

Компьютерное моделирование

Клеточные автоматы

Кафедра ИВТ и ПМ

2018

План

Прошлые темы

Автомат

Клеточный автомат

Одномерные клеточные автоматы

Моделирование трафика

Двумерный клеточный автомат

Рост снежинок

Клеточный автомат Лэнгтона

Моделирование процессов в пространстве

Игра «Жизнь»

Муравей Лэнгтона

Модель газа на решётке (Lattice Gas models)

Outline

Прошлые темы

Автомат

Клеточный автомат

Одномерные клеточные автоматы

Моделирование трафика

Двумерный клеточный автомат

Рост снежинок

Клеточный автомат Лэнгтона

Моделирование процессов в пространстве

Игра «Жизнь»

Муравей Лэнгтона

Модель газа на решётке (Lattice Gas models)

Прошлые темы

- ▶ В чём состоит подход Эйлера в моделировании пространства?
- ▶ Что такое агентное моделирование?
- ▶ Какие существуют подходы к моделированию времени?

Прошлые темы

- ▶ В чём состоит подход Эйлера в моделировании пространства?
- ▶ Что такое агентное моделирование?
- ▶ Какие существуют подходы к моделированию времени?

- ▶ Машина Тьюринга?

Прошлые темы

- ▶ В чём состоит подход Эйлера в моделировании пространства?
- ▶ Что такое агентное моделирование?
- ▶ Какие существуют подходы к моделированию времени?

- ▶ Машина Тьюринга?

- ▶ Эффект бабочки?

Outline

Прошлые темы

Автомат

Клеточный автомат

Одномерные клеточные автоматы

Моделирование трафика

Двумерный клеточный автомат

Рост снежинок

Клеточный автомат Лэнгтона

Моделирование процессов в пространстве

Игра «Жизнь»

Муравей Лэнгтона

Модель газа на решётке (Lattice Gas models)

Абстрактный автомат

Абстрактный автомат, automata — математическая абстракция, модель дискретного устройства, имеющего один вход, один выход и в каждый момент времени находящегося в одном состоянии из множества возможных.

Абстрактный автомат

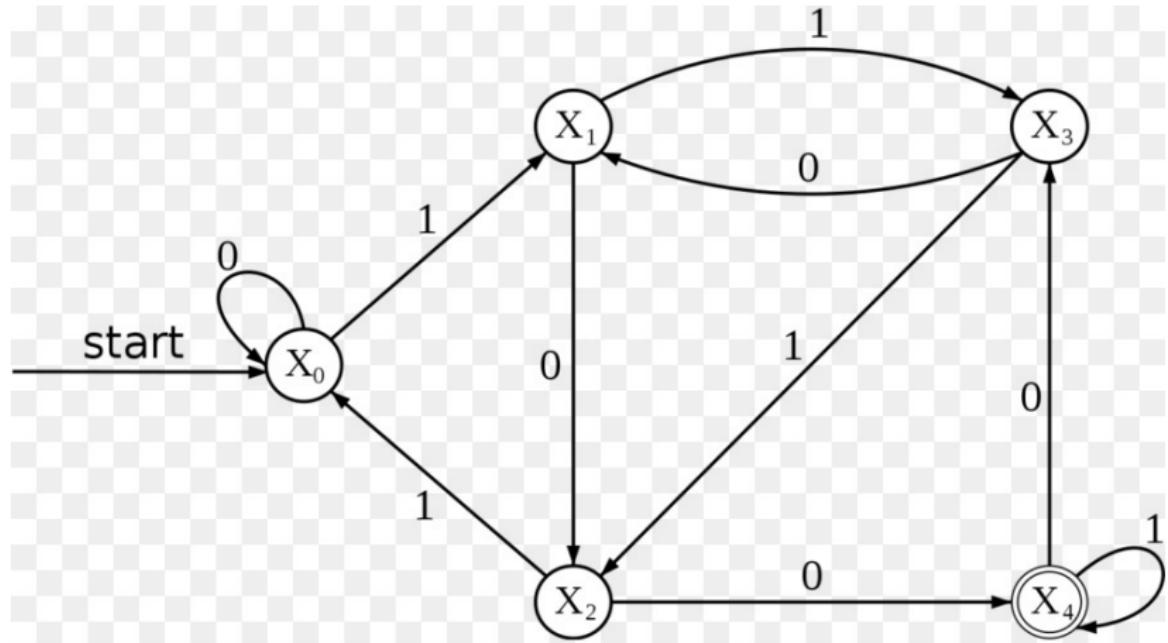
Формально абстрактный автомат определяется как
 $A = (S, X, Y, \delta, \lambda)$

- ▶ S — конечное множество состояний автомата,
- ▶ X, Y — конечные входной и выходной алфавиты соответственно, из которых формируются строки, считываемые и выдаваемые автоматом
- ▶ $\delta : S \times X \rightarrow S$ — функция переходов,
- ▶ $\lambda : S \times X \rightarrow Y$ — функция выходов.

Конечный автомат — абстрактный автомат, число возможных внутренних состояний которого конечно.

Схематическое представление автомата?

Схематическое представление автомата?



Конечный автомат

- ▶ Моделирует смену состояний системы в течении времени
- ▶ Процесс с точки зрения автомата - последовательность состояний сменяющих друг друга
- ▶ Смена одного состояния на другое происходит согласно правилами
- ▶ Правила могут быть стахостическими

Зачем нужны?

- ▶ Синтаксические и лексические анализаторы
построение структур данных из XML, построение
внутреннего представления кода программы
- ▶ Компиляторы и трансляторы языков программирования
- ▶ Моделирование процессов в биологии, общественных
науках, экологии и др.

Примеры устройств являющихся автоматами?

Outline

Прошлые темы

Автомат

Клеточный автомат

Одномерные клеточные автоматы

Моделирование трафика

Двумерный клеточный автомат

Рост снежинок

Клеточный автомат Лэнгтона

Моделирование процессов в пространстве

Игра «Жизнь»

Муравей Лэнгтона

Модель газа на решётке (Lattice Gas models)

Клеточный автомат

- ▶ Моделирование пространства согласно подходу Эйлера
- ▶ Пространство дискретно - разделено на ячейки (решётка из ячеек)
- ▶ Решётка может быть любой размерности.
- ▶ Для крайних ячеек могут быть заданы граничные условия

Клеточный автомат

- ▶ каждая из ячеек может находиться в одном из конечного множества состояний (обычно 1 и 0)
- ▶ Состояние клеточного автомата автомата - это состояние его ячеек
- ▶ Правила задают смену ячеек
- ▶ Как правило учитывается состояние соседних ячеек при определении нового состояния текущей ячейки

Почему клеточный автомат

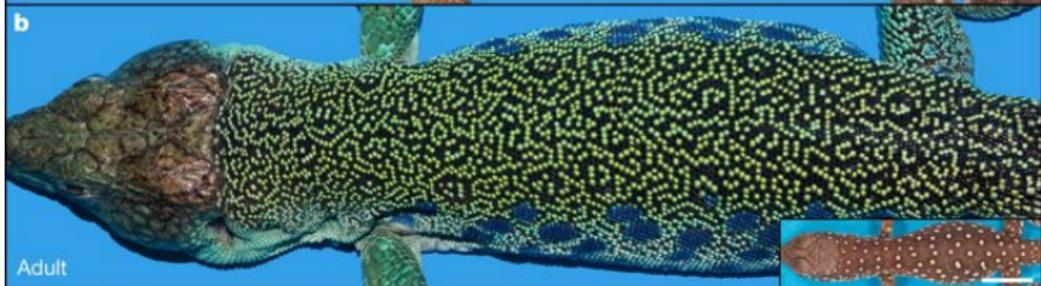
Моделирование на многих уровнях (от макроскопического до макроскопического)

Макроскопическое поведение часто может мало зависеть от процессов проходящих на микроскопическом уровне. Можно моделировать отдельно.

Простота, понятность, гибкость

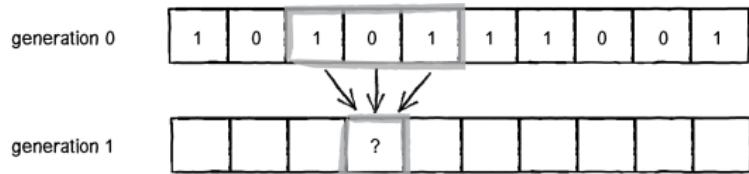
Что моделировать с помощью КА?

- ▶ Трафик
- ▶ Движение людей
- ▶ Узоры на коже животных
- ▶ Рост кристаллов
- ▶ Рост городов
- ▶ ...



