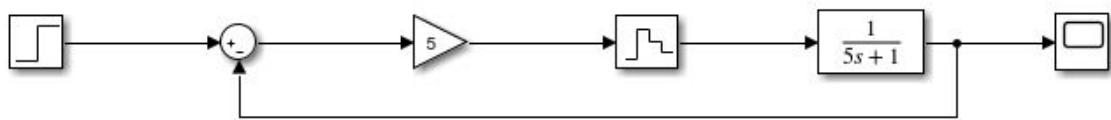
gdzie:
f_h częstotliwość sygnału próbkowanego
T_s okres próbkowania
f_s częstotliwość próbkowania

Widmo częstotliwości po próbkowaniu składa się z nieskończonej sumy widm będących wielokrotnościami samych siebie

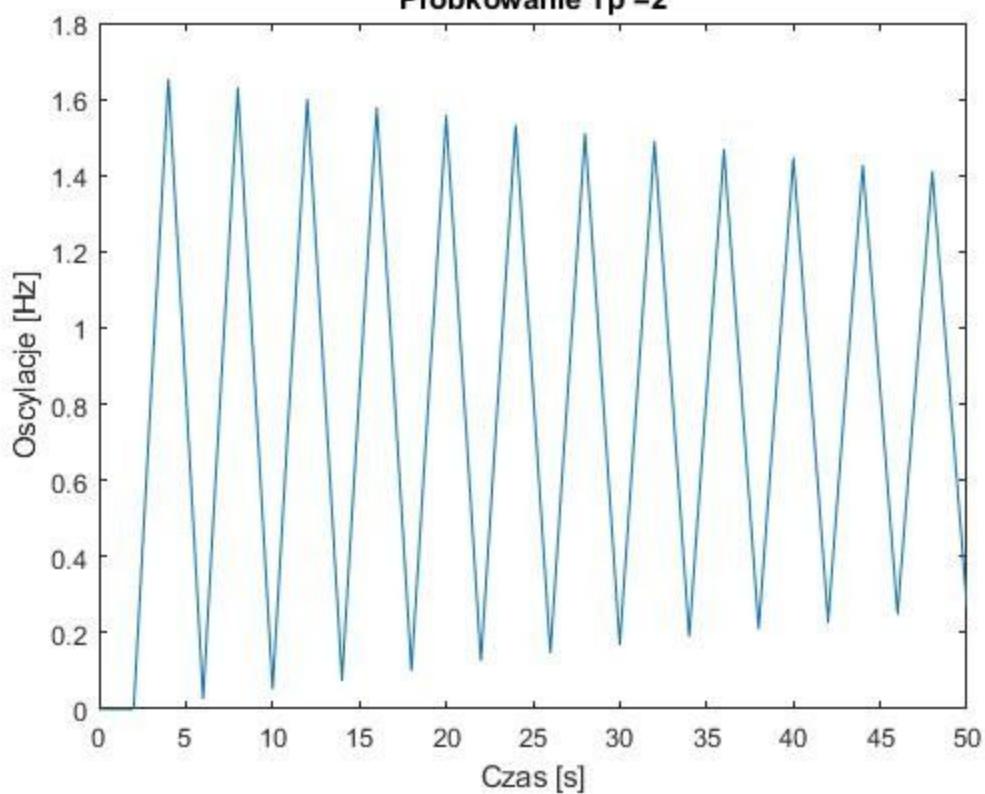
Jeśli szybkość próbkowania jest odpowiednia (z tw. Nyquista <-wg, wg>) to widma sygnału nie nakładają się na siebie

Jeśli próbkowanie jest zbyt niskie to widma po próbkowaniu nakładają się na siebie

