

מבוא לבינה מלאכותית – 236501

תרגיל 1

מגישים:

איתי כספי 201239480

אורן קליין 302629605

חלק 1 – מבוא והקדמה

1. כל שורה בקובץ מייצגת צומת בגרף. הצומת מיוצגת על ידי –

- אינדקס צומת
- קו רוחב
- קו אורך
- רשימה של קשתות מופרדות בפסיקים

כל קשת מורכבת משלישייה במבנה $t@l@h$, כאשר –

- t – צומת יעד
- l – מרחק
- h – סוג כביש

חלק 2 – A^* בסיסי

4. פונקציית ה- $cost$ שכתבנו היא במבנה הבא –

$cost(roads, s_1, s_2, t)$

כלומר הפונקציה מקבלת שני צמתים, ואת הזמן שבו בוצע חיפוש המסלול. הפונקציה מוצאת את המהירות הנוכחית בצומת (לפי הזמן שקיבלנו), ממירה אותו ליחידות של מטר לדקה, ומחזירה את הזמן שיקח לעבור את קטע הדרך לפי המרחק בין הצמתים.

פונקציית היוריסטיקה שכתבנו היא במבנה הבא –

$h(s_1, target)$

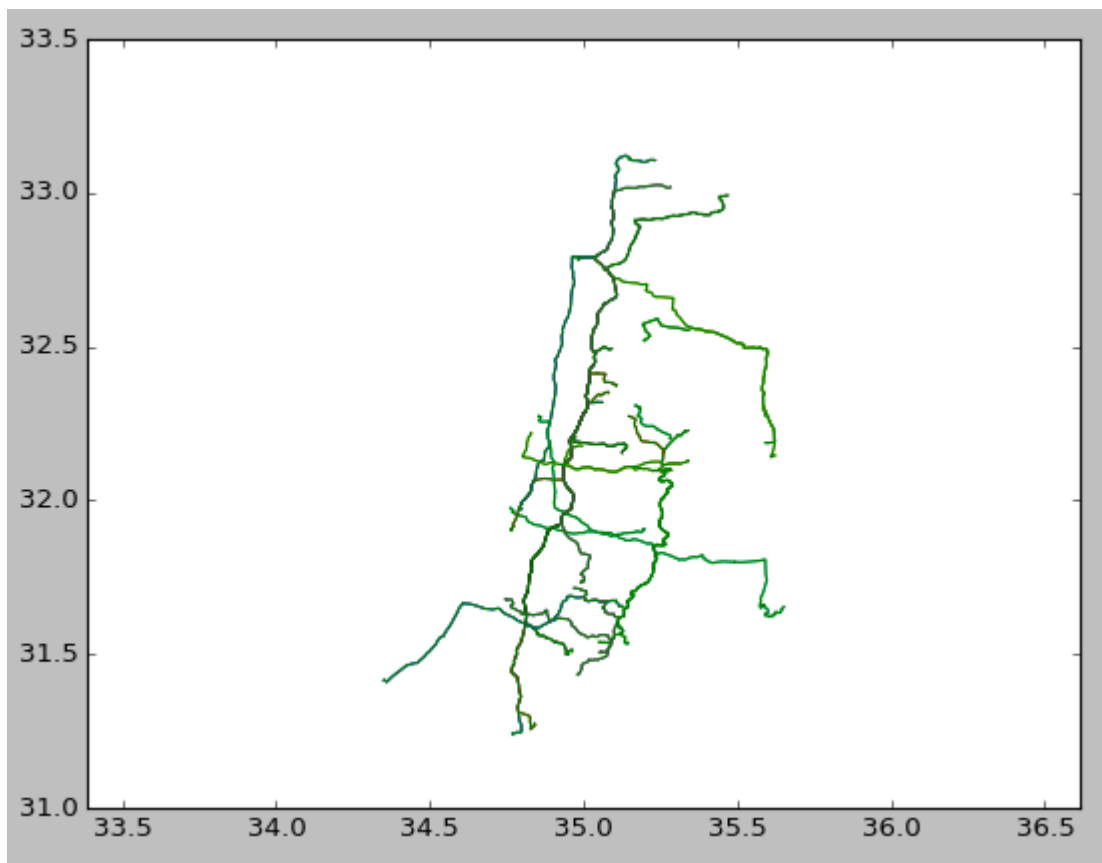
כלומר הפונקציה מקבלת את הצומת הנוכחית ואת צומת היעד של המסלול. הפונקציה לוקחת את המהירות המקסימלית המותרת בכל סוגי הכבישים וממירה אותה למטרים לדקה. בנוסף, היא משתמשת במרחק האווירי בין הצומת הנוכחית לצומת היעד כדי להחזיר את זמן הנסיעה בין הצמתים לפי $\frac{aerial\ dist}{max\ possible\ speed}$.