A living mesoscopic cellular automaton made of skin scales, Nature volume 544, 2017

Клеточный автомат

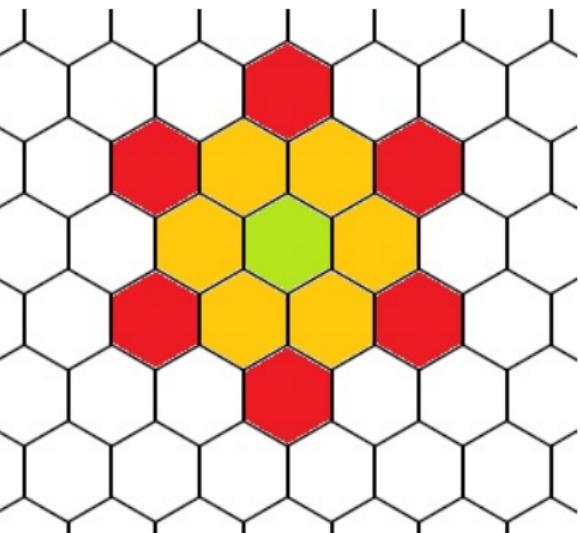


Одномерный клеточный автомат.

Такие автоматы чаще всего представляют в их эволюции, располагая
каждое следующее состояние под предыдущем

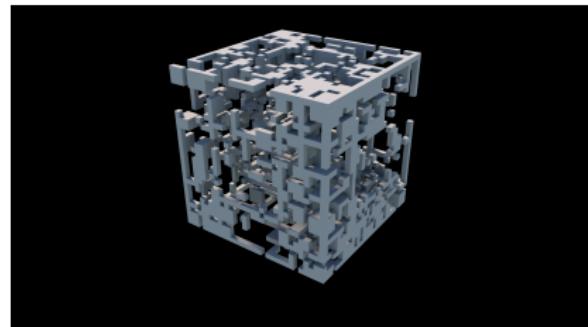
Клеточный автомат

1	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0
0	0	0	1	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0
1	0	1	1	1	1



Двумерный клеточный автомат с разными видами ячеек

Клеточный автомат



Клеточный автомат

- ▶ Для каждой ячейки определено множество ячеек, называемых окрестностью.

К примеру, окрестность может быть определена как все ячейки на расстоянии не более 2 от текущей (окрестность фон Неймана ранга 2).

- ▶ Для работы клеточного автомата требуется задание начального состояния всех ячеек
- ▶ и правил перехода ячеек из одного состояния в другое.
- ▶ На каждой итерации, используя правила перехода и состояния соседних ячеек, определяется новое состояние каждой ячейки.

Обычно правила перехода одинаковы для всех ячеек и применяются сразу ко всей решётке.

Применение правил

Состояние (s_{ij}) в текущей ячейке можно определить задав выражение учитывающее состояния в соседних

Например¹.

Например:

$$s_{ij}(t+1) = s_{i1,j}(t) \oplus s_{i+1,j}(t) \oplus s_{i,j1}(t) \oplus s_{i,j+1}(t)$$

Либо можно вычислять не состояние, а номер правила в таблице

$$index = s_{i1,j}(t) + 2s_{i+1,j}(t) + 4s_{i,j1}(t) + 8s_{i,j+1}(t)$$

$$s_{ij}(t+1) = Rule[index]$$

¹формула зависит от применяемого правила

Outline

Прошлые темы

Автомат

Клеточный автомат

Одномерные клеточные автоматы

Моделирование трафика

Двумерный клеточный автомат

Рост снежинок

Клеточный автомат Лэнгтона

Моделирование процессов в пространстве

Игра «Жизнь»

Муравей Лэнгтона

Модель газа на решётке (Lattice Gas models)

Одномерные клеточные автоматы

Одномерный клеточный автомат (с конечным числом клеток)

- ▶ можно представить лентой из конечного набора клеток
- ▶ каждая клетка может быть в одном из двух состояний: закрашена (1), не закрашена (0)
- ▶ состояние каждой клетки меняется согласно установленным правилам
- ▶ правила учитывают некоторое число соседей слева или справа
- ▶ эволюцию такого автомата представляют наглядно, изображая новое состояние ленты под старым

Правила

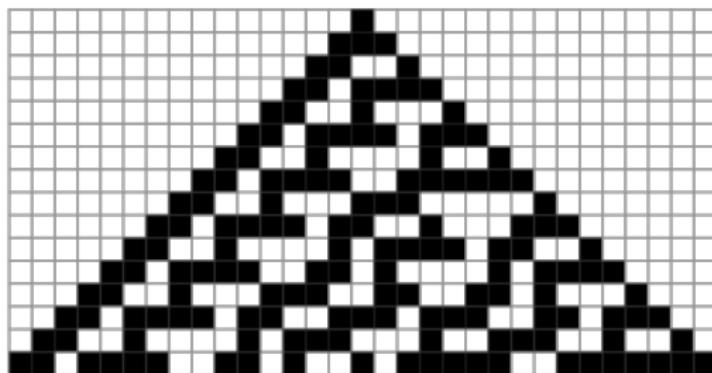
- ▶ Правило можно представить в двоичном виде
- ▶ Например правило 110

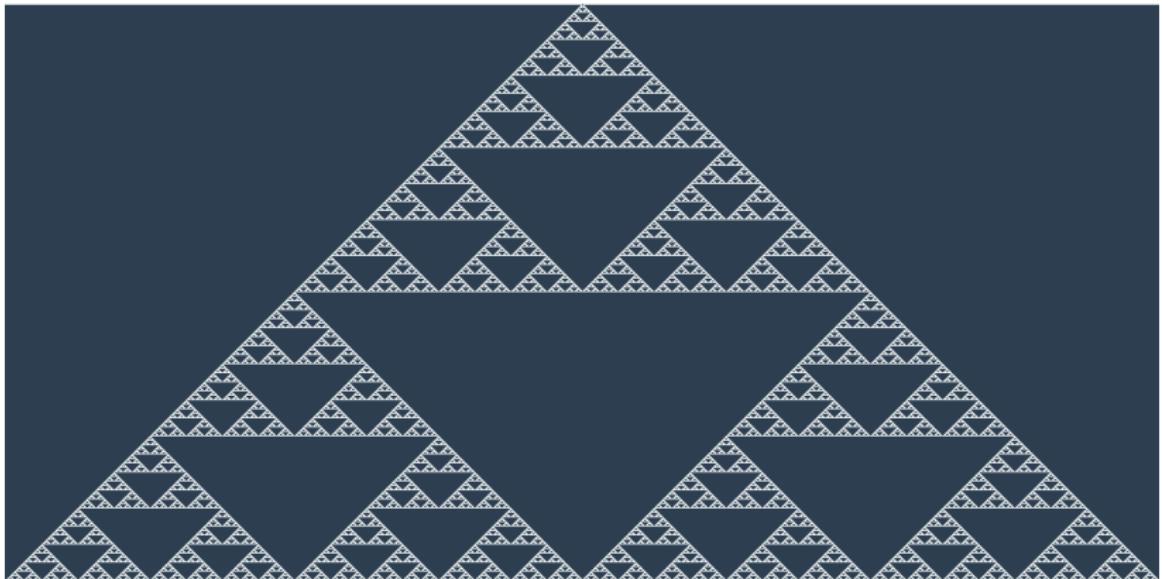
Текущее состояние	111	110	101	100	011	010	001	000
Новое состояние центральной клетки	0	1	1	0	1	1	1	0

- ▶ если рассматриваемая клетка закрашена и закрашены соседние (столбец 111), то следующее состояние - не закрашено (0)
- ▶ если рассматриваемая клетка закрашена, а также закрашена клетка слева (110) то оставим её закрашенной (1)
- ▶ Правила называют *кодами Вольфрама* - это нижняя строчка таблицы представленная как двоичное число и переведённое в десятичную систему счисления

