

# CH4 布林代數化簡

## 隨堂練習解答

### 4-1 代數演算法

P69

- 化簡  $XY + XY' + YZ + YZ'$

(解)  $XY + XY' + YZ + YZ' = XY + X\bar{Y} + YZ + Y\bar{Z} = X(Y + \bar{Y}) + Y(Z + \bar{Z}) = X + Y$

- 化簡  $\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + ABC$

(解)  $\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + ABC = \bar{A}B(\bar{C} + C) + AB(\bar{C} + C) = \bar{A}B + AB = B(\bar{A} + A) = B$

### 4-2 卡諾圖法

P74

- 試將布林式  $f(X, Y, Z) = \bar{X}\bar{Y}Z + \bar{X}YZ + X\bar{Y}\bar{Z} + XYZ$  以簡單的數字式來表示，即

$$f(X, Y, Z) = \sum(1, 3, 4, 7) = \prod(0, 2, 5, 6)$$

- 試將布林式  $f(A, B, C) = \prod(0, 3, 5, 7)$  以標準的和項之積(POS)式來表示，即

$$f(A, B, C) = (A + B + C)(A + \bar{B} + \bar{C})(\bar{A} + B + \bar{C})(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$$

P88

- 試在圖 e4-8 及圖 e4-9 卡諾圖中空白的方格表，填入相對應的最小項或數字編號。

AB	C	0	1
00			
01		$\bar{A}B C$	
11			
10	$A\bar{B}\bar{C}$		

圖 e4-8

AB	CD	00	01	11	10
00					
01				7	
11		12			
10		9			

圖 e4-9

解

$AB$	$C$	0	1
00	$\bar{A} \bar{B} \bar{C}$	$\bar{A} \bar{B} C$	
01	$\bar{A} B \bar{C}$	$\bar{A} B C$	
11	$A B \bar{C}$	$A B C$	
10	$A \bar{B} \bar{C}$	$A \bar{B} C$	

$AB$	$CD$	00	01	11	10
00	0	1	3	2	
01	4	5	7	6	
11	12	13	15	14	
10	8	9	11	10	

2. 試完成圖 e4-10 及圖 e4-11 卡諾圖方格的最佳圈選(圈愈大愈好、圈數愈少愈好，但圈的方格數以  $2^n$  格為原則)

$A$	$BC$	00	01	11	10
0			1		
1	1	1			1

圖 e4-10

$WX$	$YZ$	00	01	11	10
00	1				1
01	1				1
11	1	1			
10	1				1

圖 e4-11

$A$	$BC$	00	01	11	10
0			1		
1	1	1			1

$WX$	$YZ$	00	01	11	10
00	1				1
01	1				1
11	1	1			
10	1				1

3. 試將函數  $f(A, B, C) = \overline{ABC} + \overline{AB}\overline{C} + A\overline{BC} + A\overline{B}\overline{C} + AB\overline{C}$  化為最簡積項之和(SOP)式與最簡和項之積(POS)式。

(解)

		C	0	1
		AB	00	01
00	01	1		
			1	
11	10	1		
			1	1

最簡積項之和(SOP)式為  $f(A, B, C) = \overline{C} + A\overline{B}$ 

		C	0	1
		AB	00	01
00	01	1		(1)
			1	(1)
11	10	1		
			1	1

最簡和項之積(POS)式為  $f(A, B, C) = (A + \overline{C}) + (\overline{B} + \overline{C})$ 

4. 試將函數  $Y(A, B, C, D) = \sum(0, 1, 2, 5, 8, 14) + d(4, 10, 13)$  化為最簡 SOP 式與最簡 POS 式。

(解)

		CD	00	01	11	10
		AB	00	01	11	10
00	01	1	1			1
		X	1			
11	10		X			1
		1				(X)

最簡積項之和(SOP)式為  $Y(A, B, C, D) = \overline{B}\overline{D} + \overline{A}\overline{C} + ACD$ 

		CD	00	01	11	10
		AB	00	01	11	10
00	01	1	1	(1)		1
		X	1		(1)	
11	10		X			1
		1				(X)

最簡和項之積(POS)式為

$$Y(A, B, C, D) = (\overline{A} + \overline{D})(\overline{C} + \overline{D})(\overline{A} + \overline{B} + C)(A + \overline{B} + \overline{C}) \text{ 或}$$

$$Y(A, B, C, D) = (\overline{A} + \overline{D})(\overline{C} + \overline{D})(\overline{A} + \overline{B} + C)(A + \overline{B} + D)$$

### 4-3 組合邏輯電路化簡

P99

- 試寫出圖 e4-20、e4-21、e4-22 電路的最簡輸出布林式。

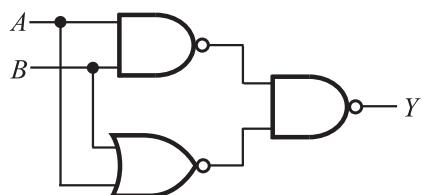


圖 e4-20

(解)  $Y = AB + A + B = A + B$

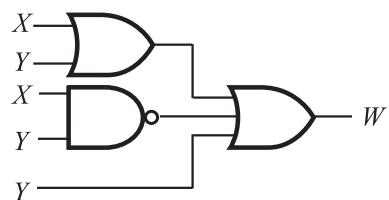


圖 e4-21

(解)  $W = X + Y + \bar{X} + \bar{Y} + Y = 1$

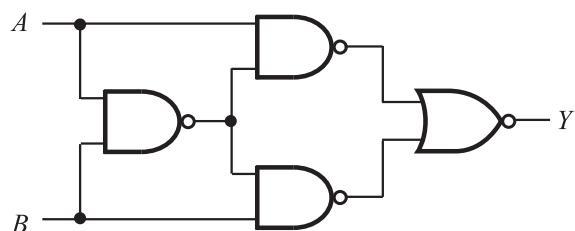


圖 e4-22

(解)  $Y = A(\bar{A} + \bar{B}) \cdot B(\bar{A} + \bar{B}) = 0$

### 4-4

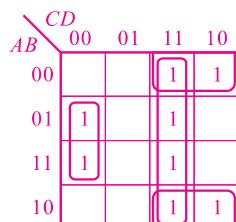
## 自我評量解答

課本 P100

## 一、選擇題

- 4-2 ( A )** 1. 試用卡諾圖，化簡  $f = \overline{ABCD} + ACD + BCD + \overline{ABC} + \overline{A}\overline{BCD} + \overline{A}\overline{BCD}$   
 $+ \overline{ABC}\overline{D} + AB\overline{C}\overline{D}$ ，其值為

- (A)  $CD + \overline{BC} + B\overline{CD}$       (B)  $AB + CD$   
 (C)  $A\overline{B} + C\overline{D} + A\overline{CD}$       (D)  $BC + B\overline{C} \overline{D}$  .

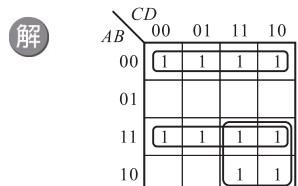


解

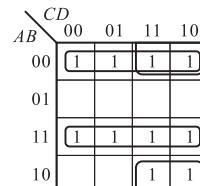
所以  $f$  之最簡式為  $CD + \overline{B}C + B\overline{C}\overline{D}$

- ( B ) 2. 布林函數  $f = AB + \overline{B}C + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + ABD + \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}$  的最簡式為

- (A)  $A + \overline{B} + CD$     (B)  $\overline{A}\overline{B} + AB + AC$     (C)  $\overline{A}\overline{B} + \overline{A}\overline{C}$     (D)  $AC + AB + \overline{C}\overline{D}$  °



圖(a)



圖(b)

圖(a)中， $f$ 之最簡式為  $\overline{AB} + AB + AC$ ；圖(b)中， $f$ 之最簡式為  $\overline{AB} + AB + \overline{BC}$ 。兩者皆為正確的最簡式。