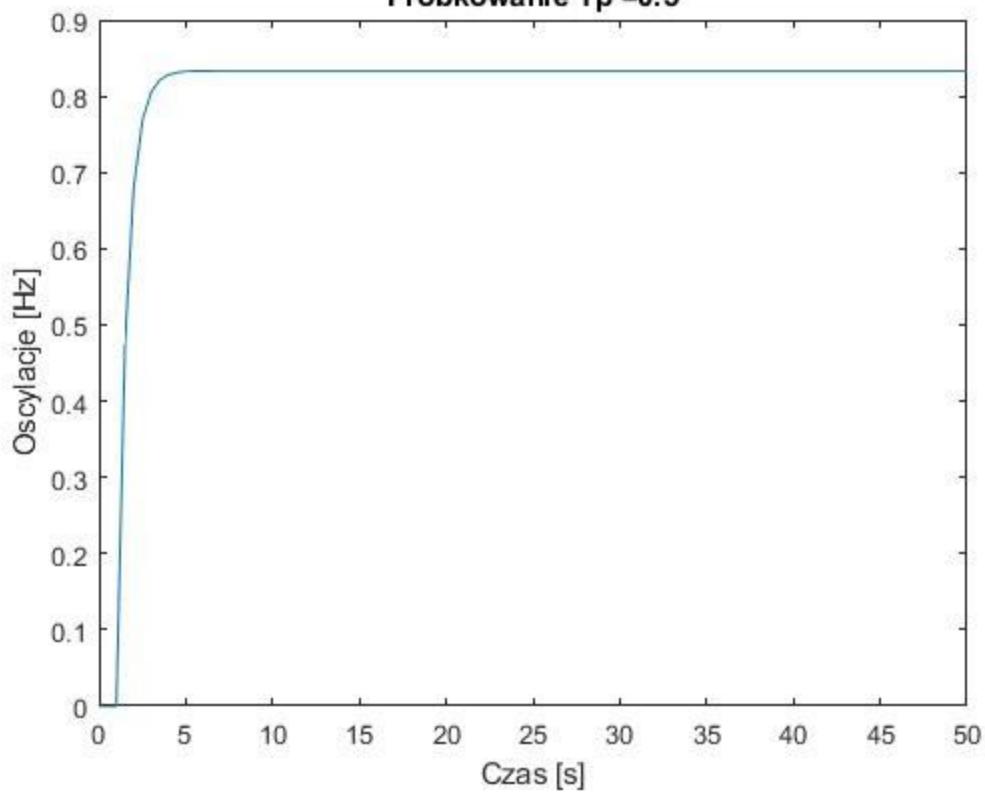
Discret

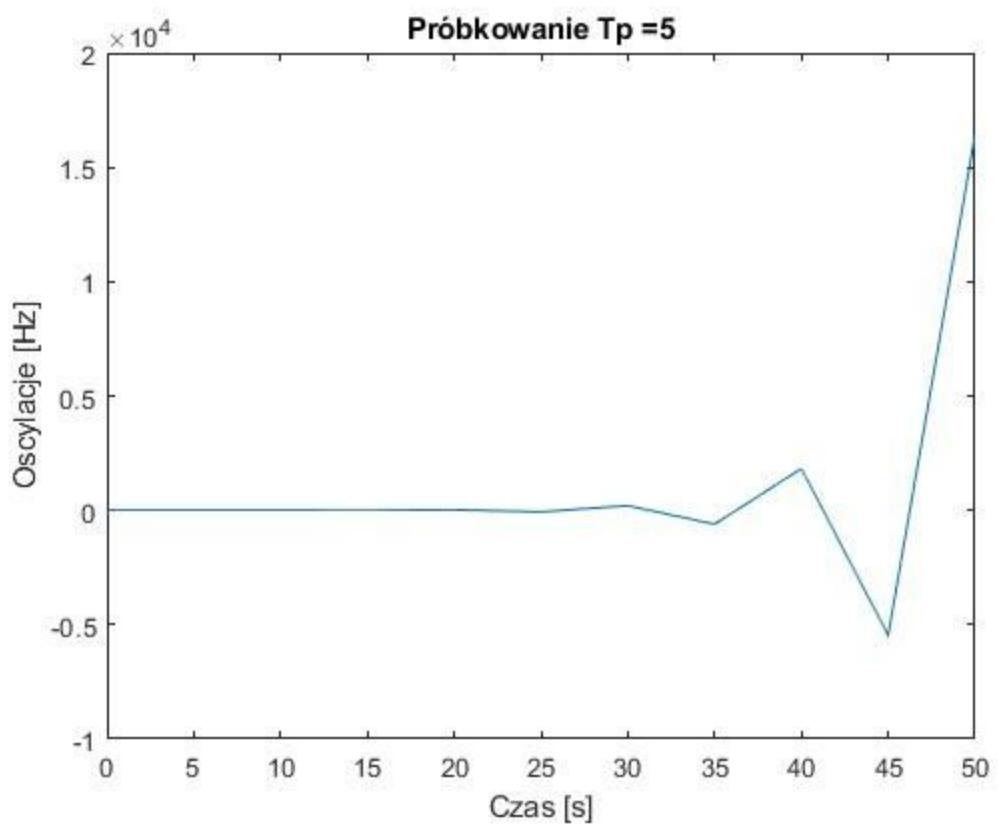


Próbkowanie Tp =2

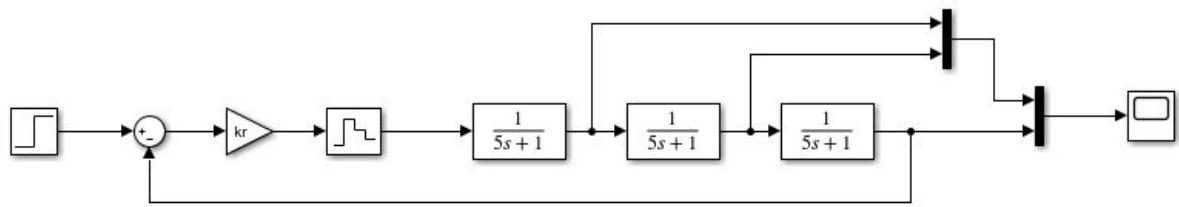


Próbkowanie Tp =0.5

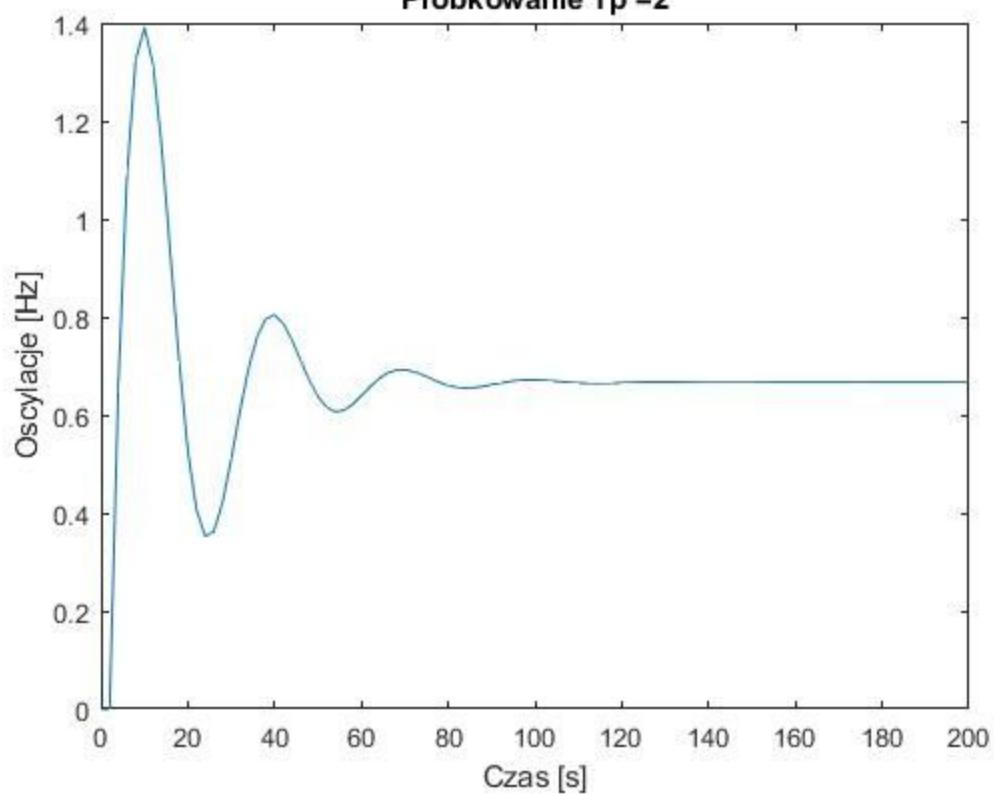




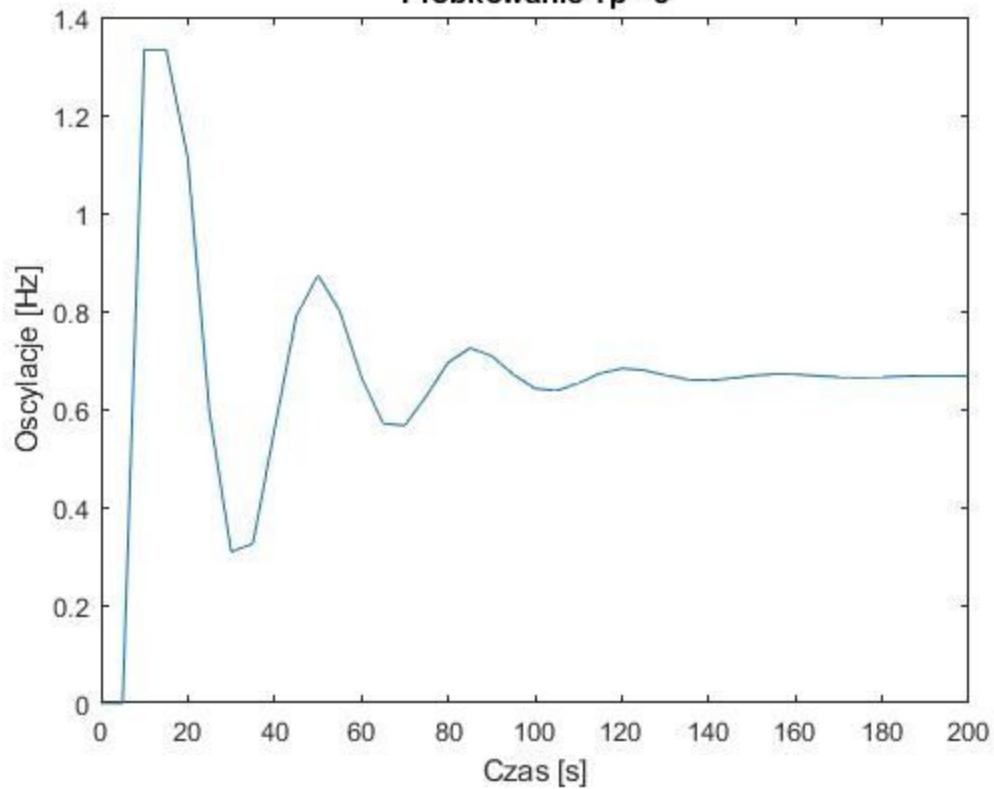
Continuum

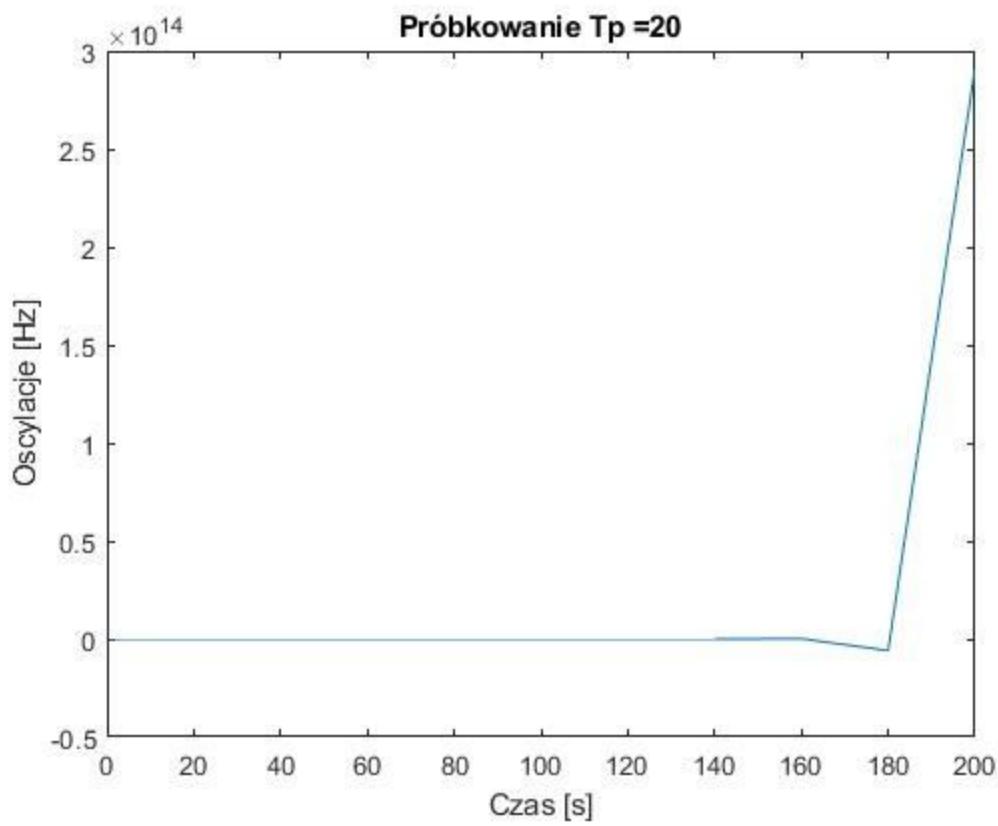
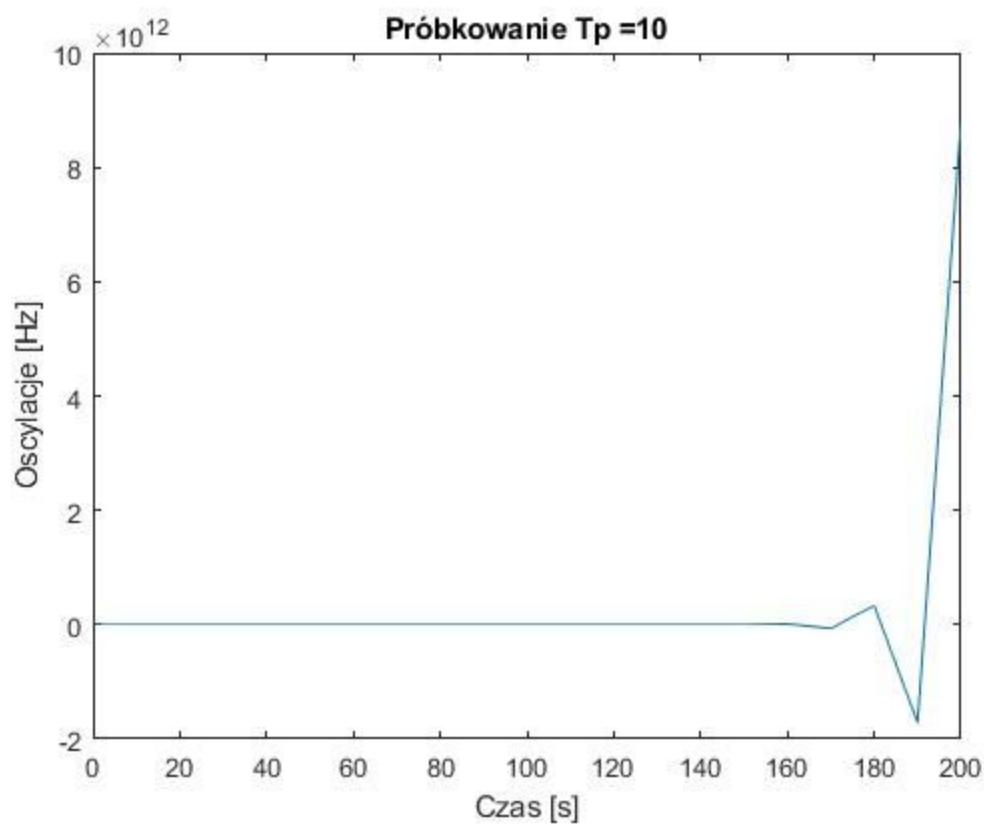


Próbkowanie Tp =2

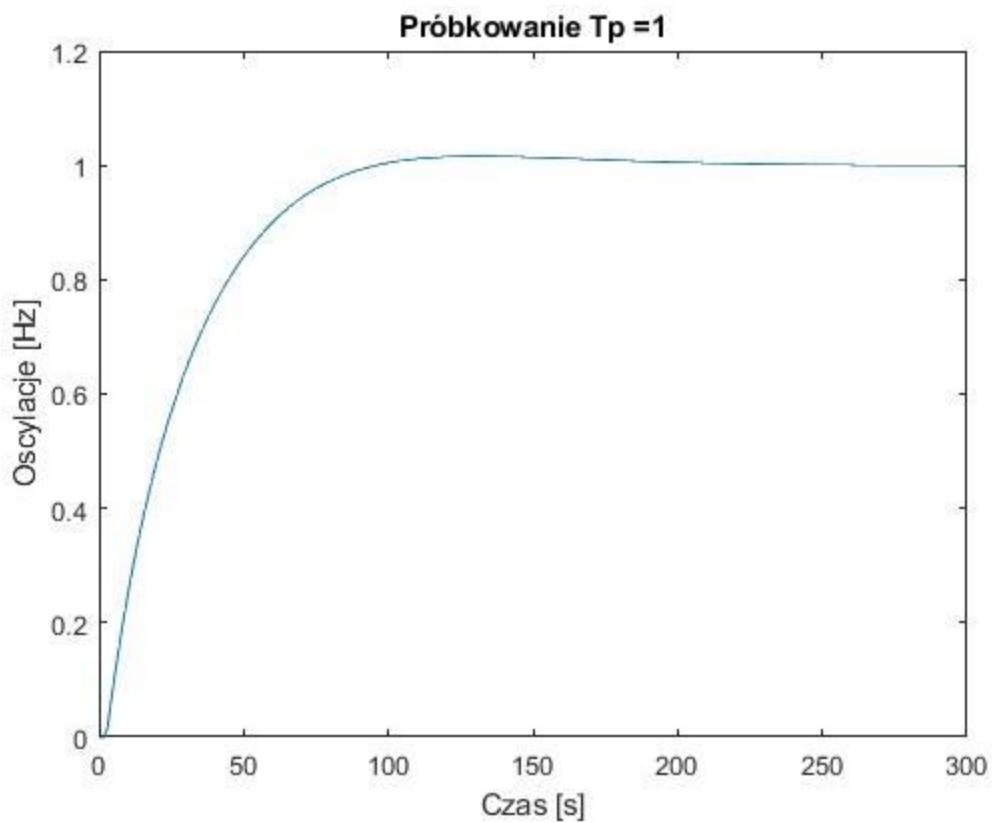
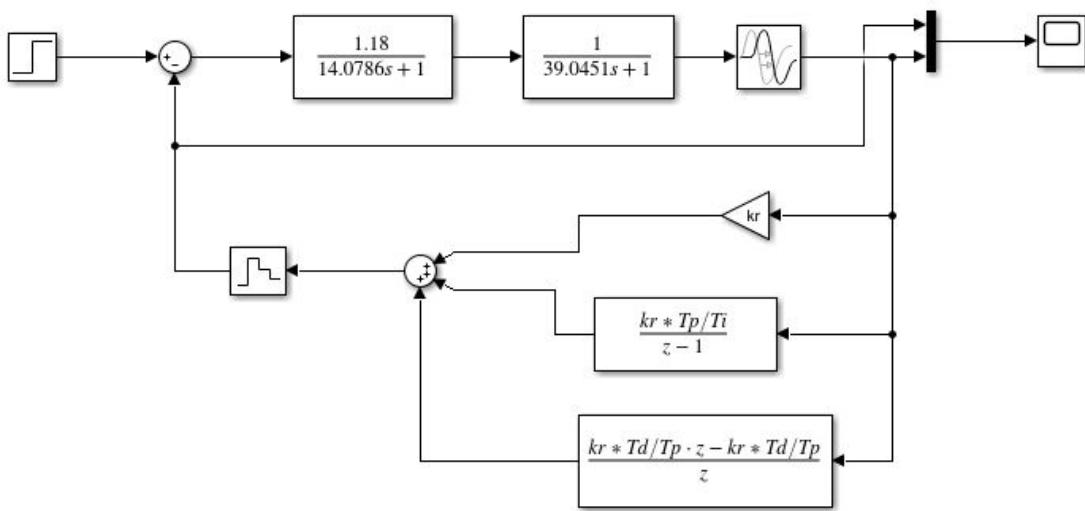