הזמן שיקח ליסוע בפועל בין צומת כלשהי אל היעד תלוי במרחק בין הצמתים ובמהירות המהירות חסומה על ידי המהירות המקסימלית בכבישים (בהנחה שהנהג לא עובר את המהירות המותרת), והמרחק המינימלי בין הצמתים הוא המרחק האווירי. לכן –

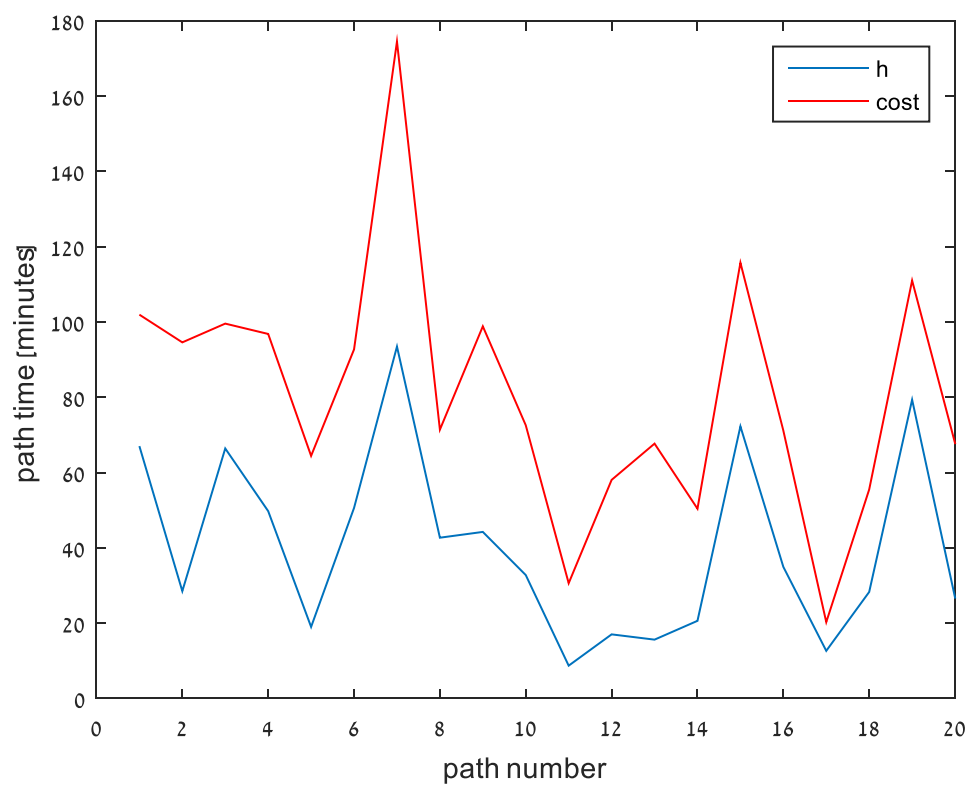
$$h^* = actual\ time = \frac{actual\ dist}{actual\ speed} \geq \frac{aerial\ dist}{actual\ speed} \geq h$$

ולכן הפונקציה היוריסטית קבילה.

5. יצרנו 20 מסלולים לא ריקים באופן רנדומלי והצגנו אותם על מפה:



בנוסף, הצגנו על גרף השוואה בין הזמן המשוערך על ידי הפונקציה היוריסטית ואת הזמן המשוערך על ידי פונקציית המחיר



מהגרף ניתן לראות שני מאפיינים חשובים –

- הזמן המשוערך על ידי היוריסטיקה קטן תמיד בפקטור של בערך פי 2 מזמן הנסיעה בפועל. מהבדל זה ניתן לראות שהפונקציה היוריסטית קבילה (לפחות עבור מקרים אלו), וחוסמת את ה-cost מלמטה. ההבדל הגיוני כיוון שעבור הפונקציה היוריסטית לקחנו מהירות מקסימלית ומרחק מינימלי בין המקור ליעד, ולעומת זאת עבור פונקציית המחיר יתכנו מסלולים מורכבים שמהירות הנסיעה בהם נמוכה מהמהירות המקסימלית.
- ניתן לראות באופן בולט כי קיימת תלות בין הפונקציה היוריסטית ופונקציית המחיר, ולכן הגרפים של שתי הפונקציות מתנהגות בצורה דומה. כאשר הפונקצייה היוריסטית משערכת זמן קצר, הזמן בפועל הוא קצר. כאשר היא משערכת זמן ארוך, הזמן בפועל הוא ארוך. מאפיין זה מעיד על כך ששימוש בפונקצייה היוריסטית זו הוא משמעותי לטובת מציאת מסלולים מהירים.