- ( B ) 3. 表 P4-1 是一邏輯函數之真值表，以和項之積(POS)式可表示為

- (A)  $(A + B + \bar{C})(A + \bar{B} + \bar{C})(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + B + C)$   
 (B)  $(A + B + \bar{C})(A + \bar{B} + \bar{C})(\bar{A} + B + \bar{C})(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$   
 (C)  $(A + \bar{B} + \bar{C})(A + B + C)(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$   
 (D)  $(A + B + C)(A + B + \bar{C})(A + B + C)(\bar{A} + B + C)$

解 由表 P4-1 可得  $Y(A \cup B \cup C) = \Sigma(0, 2, 4, 6) = \pi(1, 3, 5, 7)$

所以，以和之積式可表示爲

$$Y = (A + B + \bar{C})(A + \bar{B} + \bar{C})(\bar{A} + B + \bar{C})(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$$

表 P4-1

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>Y</i>
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

而其最簡式為  $\bar{C}$ 。

	$A\backslash B$	00	01	11	10
$C$	0				
	1	0	0	0	0

- (B) 4. 若有一布林代數之輸入與輸出真值表如表 P4-2，請問布林函數  $f$  的最簡積項之和(SOP)式為何？

- (A)  $f(A, B, C) = A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B} + C$
- (B)  $f(A, B, C) = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B + C$
- (C)  $f(A, B, C) = A \cdot \bar{B} + \bar{C}$
- (D)  $f(A, B, C) = A \cdot \bar{B} + C$ 。

解 由真值表可得

	$A\backslash BC$	00	01	11	10
$A$	0		1	1	1
	1	1	1	1	

表 P4-2

輸入			
$A$	$B$	$C$	$f$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

- (B) 5. 有一布林函數  $F(A, B, C, D) = \Sigma(4, 6, 7, 12, 14, 15)$ ，化簡後可得函數  $F$  為  
 (A)  $B\bar{C} + B\bar{D}$  (B)  $BC + B\bar{D}$  (C)  $B\bar{C} + \bar{B}\bar{D}$  (D)  $BC + BD$ 。

解

	$A\backslash CD$	00	01	11	10
$B$	00				
	01	1	1	1	1
	11	1		1	1
	10				

所以  $F$  之最簡布林式為  $BC + B\bar{D}$ 。

- (C) 6. 試問布林式  $f(A, B, C, D) = (A + B + C + D) \cdot (A + B + C + \bar{D}) \cdot (A + B + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + B)$  之最簡式為何？  
 (A)  $B \cdot (A + C)$  (B)  $(A + \bar{B}) \cdot (A + B) \cdot (\bar{A} + \bar{C})$   
 (C)  $B \cdot (\bar{A} + \bar{C})$  (D)  $(A + B) \cdot (\bar{A} + B)$ 。

**解** 此題為 POS 式的化簡，一般而言，學生均較為陌生。

		CD	00	01	11	10
		AB	00	01	11	10
00	01	00	0	0	0	0
		01				
11	10	11		0	0	
		10	0	0	0	0

所以  $F$  之最簡 POS 式為  $B \cdot (\bar{A} + \bar{C})$ 。

( C ) 7. 布林代數式  $Y = \bar{A}\bar{C} + \bar{C}\bar{D} + A\bar{C} + \bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}D + \bar{A}BD$ ，經化簡後其最簡式為

- (A)  $Y = A + C$     (B)  $Y = A + B$     (C)  $Y = \bar{A} + \bar{C}$     (D)  $Y = \bar{A} + \bar{B}$ 。

		CD	00	01	11	10
		AB	00	01	11	10
00	01	00	1	1	1	1
		01	1	1	1	1
11	10	11	1	1		
		10	1	1		

▲圖(a)

圖(a)中， $Y$  之最簡 SOP 式為  $\bar{A} + \bar{C}$

		CD	00	01	11	10
		AB	00	1	1	1
00	01	00	1	1	1	1
		01	1	1	1	1
11	10	11	1	1		
		10	1	1		

▲圖(b)

圖(b)中， $Y$  之最簡 POS 式為  $\bar{A} + \bar{C}$ ，兩者剛好一樣。

( C ) 8. 邏輯函數  $f = A\bar{C}D + A\bar{B}C + A\bar{D} + AB\bar{C}$  的最簡積項之和(SOP)式為

- |                                       |  |
|---------------------------------------|--|
| (A) $A\bar{B} + A\bar{C} + AC\bar{D}$ | (B) $A\bar{B} + A\bar{C}$              |
| (C) $A\bar{B} + A\bar{C} + A\bar{D}$  | (D) $A(\bar{B} + \bar{C} + \bar{D})$ 。 |

**解**

		CD	00	01	11	10
		AB	00			
00	01	00				
		01				
11	10	11	1	1		1
		10	1	1	1	1

所以  $f$  之最簡 SOP 式為  $A\bar{B} + A\bar{C} + A\bar{D}$ 。

( C ) 9. 邏輯函數  $f(A, B, C, D) = \Sigma(0, 2, 8, 12, 13)$ ；則  $f$  之最簡布林代數式為

- |   |   |
|---|---|
| (A) $(A + C)(\bar{A} + \bar{B})(B + C)$             | (B) $(\bar{A} + \bar{C})(\bar{A} + B)(\bar{B} + C)$ |
| (C) $(\bar{A} + \bar{C})(A + \bar{B})(B + \bar{D})$ | (D) $(A + B)(B + \bar{D})(\bar{A} + C)$ 。           |

**解** 由於答案均為 POS 式，故

$$f(A, B, C, D) = \Sigma(0, 2, 8, 12, 13) = \pi(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 14, 15)$$

$AB$	$CD$	00	01	11	10
00		0	0		
01	0	0	0	0	
11			0	0	
10		0	0	0	

所以  $f$  之最簡 POS 式為  $(\bar{A} + \bar{C})(A + \bar{B})(B + \bar{D})$ 。

( C ) 10. 布林式

$$f = (A, B, C, D) = A'B'C'D + A'B'CD + A'BC'D + A'BCD + AB'C'D'$$

$+AB'CD' + ABC'D$ ，若以標準和項之積(POS)數字式表示  $f$ ，則下列何者為  $f$  的表示式？

- (A)  $\prod(1, 3, 5, 7, 8, 10, 13)$       (B)  $\prod(15, 13, 11, 9, 8, 6, 3)$   
 (C)  $\prod(0, 2, 4, 6, 9, 11, 12, 14, 15)$       (D)  $\prod(2, 3, 4, 6, 9, 11, 12, 14, 15)^\circ$

$$f(A, B, C, D) = A'B'C'D + A'B'CD + A'BC'D + A'BCD$$

$$+AB'C'D' + AB'CD' + ABC'D$$

$$= \Sigma(1, 3, 5, 7, 8, 10, 13)$$

$$= \Pi(0, 2, 4, 6, 9, 11, 12, 14, 15)$$

( C ) 11. 若  $f_1 = (A, B, C) = AB + \overline{A}C$ ， $f_2(A, B, C) = (A+B)(\overline{A}+C)$ ，則  $f_1 \oplus f_2$  之結果以標準積項之和式表示時，其結果為何？

- (A)  $\Sigma(0,5,6)$     (B)  $\Sigma(1,2,5,7)$     (C)  $\Sigma(1,2,5,6)$     (D)  $\Sigma(3,5,6,7)$  °

$$(1) f(A|B|C) \equiv AB + \bar{A}|C \equiv A\bar{B}\bar{C} + ABC + \bar{A}\bar{B}|C + \bar{A}BC \equiv \Sigma(6|7|1|3)$$

$$(2) f_2(A, B, C) = (A + B)(\bar{A} + C)$$

$$\equiv (A + B + C)(A + B + \bar{C})(\bar{A}$$

$$= \prod(0\,1\,4\,6) = \Sigma(2\,3\,5\,7)$$

當  $f \oplus f$  時，即  $f$  與  $f$  計

$m_7$ ), 剩下相異的項數(最小項  $m_1, m_2, m_5, m_6$ ), 所以  $f_1 \oplus f_2 = \sum(1, 2, 5, 6)$ 。