Próbkowanie Tp =5

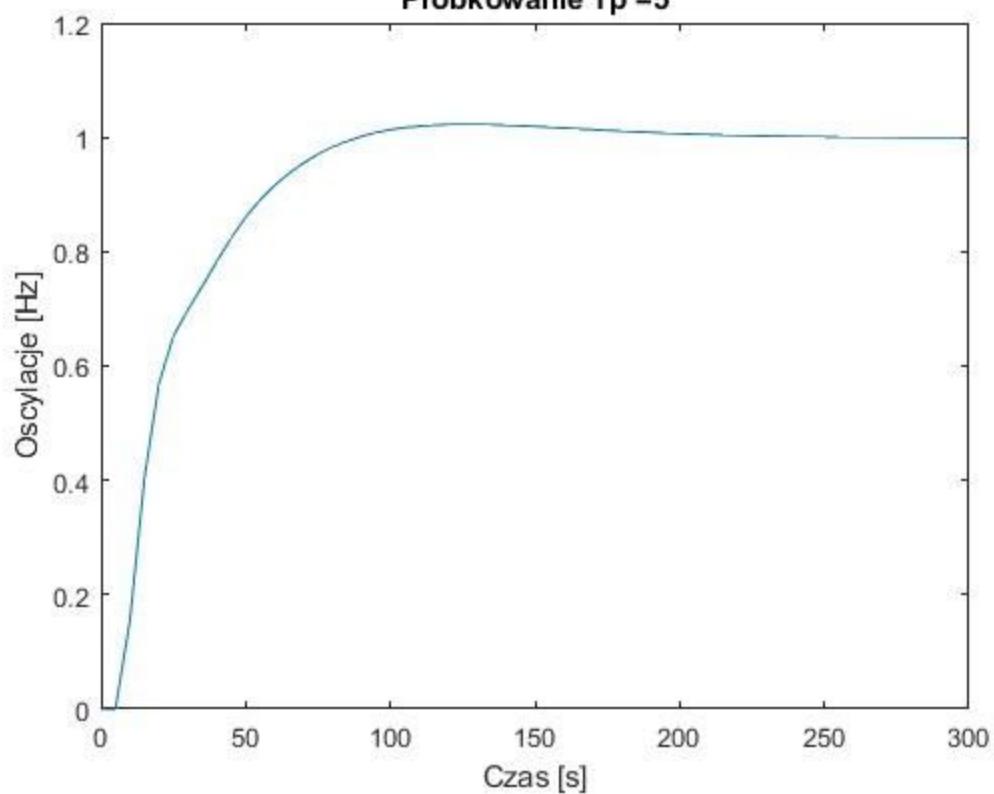




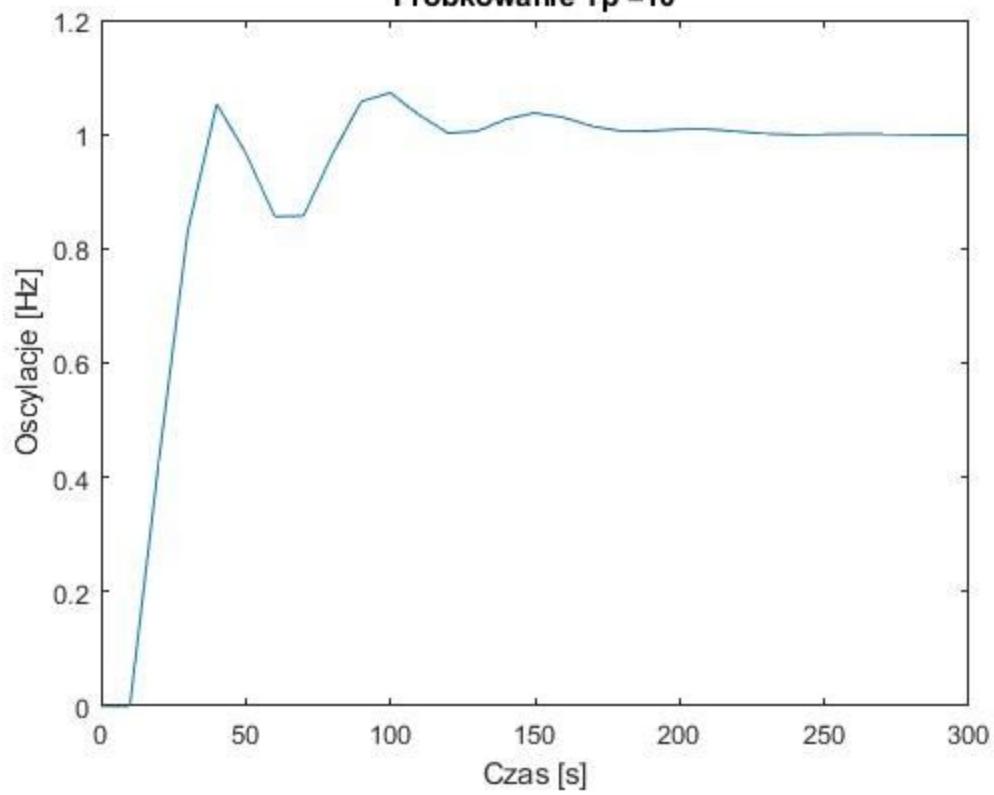
Feed-back

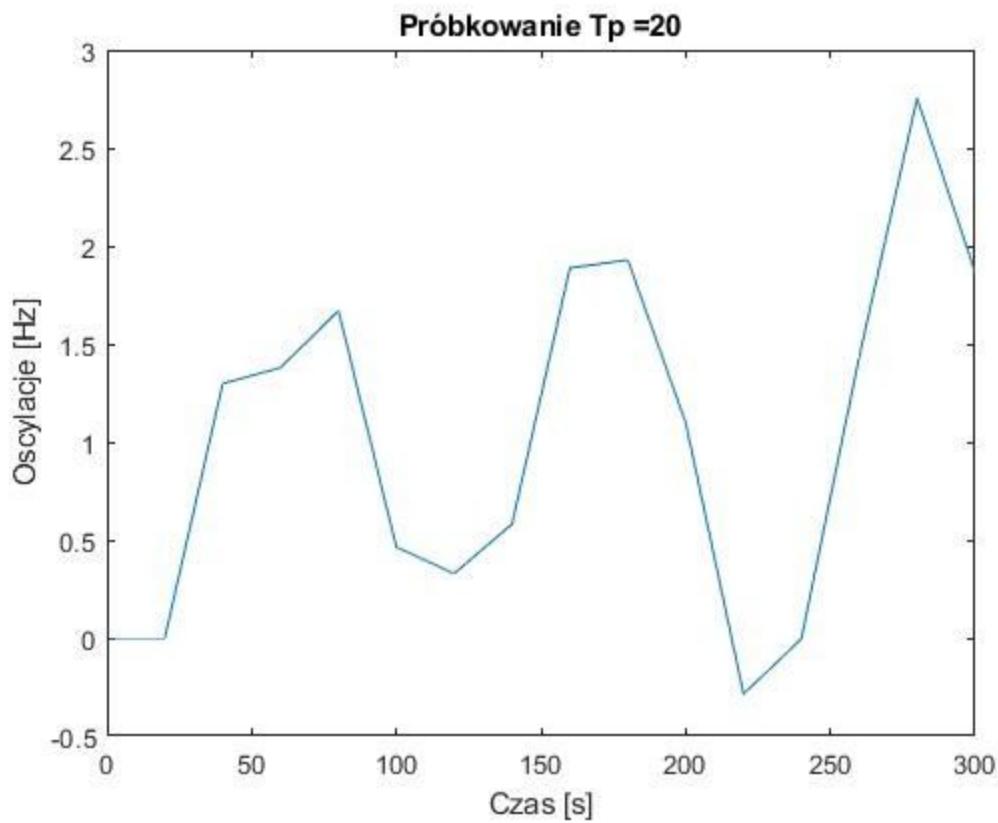


Próbkowanie Tp =5



Próbkowanie Tp =10





ToDo

treści do umieszczenia w sprawozdaniu

Sprawozdanie

W sprawozdaniu należy zamieścić wszystkie używane modele simulinkowe, zarejestrowane przebiegi wielkości regułowanych i sygnałów sterujących dla wykonanych eksperymentów oraz opisać wnioski zgodnie z pytaniami podawanym w każdej z części ćwiczenia.

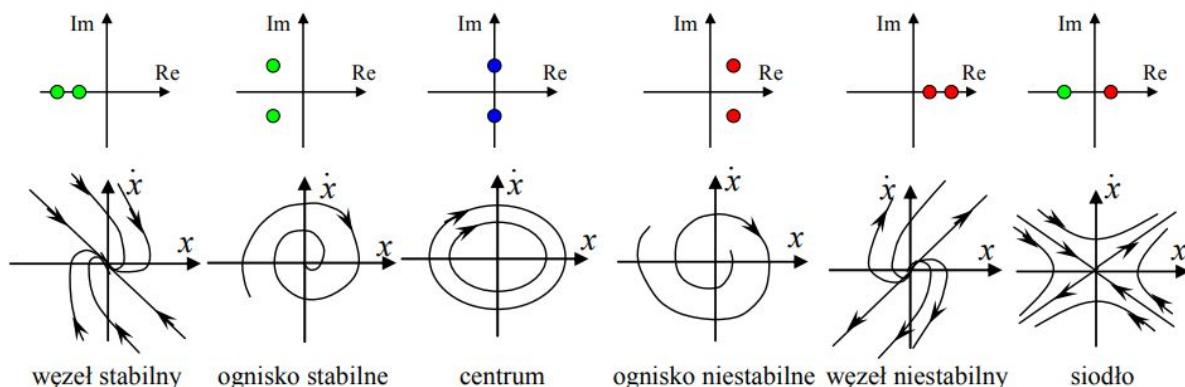
Portret fazowy

- płaszczyzna systemu liniowego

Cel ćwiczenia

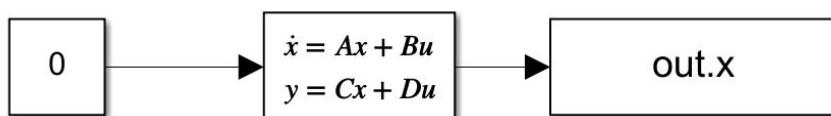
Portret fazowy to rodzina trajektorii w układzie współrzędnych $[x, \dot{x}]$, przedstawiających zachowanie obiektu obserwowane przy stałym wymuszeniu, ale dla różnych warunków początkowych, które są wówczas jedyną przyczyną zmian obserwowanych w układzie.

Jest to graficzny sposób zobrazowania własności dynamicznych obiektów 1. lub 2. rzędu liniowych i nieliniowych.



Przebieg ćwiczenia

Wszystkie przebiegi trajektorii fazowej zostały wygenerowane za pomocą tego samego modelu zbudowanego przy pomocy biblioteki Simulink oraz dla takich samych ustawień czasu końcowego.