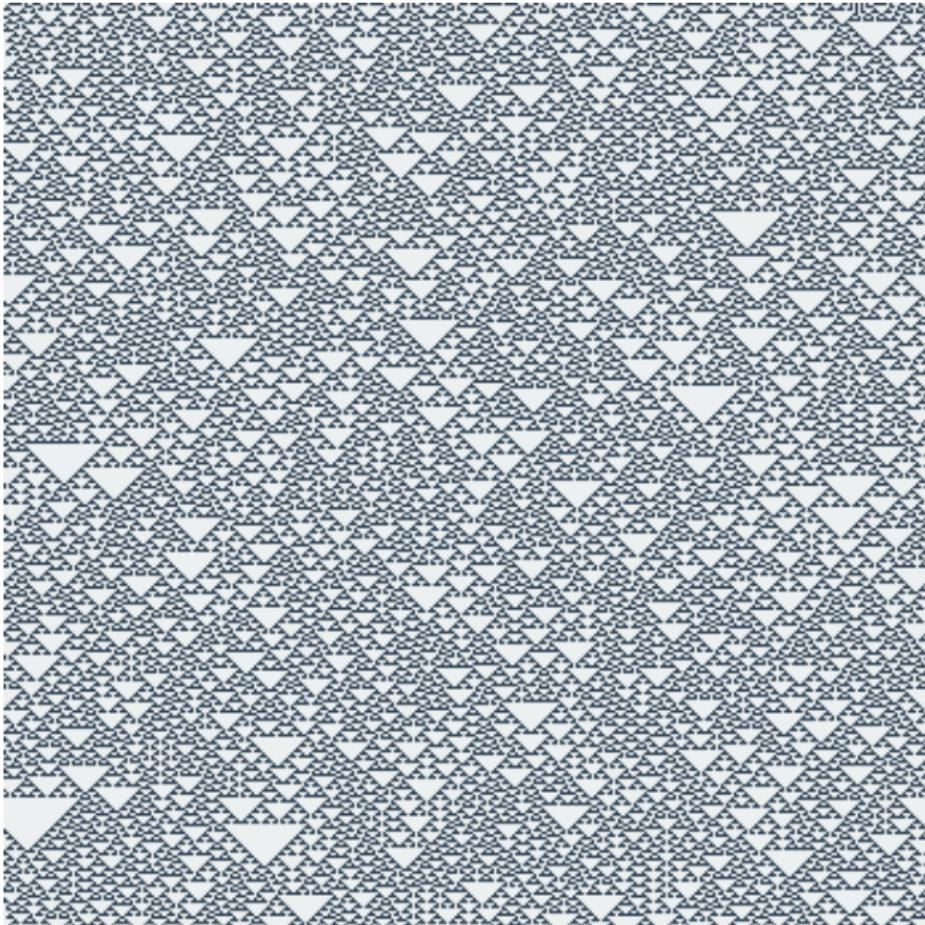
rule 30

0	0	0	1	1	1	1	0





Фрактал полученный из одной закрашенной клетки с
использованием правила 160





Outline

Прошлые темы

Автомат

Клеточный автомат

Одномерные клеточные автоматы

Моделирование трафика

Двумерный клеточный автомат

Рост снежинок

Клеточный автомат Лэнгтона

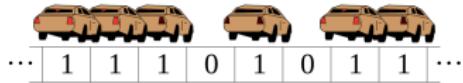
Моделирование процессов в пространстве

Игра «Жизнь»

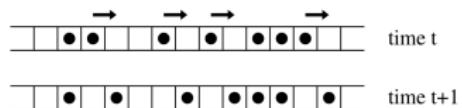
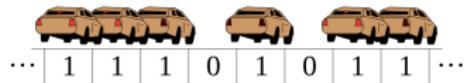
Муравей Лэнгтона

Модель газа на решётке (Lattice Gas models)

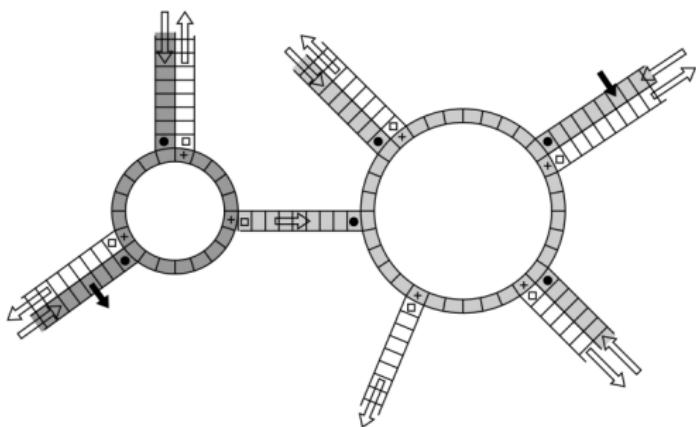
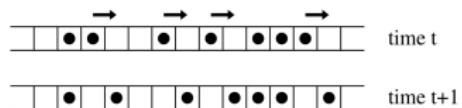
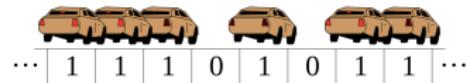
Моделирование трафика



Моделирование трафика



Моделирование трафика



Моделирование волн трафика

Волны трафика (стоп-волны), — движущееся возмущение в распределении автомобилей на автомагистрали.

youtu.be/Suugn-p5C1M - видео

trafficwaves.org

youtube.com/watch?v=iHzzSao6ypE - The Simple Solution to Traffic

Моделирование волн трафика

Как описать перемещение автомобиля?

Автомобиль может двигаться только если клетка впереди свободна

Текущая окрестность клетки	111	110	101	100	011	010	001	000
----------------------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Моделирование волн трафика

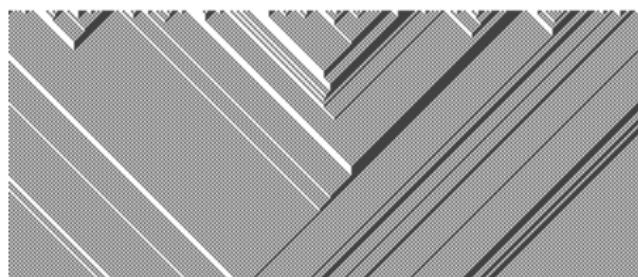
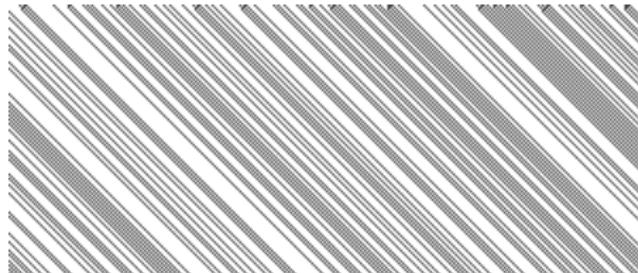
Как описать перемещение автомобиля?

Автомобиль может двигаться только если клетка впереди свободна

Текущая окрестность клетки	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0
Новое состояние клетки	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0

Моделирование волн трафика

Правило 184



Количественное измерение трафика в модели

Плотность автомобилей на сегменте дороги длиной L

$$\rho(t) = \frac{N(t)}{L}$$

N - число автомобилей на сегменте

Средняя скорость в момент времени t:

$$\langle v \rangle = \frac{M(t)}{N(t)}$$

$M(t)$ - число движущихся автомобилей в момент времени t

Поток:

$$j = \rho \langle v \rangle$$

Диаграмма поток-плотность

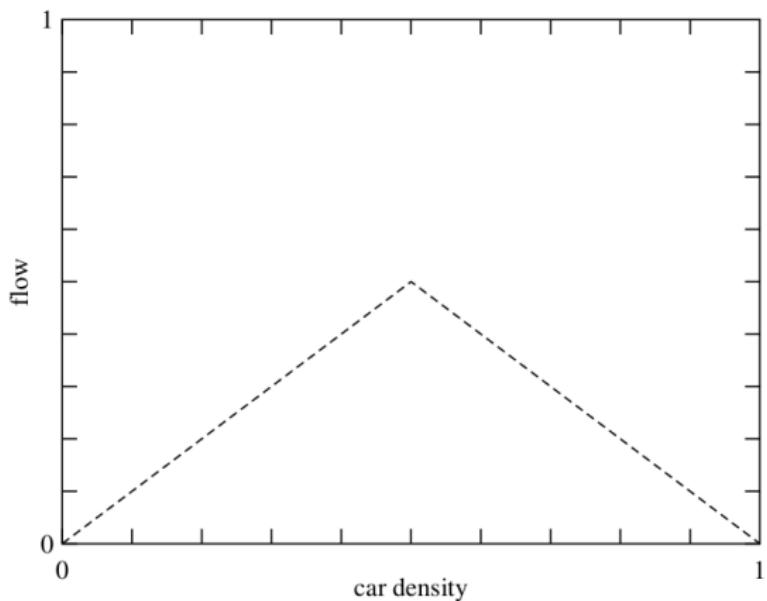
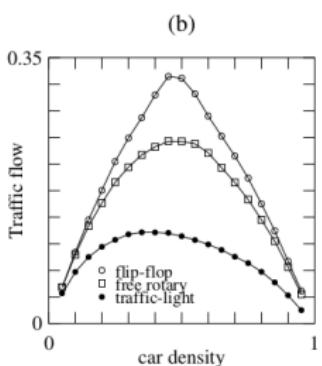
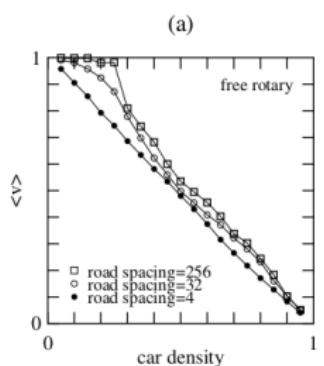
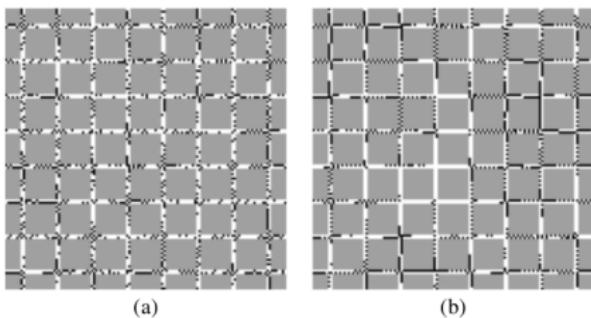
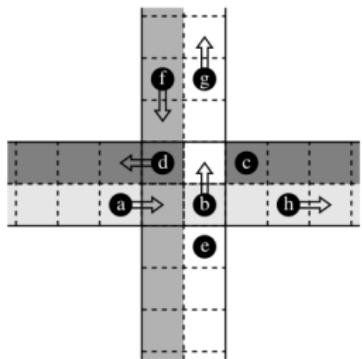