(B) 12. 布林函數  $f = (A, B, C, D) = \Sigma(1, 3, 7, 11, 15)$ ，另外  $f(A, B, C, D)$  尚有 3 個隨意項(don't care)分別為  $\bar{A} \bar{B} \bar{C} \bar{D}$ 、 $\bar{A} \bar{B} C \bar{D}$  與  $\bar{A} B \bar{C} D$ ，將  $f$  進行卡諾圖化簡後，下列何者不可能是其化簡後之結果？

- (A)  $CD + \bar{A}\bar{B}$  (B)  $CD + \bar{A}B$  (C)  $D(\bar{A} + C)$  (D)  $CD + \bar{A}D$ 。

**解** 依題意，其布林函數  $F(A, B, C, D) = \Sigma(1, 3, 7, 11, 15) + d(0, 2, 5)$ ，以卡諾圖化簡後得  $F(A, B, C, D) = CD + \bar{A}D = D(C + \bar{A})$  或  $F(A, B, C, D) = CD + \bar{A}\bar{B}$ ，故選項(B)  $CD + \bar{A}B$  非其化簡後之結果。

(A) 13. 若布林函數  $f = (A, B, C, D) = AD + B\bar{C} \bar{D} + ABC + \bar{A}B\bar{C}D$ ，則  $\bar{f}$  為下列何者？

- |  |  |
|--|--|
| (A) $\bar{A}\bar{B} + \bar{A}C + \bar{B}\bar{D}$ | (B) $\bar{A}\bar{D} + B\bar{D} + B\bar{C}$ |
| (C) $A\bar{C} + \bar{B}\bar{D} + B\bar{C}$       | (D) $CD + \bar{B}D + \bar{B}C$ 。           |

**解** 由於  $f(A, B, C, D) = AD + B\bar{C} \bar{D} + ABC + \bar{A}B\bar{C}D = \Sigma(4, 5, 9, 11, 12, 13, 14, 15)$ ，所以  $\bar{f}(A, B, C, D) = \Sigma(0, 1, 2, 3, 6, 7, 8, 10) = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}C + \bar{B}\bar{D}$

		CD	00	01	11	10
		AB	00	01	11	10
00			1		1	1
01			1	1		
11			1	1	1	1
10			1	1	1	1

(C) 14. 化簡布林代數  $f(A, B, C, D) = \bar{B} \cdot C \cdot \bar{D} + \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot D$  為最簡的和項之積(POS)式，可得下列何式？

- (A)  $f(A, B, C, D) = \bar{B} \cdot \bar{D} + \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot D$   
 (B)  $f(A, B, C, D) = (A + \bar{B}) \cdot (\bar{C} + \bar{D})$   
 (C)  $f(A, B, C, D) = (\bar{A} + \bar{B}) \cdot (\bar{C} + \bar{D}) \cdot (\bar{B} + D)$   
 (D)  $f(A, B, C, D) = (A + \bar{B}) \cdot (\bar{B} + \bar{D})$ 。

**解**  $f(A, B, C, D) = \bar{B}C\bar{D} + \bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{C}D = (\bar{C} + \bar{D})(\bar{B} + D)(\bar{A} + \bar{B})$

		CD	00	01	11	10
		AB	00	01	11	10
00			1	1		1
01			1		1	1
11			1	1	1	1
10			1	1	1	1

( A ) 15. 令  $d$  代表不睬條件(Don't Care) , 化簡

$$f = (X, Y, Z, W) = \sum(1, 3, 6, 7, 11, 15) + d(0, 2, 4, 5)$$

- 之結果為何 ?  
 (A)  $\bar{X} + ZW$     (B)  $\bar{X} + \bar{Z}\bar{W}$     (C)  $X + ZW$     (D)  $X + \bar{Z}\bar{W}$  。

**解**  $f(X, Y, Z, W) = \sum(1, 3, 6, 7, 11, 15) + d(0, 2, 4, 5) = \bar{X} + ZW$

$XY$	00	01	11	10
00	x	1	1	x
01	x	x	1	1
11			1	
10			1	

( D ) 16. 布林函數  $f(A, B, C) = (A \oplus B) \cdot C + A \cdot (B \oplus C)$  , 其中  $\oplus$  表示互斥或(XOR)運算。請

問下列何者為其積項之和(SOP)的最簡式 ?

- (A)  $\bar{A}C + \bar{B}C$     (B)  $(\bar{A} + C) \cdot (\bar{B} + C)$     (C)  $(\bar{A} + B) \cdot (\bar{B} + C)$     (D)  $\bar{A}B + \bar{B}C$  。

**解**  $f(A, B, C) = (A \oplus B) \cdot C + \bar{A} \cdot (B \oplus C) = \bar{A}BC + \bar{ABC} + \bar{ABC} + \bar{AB}\bar{C} = \bar{AB} + \bar{B}C$

( A ) 17. 如圖 P4-1 所示之邏輯電路 ,  $A$  、  $B$  、  $C$  、  $D$  四個輸入共有幾種組合會造成  $Y$  輸出為 1 的情況 ?  
 (A)6    (B)7    (C)8    (D)9 。

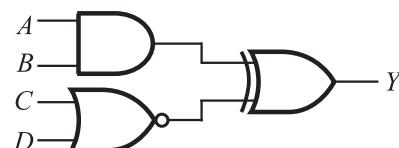


圖 P4-1

**解** (1)由電路可得  $Y = \overline{\overline{ABC} + \overline{D}} + ABC\overline{\overline{D}} = (\bar{A} + \bar{B})\overline{CD} + AB(C + D)$   
 $= \overline{ACD} + \overline{BCD} + ABC + ABD$

(2)

$AB$	00	01	11	10
00	1			
01	1			
11		1	1	1
10	1			

故  $Y$  輸出為 1 的情況共有 6 種。

(C) 18. 如圖 P4-2 所示之邏輯電路，輸出  $f$  與輸入  $A$ 、 $B$  的關係可表示為  $f(A,B) = ?$

- (A)  $\bar{A} + \bar{B}$  (B)  $\bar{A}\bar{B} + A\bar{B}$  (C)  $(\bar{A} + B)(A + \bar{B})$  (D)  $(A + B)(\bar{A} + \bar{B})$ 。

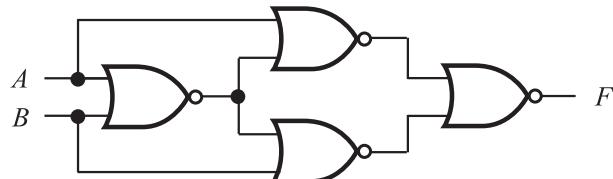


圖 P4-2

解 圖 P4-2 為常見的 XNOR 閘組合電路，故其布林式為

$$f(A,B) = A \odot B = AB + \bar{A}\bar{B} = (A + \bar{B})(\bar{A} + B)$$

(B) 19. 下列何者可以完成如圖 P4-3 所示之功能？

- (A)  $F(A,B,C) = \Sigma(1,3,5,7)$  (B)  $F(A,B,C) = \Sigma(0,2,4,6)$   
 (C)  $F(A,B,C) = \Pi(1,2,4,6)$  (D)  $F(A,B,C) = \Pi(0,1,3,5)$ 。



圖 P4-3

解 由於圖 P4-3 的輸出布林函數  $F = \bar{C}$  (只與  $C$  輸入有關，不論  $A$ 、 $B$  輸入為何----即與  $A$ 、 $B$  無關)，所以只有選項(B)符合圖 P4-3 的功能。

$$\begin{aligned} F(A,B,C) &= \Sigma(0,2,4,6) = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} \\ &= \bar{C}(\bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{B}) = \bar{C} \cdot 1 = \bar{C} \end{aligned}$$

(C) 20. 如圖 P4-4 所示之電路，以正邏輯來考慮，在何種條件下輸出  $Y = 1$ ？

- (A)  $A > B$  (B)  $A < B$  (C)  $A = B$  (D) 以上皆非。

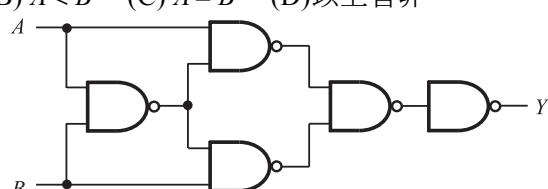
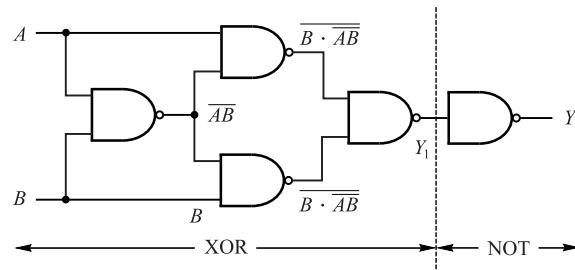