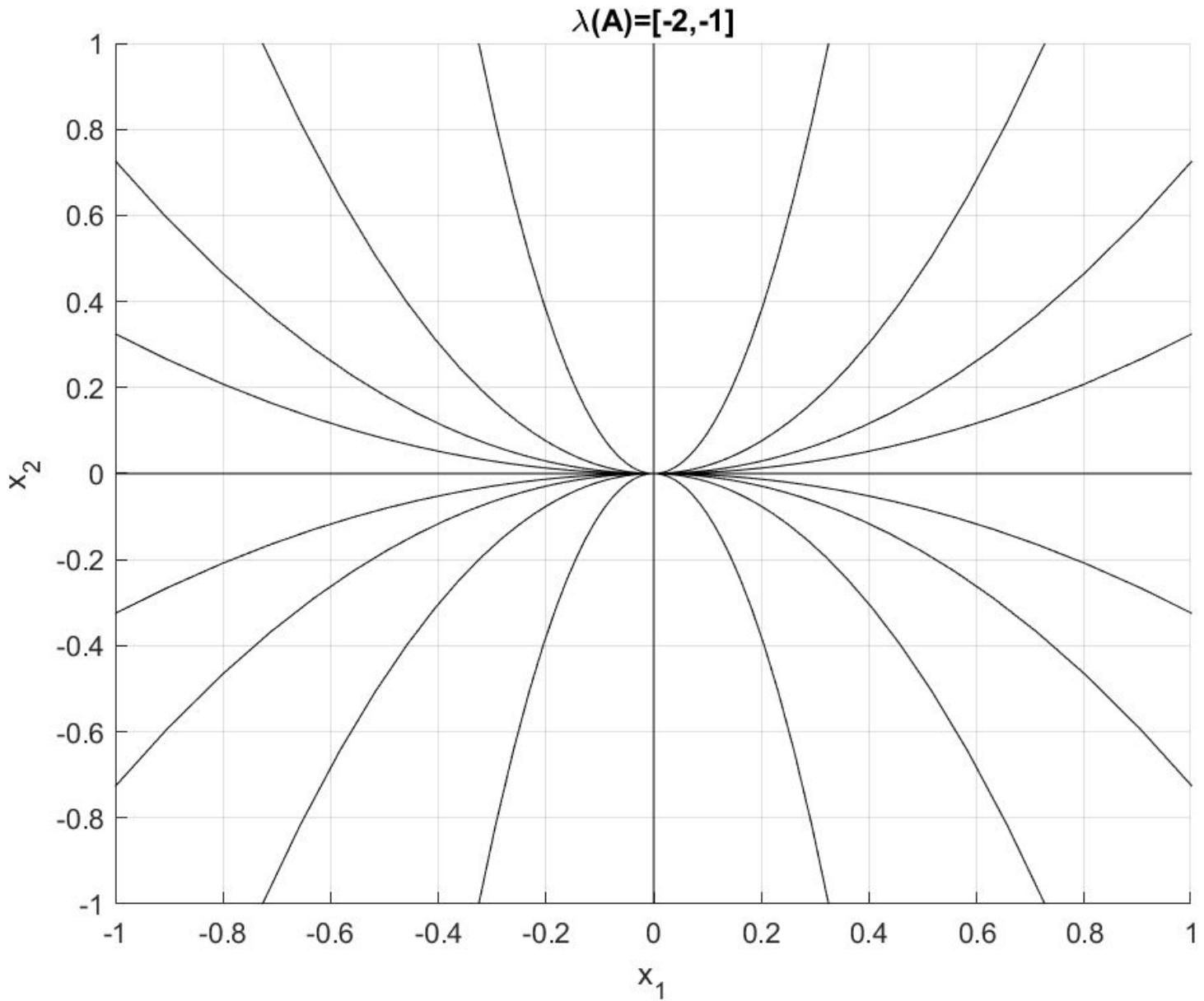
Opracowanie

Poniżej wygenerowane zostaną trajektorie fazowe dla podanych w poleceniu macierzy.

1. Wygenerowana trajektoria fazowa dla macierzy A.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

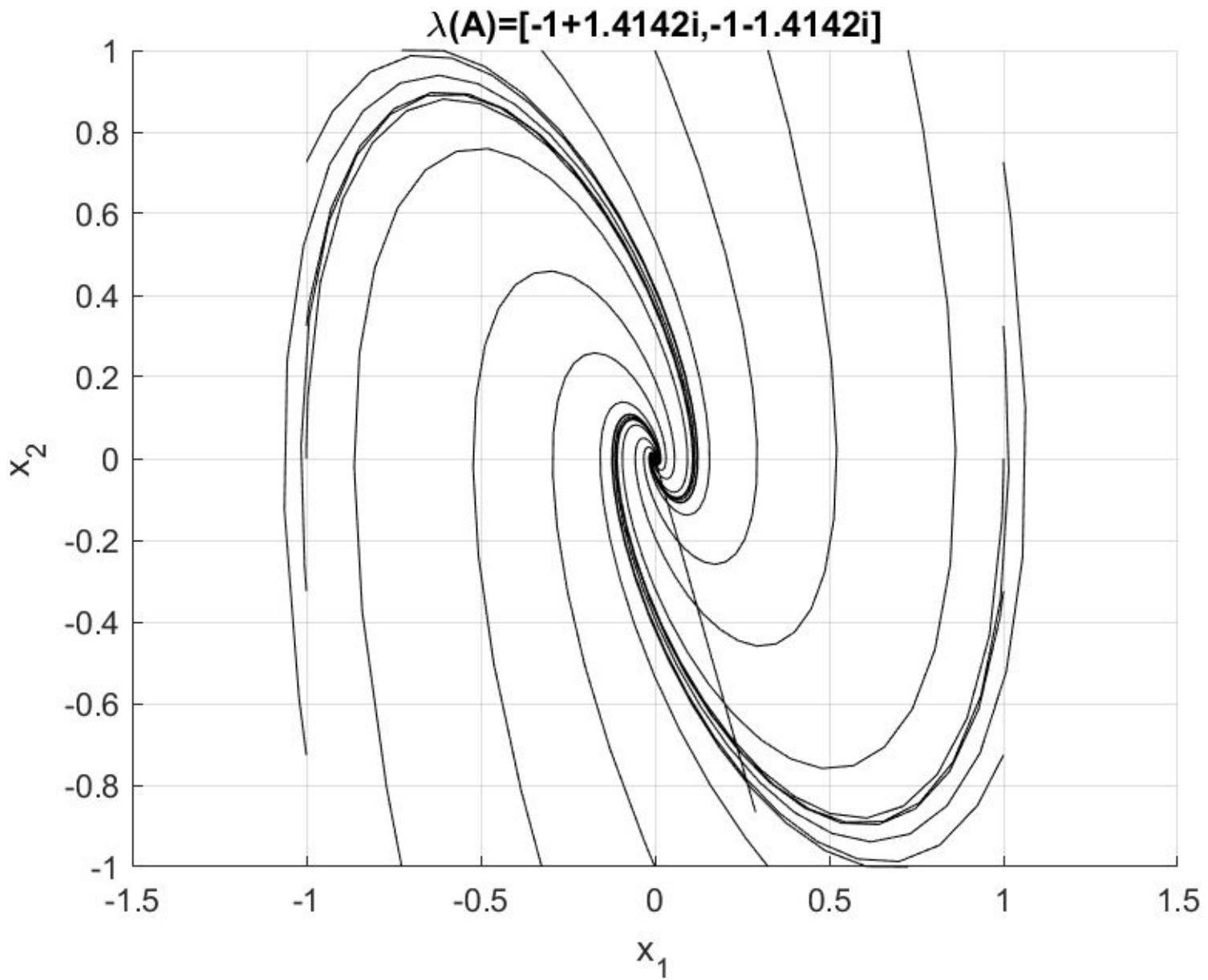
- układ stabilny aperiodyczny, dwie różne rzeczywiste wartości własne,



Jak wynika z powyższego wykresu, układ jest stabilny, gdyż trajektoria rozwiązania na płaszczyźnie fazowej dąży do punktu równowagi dla wszystkich $t>0$. Typ portretu, który wykres reprezentuje to węzeł stabilny.

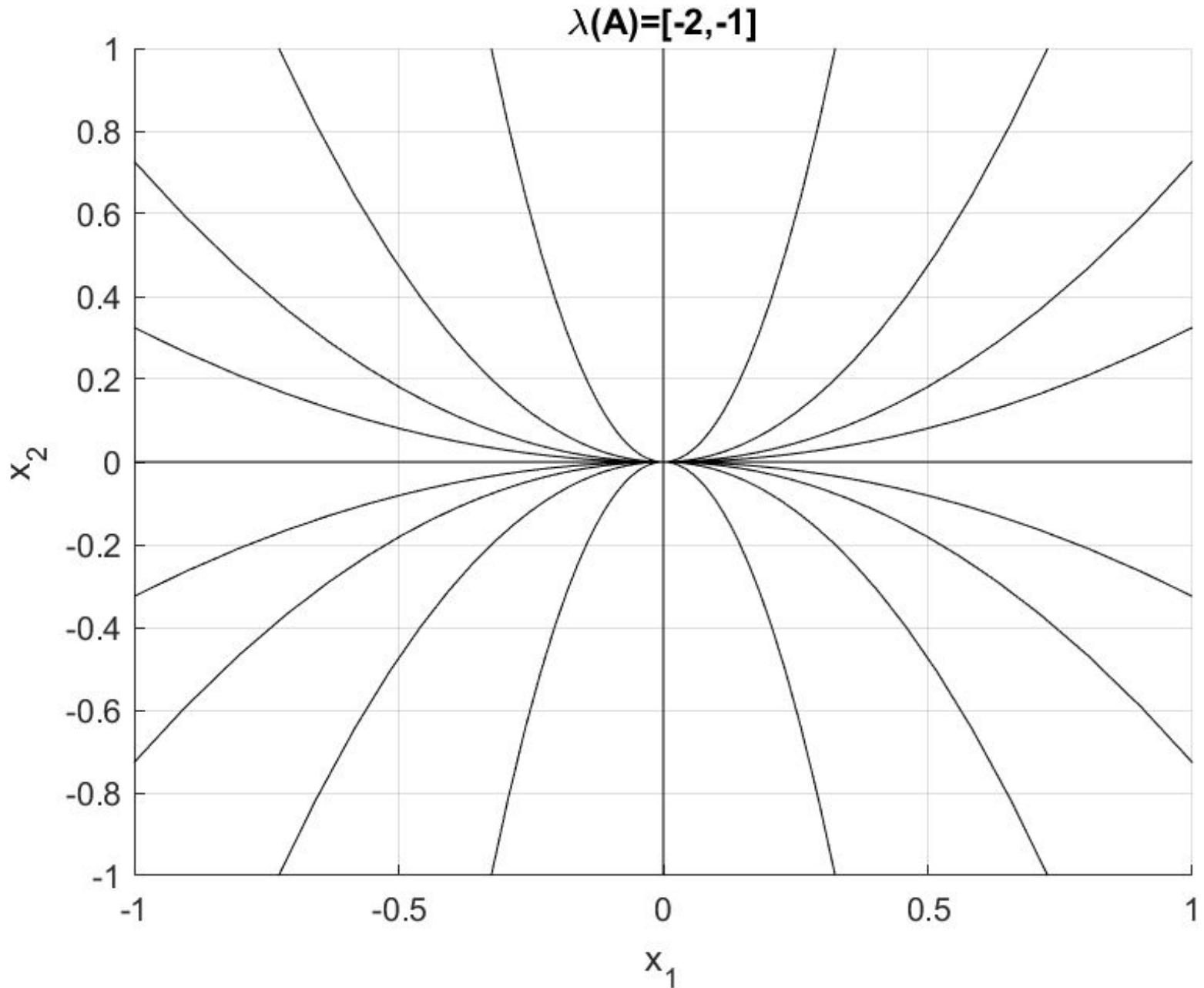
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$$

- układ stabilny oscylacyjny tłumiony, para wartości własnych zespolonych sprzężonych,



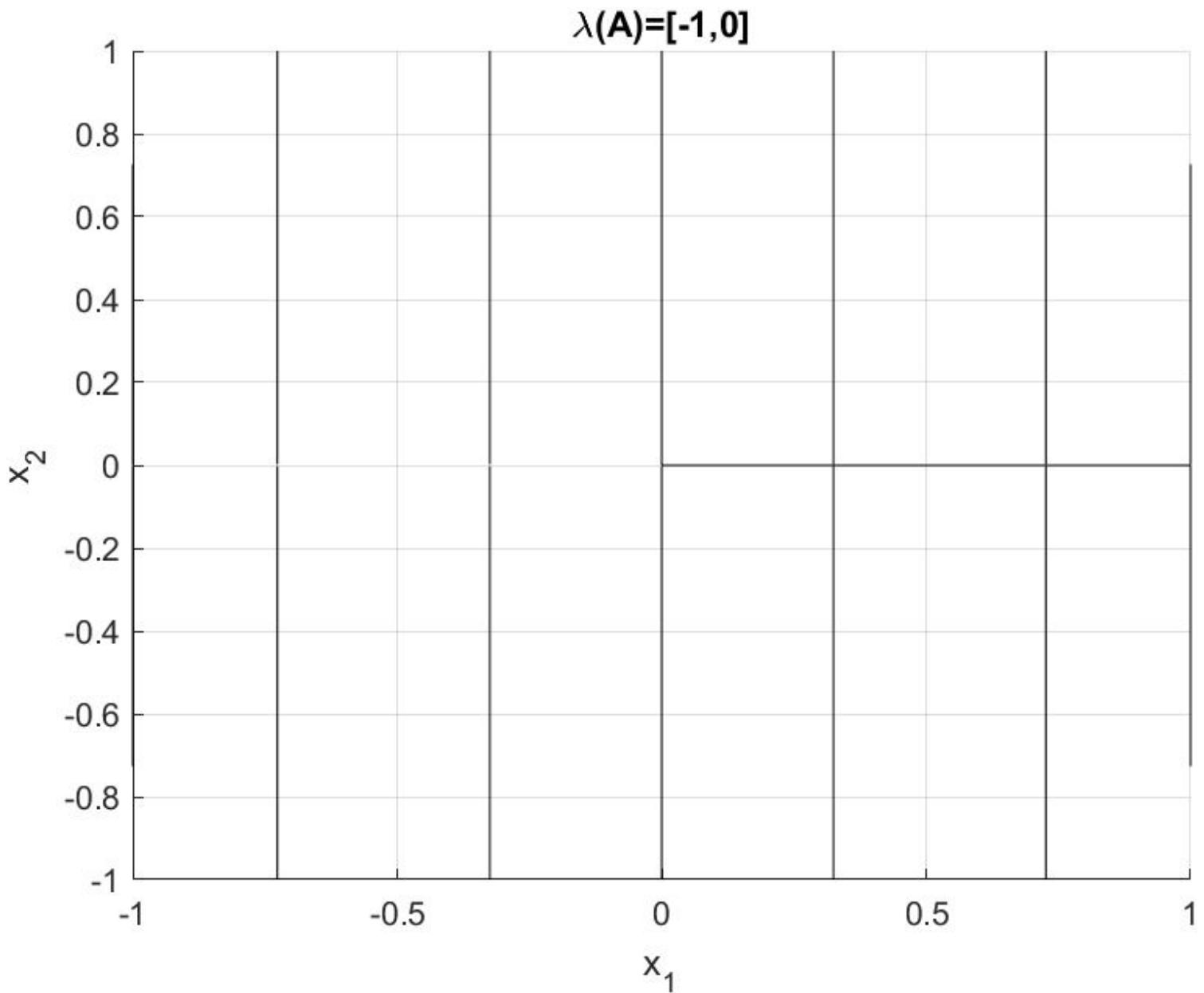
Powyższy wykres przedstawia portret fazowy układu stabilnego dla pary wartości zespolonych sprzężonych. Tu również ewolucja stanu obiektu reprezentowana przez trajektorię dąży do punktu równowagi. Typ portretu, który wykres reprezentuje to węzeł stabilny.