Диаграмма поток-плотность

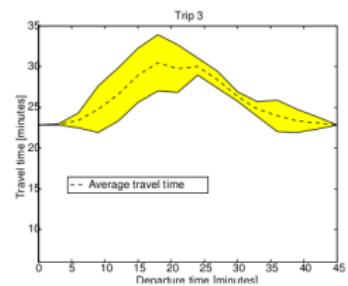
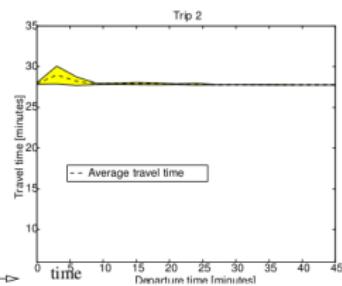
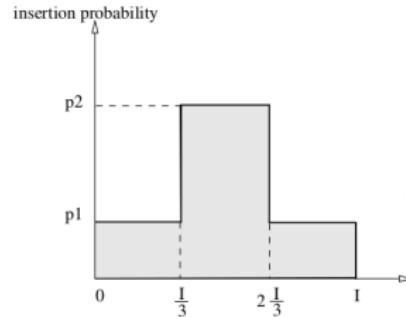


Пример

- ▶ 1066 junctions
- ▶ 3145 road segments
- ▶ 560886 road cells
- ▶ 85055 cars



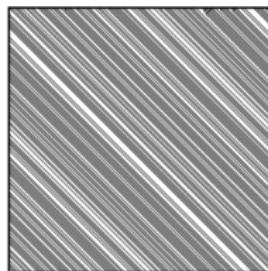
Пример



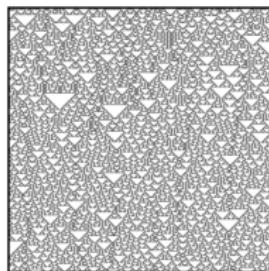
Классы одномерных клеточных автоматов



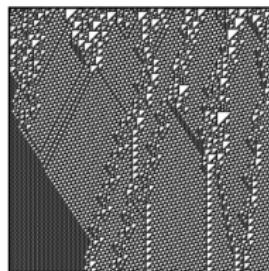
(a)



(b)



(c)



(d)

- ▶ Состояния в некоторый момент времени перестают изменяться (a)
- ▶ Циклически сменяемые состояния (b)
- ▶ Хаотические, самоподобные, состояния (c)
небольшое изменение начального состояния влечёт к значительному изменению последующих состояний
- ▶ Нерегулярные состояния (d)

Outline

Прошлые темы

Автомат

Клеточный автомат

Одномерные клеточные автоматы

Моделирование трафика

Двумерный клеточный автомат

Рост снежинок

Клеточный автомат Лэнгтона

Моделирование процессов в пространстве

Игра «Жизнь»

Муравей Лэнгтона

Модель газа на решётке (Lattice Gas models)

Outline

Прошлые темы

Автомат

Клеточный автомат

Одномерные клеточные автоматы

Моделирование трафика

Двумерный клеточный автомат

Рост снежинок

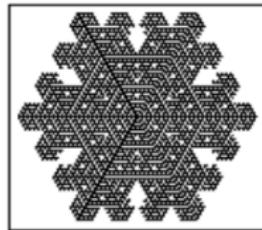
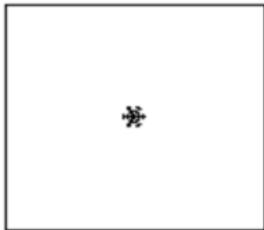
Клеточный автомат Лэнгтона

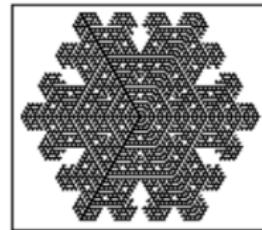
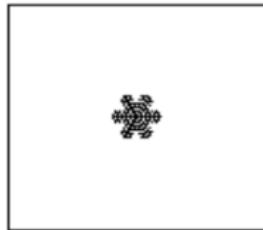
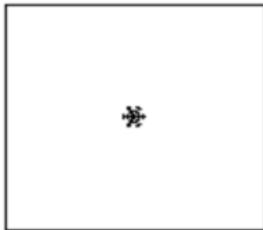
Моделирование процессов в пространстве

Игра «Жизнь»

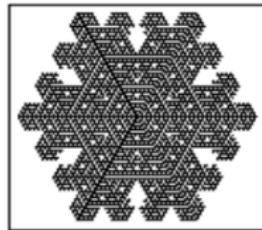
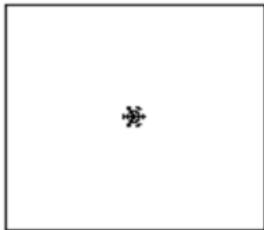
Муравей Лэнгтона

Модель газа на решётке (Lattice Gas models)





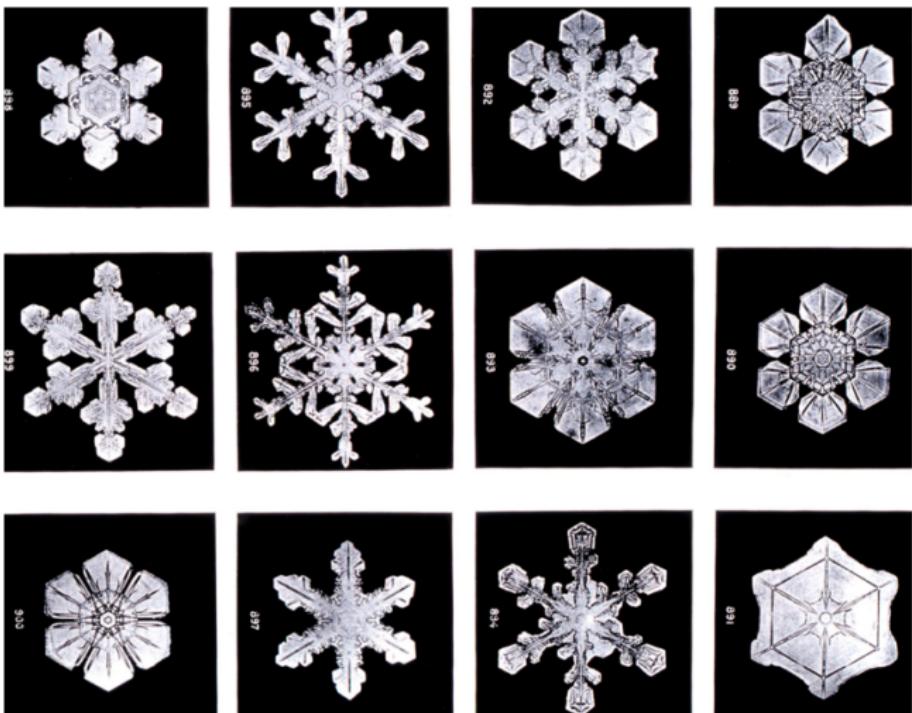
Что это?



Что это?