圖 P4-4

解 (1) 將圖 P4-4 分成二部分，其結構如下：



所以該電路為 XNOR 閘，當  $A = B$  時， $Y = 1$ ，具比較作用。

$$(2) Y_1 = \overline{\overline{A \cdot \overline{AB}} \cdot \overline{(B \cdot \overline{AB})}} = A \cdot \overline{AB} + B \cdot \overline{AB} = A(\overline{A} + \overline{B}) + B(\overline{A} + \overline{B}) = A\overline{B} + B\overline{A}$$

$$Y = Y_1 = \overline{AB} + AB = A \odot B$$

(D) 21. 如圖 P4-5 所示之電路， $A, B, C, D$  為輸入， $F$  為輸出， $U_1, U_2, U_3, U_4$  均為兩個輸入的反及閘(NAND)，則下列何者為  $f$  的邏輯式？

- (A)  $F = A' B' C' D'$
- (B)  $F = A' B' + C' D'$
- (C)  $F = (A + B + C + D)'$
- (D)  $F = AB + (CD)'$ 。

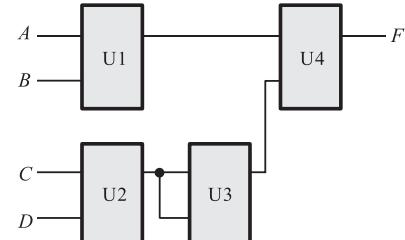
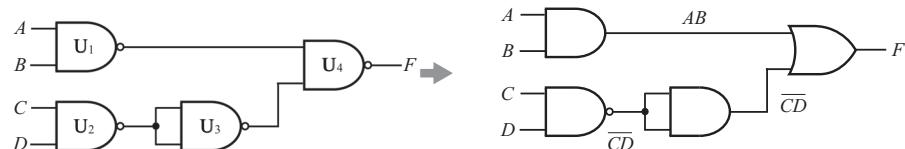


圖 P4-5

**解** 將  $U_1 \sim U_4$  均以兩輸入的 NAND 閘套入，電路如圖所示，故

$$F = AB + \overline{CD} = AB + (CD)'$$



(D) 22. 如圖 P4-6 所示之邏輯電路，其相當於下列哪一個邏輯閘之功能？

- (A) 一個 NAND 閘
- (B) 一個 NOR 閘
- (C) 一個 XOR 閘
- (D) 一個 XNOR 閘。

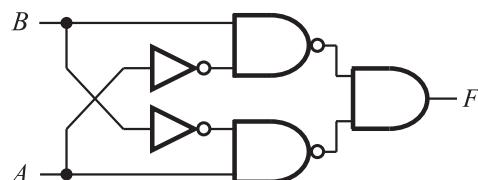


圖 P4-6

**解** 依電路可獲得  $F = \overline{\overline{A} \cdot B} \cdot \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} = (\overline{A} + \overline{B})(\overline{A} + B) = AB + \overline{AB} = A \odot B$   
故為一個兩輸入的 XNOR(反互斥或閘)

- (D) 23. 如圖 P4-7 所示電路，若假設電路內  $E$  點發生故障，固定為  $0V$ ，若要偵測此種故障，維修人員只能由  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  輸入信號，再由  $G$  點量測輸出信號，以判斷好壞，請問下列何種輸入測試向量( $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ )可測出  $E$  點固定為  $0V$  的故障？  
 (A)1100 (B)1000 (C)0010 (D)1010。

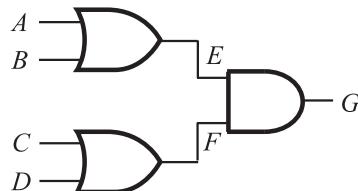


圖 P4-7

- 解 (1)(A)、(B)、(C)之輸入，皆會造成  $G = 0$ ，故無法測出  $E$  固定為  $0V$  的故障。  
 (2)只有(D)1010 之輸入，才能使  $G = 1$ ，(假設電路正常的話)，但實際上卻造成  $G = 0$ ，故可判斷出故障之處。

- (D) 24. 如圖 P4-8 所示電路，經量測結果如表 P4-3 所示，請判斷哪一個編號之邏輯閘故障？ (A) $U_1$  (B) $U_2$  (C) $U_3$  (D) $U_4$ 。

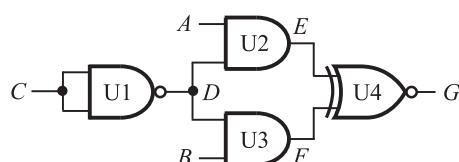
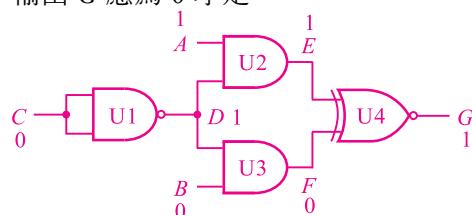


圖 P4-8

表 P4-3

接腳	$A$	$B$	$C$	$D$	$E$	$F$	$G$
邏輯狀態	1	0	0	1	1	0	1

- 解 將表格內的邏輯狀態套入電路中，可知  $U_4$  閘有故障，因為  $E = 1$ 、 $F = 0$ ，輸出  $G$  應為 0 才是



( A ) 25. 如圖 P4-9 之邏輯電路，下列何者為其真值表？

輸入		輸出
A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

輸入		輸出
A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

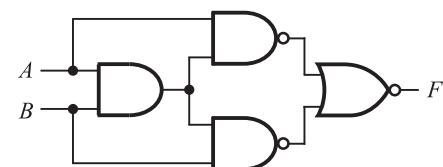
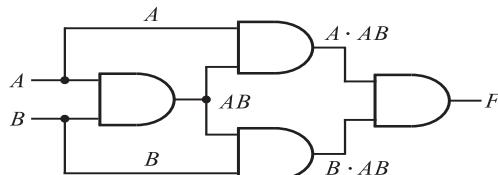


圖 P4-9

輸入		輸出
A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

輸入		輸出
A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	0

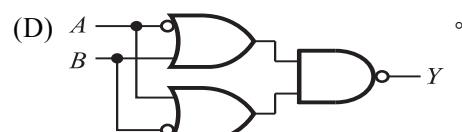
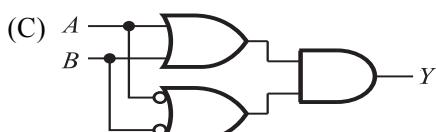
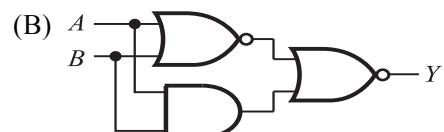
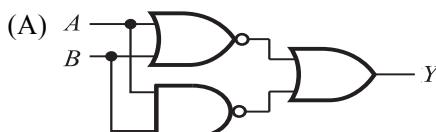
解 利用第摩根定理；將 NOR 閘轉換為先反相的 AND 閘；即  $\overline{A+B} = \overline{AB}$ ，所以原電路可簡化為



$$F = (A \cdot AB)(B \cdot AB) = AB \cdot AB = AB$$

所以其真值表為(A)選項。

( A ) 26. 以下四個組合邏輯電路，何者的真值表與其他三者不同？



解 (A)  $Y = \overline{A+B} + \overline{AB} = \overline{AB} + \overline{A} + \overline{B} = \overline{A} + \overline{B}$

$$(B) Y = \overline{\overline{A+B} + AB} = (A+B)(\overline{AB}) = (A+B)(\overline{A} + \overline{B}) = A\overline{B} + \overline{A}B$$

$$(C) Y = (A+B)(\overline{A} + \overline{B}) = A\overline{B} + \overline{A}B$$

$$(D) Y = \overline{(\overline{A} + B)(A + \overline{B})} = \overline{\overline{A} + B} + \overline{A + \overline{B}} = A\overline{B} + \overline{A}B$$