$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ - układ oscylacyjny nie tłumiony (granica stabilności), jedna para wartości własnych czysto urojonych,



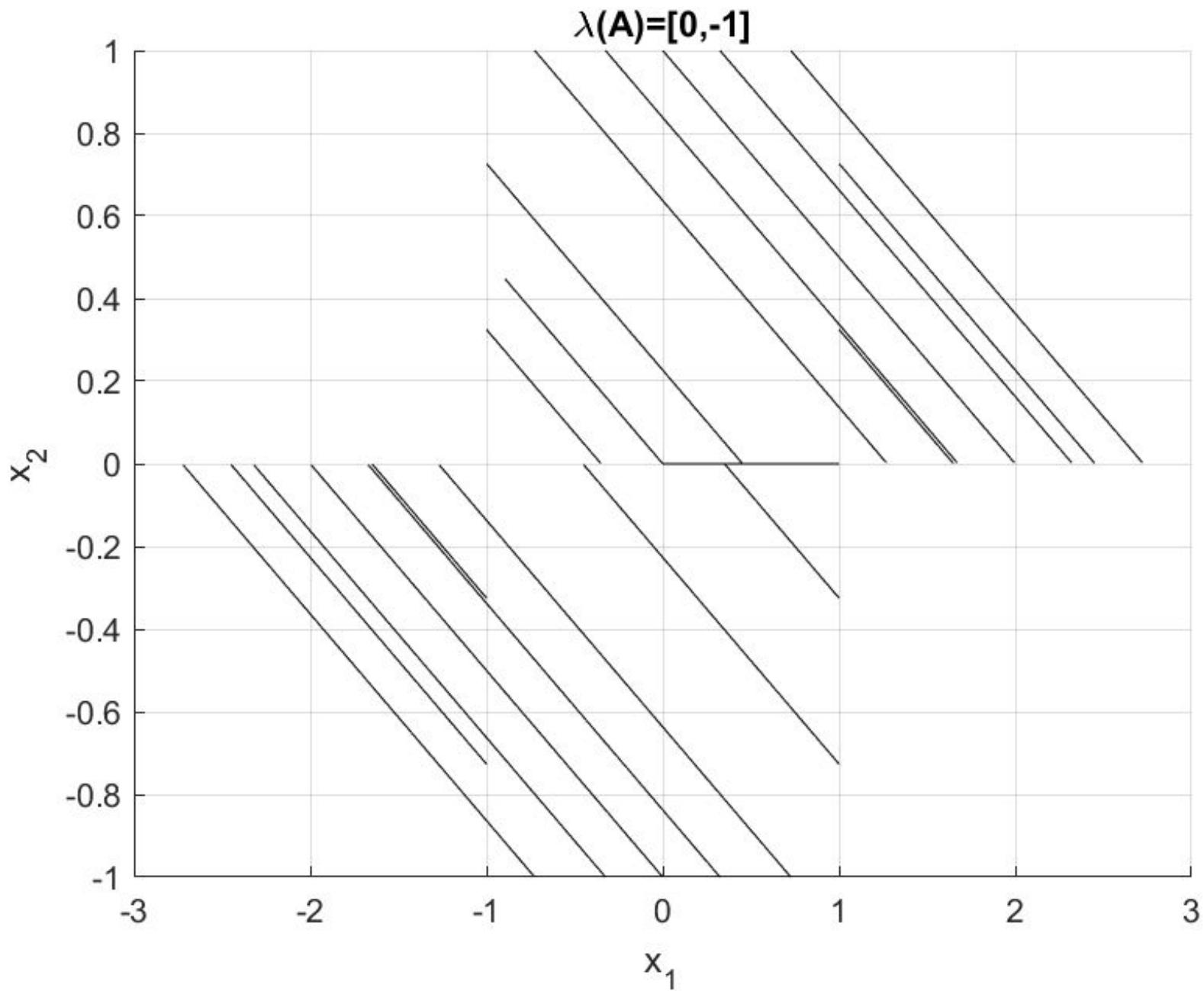
Dla podanej pary wartości urojonych trajektoria portretu również zmierza do punktu równowagi (zatem układ jest stabilny).

$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ - układ z całkowaniem (granica stabilności), jedna wartość własna rzeczywista, druga równa zero,



Dla układu z całkowaniem na granicy stabilności z jedną wartością rzeczywistą, a drugą równą 0 trajektoria w układzie współrzędnych $[x \dot{x}]$ składa się z prostych i odcinków pionowych, z których część jest styczna z prostopadłym do nich odcinkiem.

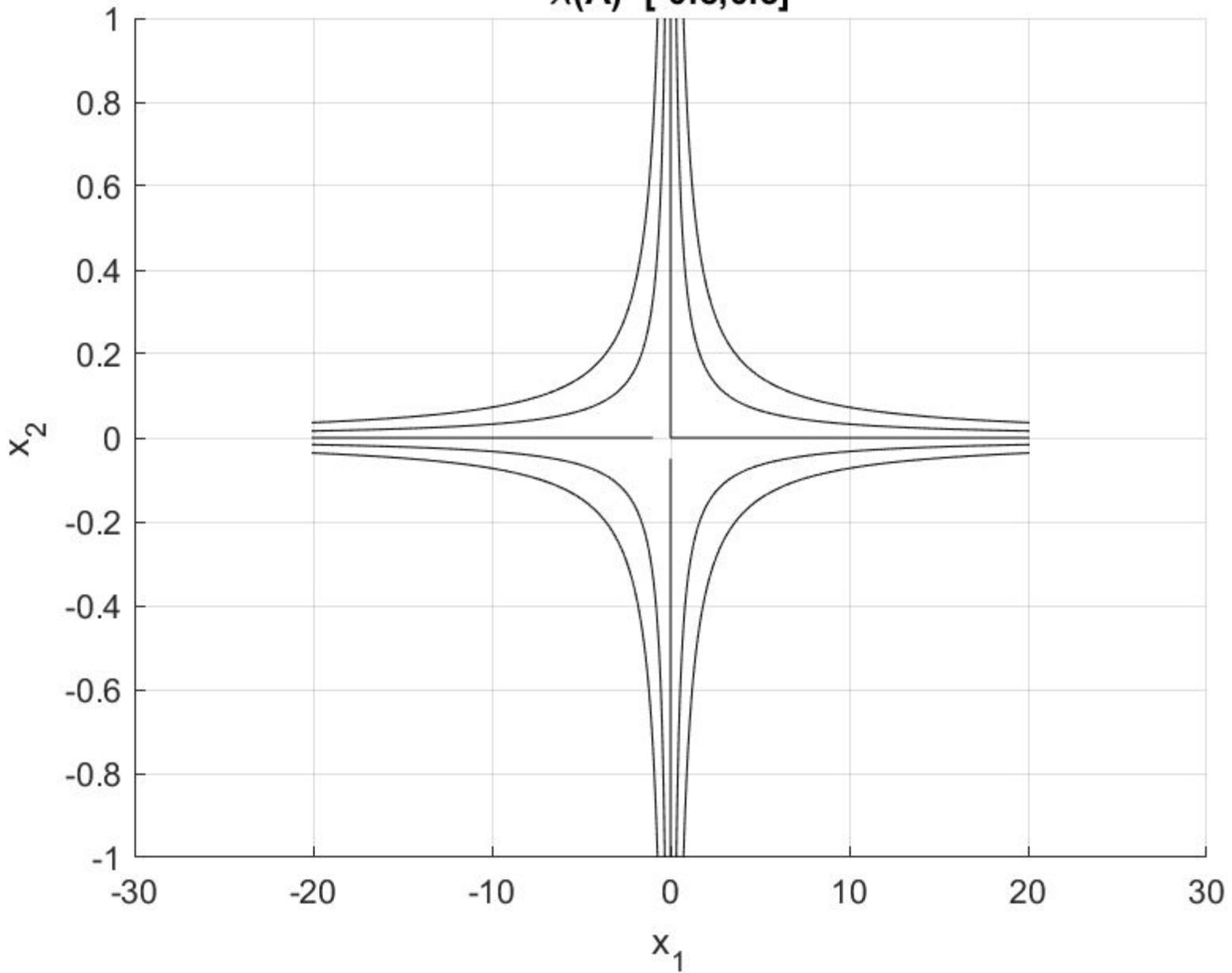
$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ - układ z całkowaniem (granica stabilności), jedna wartość własna rzeczywista, druga równa zero,



Powyższy portret fazowy jest analogiczny do poprzedniego (układ z całkowaniem na granicy stabilności z jedną wartością rzeczywistą, a drugą równą 0). Jego trajektoria w układzie współrzędnych $[x \dot{x}]$ składa się z odcinków, z których część jest styczna z horyzontalnie ułożonym odcinkiem, który łączy się z wspomnianymi odcinkami pod kątem około 45 stopni. Na podstawie dwóch powyższych wykresów można stwierdzić, że kąt ułożenia trajektorii zależy od λ .

