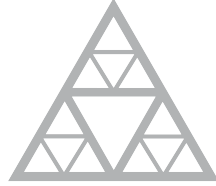


exclamation !



École des Ponts

ParisTech

École des Ponts ParisTech

2015-2016

Rapport de stage long (fractionné)

Joao Guilherme CALDAS STEINSTRÆSSER

Élève en double diplôme - Ingénierie Mathématique et Informatique
(IMI)

Modèle d'adaptation de maillage à des surfaces et
variables physiques appliqué à des problèmes de la
mécanique des fluides

Stage réalisé au sein de l'équipe CARDAMOM - Inria Bordeaux Sud-Ouest

200 Avenue de la Vieille Tour, 33405 Talence, France

Juillet - Décembre 2015

Maître de stage : Mme Cécile DOBRZYNSKI

Méthode de décomposition de domaine appliquée à la
résolution de modèles non linéaires et/ou dispersifs pour la
propagation des ondes

Stage réalisé à MERIC / Inria Chile

Avenida Apoquindo 2827, piso 12 - Las Condes – Santiago, Chile

Mars - Août 2016

Maître de stage : M. Antoine ROUSSEAU

Fiche de synthèse 1

- Type de stage : stage long fractionné
- Année : 2015-2016
- Auteur : CALDAS STEINSTRAEISSER, Joao Guilherme
- Formation 2ème année : IMI
- Titre du rapport : Modèle d'adaptation de maillage à des surfaces et variables physiques appliqué à des problèmes de la mécanique des fluides
- Organisme d'accueil : Équipe Cardamom - Inria Bordeaux Sud-Ouest
- Pays d'accueil : France
- Responsable de stage : Cécile DOBRZYNSKI
- Mots-clés : adaptation de maillage, méthode d'éléments finis

Fiche de synthèse 2

- Type de stage : stage long fractionné
- Année : 2015-2016
- Auteur : CALDAS STEINSTRAESSER, Joao Guilherme
- Formation 2ème année : IMI
- Titre du rapport : Méthode de décomposition de domaine appliquée à la résolution de modèles non linéaires et/ou dispersifs pour la propagation des ondes
- Organisme d'accueil : Marine Energy Research & Innovation Center (MERIC) / Inria Chile
- Pays d'accueil : Chili
- Responsable de stage : Antoine ROUSSEAU
- Mots-clés : méthode de décomposition de domaine, conditions aux limites transparentes, équation de KdV, équations de Serre

Table des matières

Introduction	15
--------------	----

Remerciements

Je voulais d'abord remercier à Inria et à MERIC pour me permettre de réaliser ces deux stages et pour me donner la certitude que je veux poursuivre une carrière dans la recherche scientifique.

Dans l'équipe de Bordeaux, je voulais remercier Cécile Dobrzynski et Mario Ricchiuto pour m'accueillir au sein de leur équipe et de m'orienter au long de tout le stage, en m'aidant à surmonter mes difficultés et à gagner de la confiance en mon travail. Merci aussi à Léo Nouveau pour avoir la patience et pour dédier un peu du temps de travail dans sa thèse pour m'expliquer d'aspects mathématiques et numériques fondamentaux pour mon projet.

Au Chili, je tiens à remercier Antoine Rousseau pour les enseignements, l'enthousiasme, le travail au quotidien, les conversations au métro de Santiago, l'amitié. À José Galaz pour son aide indispensable à mon travail et pour être un exemple à admirer, ayant une telle expérience même étant si jeune, et à Rodrigo Cienfuegos pour tout le support. À Meric pour l'enthousiasme avec mon travail, et à toute l'équipe de Meric et d'Inria Chile pour les sourires de tous les jours. Un mot spécial à Claude Puech pour avoir permis la concrétisation de mon aller à Santiago. Finalement, un merci beaucoup au Chili pour être un pays si beau et si réceptif.

Résumé

Ce rapport est divisé en deux parties, correspondant aux deux stages réalisés en année de césure.

Le sujet du premier stage, réalisé à Inria Bordeaux, consiste dans l'étude et l'implémentation de méthodes d'adaptation de maillage, envisageant leur application à la résolution de problèmes de la mécanique des fluides.

Le modèle d'adaptation considéré est basé exclusivement sur le mouvement des points du maillage, sans l'ajout ou suppression de noeuds ni la modification de sa connectivité (les relations de voisinage). L'objectif de cette adaptation est de concentrer les noeuds sur des régions du domaine où un raffinement plus grand est nécessaire (par exemple, dans les voisinages d'un objet ou dans les régions où la vitesse du fluide présente des forts gradients), en permettant des calculs plus précis avec le même coût computationnel.

On commence par la présentation des aspects théoriques du modèle et ensuite on l'implémente, en utilisant une méthode d'éléments finis. Une bibliothèque en C a été développée au long du stage afin de permettre l'incorporation du modèle à des codes pour la mécanique des fluides, en deux et trois dimensions. On présente plusieurs tests réalisés pour la validation du modèle et de la bibliothèque, bien comme pour valider le couplage entre l'adaptation à des surfaces et l'adaptation à des variables physiques.