## 二、演算題

1. 化簡  $F(A,B,C,D) = \Sigma(2,3,8,10,12)$  為最簡 SOP 式。

解

		CD	00	01	11	10
	AB					
00					(1)	(1)
01						
11		(1)				
10		(1)				(1)

▲圖(a)

		CD	00	01	11	10
	AB					
00					(1)	(1)
01						
11		(1)				
10		(1)				(1)

▲圖(b)

圖(a)中， $F$  之最簡 SOP 式為  $\bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{D}$

圖(b)中， $F$  之最簡 SOP 式為  $\bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{B}\bar{C}\bar{D}$

2. 化簡  $f(W,X,Y,Z) = \Sigma(0,1,2,3,4,6,8,9,10,11,15)$  為最簡 SOP 式。

解

		YZ	00	01	11	10
	WX					
00		(1)	1	1		1
01		1				1
11					1	
10		1	1	1	1	1

所以  $f$  之最簡 SOP 式為  $\bar{X} + \bar{W}\bar{Z} + WYZ$ 。

3. 化簡  $f(A,B,C,D) = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + B\bar{C}D + \bar{A}\bar{C} + A$  最簡 SOP 式。

解

		CD	00	01	11	10
	AB					
00		(1)	1			
01		1	1			
11		(1)	(1)	1	1	1
10		(1)	(1)	1	1	1

所以  $f$  之最簡 SOP 式為  $A + \bar{C}$ 。

4. 化簡  $f(A,B,C,D) = \Sigma(1,2,5,6,9) + d(10,11,12,13,14,15)$  為最簡 SOP 式。

解

		CD	00	01	11	10
	AB					
00			1			
01				1		
11		x	x	x	x	x
10			1	x	x	x

所以  $f$  之最簡 SOP 式為  $\bar{C}D + C\bar{D}$ 。

5. 化簡  $f(W, X, Y, Z) = \prod(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 13, 15)$  為最簡 POS 式。

解

		CD	00	01	11	10
	AB	00	0	0		
00		0	0	0	0	
01		0	0	0	0	
11		0	0			
10		0	0			

所以  $f$  之最簡 SOP 式為  $(W + \bar{X})(W + \bar{Z})(\bar{X} + \bar{Z})(\bar{W} + X + Y)$ 。

6. 化簡  $f(A, B, C, D) = \prod(1, 3, 4, 5, 9, 13, 14, 15) + d(2, 6, 11)$  為最簡 POS 式。

解

		CD	00	01	11	10
	AB	00	0	0		
00		0	0			
01		0	0			
11		0	0	0		
10		0	x			

		CD	00	01	11	10
	AB	00	0	0		
00		0	0			
01		0	0			
11		0	0	0		
10		0	x			

圖(a)

		CD	00	01	11	10
	AB	00	0	0		
00		0	0			
01		0	0			
11		0	0	0		
10		0	x			

圖(c)

圖(b)

		CD	00	01	11	10
	AB	00	0	0		
00		0	0			
01		0	0			
11		0	0	0		
10		0	x			

圖(d)

圖(a)中， $f$  之最簡 POS 式為  $(\bar{A} + \bar{D})(B + \bar{D})(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$

圖(b)中， $f$  之最簡 POS 式為  $(\bar{A} + \bar{D})(B + \bar{D})(A + \bar{B} + C)(\bar{B} + \bar{C} + D)$

圖(c)中， $f$  之最簡 POS 式為  $(C + \bar{D})(B + \bar{D})(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})(A + \bar{B} + C)$

圖(d)中， $f$  之最簡 POS 式為  $(C + \bar{D})(B + \bar{D})(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})(A + \bar{B} + D)$

四者皆為最簡之 POS 式。

7. 試分別演算出圖 P4-10 ~ P4-13 組合邏輯電路的最簡布林式。

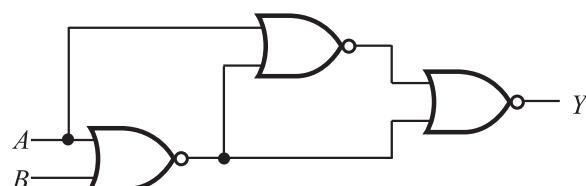
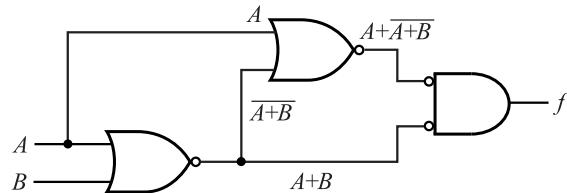


圖 P4-10

解



$$\text{所以 } Y = (A + \overline{A+B})(A + B) = (A + \overline{AB})(A + B) = A + AB = A$$

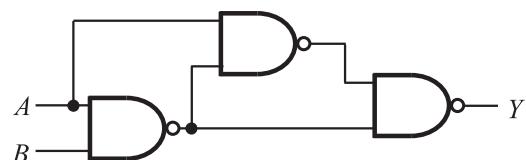
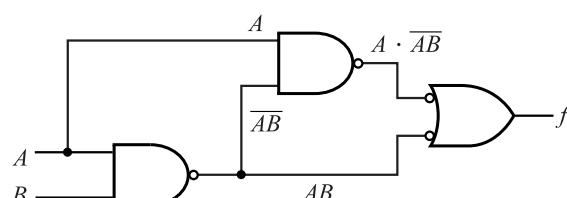


圖 P4-11

解



$$\text{所以 } Y = A \cdot \overline{AB} + AB = A(\overline{A} + \overline{B}) + AB = A\overline{B} + AB = A$$

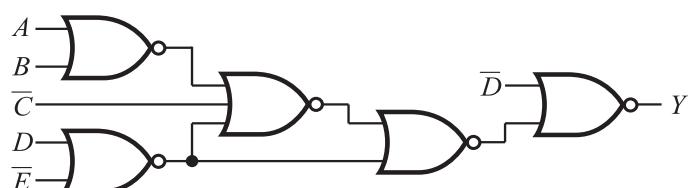
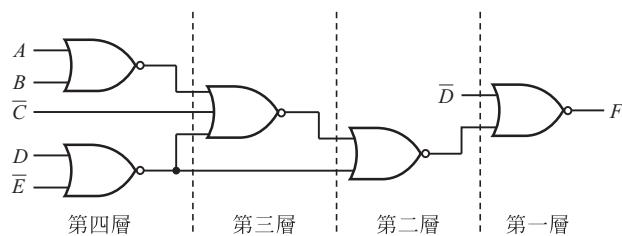
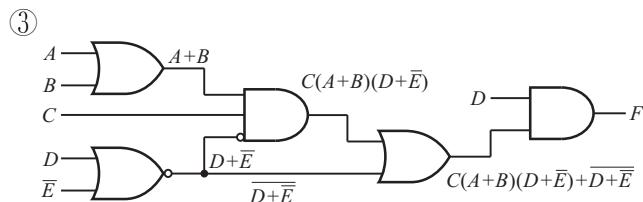
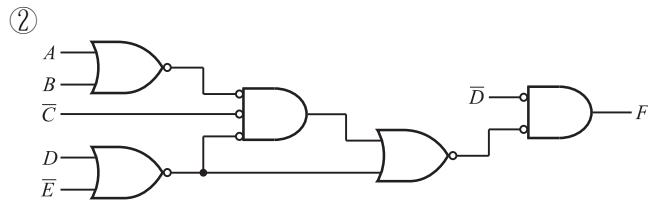


圖 P4-12

解 ①





$$\begin{aligned}
 ④ Y &= D(C(A+B)(D+\bar{E}) + \bar{D}+\bar{\bar{E}}) \\
 &= D(C(A+B)(D+\bar{E}) + \bar{D}E) \\
 &= D(ACD + BCD + ACE + BCE + \bar{D}E) \\
 &= ACD + BCD + ACDE + BCDE \\
 &= ACD(1 + \bar{E}) + BCD(1 + \bar{E}) = ACD + BCD
 \end{aligned}$$