בקובץ "results/AStarRuns.txt" ניתן לראות תוצאות מלאות של ההרצות.

חלק 3 – שיפור ל- A^*

6. לא, המסלול שיתן A^* עבור פונקציית המחיר הישנה לא בהכרח יהיה אופטימלי. נראה דוגמא לכך –

פיטר יוצא מביתו שבחיפה אל מקום עבודתו שבמרכז תל אביב בשעה 6 בבוקר. בשעה 6 הכבישים פנויים יחסית, אך בסביבות השעה 7 מתחילים עומסים בכביש החוף באזור נתניה. פונקציית המחיר הישנה לא צופה את העומס העתידי ולכן מחשבת את המסלול בשעה 6 על פי הפקקים באותו הזמן. לכן היא ככל הנראה תיקח את פיטר דרך כביש החוף. כאשר פיטר יגיע לאזור נתניה, יתחילו הפקקים ובשלב זה יהיה כבר מאוחר מידי לשנות את המסלול לכביש עוקף. אם מראש, פיטר היה נוסע דרך הכביש העוקף, הוא היה מגיע מוקדם יותר, ולכן פונקציית המחיר הישנה תיתן פתרון לא אופטימלי.

8.

a.

$$cost(s_1, s_2, t, t_0) = \frac{1}{|Focus|} \sum_{(s_3, s_4) \in Focus} \frac{T_r(s_3, s_4, t_0)}{T_h(s_3, s_4, t_0)} \cdot T_h(s_1, s_2, t)$$

$$s_1, s_2, s_3, s_4 \in S, t, t_0 \in [1, 1440]$$

נתאר בקצרה את החלקים של הביטוי –

- $T_h(s_1, s_2, t)$ – מגדיר את הזמן שיקח ליסוע בכביש שמעניין אותנו, לפי ההיסטוריה של המהירויות בכביש.
- $\frac{T_r(s_3, s_4, t_0)}{T_h(s_3, s_4, t_0)}$ – מתאר את היחס בין העומס הנוכחי בכביש כלשהו (s_3, s_4) לבין העומס בעבר באותו כביש.
- $\frac{1}{|Focus|} \sum_{(s_3, s_4) \in Focus} \frac{T_r(s_3, s_4, t_0)}{T_h(s_3, s_4, t_0)}$ – מתאר את ממוצע העומס בכבישים בסביבת צומת המקור, ביחס לעומס באותם כבישים בעבר.

בסך הכל, פונקציית המחיר היא הזמן שיקח ליסוע בכביש שמעניין אותנו - (s_1, s_2) , בהתבסס על זמן הנסיעה בו בעבר, אך עם התייחסות לעומס הכבישים בסביבת צומת המקור.

העומס בסביבת צומת המקור מעניין אותנו כיוון שהוא צפוי להשפיע על העומס שיהיה בכביש (s_1, s_2) . הנחה סבירה היא שככל שקיימים יותר רכבים באזור מסויים, כך הכבישים באזור יותר פקוקים, ולכן כמות הרכבים באזור ככל הנראה תשפיע על העומס בכביש שמעניין אותנו.

- b. עבור הדוגמא שכתבנו בשאלה 6 שבה השתמשנו בפונקציית המחיר הישנה, התוצאה של האלגוריתם לא תהיה אופטימלית.