Le deuxième stage, réalisé au Chili (MERIC/Inria Chile), a eu comme principal objectif l'étude et l'implémentation de méthodes de décomposition de domaine (DDMs), appliquées à des modèles de propagation des ondes.

On présente d'abord l'étude de deux de ces modèles, l'équation de KdV et les équations de Serre, qui prennent en compte des phénomènes non linéaires et dispersives. Pour les deux modèles, on propose et valide une résolution numérique avec une méthode de *splitting*, en séparant les termes d'advection et les termes de dispersion.

Ensuite, on présente le contenu concernant les méthodes de décomposition de domaine, appliquées à une équation dispersive (l'équation de KdV linéarisée sans le terme d'advection). On fait initialement une étude des conditions aux limites transparentes pour cette équation, et on propose et valide des approximations simples pour ces conditions, qui sont ensuite utilisées comme conditions à l'interface entre les sous-domaines lors de l'implémentation d'une DDM. Un processus d'optimisation est réalisé permettant l'obtention de la méthode avec la convergence la plus rapide vers la solution du problème calculée dans le monodomaine.

Mots-clé : adaptation de maillage, méthode d'éléments finis, méthode de décomposition de domaine, conditions aux limites transparentes, équation de KdV, équations de Serre

Abstract

This report is divided in two parts, corresponding to the two half-year internships realized in 2015-2016.

The content of the first stage, made in Inria Bordeaux, consists in the study and implementation of mesh adaptation methods, looking for its application to the resolution of fluid mechanics problems.

The mesh adaptation method considered here is based exclusively in the movement of mesh points, without adding or suppressing any nodes neither modifying their connectivity (their neighbourhood relationships). The objective of such adaptation is to concentrate the nodes in the regions where a higher refinement is necessary (for example, around an object or in the regions where the fluid's velocity has strong gradients), allowing more precise computations with the same computational cost.

We start by presenting the theoretical aspects of the model and then we implement it, using a finite element method. A C library was developed during the internship, in order to allow the incorporation of the model to fluid mechanics codes, in two and three dimensions. We present many tests performed to validate the model and the library, and also to validate the coupling between the adaptation to surfaces and the adaptation to physical variables.

The second internship, which took place in Chile, (MERIC/Inria Chile), had as main objective the study and implementation of domain decomposition methods (DDMs), applied to wave propagation models.

We firstly present the study of two among these models, the KdV equation and the Serre equations, which consider nonlinear and dispersive phenomena. For both models, we propose and validate a numerical resolution with a splitting method, separating the advection terms from the dispersion terms.

Then, we present the content concerning the domain decomposition methods, applied to a dispersive equation (the linearized KdV equation without the advection term). We present initially a study of the transparent boundary conditions for this equation, and we propose and validate simple approximations for these conditions, which are used as interface conditions in the implementation of a DDM. An optimization process is performed in order to obtain the method with the fastest convergence toward the solution of the monodomain problem.

Keywords : mesh adaptation, finite elements method, domain decomposition method, transparent boundary conditions, KdV equation, Serre equations

Introduction

Ce rapport de stage est divisé en deux parties, correspondant aux deux stages qui ont composé mon année de césure. Malgré les différentes thématiques abordées dans chacun d'eux, et le fait d'avoir été réalisés dans des différents pays, ils ont plusieurs points en commun.

La caractéristique commune la plus remarquable est que les deux stages se sont déroulés dans des domaines de la recherche en mathématiques appliquées. Plusieurs motivations m'ont guidé vers cette direction : des expériences précédentes (ayant déjà travaillé dans des projets d'initiation à la recherche scientifique au Brésil), l'étude poursuivie à l'ENPC (les cours du département d'Ingénierie Mathématique et Informatique, le contact avec des professeurs chercheurs, des visites à des centres de recherche) et la carrière en recherche que j'envisage dans mon futur professionnel.

Ces raisons m'ont conduit naturellement à un stage à Inria, dans son centre de recherche à Bordeaux. Le bon déroulement de ce premier stage m'a motivé à continuer à travailler dans le contexte de l'Inria, et je suis allé à Santiago, au Chili, pour travailler à MERIC, un centre de recherche en énergie marine qui travaille en partenariat avec la Fundación Inria Chile.

Aussi en conséquence des mes expériences au Brésil et à l'ENPC, et des mes motivations futures, les sujets des deux stages sont liés à la résolution numérique de problèmes de la mécanique des fluides. Par ailleurs, dans les deux stages j'ai travaillé sur des aspects mathématiques et numériques, même que dans des différentes proportions.

Néanmoins, malgré ces points communs, les sujets des deux stages ne sont pas directement liés. Ainsi, afin de rendre plus claire et organisée la contenu des deux travaux, ils sont présentés dans ce rapport dans des parties séparées.