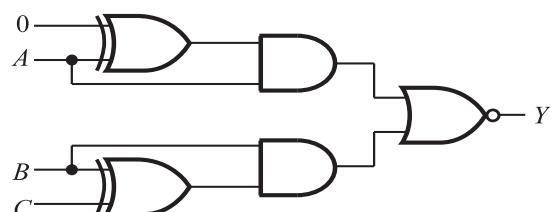
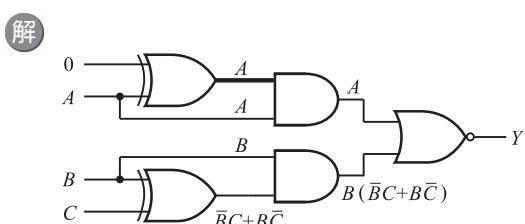


圖 P4-13



$$Y = \overline{A + B(\overline{B}C + BC)} = \overline{A + \overline{B}\overline{C}} = \overline{A} \overline{(\overline{B}\overline{C})} = \overline{A}(\overline{B} + C) = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}C$$

## 鍛鍊本解答 – 嚴選精華

- 4-2** 1. 設只有  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三個變數的情況下， $\bar{A}\bar{B}C$ 、 $A\bar{B}\bar{C}$ 、 $ABC$  均是標準積項或最小項。
2. 設只有  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三個變數的情況下， $(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$ 、 $(\bar{A}+\bar{B}+C)$ 、 $(A+\bar{B}+C)$  均是標準和項或最大項。
3. 積項之和(SOP)式  $f(A,B,C)=\bar{A}\bar{B}\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C+A\bar{B}\bar{C}+ABC$ ，若以數字來表示，則為  
 $f(A,B,C)=\Sigma(\underline{0,1,4,6})$
4. 和項之積(POS)式  $f(W,X,Y,Z)=(W+X+\bar{Y}+\bar{Z})(W+\bar{X}+\bar{Y}+\bar{Z})(\bar{W}+X+\bar{Y}+\bar{Z})$ ，若以數字式來表示，則為  $f(W,X,Y,Z)=\Pi(\underline{3,7,11})$
5. 標準 SOP 數字式與 POS 數字式的互換：  
 $f(A,B,C)=\Sigma(0,1,6,7)=\Pi(\underline{2,3,4,5})$
6. 卡諾圖畫圓圈圈有二個原則，一為圓圈愈大愈好，二為圓圈內的方格數愈多愈好（每 1 個圈需為  $2^N$  個方格數）。
7. 在許多組合邏輯電路的設計時，有些邏輯的狀態可以為邏輯 0，也以為邏輯 1，此種情況，稱為隨意項或不考慮項；在卡諾圖的方格中常填入“×”或“d”來表示。

## 鍛鍊本解答 – 大顯身手

### 課內題

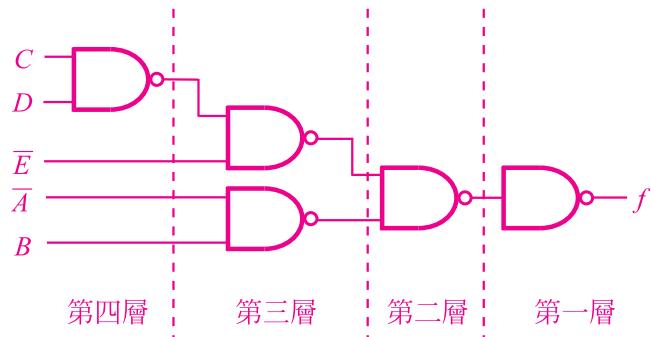
請參考自我評量解答的內容 P4-5 ~ 4-19。

## 課外題

### 一、精選題

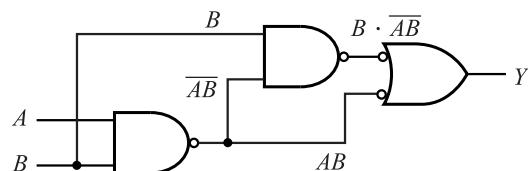
(B) 1. 如圖(1)所示之電路， $Y$ 的最簡式為

- (A)  $Y = A$  (B)  $Y = B$  (C)  $Y = A\bar{B} + \bar{A}B$  (D)  $Y = AB + \bar{A}\bar{B}$ 。



圖(1)

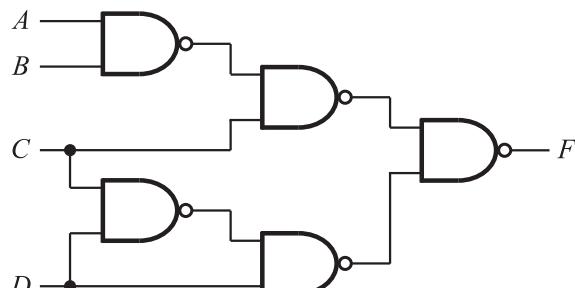
解 利用第摩根定理，將圖(1)改成



$$Y = B \cdot \overline{AB} + AB = B(\overline{A} + \overline{B}) + AB = \overline{AB} + AB = B$$

(B) 2. 綜合邏輯電路如圖(2)所示，其輸出  $F$  之表示為

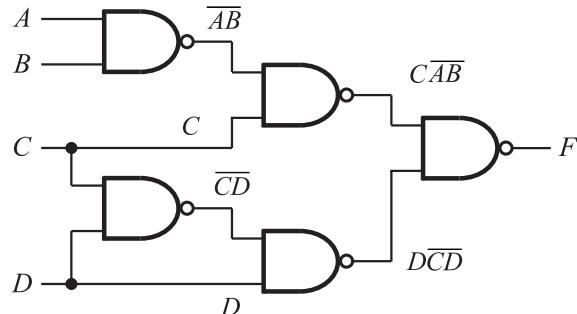
- |   |   |
|---|---|
| (A) $F = AC + \overline{BC} + C\bar{D}$ | (B) $F = \overline{A}C + \overline{BC} + \overline{CD}$ |
| (C) $F = A\bar{C} + B\bar{C} + CD$      | (D) $F = \overline{A}C + B\bar{C} + C\bar{D}$ 。         |



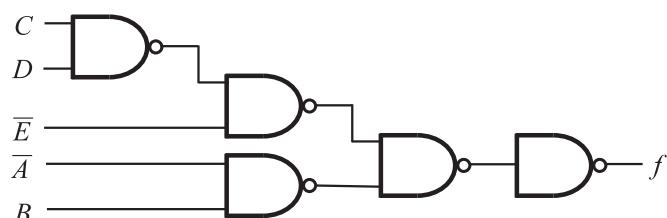
圖(2)

**解** 如圖所示，電路可化簡為

$$F(A, B, C, D) = C \cdot \overline{AB} + D \cdot \overline{CD} = C(\overline{A} + \overline{B}) + D(\overline{C} + \overline{D}) = \overline{A} C + \overline{B} C + \overline{C} D$$



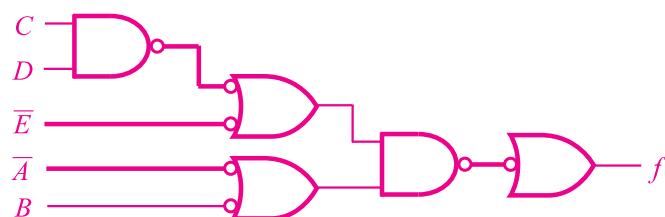
( C ) 3. 如圖(3)所示為一邏輯電路， $\bar{A}$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  及  $\bar{E}$  輸入端， $f$  為輸出端，則其函數  $f$  為



圖(3)

**解** 如下圖所示，電路可化簡為

$$f(A, B, C, D, E) = (A + \overline{B})(CD + E)$$



( B ) 4. 布林函數  $F(A, B, C, D) = (A + B + C' + D')(A + B' + C + D)(A' + B + C + D')$   
 $(A' + B' + C' + D)$  的最簡積之和(SOP)式為