לעומת זאת עבור אותו מקרה, פונקציית המחיר החדשה תעריך כבר בשעה 6, שכאשר פיטר יגיע לנתניה יהיו פקקים באותו אזור. לכן מראש היא תבחר מסלול עוקף, כדוגמת כביש 4, אשר יהיה אומנם איטי יותר מבחינת מהירות הנסיעה, אך יתחמק מהפקקים העתידיים. לכן בסך הכל פיטר יגיע מוקדם יותר בעזרת הפונקציה החדשה. הפונקציה תבחר את המסלול המהיר ביותר בהתחשב בכלל הפרמטרים ולכן זהו פתרון אופטימלי.

c. פונקציית המחיר החדשה תהיה לא אופטימלית במקרה שבו העומס בכבישים הכלולים במסלול ביום מסויים חורג מהעומס הרגיל בהם. פונקציית המחיר מתבססת על 3 גורמים עיקריים לפי הביטוי –

$$\frac{T_r(s_3, s_4, t_0)}{T_h(s_3, s_4, t_0)} \cdot T_h(s_1, s_2, t)$$

אבל היא לא מתבססת על העומס הנוכחי בכביש (s_1, s_2) ע"י הביטוי $T_r(s_1, s_2, t)$. לכן, אם ביום מסויים פיטר (שגר בחיפה) מחליט לנסוע לבאר שבע, סביר להניח שהמסלול שיבחר הוא כביש 6, כיוון שבהיסטוריה של הכביש הזה הוא הכי מהיר וכיוון שהוא יחסית באזור מבודד מכבישים אחרים, העומס בכבישים סובבים לא ישפיע על הבחירה יותר מידי. עם זאת, יתכן שבדיוק בשעה שבה פיטר נוסע לבאר שבע, התרחשה תאונת דרכים בכביש 6 ויש עומס גדול בכביש. כיוון שהעומס הנ"ל יתבטא בערך גדול עבור הביטוי $T_r(s_1, s_2, t)$, שאינו נלקח בחשבון בפונקציית המחיר, המסלול שיבחר לנסיעה יהיה עדיין דרך כביש 6. במקרה כזה, קיים מסלול מהיר יותר ולכן המסלול הנבחר אינו אופטימלי.

e. היוריסטיקה שבחרנו עבור חלק זה היא $\frac{1}{6}$ היוריסטיקה מהחלק הקודם. כלומר שישית מהזמן שיקח לעבור את קטע הדרך במהירות המקסימלית ובמרחק אווירי. נוכיח כי יוריסטיקה זו קבילה –
אנו מעוניינים לחסום את ה- $cost$ מלמטה, נסתכל על ה- $cost$ ונפשט אותו:

$$cost(s_1, s_2, t, t_0) = \frac{1}{|Focus|} \sum_{(s_3, s_4) \in Focus} \frac{T_r(s_3, s_4, t_0)}{T_h(s_3, s_4, t_0)} \cdot T_h(s_1, s_2, t)$$

בשביל לחסום את הביטוי מלמטה, ניתן להתעלם מהממוצע, כיוון שה- $cost$ הממוצע בהכרח גדול מהביטוי המינימלי שעליו ממצעים. לכן –

$$cost(s_1, s_2, t, t_0) > \min_{(s_3, s_4) \in Focus} \frac{T_r(s_3, s_4, t_0)}{T_h(s_3, s_4, t_0)} \cdot T_h(s_1, s_2, t)$$

נסמן –

- x_1 - המרחק בין s_3 ל- s_4
- v_1 - המהירות עבור $T_r(s_3, s_4, t_0)$
- v_2 - המהירות עבור $T_h(s_3, s_4, t_0)$

נקבל ש-

$$\begin{aligned} \min_{(s_3, s_4) \in Focus} \frac{T_r(s_3, s_4, t_0)}{T_h(s_3, s_4, t_0)} \cdot T_h(s_1, s_2, t) &= \frac{\frac{x_1}{v_1}}{\frac{x_1}{v_2}} \cdot T_h(s_1, s_2, t) \\ &= \frac{v_2}{v_1} \cdot T_h(s_1, s_2, t) \end{aligned}$$

כעת, נרצה למזער את הביטוי, ולכן ניקח במונה את המהירות המינימלית האפשריות ובמכנה את המהירות המקסימלית האפשרית. ידוע שהמהירות בכל קטע דרך לא עולה על המהירות המקסימלית באותו קטע, ואינה יורדת מ- $\frac{1}{6}$ המהירות המקסימלית באותו קטע. נסמן את המהירות המקסימלית בקטע דרך (s_3, s_4) ב- v_m . לכן –

$$\frac{v_2}{v_1} \cdot T_h(s_1, s_2, t) \geq \frac{\left(\frac{v_m}{6}\right)}{v_m} \cdot T_h(s_1, s_2, t) = \frac{1}{6} \cdot T_h(s_1, s_2, t)$$

