

Jacobi

Calcola la soluzione di un sistema lineare $Ax = b$, con A matrice quadrata sparsa, utilizzando l'algoritmo di Jacobi.

Sintassi

```
x = jacobi(A,b)
x = jacobi(A,b,TOL)
x = jacobi(A,b,TOL,MAXITER)

[x,niter] = jacobi(A,b,TOL,MAXITER)

[x,niter,resrel] = jacobi(A,b,TOL,MAXITER)
```

Descrizione

- `x = jacobi(A,b)`: risolve il sistema di equazioni lineari $A*x = b$. A (matrice dei coefficienti) deve essere una matrice quadrata sparsa, b (vettore dei termini noti) deve essere un vettore colonna avente lo stesso numero di righe di A. La soluzione è corretta a meno un errore di troncamento e di un errore di round-off legato agli elementi che compongono la matrice A, che determinano il malcondizionamento o meno della matrice A, si consiglia di verificare che l'indice di condizionamento (`cond [1]`) sia una quantità piccola, nell'ordine delle decine o un suo sottomultiplo.
- `x = jacobi(A,b,TOL)`: usa TOL per determinare l'accuratezza della soluzione. Se non specificato, TOL=1e-6.
- `x = jacobi(A,b,TOL,MAXITER)`: usa TOL per determinare l' accuratezza della soluzione e MAXITER per fissare il numero massimo di iterazioni che l'algoritmo può compiere indipendentemente dal fatto che abbia trovato una soluzione accurata o meno. Se non specificati, TOL=1e-6 e MAXITER=500;
- `[x,niter] = jacobi(____)` : restituisce, oltre alla soluzione del sistema lineare, anche il numero di iterazioni eseguite per ottenere la soluzione con il grado di accuratezza richiesto.
- `[x,niter,resrel] = jacobi(____)` : restituisce, oltre alla soluzione del sistema lineare e il numero di iterazioni, anche il residuo relativo calcolato come $\text{norm}(b-A*x)/\text{norm}(b)$.

Esempi

Soluzione di un sistema lineare con A sparsa

```
A = sparse([2 0 9 1; 6 -1 -5 0; 0 0 1 0; -2 1 0 6]);
b = [6; -1; -10; 1];

x = jacobi(A,b)
```

```
x = 4x1
    78.2499
   520.5003
  -10.0000
  -60.5001
```

Soluzione di un sistema lineare con A sparsa, visualizzazione del numero di iterazioni

```
A = sparse([2 0 9 1; 6 -1 -5 0; 0 0 1 0; -2 1 0 6]);  
b = [6; -1; -10; 1];  
  
[x,niter] = jacobi(A,b)
```

```
x = 4x1  
    78.2499  
   520.5003  
   -10.0000  
   -60.5001  
niter = 66
```

Soluzione di un sistema lineare con A sparsa, visualizzazione del residuo relativo

```
A = sparse([2 0 9 1; 6 -1 -5 0; 0 0 1 0; -2 1 0 6]);  
b = [6; -1; -10; 1];  
  
[x,niter,resrel] = jacobi(A,b)
```

```
x = 4x1  
    78.2499  
   520.5003  
   -10.0000  
   -60.5001  
niter = 66  
resrel = 9.6396e-05
```

Argomenti di input

A - Matrice dei coefficienti (Matrice di reali, sparsa, dimensione NxN)

Matrice dei coefficienti del sistema lineare da risolvere. La matrice A deve essere una matrice sparsa contenente numeri reali. La matrice A deve essere ben condizionata, cioè deve avere un indice di condizionamento piccolo (`cond(A) [1]`), per poter ottenere una soluzione accurata indipendentemente dal numero massimo di iterazioni e dalla tolleranza richiesta.

Esempio : `spdiags(rand(n,1),0,n,n);`

Data Types : `single` | `double`

b - Vettore dei termini noti (Array di reali di dimensione N)

Vettore dei termini noti, deve essere un vettore colonna avente lo stesso numero di righe della matrice A.

Esempio : `[2 3 4]'`;

Esempio : `[2; 3; 4]'`;

Data Types : single | double

TOL - Accuratezza (reale)

Valore di tolleranza per il calcolo della soluzione x. Il valore di default è 1e-6.

Nota: il risultato potrebbe non raggiungere il livello di accuratezza desiderato a causa del raggiungimento del limite massimo di iterazioni o di errori dovuti al malcondizionamento della matrice A.

Parametro facoltativo.

Esempio : 1e-5;

Data Types: double

MAXITER - Limite iterazioni (integer)

Numero massimo di iterazioni. Il valore di default è 500.

Parametro facoltativo.

Data Types: integer

Argomenti di output

x - Soluzione del sistema (Array di double di dimensione N)

Soluzione del sistema di equazioni tale che $Ax = b$. Tale soluzione è corretta a meno di un errore dovuto al malcondizionamento della matrice A.

Data Types : single | double

niter - Numero di iterazioni eseguite (integer)

Numero di iterazioni eseguite dall'algoritmo per ottenere la soluzione con l'accuratezza specificata

Data Types : integer

resrel - residuo relativo (reale)

Residuo relativo della soluzione, calcolato come $\frac{\|b - Ax\|}{\|b\|}$.

Data Types : single | double

Errori e Warning

La funzione restituisce errore nei seguenti casi:

- La matrice A non è quadrata;
- La matrice A non è sparsa ;
- La matrice A contiene valori non validi (Inf o NaN);
- La matrice A contiene uno o più zeri sulla diagonale;
- La dimensione di b non coincide con quella di A;
- Il vettore b contiene valori non validi (Inf o NaN);
- Il valore di TOL non è valido (Inf o NaN);
- Il valore di MAXITER non è valido (Inf o NaN);

La funzione stampa un warning nei seguenti casi:

- Il valore specificato per TOL è minore di eps. TOL viene posto uguale a $1e-6$;
- Il valore specificato per TOL è maggiore 1;
- Il valore specificato per MAXITER è molto piccolo ;
- Il valore specificato per MAXITER è molto grande;
- Il numero di iterazioni effettuate dall'algoritmo è uguale a MAXITER.

Riferimenti

[1] Matlab Documentation, <https://it.mathworks.com/help/matlab/ref/cond.html>

Autore

Gabriele Previtera