- (A)  $A'C' + A'BC + AC'D' + ABC' + B'C'D$     (B)  $B'D' + A'C'D + ACD + ABC' + A'BC$   
 (C)  $BD + A'CD + AB'C + AC'D' + A'B'D$     (D)  $AC + A'BC + ACD + ABC' + A'C'D$ 。  
**解** 由於  $F(A, B, C, D) = \pi(3, 4, 9, 14)$ ，所以其最簡 SOP 式為：

解 由於  $F(A,B,C,D) = \pi(3,4,9,14)$ ，所以其最簡 SOP 式為：

$$(1) F(A,B,C,D) = BD + A'CD' + AC'D' + AB'C + A'B'C'$$

$AB$	$CD$	00	01	11	10
00	1	1			1
01		1	1		1
11	1		1	1	
10	1			1	1

$$(2) \overline{F(A,B,C,D)} = B'D' + A'C'D + ACD + ABC' + A'BC$$

		CD		
AB		00	01	11
00	1	1		1
01		1	1	1
11	1	1	1	
10	1		1	1

以上兩皆爲布林函數  $F$  的最簡 SOP 式。

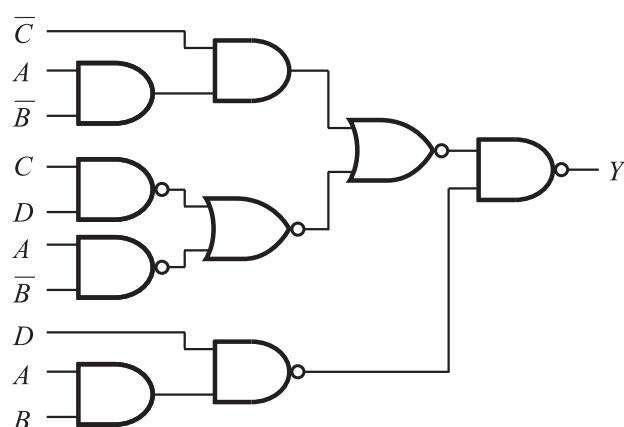
- (D) 5. 如圖(4)所示的電路，其輸出最簡 POS 式為何？

$$(A) A + \overline{C}D + \overline{B}D$$

(B)  $\overline{A} + C\overline{D} + B\overline{D}$

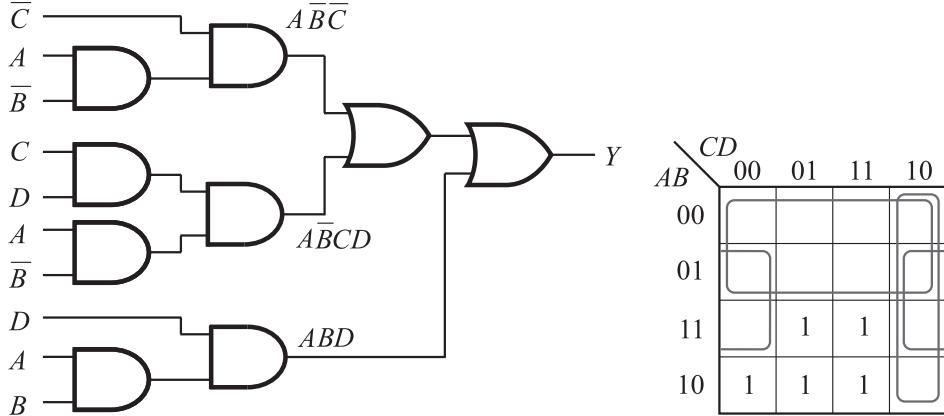
$$(C) \bar{A}(C + \bar{D})(B + \bar{D})$$

$$(D) A(\bar{C} + D)(\bar{B} + D) \circ$$



圖(4)

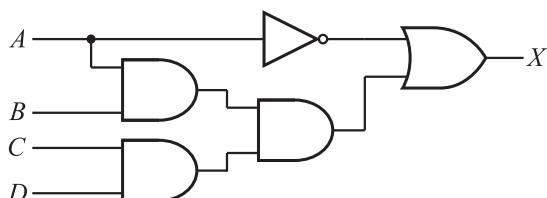
**解** 如下圖所示，電路可簡化為  $Y(A,B,C,D) = \overline{ABC} + \overline{ABCD} + ABD$ ，經卡諾圖化簡後的最簡 POS 式為  $Y(A,B,C,D) = A(\overline{C} + D)(\overline{B} + D)$



## 鍛鍊本解答 – 高手過招

(D) 1. 如圖(1)所示之邏輯電路，其簡化後之輸出布林代數為何？

- (A)  $X = \overline{AB} + C\overline{D}$       (B)  $X = B + \overline{A}CD$   
 (C)  $X = \overline{AB} + CD$       (D)  $X = \overline{A} + BCD$  。      【104 統測資電類】

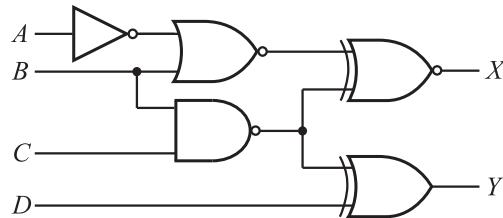


圖(1)

$$X = \overline{A} + ABCD = \overline{A} + \overline{A}BCD + ABCD = \overline{A} + BCD(\overline{A} + A) = \overline{A} + BCD$$

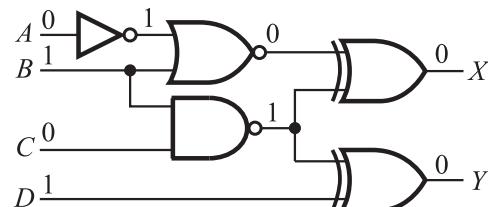
( A ) 2. 如圖(2)所示之電路，若  $A = 0, B = 1, C = 0, D = 1$ ，則

- (A)  $XY = 00$  (B)  $XY = 01$  (C)  $XY = 10$  (D)  $XY = 11$ 。 【104 統測資電類】



圖(2)

解 將  $A = 0, B = 1, C = 0, D = 1$  套入電路中，即可獲得  $XY = 00$



( B ) 3. X 表示任意項，利用圖(3)所示之卡諾圖，求簡化後之布林代數為何？

- (A)  $AB + BC$  (B)  $BC + \overline{CD}$  (C)  $B + \overline{CD}$  (D)  $AB + \overline{B}C$ 。

【104 統測資電類】

		$CD$	00	01	11	10
		$AB$	00	01	11	10
00	1		1	0	0	0
01	1		1	0	1	1
11	X		X	X	X	1
10	X		X	0	0	0

圖(3)

解

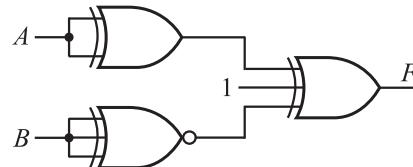
		$CD$	00	01	11	10
		$AB$	00	01	11	10
00	1		1	0	0	0
01	1		1	0	1	1
11	x		x	x	x	1
10	x		x	0	0	0

簡化後布林代數為  $BC + \overline{CD}$

(C) 4. 如圖(4)所示之邏輯電路，則輸出  $F$  的邏輯函數為何？

- (A)  $A \oplus B$  (B)  $A$  (C)  $B$  (D) 1。

【105 統測資電類】



圖(4)

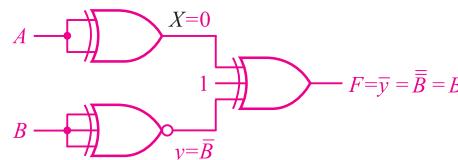
解 (1) XOR 閘的特性為"當有奇數個 1 輸入時，輸出方為 1"



(2) XNOR 閘的特性為"當有偶數個 1 輸入時，輸出方為 1"



(3)



(A) 5. 令  $d$  代表不睬條件(don't Care)，化簡  $F(X,Y,Z,W) = \Sigma(1,3,6,7,11,15)$

$+d(0,2,4,5)$  之結果為何？

【105 統測資電類】

- (A)  $\bar{X} + ZW$  (B)  $\bar{X} + \bar{Z} \bar{W}$  (C)  $X + ZW$  (D)  $F = BD + \bar{B} \bar{D}$ 。