$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix}$ - układ niestabilny, jedna wartość własna dodatnia, druga ujemna (punkt równowagi to punkt „siodłowy”),

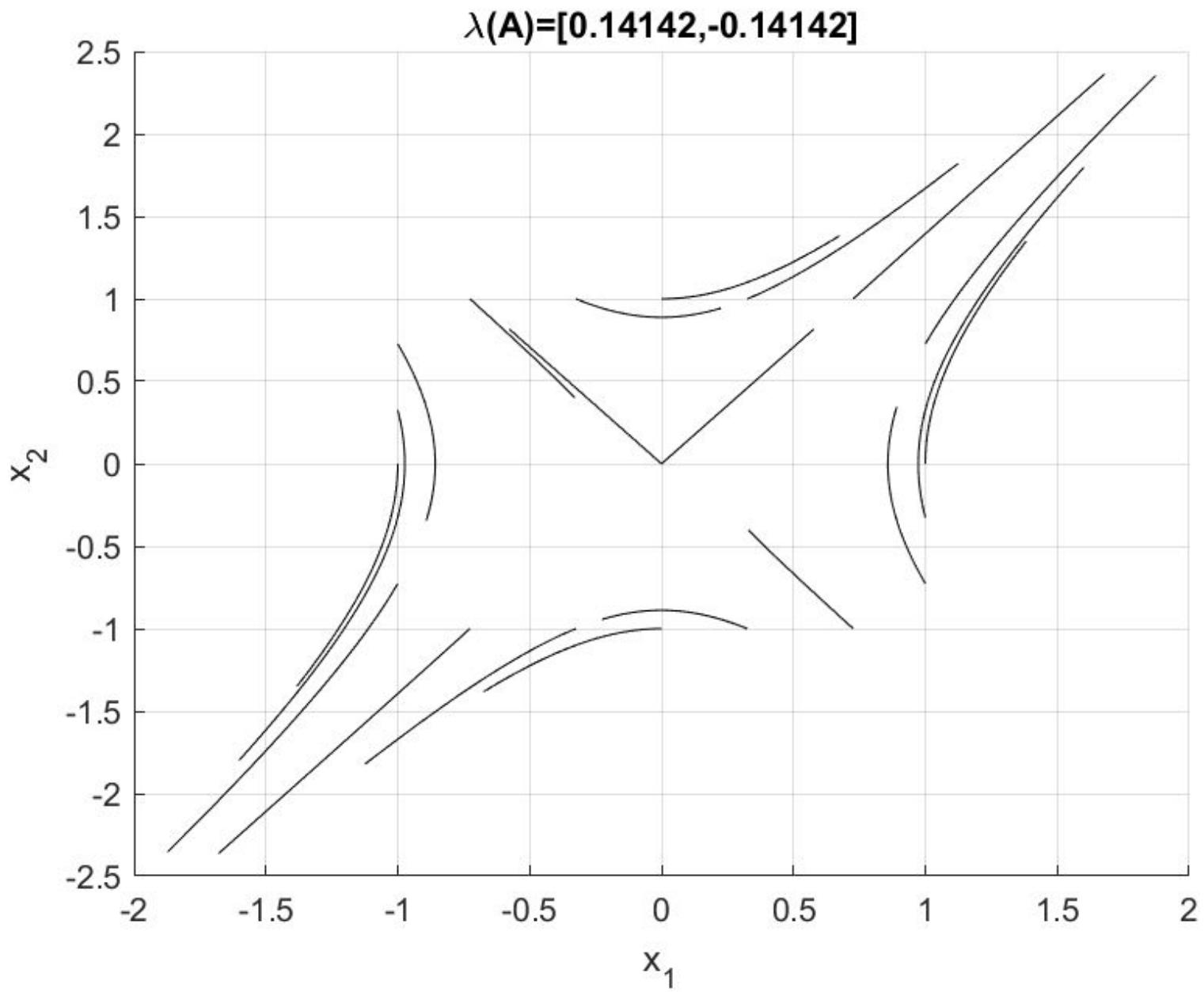
$$\lambda(A)=[-0.5, 0.5]$$



Typ portretu fazowego dla układu niestabilnego z jedną wartością dodatnią a drugą ujemną to siodło. Jak wynika z wykresu, trajektorie nie zmierzają do jednego punktu równowagi i (jak wszystkie trajektorie) nie przecinają się

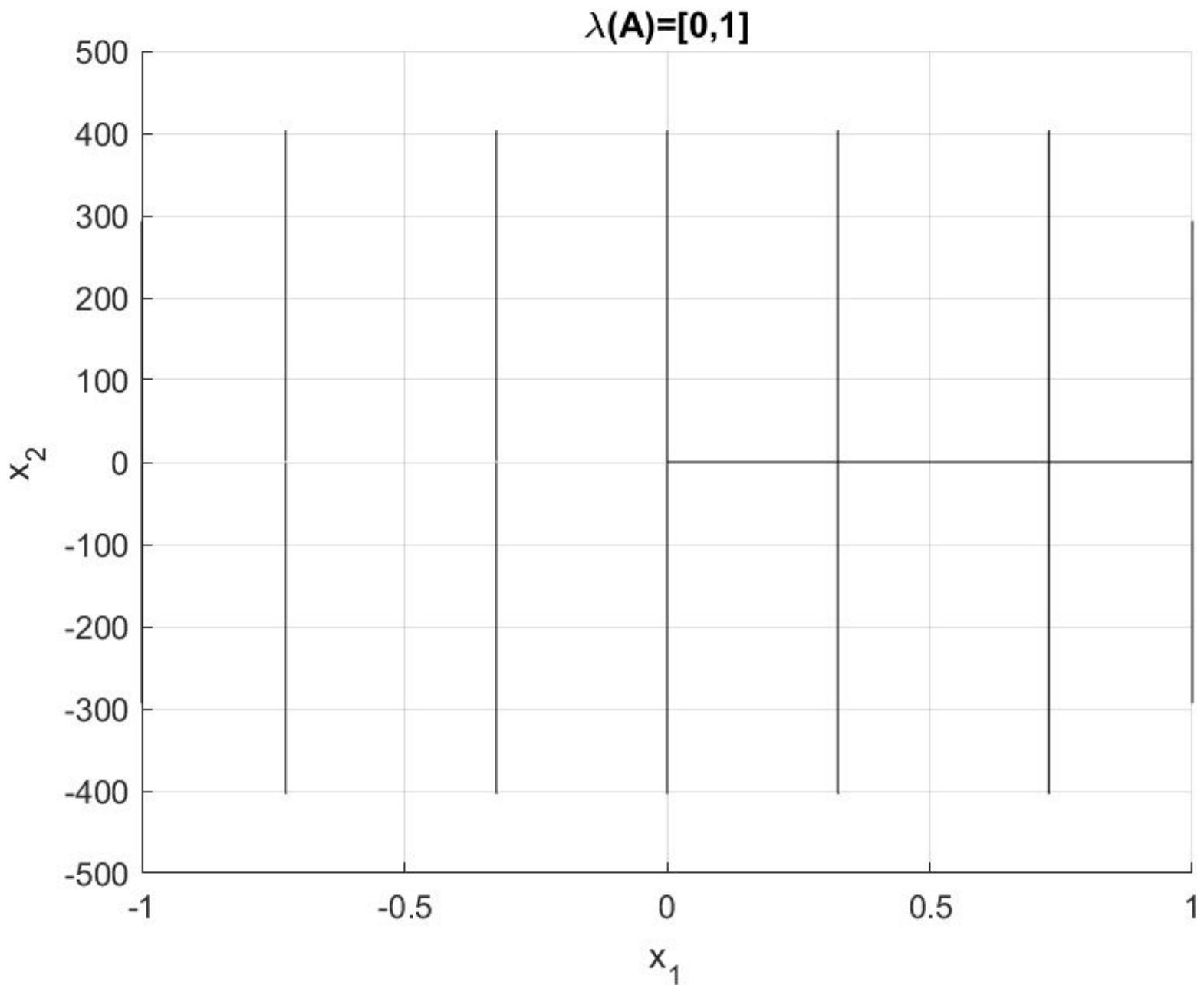
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ 0.2 & 0 \end{bmatrix}$$

- układ niestabilny, jedna wartość własna dodatnia, druga ujemna (punkt równowagi to punkt „siodłowy”),



Typ portretu fazowego dla układu niestabilnego z jedną wartością dodatnią a drugą ujemną to siodło. Jak wynika z wykresu, trajektorie nie zmierzają do jednego punktu równowagi i (jak wszystkie trajektorie) nie przecinają się (brak zmierzania do punktu równowagi wskazuje na niestabilność). Portret ten jest bardzo podobny do poprzedniego portretu fazowego, ale w tym przypadku portret jest jakby "wykrzywionym siodłem". Jak wynika z ostatnich czterech portretów fazowych, ułożenie portretu zależy od λ . Jeśli pierwsza liczba $\lambda(A)$ jest nieujemna, to portret jest ułożony bardziej w układzie góra - dół, prawo - lewo, a jeśli druga liczba jest nieujemna, portret fazowy jest ułożony ukośnie.

$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ - układ niestabilny, jedna wartość własna rzeczywista, druga równa zero,



Powyższy układ dla jednej wartości własnej rzeczywistej, a drugiej równej 0 nie jest stabilny.

Bibliografia:

- Anna Czemplik, Praktyczne wprowadzenie do opisu analizy i symulacji obiektów dynamicznych, online:
https://wwwdbc.wroc.pl/Content/16126/PDF/czempik_praktyczne.pdf

Portret fazowy

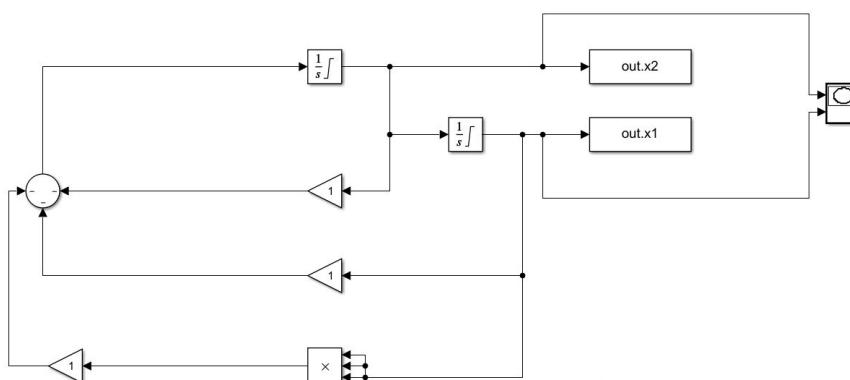
- płaszczyzna systemu nieliniowego

Cel ćwiczenia:

Zapoznanie się analizą dynamiki systemów nieliniowych II rzędu opisanych w przestrzeni stanu z wykorzystaniem metody płaszczyzny fazowej;

Przebieg ćwiczenia:

Wszystkie przebiegi trajektorii fazowej zostały wygenerowane za pomocą tego samego modelu zbudowanego w programie simulink oraz różnych wartości dla parametrów.

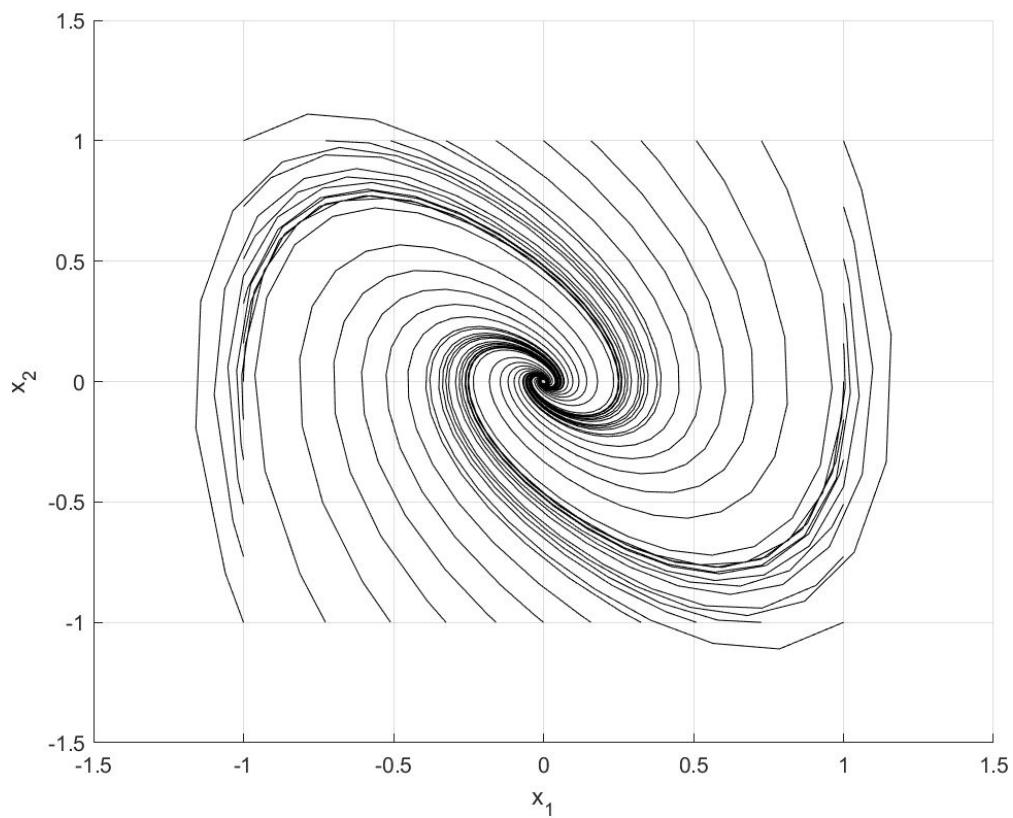


Zestawy parametrów:

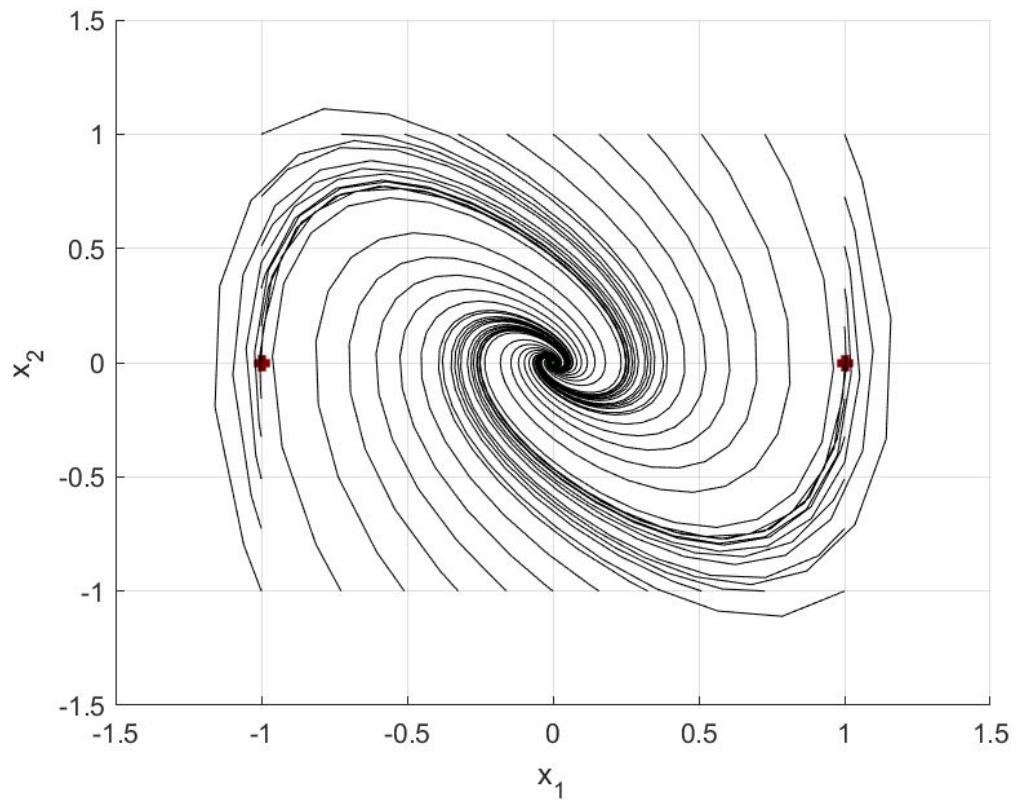
nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9
b	1	3	3	3	1	1	1	0	0.1
c	1	1	1	1	2	2	2	1	2
d	0	-1	-0.1	-5	-1	-0.1	-5	-1	-1

Opracowanie

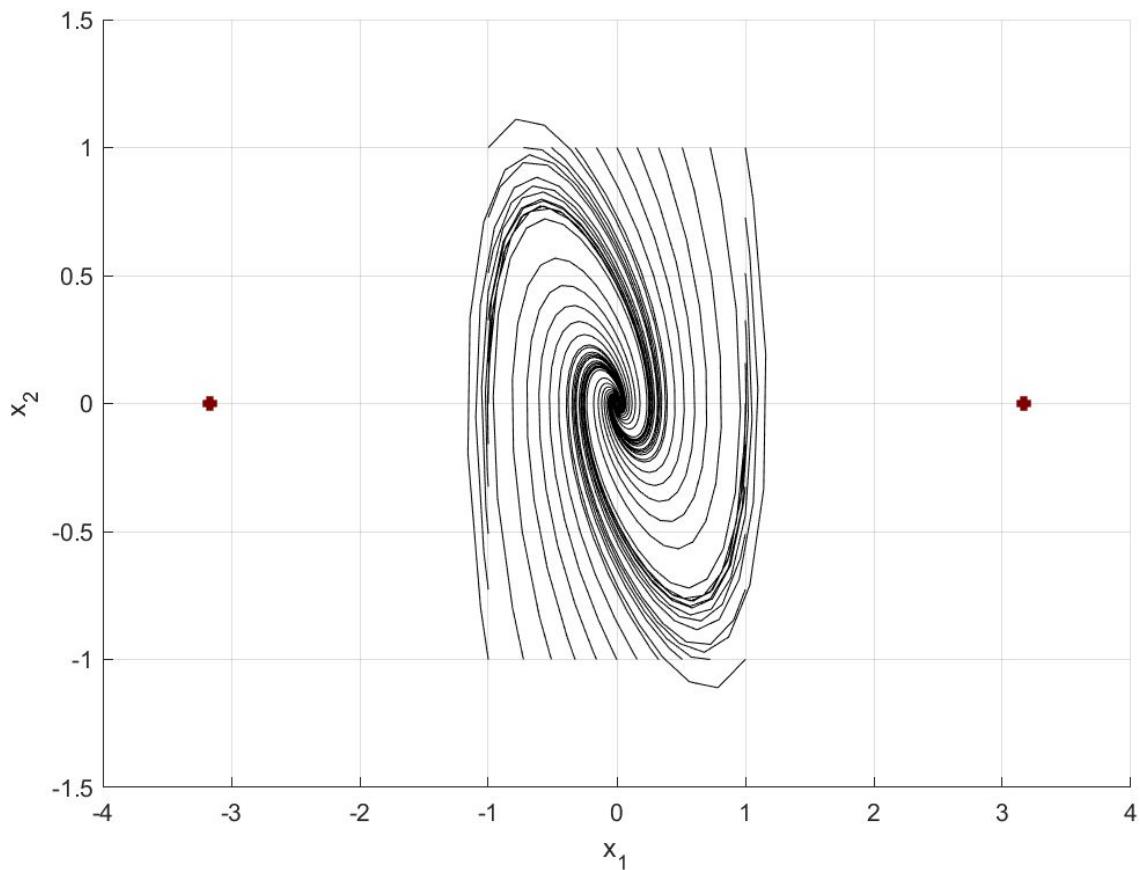
Zestaw parametrów nr 1: $b = 1$, $c = 1$ $d = 0$



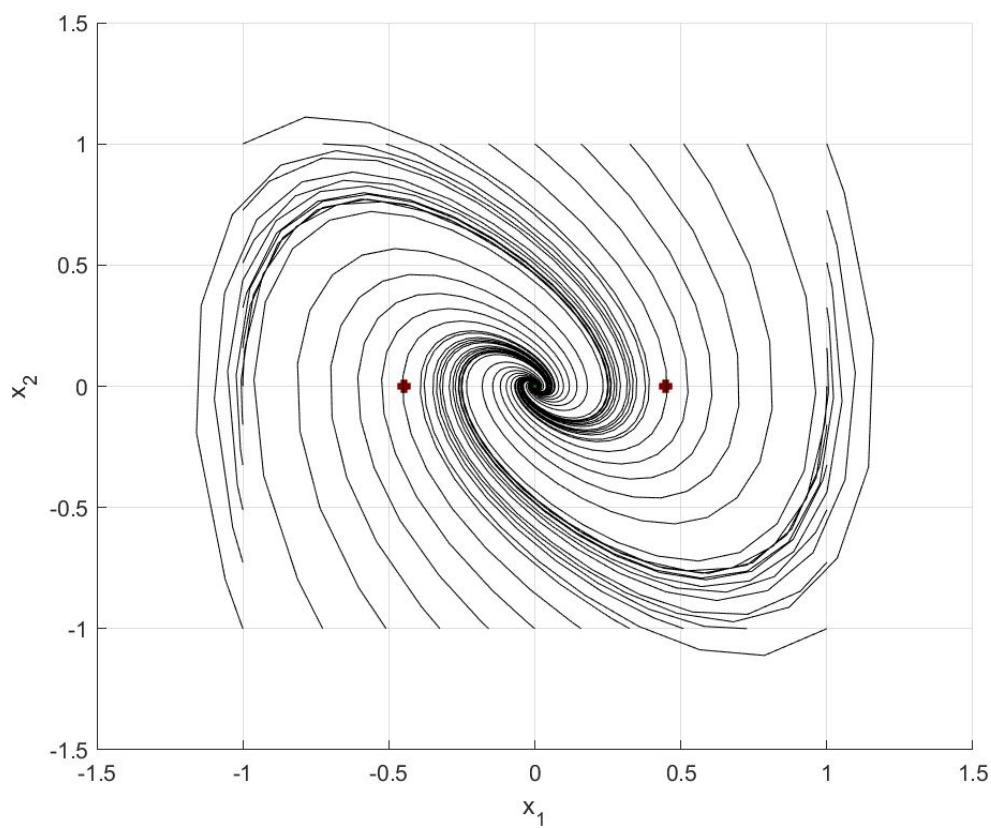
Zestaw parametrów nr 2: $b = 3$, $c = 1$ $d = -1$



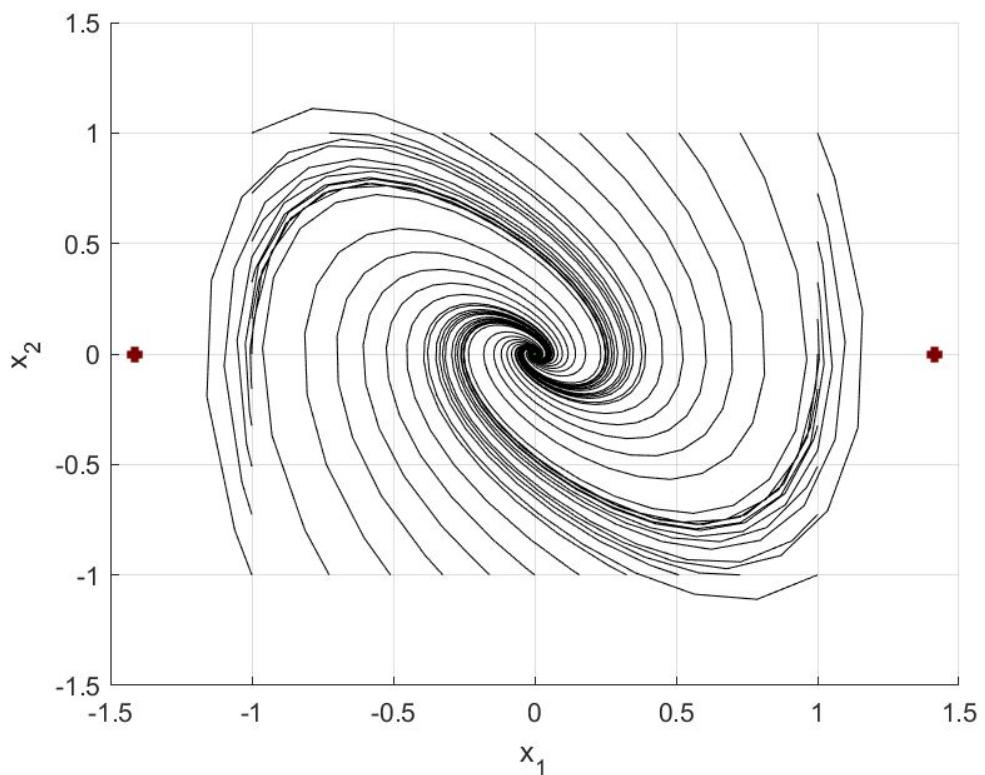
Zestaw parametrów nr 3: $b = 3$, $c = 1$ $d = -0.1$