Модель снежинки

Снежинки



Снежинки на фотографиях Уилсона Бентли

Модель снежинки

- ▶ У снежинок множество форм
- ▶ Сложное микроскопическое поведение
- ▶ Простота описания роста
- ▶ Снежинка образуется вокруг одного кристаллика льда или пылинки
- ▶ Рост лучами под углом в 60 градусов к друг другу

см. фронтальный клеточный автомат

Outline

Прошлые темы

Автомат

Клеточный автомат

Одномерные клеточные автоматы

Моделирование трафика

Двумерный клеточный автомат

Рост снежинок

Клеточный автомат Лэнгтона

Моделирование процессов в пространстве

Игра «Жизнь»

Муравей Лэнгтона

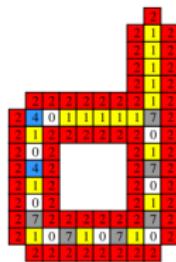
Модель газа на решётке (Lattice Gas models)

Клеточный автомат Лэнгтона

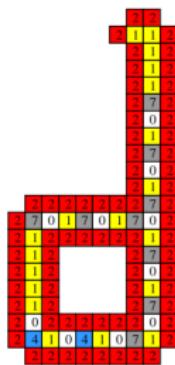
- ▶ Упрощенная версия имеет 8 состояний
- ▶ Самовоспроизводящиеся структуры
- ▶ Набор состояний этого автомата - это генетический код
- ▶ Автомат - концепция самовоспроизводящейся машины, однако непосредственно не имеет широкого применения.

wikipedia

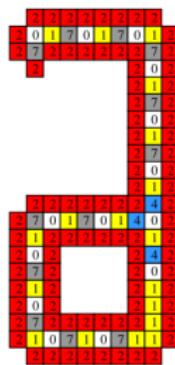
Клеточный автомат Лэнгтона



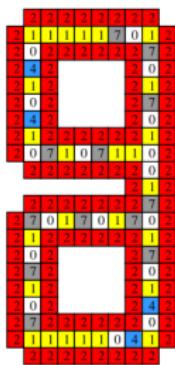
(time 0)



(time 35)



(time 75)



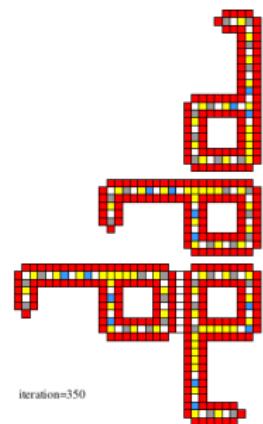
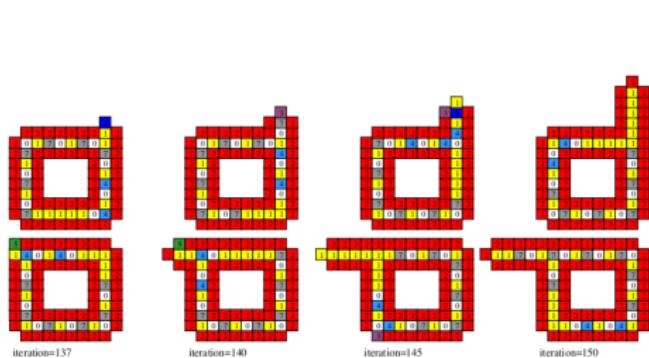
(time 125)

1 - канал

2 - мембрана

остальные наборы клеток двигаясь задают воспроизведение: рост канала и его поворот против часовой стрелки

Клеточный автомат Лэнгтона



<https://www.youtube.com/watch?v=2iDc4C6vbcc>

Клеточный автомат Лэнгтона

- ▶ Математическая модель воспроизведения
- ▶ Не биологическая модель, а механистическая
- ▶ Простой механизм воспроизводит простой механизм
- ▶ Эволюционирующая машина

Outline

Прошлые темы

Автомат

Клеточный автомат

Одномерные клеточные автоматы

Моделирование трафика

Двумерный клеточный автомат

Рост снежинок

Клеточный автомат Лэнгтона

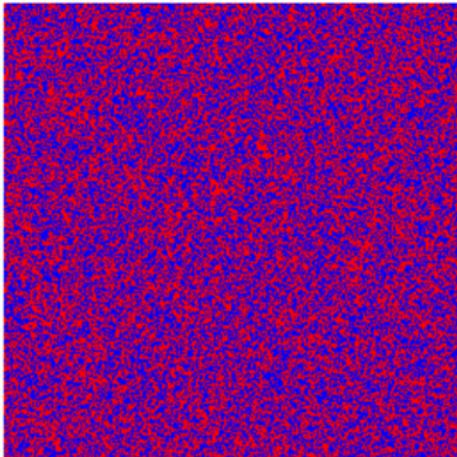
Моделирование процессов в пространстве

Игра «Жизнь»

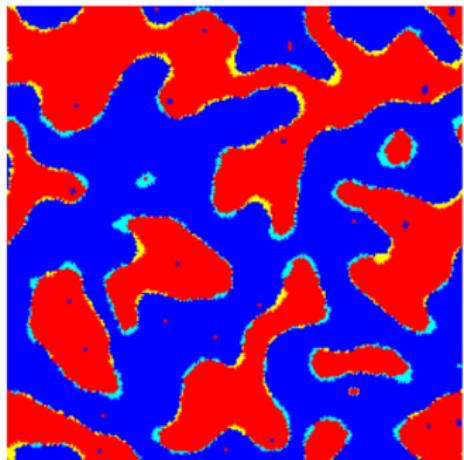
Муравей Лэнгтона

Модель газа на решётке (Lattice Gas models)

$\text{sum}_{ij}(t)$
 $s_{ij}(t+1)$



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 0 0 0 1 0 1 1 1 1



Дифференцировка клеток дрозофил

- ▶ В эмбрионе все клетки одинаковые
- ▶ В сформировавшемся организме - много различных клеток
- ▶ около 25 % клеток эмбриона превращаются в нервные клетки

Предполагаемый механизм воспроизведения

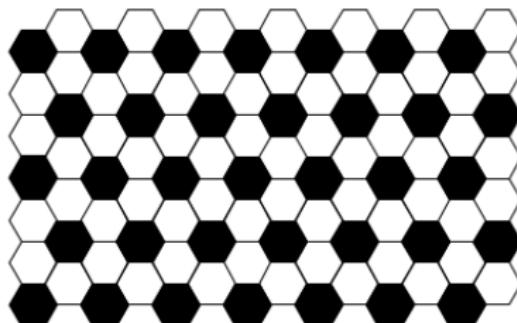
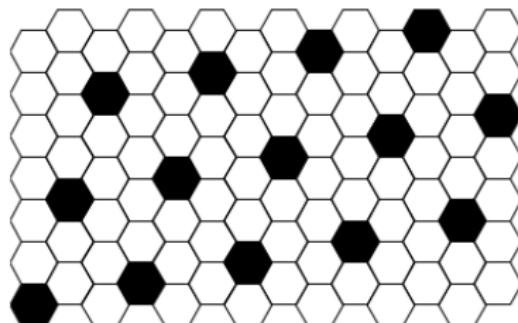
- ▶ клетки производят протеин
- ▶ в зависимости от концентрации протеина (выше или ниже порогового значения) клетка развивается по-разному
- ▶ Соседние клетки могут препятствовать производству протеина

Дифференцировка клеток дрозофил

- ▶ Двумерное пространство - шестиугранная сетка
- ▶ Ячейка - клетка
- ▶ Состояние (S) клетки
 - ▶ 0 - клетка не производит протеин
 - ▶ 1 - клетка производит протеин
- ▶ Клетка с состоянием $S = 0$ растёт (меняет состояние на 1) с вероятностью p_{grow} если состояние соседей - 0, иначе клетка не меняет состояния
- ▶ Клетка с состоянием $S = 1$ меняет своё состояние на 0 с вероятностью p_{decay} если рядом с ней есть хотя бы одна клетка с состоянием - 1, иначе клетка не меняет состояния

Дифференцировка клеток дрозофил

Автомат в процессе своей эволюции может прийти к двум возможным крайним состояниям (с соотношениями клеток $\frac{1}{7}$ и $\frac{1}{3}$):



- ▶ в среднем соотношение клеток с разными состояниями около 23%
- ▶ Значения p_{grow} и p_{decay} могут меняться в широком диапазоне

Возбудимая среда (excitable medium)

Возбудимая среда (excitable medium) - нелинейная динамическая система способная проводить волны различной природы, причём пространство через которое прошла волна становится недоступным для других волн на некоторое время.