解  $F(X,Y,Z,W) = \Sigma(1,3,6,7,11,15) + d(0,2,4,5) = \bar{X} + ZW$

$ZW$	00	01	11	10
00	x	1	1	x
01	x	x	1	1
11			1	
10			1	

(D) 6. 一布林代數  $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,2,5,7,8,10,13,15)$ ，下列何者為其化簡之結果？

- |                                |                                  |
|--------------------------------|----------------------------------|
| (A) $F = AD + \bar{A} \bar{D}$ | (B) $F = BD + \bar{B} \bar{D}$   |
| (C) $F = AC + \bar{A} \bar{C}$ | (D) $F = BD + \bar{B} \bar{D}$ 。 |

【105 統測資電類】

解

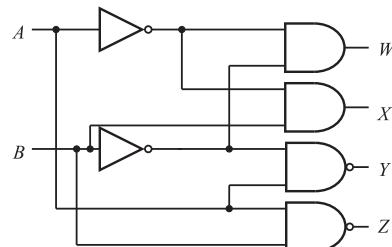
		CD	00	01	11	10
AB		00	1			1
00		1				
01			1	1		
11			1	1		
10		1				1

$$F(A,B,C,D) = \sum(0,2,5,7,8,10,13,15) = BD + \overline{BD}$$

- (D) 7. 如圖(5)所示之邏輯電路，若  $A = 0$ ，且  $B = 1$ ，則下列何者正確？

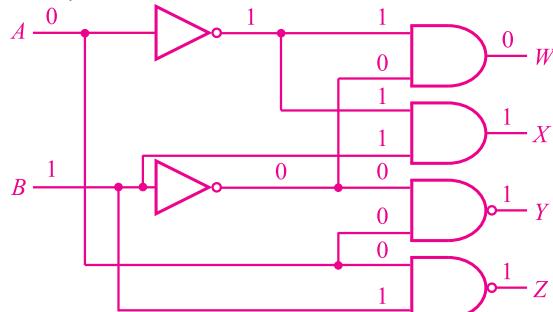
(A) $WXYZ = 0001$	(B) $WXYZ = 0011$
(C) $WXYZ = 0101$	(D) $WXYZ = 0111$ 。

【106 統測資電類】



圖(5)

**解** 如圖所示，當  $A = 0$ 、 $B = 1$  時，套入電路中，再依據基本邏輯閘(AND、NAND、NOT)的特性，就可獲得  $WXYZ = 0111$ 。



- (A) 8. 布林代數  $Y = f(A, B, C)$  其真值表如圖(6)，下列何者是圖(6)和之積(Product of Sum)的最簡式？

(A)  $(B + \bar{C})(\bar{A} + B)(A + \bar{B} + C)$   
 (B)  $(\bar{B} + C)(A + \bar{C})(\bar{A} + B + \bar{C})$   
 (C)  $(AB) + (BC) + (\overline{ABC})$   
 (D)  $(A\bar{C}) + (BC) + (\overline{ABC})$ 。 【107 統測資電類】

輸入			輸出
A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

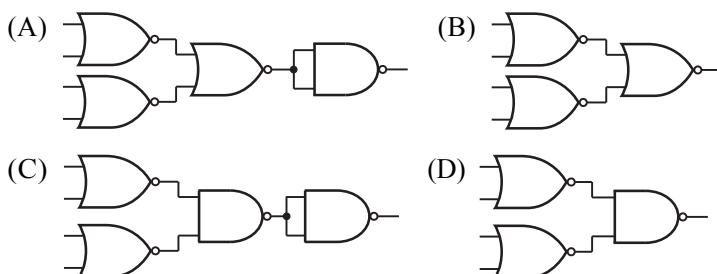
圖(6)

**解** 依真值表可獲得

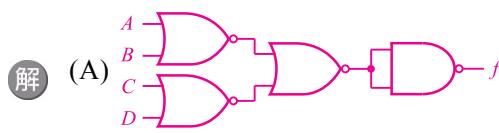
$$\begin{aligned} Y(A, B, C) &= \pi(1, 2, 4, 5) \\ &= (B + \bar{C})(\bar{A} + B)(A + \bar{B} + C) \end{aligned}$$

	C	0	1
AB	00	(0)	
	01	(0)	
	11		
	10	(0)	(0)

(C) 9. 一個四輸入的 NOR 閘與下列哪一個電路的邏輯等效？



【107 統測資電類】



(B)  $f = \overline{\overline{A+B} + \overline{C+D}} = (A+B)(C+D)$

(C)  $\begin{aligned} f &= \overline{\overline{A+B} \cdot \overline{C+D}} = \overline{\overline{A+B} + \overline{C+D}} \\ &= \overline{A+B+C+D} \end{aligned}$

(D)  $f = \overline{\overline{A+B} \cdot \overline{C+D}} = \overline{A+B} + \overline{C+D} = A+B+C+D$

(D) 10. 布林代數表示式  $AB + (\bar{A} + \bar{B})C + AB$  簡化後結果為下列何者？

- (A)  $AB$  (B)  $AB + \bar{C}$  (C)  $\overline{AB} + C$  (D)  $AB + C$ 。

【108 統測資電類】

**解**  $AB + (\bar{A} + \bar{B})C + AB = AB + \bar{A}C + \bar{B}C + AB = C + AB$

	BC	
A	00	01
0	1	1
1	1	(1)

- (D) 11. 布林代數表示式  $\overline{A + \overline{BC} + CD + \overline{BC}} = X$ ，下列何者為其積之和(SOP)的最簡式？

(A)  $X = A\bar{B} + CD$       (B)  $X = \bar{A}\bar{B}C + CD$   
 (C)  $X = \bar{A}\bar{B}C + D$       (D)  $X = \bar{A}\bar{B} + BC$  。      【108 統測資電類】

$$\begin{aligned} X &= \overline{A + \overline{B\bar{C}} + CD + \overline{BC}} = \overline{A} \cdot \overline{B\bar{C}} \cdot \overline{CD} + BC \\ &= \overline{A}\overline{B}\overline{C}(\overline{C} + \overline{D}) + BC = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + BC \end{aligned}$$

$= \overline{AB} + BC$				
$\quad\quad\quad CD$				
$AB$				
00	00	01	11	10
00				
01	1	1	1	1
11			1	1
10				

- ( B ) 12. 布林代數表示式  $A+BC$ ，若再使用卡諾圖簡化，可表示為下列何者？

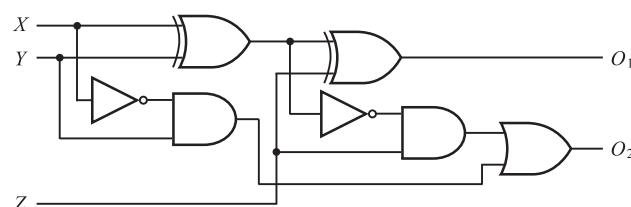
(A)  $BC + \bar{A}$     (B)  $CB + A$     (C)  $\bar{B}C + A$     (D)  $B\bar{C} + \bar{A}$ 。      [108 統測資電類]

$$\text{解 } A + BC = CB + A$$

$A$	$BC$	00	01	11	10
0				1	
1	1	1	1	1	1

- ( C ) 13. 已先測得圖(7)中所用到的 XOR、OR、AND、NOT 閘傳輸延遲分別為 25ns、8ns、5ns，若在時間  $t = 0$  的時候，X、Y、Z 同時輸入理想邏輯信號，則至少要多久時間後，同時去提取  $O_1$ 、 $O_2$  的值，才能得到電路完整運算結果？

(A)40ns (B)46ns (C)50ns (D)55ns。 [108 統測資電類]



圖(7)

**解** 依題意將 XOR、OR、AND、NOT 閘的傳輸延遲時間標註就可知：由 X 輸入至 Q1 輸出最為長的傳輸延遲時間，共需  $25\text{ns} + 25\text{ns} = 50\text{ns}$ ；所以，需  $50\text{ns}$  後提取  $O_1$ 、 $O_2$  的值才能獲得正確的運算結果。