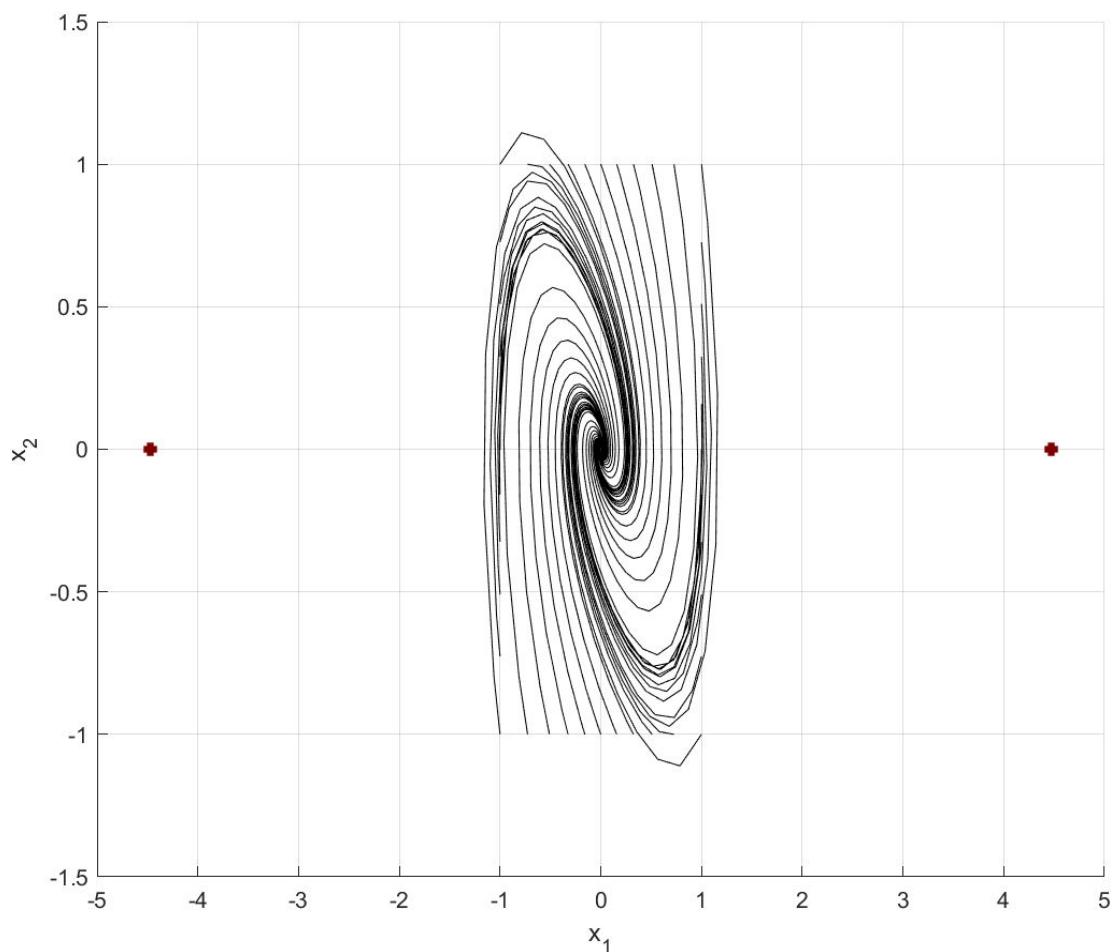
Zestaw parametrów nr 4: $b = 3$, $c = 1$ $d = -5$



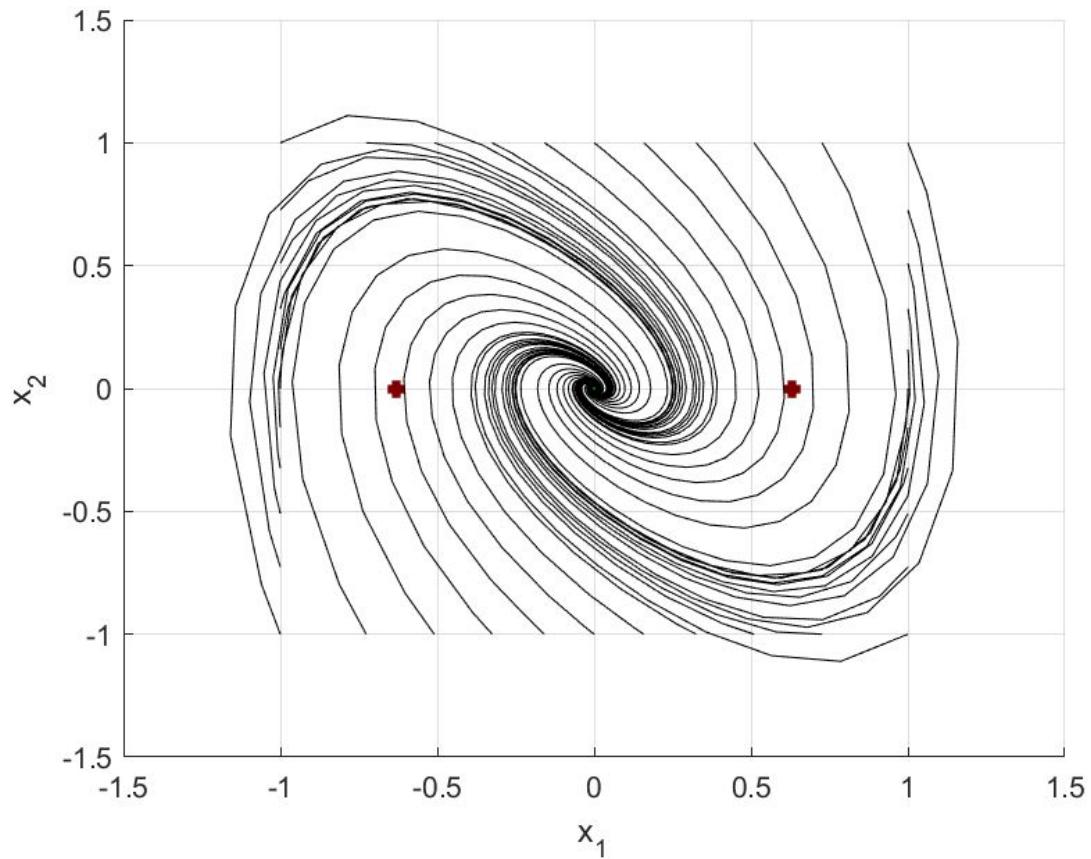
Zestaw parametrów nr 5: $b = 1$, $c = 2$ $d = -1$



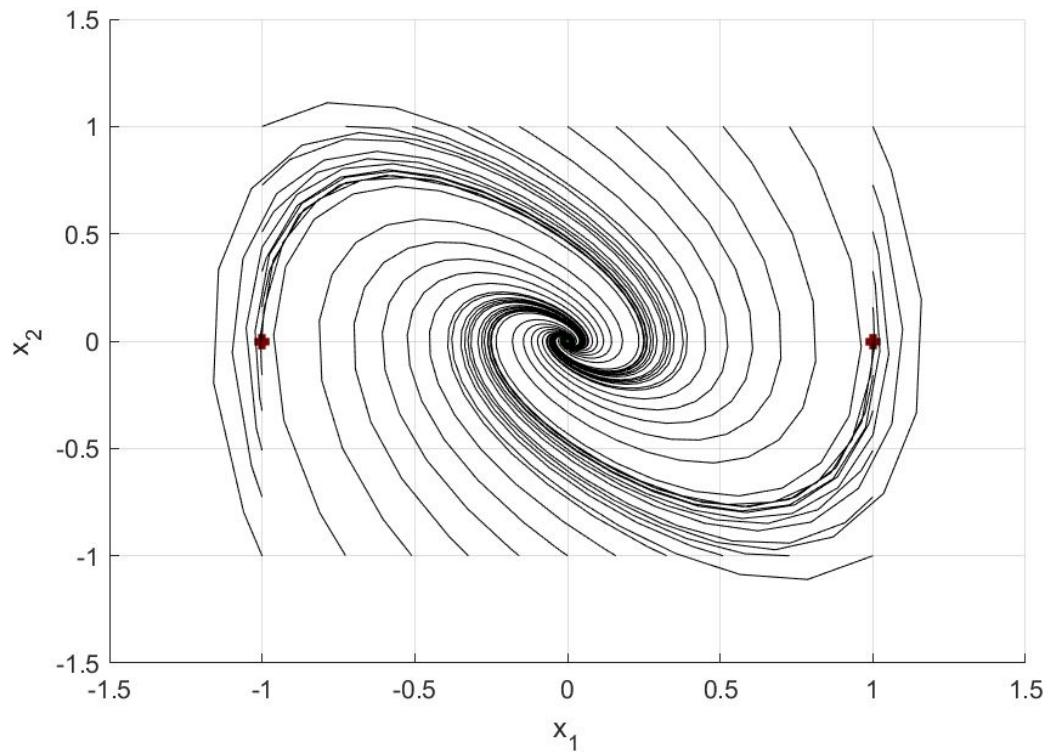
Zestaw parametrów nr 6: $b = 1$, $c = 2$ $d = -0.1$



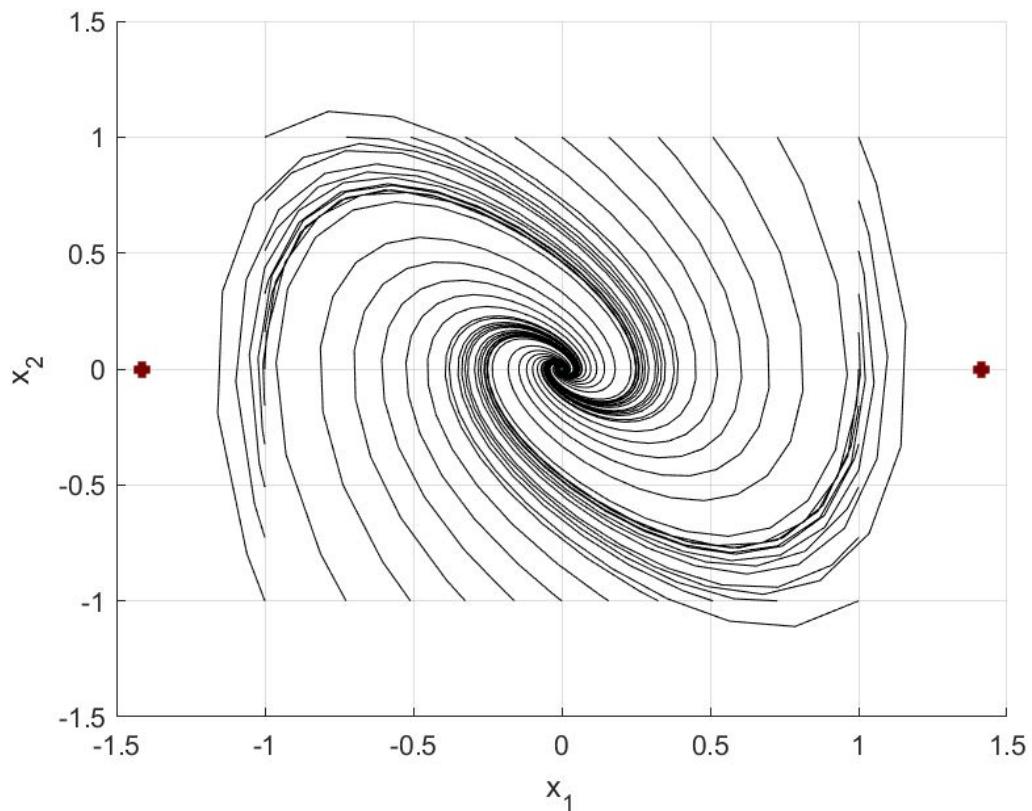
Zestaw parametrów nr 7: $b = 1$, $c = 2$ $d = -5$



Zestaw parametrów nr 8: $b = 0$, $c = 1$ $d = -1$



Zestaw parametrów nr 9: $b = 0.1$, $c = 2$ $d = -1$



Wnioski i obserwacje:

Rysunek nr 1 d = 0 a zatem jest to portret fazowy układu liniowego, na wykresie brak widocznych punktów równowagi, ponieważ do ich wyliczenia konieczny jest warunek $d \neq 0$.

Rysunki 2, 3, 4 przedstawiają wpływ zmiany wartości parametru d oraz dla b (równe 3) większa od c (równe 1) :

- dla $d = -1$ wykres pokrywa się z punktami stabilności (określają one również miejsca w których zaczyna się pogrubiona część trajektorii).
- dla $d = -0.1$ znaczna część wykresu znajduje się między punktami stab.
- dla $d = -5$ wykres rozchodzi się poza punkty stabilności.

Na rysunkach 5, 6, 7 można zaobserwować jaką zmianę parametru d wpływa na zmianę wyrysowanej trajektorii oraz dla c (równe 2) większego od b (równe 1):

- dla $d = -1$ cały wykres znajduje się wewnątrz punktów stabilności
- dla $d = -0.1$ podobnie jak dla $d = -1$ rysunek trajektorii znajduje się wewnątrz punktów stabilności ale jego odległość od punktów jest znacznie większa niż poprzednio
- dla $d = -5$ fragment wykresu rozchodzi się poza punktami stabilności

Wykres 8 i 9 opisują układy niestabilne asymptotycznie, oraz dodatkowo:

- jeśli porównamy rysunek 2 i 8 możemy zauważyc że oba portrety fazowe są bardzo podobne
- możemy także porównać rysnek 9 z rysunkiem 5 dzięki czemu możemy zauważyc że pomimo dziesięciokrotnego pomniejszenia parametru b trajektoria fazowa nadal wygląda podobnie.