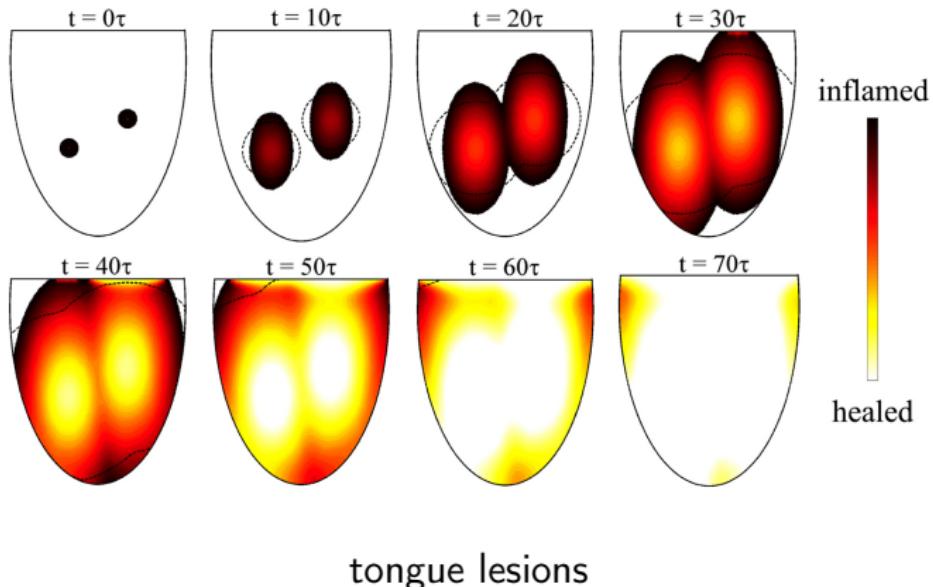
Лес - пример возбудимой среды. Пожар в лесу - волна. Выгоревшая часть леса в течении некоторого времени (пока не вырастут новые деревья) не способна провести волну нового пожара.

Другой пример - волны на стадионе.

[youtube.com/watch?v=I2tQ1PzxXKs](https://www.youtube.com/watch?v=I2tQ1PzxXKs)

Возбудимые среды моделируются с помощью дифференциальных уравнений с частными производными и клеточными автоматами.

Возбудимая среда (excitable medium)



The tongue as an excitable medium. Gabriel Seiden and Sofia Curland, March 2015

Модель распространения инфекции

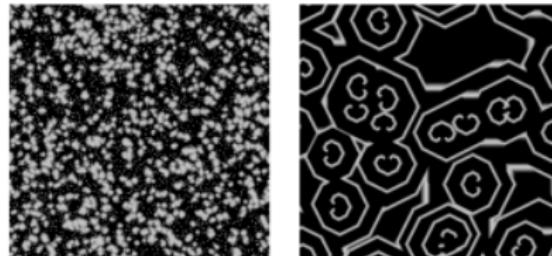
Состояния клеток

- ▶ не заражён
- ▶ заражён
- ▶ имеет иммунитет

Смена состояний

- ▶ заражён -> получил иммунитет
- ▶ имеет иммунитет -> не заражён
- ▶ не заражён -> заражён (если есть заражённые соседи)
- ▶ не заражён -> не заражён (если нет заражённых соседей)

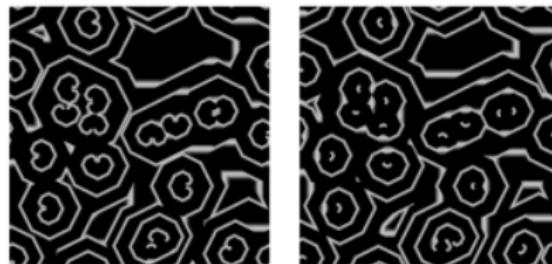
Greenberg-Hastings Model



t=5



t=110



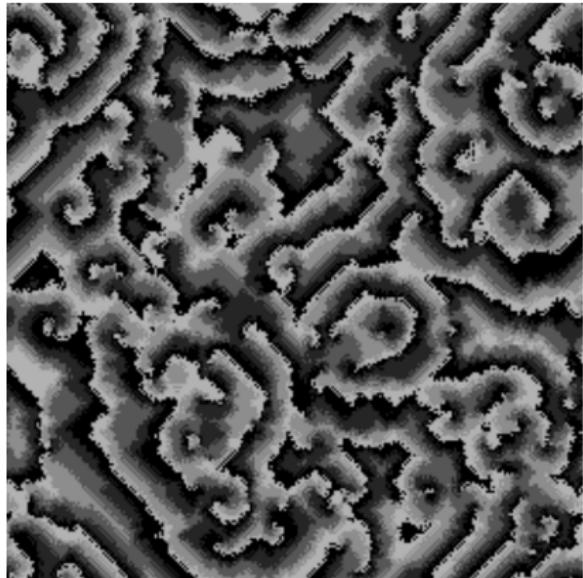
t=115



t=120

- ▶ моделирует возбудимую среду (excitable medium)
- ▶ $s = 0, 1, 2, \dots, n-1$
- ▶ нормальное состояние: $s = 0$;
- ▶ возбуждённое состояние $s = 1, 2, \dots, n/2$;

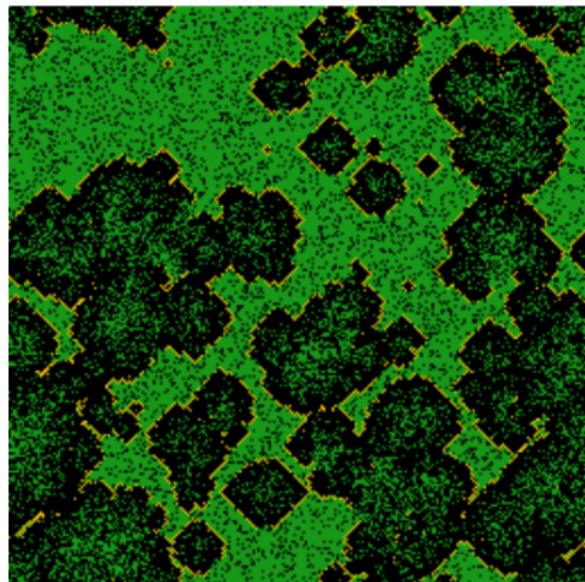
Химическая реакция Белусова-Жаботинского



- ▶ каждая клетка имеет состояние 0 или 1
- ▶ состояние изменяется по локальному (в клетке) таймеру
- ▶ Когда таймер достигает нуля состояние становится возбуждённым
- ▶ таймер сбрасывается на 3 для возбуждённой клетки которая имеет 2 или более 4 возбуждённых соседей в окрестности Мура
- ▶ Таймер уменьшается на 1 каждый шаг (если значения таймера больше нуля)

[youtube.com/watch?v=IBa4kgXI4Cg](https://www.youtube.com/watch?v=IBa4kgXI4Cg)

Лесной пожар



- ▶ Сгоревшие (на рисунке - зелёные) клетки с деревьями становятся пустыми
- ▶ Клетка начинает гореть если рядом есть как минимум одна горящая
- ▶ На пустом месте появляется деревья с вероятностью p
- ▶ Дерево загорается с вероятностью f (например из-за молнии) если рядом нет горящих деревьев

Outline

Прошлые темы

Автомат

Клеточный автомат

Одномерные клеточные автоматы

Моделирование трафика

Двумерный клеточный автомат

Рост снежинок

Клеточный автомат Лэнгтона

Моделирование процессов в пространстве

Игра «Жизнь»

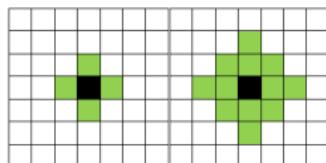
Муравей Лэнгтона

Модель газа на решётке (Lattice Gas models)

Окрестность клетки

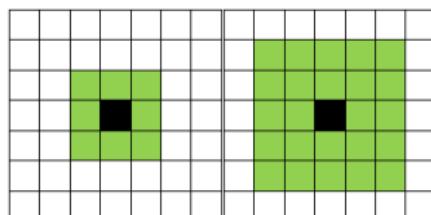
При переходе от одномерного случая к двумерному встаёт вопрос учёта соседних клеток