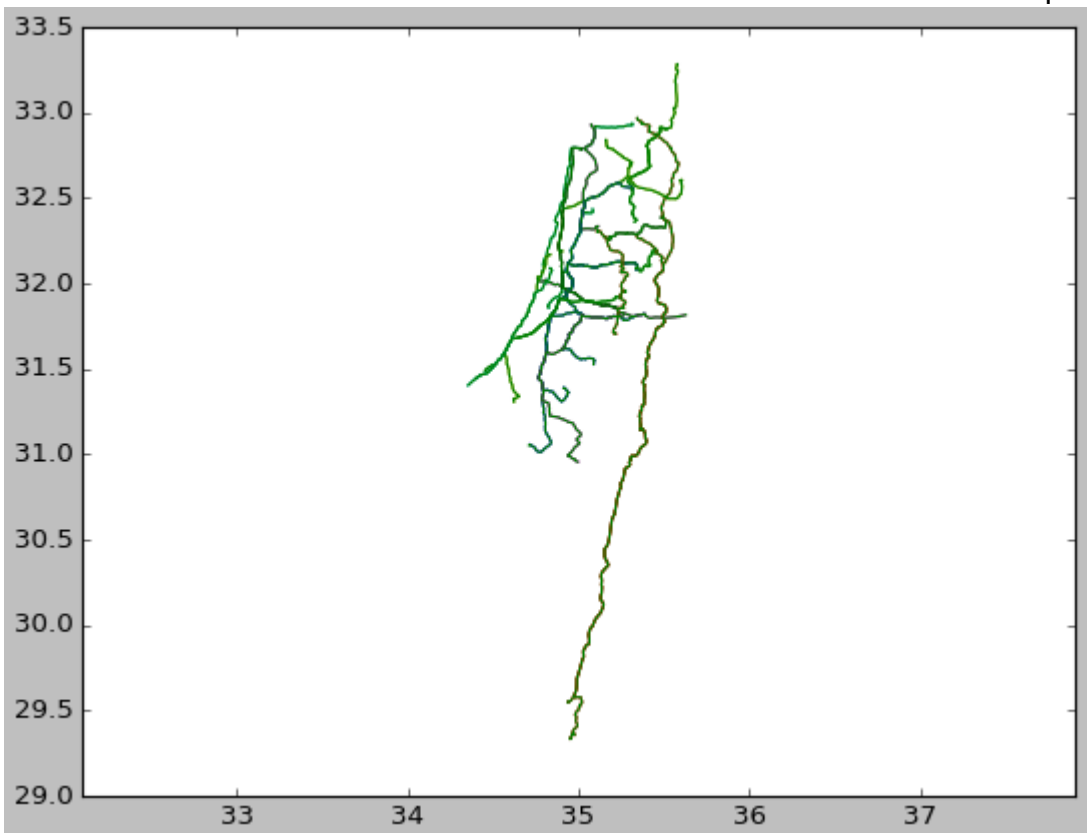
h^* הוא ה- $cost$ החל מצומת s_1 ועד היעד ולכן -

$$\begin{aligned} h^* &= \sum_{(s_1, s_2) \in \text{path from } s_1 \text{ to target}} cost(s_1, s_2, t, t_0) \\ &\geq \sum_{(s_1, s_2) \in \text{path from } s_1 \text{ to target}} \frac{1}{6} \cdot T_h(s_1, s_2, t) \\ &\geq \frac{1}{6} \sum T_h(s_1, s_2, t) \geq \frac{1}{6} \frac{\text{aerial dist}}{\text{maximum speed}} = h \end{aligned}$$