- ▶ Окрестность фон Неймана



Окрестности радиусом 1 и 2

- ▶ Окрестность Мура

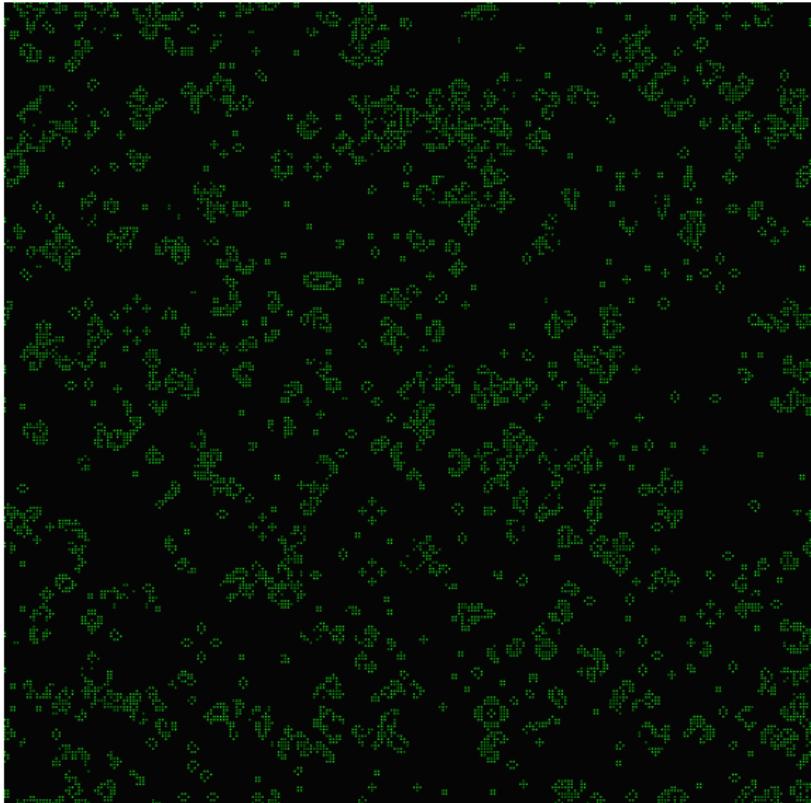


Окрестности радиусом 1 и 2

Границные условия

- ▶ Поле может замыкается на само себя (например квадратное поле может представлять на самом деле поверхность тора)
Границных клеток фактически нет.
- ▶ Границные клетки могут иметь фиксированное состояние
- ▶ Границные клетки могут изменять состояние периодически
- ▶ Границные клетки могут иметь случайное состояние

Игра «Жизнь»



pmav.eu/stuff/javascript-game-of-life-v3.1.1/

Игра «Жизнь»

- ▶ Каждая клетка может находиться в двух состояниях:
 - ▶ быть «живой» (заполненной)
 - ▶ быть «мёртвой» (пустой)
- ▶ Клетка имеет восемь соседей, окружающих её (окрестность Мура).
- ▶ Распределение живых клеток в начале игры называется первым поколением.

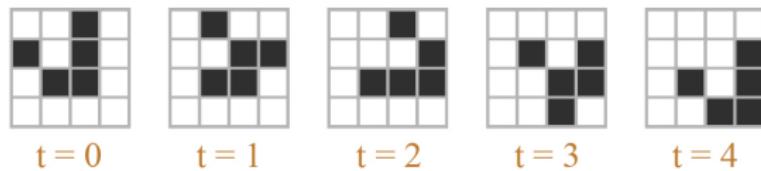
Игра «Жизнь»

Каждое следующее поколение рассчитывается на основе предыдущего по правилам:

- ▶ в пустой (мёртвой) клетке, рядом с которой ровно три живые клетки, зарождается жизнь;
- ▶ если у живой клетки есть две или три живые соседки, то эта клетка продолжает жить;
- ▶ в противном случае, если соседей меньше двух или больше трёх, клетка умирает («от одиночества» или «от перенаселённости»)

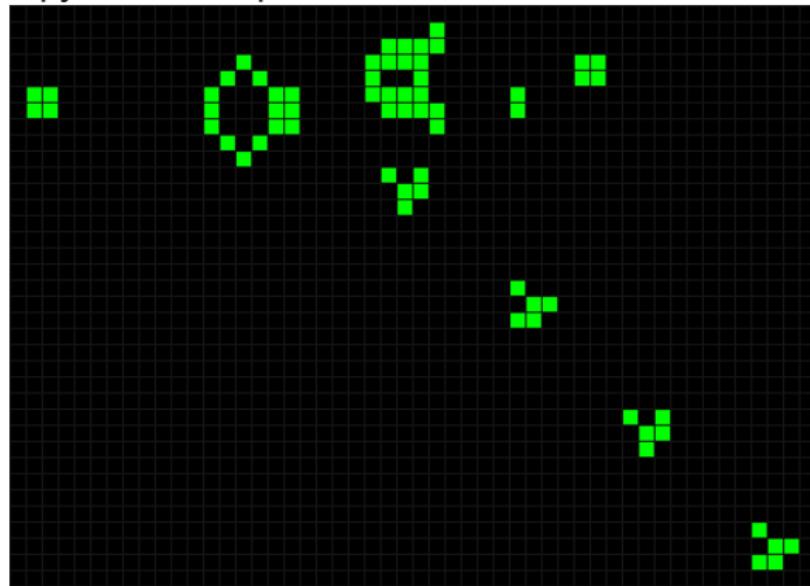
Игра «Жизнь»

Планер - конфигурация клеток способная перемещается в пространстве



Игра «Жизнь»

Планерное ружьё Госпера



youtube.com/watch?v=OSHgl1GPFro

- ▶ Стабильные структуры
- ▶ Структура - больше чем набор её элементов
- ▶ Подвижные структуры
- ▶ Структуры могут воспроизводить другие структуры
- ▶ Можно использовать как вычислительную машину

Outline

Прошлые темы

Автомат

Клеточный автомат

Одномерные клеточные автоматы

Моделирование трафика

Двумерный клеточный автомат

Рост снежинок

Клеточный автомат Лэнгтона

Моделирование процессов в пространстве

Игра «Жизнь»

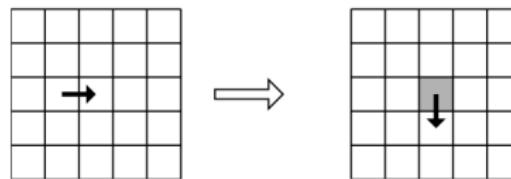
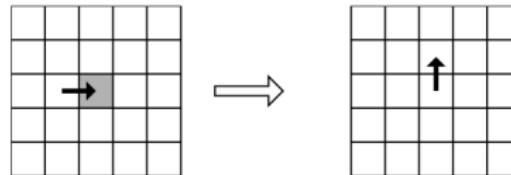
Муравей Лэнгтона

Модель газа на решётке (Lattice Gas models)

Муравей Лэнгтона

- ▶ Гипотетическое существо
- ▶ Муравей передвигающиеся по плоской сетке
- ▶ Простые правила передвижения
- ▶ Движение зависит от цвета ячейки на которой находится муравей.
- ▶ Муравей Лэнгтона - один из вариантов машины Тьюринга

Муравей Лэнгтона



- ▶ проходя закрашенную клетку муравей поворачивает влево, клетка становится белой
- ▶ проходя не закрашенную клетку муравей поворачивает направо, клетка становится закрашенной

Муравей Лэнгтона



$t=6900$



$t=10431$



$t=12000$

Муравей Лэнгтона

- ▶ Движение муравья задано
- ▶ Можно ли предсказать положение муравья в заданный момент времени?

Муравей Лэнгтона

- ▶ Движение муравья задано
- ▶ Можно ли предсказать положение муравья в заданный момент времени?
Да, но только если имитировать движение на всех предыдущих моментах времени
- ▶ Не существует аналитической формулы для получения координаты в заранее заданный момент времени

- ▶ Состояние и поведение некоторых динамических систем, даже если их поведение определяются простыми правилами, могут быть получено только после наблюдения или моделирования шаг за шагом...
- ▶ Количество вычислений для клеточного автомата (размером n на n), которые нужно проделать чтобы получить состояние в момент времени T :

$$n \cdot n \cdot T$$

- ▶ Однако многие системы периодически повторяют свою состояние, только с некоторым смещением (например состояние КА может быть точно таким же как и в начале
- ▶ Обычно состояния повторяются в моменты времени кратные 2 или (раскладывающиеся на суммы степеней 2)
- ▶ Моделирование таких систем занимает время $n \cdot n \cdot \log(T)$

Outline

Прошлые темы

Автомат

Клеточный автомат

Одномерные клеточные автоматы

Моделирование трафика

Двумерный клеточный автомат

Рост снежинок

Клеточный автомат Лэнгтона

Моделирование процессов в пространстве

Игра «Жизнь»

Муравей Лэнгтона

Модель газа на решётке (Lattice Gas models)

Модель газа на решётке (Lattice Gas models)

- ▶ LGA: Lattice Gas automata - это клеточный автомат, моделирующий газ или жидкость как набор отдельных частиц двигающихся вдоль рёбер решётки
- ▶ Столкновение и движение частиц такое же как и в макромире
- ▶ Дискретная молекулярная динамика