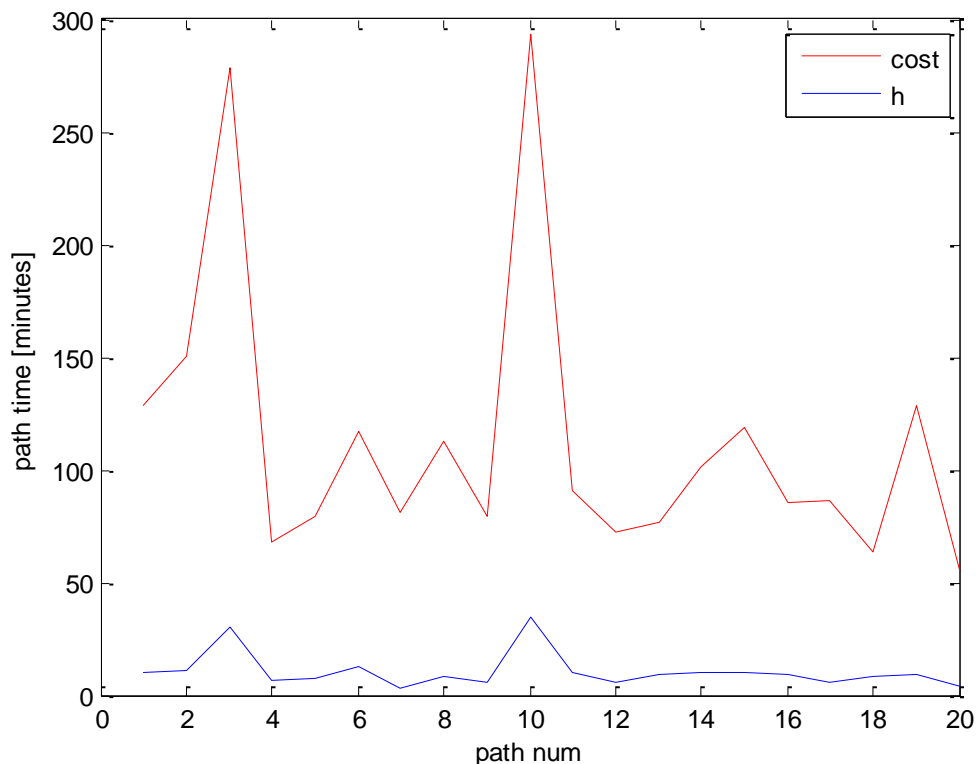
* - כפי שהראינו עבור היוריסטיקה הראשונה

כלומר היוריסטיקה החדשה שהגדרנו, שהינה $\frac{1}{6}$ מהיוריסטיקה הישנה, היא קבילה.

9. להלן המסלולים אותם יצרנו בצורה רנדומלית -



גרף המשווה בין הזמן המשוערך על ידי הפונקציה היוריסטית, וזה המשוערך על ידי פונקציית המחיר -



גם כאן, כמו בסעיף 5, ניתן לראות כי ה- $cost$ חסום על ידי הפונקציה היוריסטית מלמטה ולכן היא קבילה. ניתן לראות שלעומת סעיף 5, כאן התוצאות היוריסטיות נמוכות בהרבה מתוצאות פונקציית המחיר, כיוון שחילקנו את הפונקציה היוריסטית ב-6 כדי לשמור על קבילות עבור כל המקרים.

את התוצאות המלאות ניתן למצוא בקובץ – `results/AStarRuns_timed.txt`
את הסקריפט המייצר את הריצות ניתן למצוא תחת – `random_test.py`

10.

a. מצבים אפשריים הם רצון של המשתמש להכניס עוד פרמטרים לחיפוש –

i. המנעות מכבישים לא רצויים בדרך

1. כבישי אגרה

2. כבישים בשטחים

3. כבישים משובשים

4. כבישים מוצפים

5. המנעות ממשטרת תנועה / מצלמות מהירות

ii. רצון ליסוע דרך כביש מסויים בדרך

1. הגעה לתחנת דלק של חברה מסויימת

2. איסוף של חבר בדרך

3. הדרך יותר יפה

b. תיאור האלגוריתם –

האלגוריתם החדש, יחזיר את K המסלולים האופטימליים ביותר מבחינת ה- $cost$ והפונקציה היוריסטית. אנחנו מניחים שהמשתמש יעדיף לבחור מבין מסלולים אלו את המסלול הטוב ביותר שגם עונה על הצרכים האחרים שלו – אלו שתיארנו בסעיף a.

i. בשביל האלגוריתם החדש נקבל כקלט את מספר המסלולים אותם נרצה

להחזיר או שנגדיר מקסימום עבור מספר זה, אותו נסמן ב- K .

ii. נחזיק שדה נוסף עבור כל צומת שיספור את מספר הפעמים שביקרנו בה.

נקרא לשדה `counter`.

iii. נריץ A^* עבור בגרף עם השינוי הבא –

1. בפיתוח של כל צומת, מגדילים את ה-*counter* שלה ב-1.
2. אם הוצאנו את צומת היעד מ-*open*, שומרים את המסלול דרכו הגענו (על ידי עליה דרך *parent*) לתוך רשימת מסלולים P . בנוסף, לא יוצרים את הבנים של הצומת, כלומר לא קוראים ל-*succ* עבורה.
3. תנאי העצירה הוא כאשר הצומת שהוצאנו מ-*open* היא צומת היעד וה-*counter* של הצומת שווה ל- K . במקרה זה, מסיימים את האלגוריתם ומחזירים את רשימת המסלולים P .