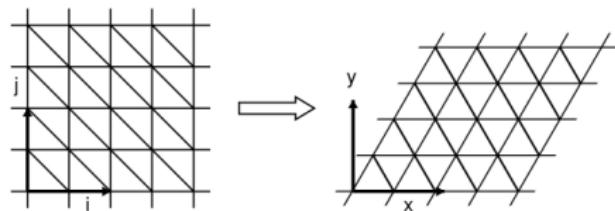
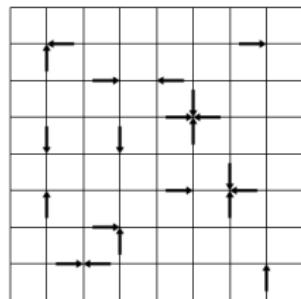
Модель газа на решётке (Lattice Gas models)

- ▶ Скорость частицы (v_i) может быть одо из конечного набора

Например Возможные значения скоростей для прямоугольной решётки: $v_1 = (1, 0)$, $v_2 = (0, 1)$, $v_3 = (1, 0)$, $v_4 = (0, 1)$

- ▶ Частица может переместится на расстояние Δx (в соседнее положение) за время Δt
- ▶ Значение скорости выбирается таким, что частица при своём движении должна переходить из одного узла решётки в другой

Модель газа на решётке (Lattice Gas models)



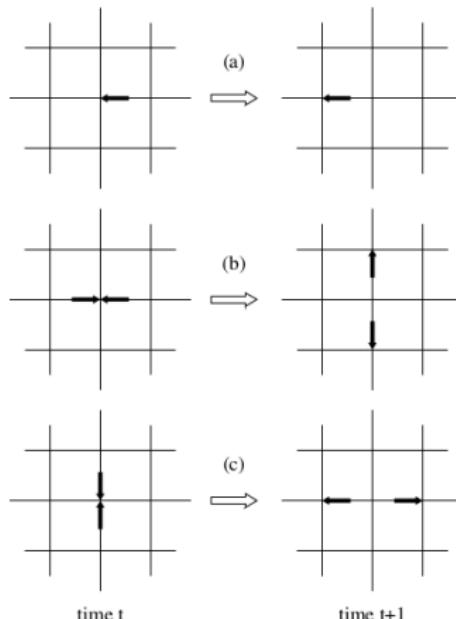
Решётка с четырьмя и шестью возможными направлениями
движения.

Модель газа на решётке (Lattice Gas models)

- ▶ состояние каждой клетки представлено числом $n_i(r, t)$
- ▶ $n_i(r, t) = 1$ если в клетку r вошла частица имеющая направление движения v_i
- ▶ $n_i(r, t) = 0$ если в клетка r пуста
- ▶ В одной клетке (и направлении) может быть только одна частица

Модели столкновения

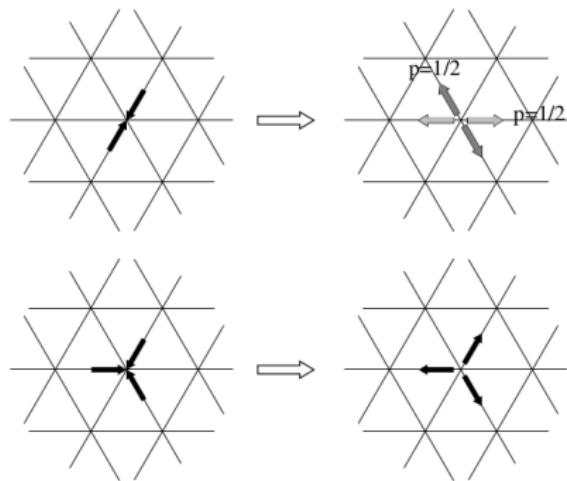
HPP: Hardy, Pomeau, de Pazzis, 1971: kinetic theory of point particles on the D2Q4 lattice



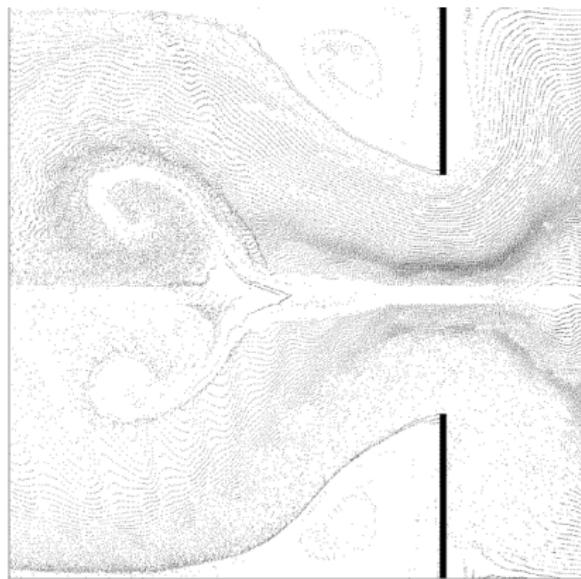
Законы сохранения количества вещества и количества движения
соблюдены

Модели столкновения

FHP: Frisch, Hasslacher and Pomeau, 1986: first LGA reproducing a (almost) correct hydrodynamic behavior (Navier-Stokes eq.)



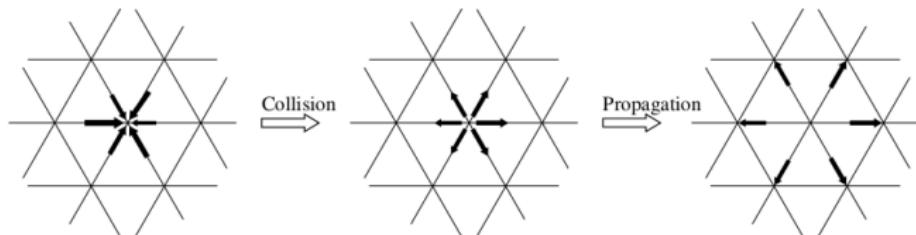
Flow past an obstacle (FHP)



Microdynamics of LGA

$n_i^{in} = n_i$ - число частиц двигающихся по направлению i к узлу
 n_i^{out} - число частиц двигающихся от узла

- ▶ n_i^{in} частиц сталкиваются в узле. Столкновение считается абсолютно упругим, частицы разлетаются в противоположные стороны
- ▶ Число выходящих из узла частиц n_i^{out} определяется с помощью оператора $i(n)$



Microdynamics of LGA

- ▶ Столкновение: $n_i^{out}(r, t) = n_i^{in}(r, t) +_i (n_i^{in}(r, t))$
- ▶ Разбегание: $n_i^{in}(r + v_i \Delta t, t + \Delta t) = n_i^{out}(r, t)$

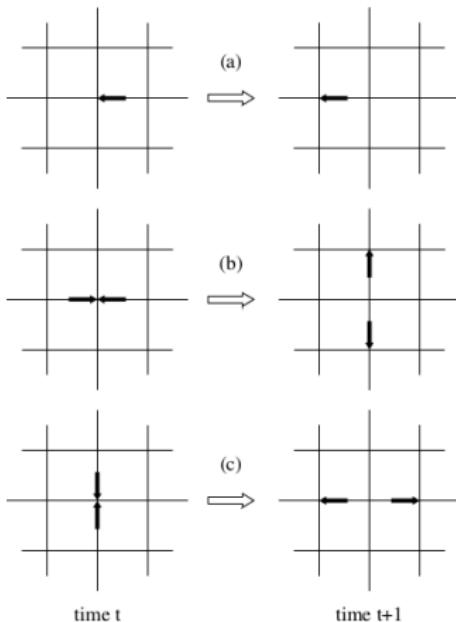
Всё вместе

$$n_i^{in}(r + v_i \Delta t, t + \Delta t) = n_i^{in}(r, t) + \Omega_i(n_i^{in}(r, t)) \quad (1)$$

$\Omega_i(n_i^{in}(r, t))$ - оператор столкновения

Если $\Omega_i(n_i^{in}(r, t))$ то столкновения не происходит.

Microdynamics of LGA



Microdynamics of LGA

Возможные значения скоростей для прямоугольной решётки:
 $v_1 = (1, 0)$, $v_2 = (0, 1)$, $v_3 = (1, 0)$, $v_4 = (0, 1)$

Приведём конкретный вид формулы (1):

$$n_i^{out} = n_i - n_i n_{i+2} (1 - n_{i+1}) (1 - n_{i+3}) + n_{i+1} n_{i+3} (1 - n_i) (1 - n_{i+2})$$

$$n_i(r) = n_i^{out}(r - v_i)$$

Использованы материалы курса Simulation and modeling of
natural processes
coursera.org/learn/modeling-simulation-natural-processes/

- ▶ Animations of cellular automata
- ▶ habr.com/post/273393 - Простейшие клеточные автоматы и их практическое применение
- ▶ habr.com/post/168291/

Ссылки

Материалы курса

github.com/ivtipm/computer-simulation