Aula 01 - Sistemas de Numeração

Prof. João Fernando Mari

joaof.mari@ufv.br

Roteiro

- O Sistema Decimal
- O Sistema Binário
- Conversão entre Binário e Decimal
  - Inteiros
  - Frações
- Notação Octal
- Notação Hexadecimal

O Sistema Decimal

- Sistema Baseado nos Dígitos Decimais
  - **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**

- O que o número 83 significa?
  - Significa 8 vezes 10 mais 3.
  - **83 = (8 x 10) + 3**

- O número 4728 significa...
  - 4 milhares, 7 centenas, 2 dezenas mais 8
  - **4728 = (4 x 1000) + (7 x 100) + (2 x 10) + 8**
    - ou ainda:
  - **4728 = (4 x 1000) + (7 x 100) + (2 x 10) + (8 x 1)**

O Sistema Decimal

- O sistema decimal é dito possuir base 10
  - Cada número é multiplicado por 10 elevado a uma potencia correspondente a posição do digito
  - **$83 = (8 \times 10^1) + (3 \times 10^0)$**
  - **$4728 = (4 \times 10^3) + (7 \times 10^2) + (2 \times 10^1) + (8 \times 10^0)$**

- O mesmo principio vale para números decimais fracionários
  - São utilizados potências negativas de 10
  - **$0{,}256 = (2 \times 10^{-1}) + (5 \times 10^{-2}) + (6 \times 10^{-3})$**

- Um número composto por parte inteira e parte fracionária
  - **$472{,}256 = (4 \times 10^2) + (7 \times 10^1) + (2 \times 10^0) + (2 \times 10^{-1}) + (5 \times 10^{-2}) + (6 \times 10^{-3})$**

O Sistema Decimal

Universidade Federal de Viçosa

- Para a representação decimal do número
  - **$X = \{ d_2d_1d_0,d_{-1}d_{-2}d_{-3} \}$**
    - d = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9
- O valor de X é
  - **$X = \sum_i(d_i \times 10^i)$**

O Sistema Binário

- Sistema Decimal
  - 10 dígitos diferentes usados para representar números com uma base 10

- Sistema Binário
  - Apenas 2 dígitos: 1 e 0
  - Representados com a base 2

- É comum incluir a base do número em subscrito para evitar confusão
  - **83_{10} e 4728_{10}** → números decimais

- Os dígitos 1 e 0 em notação binária possuem o mesmo significado como quando em notação decimal
  - **$0_2 = 0_{10}$**
  - **$1_2 = 1_{10}$**

O Sistema Binário

- Assim como na notação decimal,
  - cada digito de um número binário possui um valor dependendo de sua posição.
  - $\mathbf{10_2 = (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0) = 2_{10}}$
  - $\mathbf{11_2 = (1 \times 2^1) + (1 \times 2^0) = 3_{10}}$
  - $\mathbf{100_2 = (1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (0 \times 2^0) = 4_{10}}$

- Valores de frações são representadas com potências negativas da base
  - $\mathbf{1001{,}101_2 = 2^3 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-3} = 8 + 1 + 0{,}5 + 0{,}125 = 9{,}625_{10}}$

O Sistema Binário

- Para a representação binária do número
  - $\mathbf{Y = \{ b_2 b_1 b_0 , b_{-1} b_{-2} b_{-3} \}}$
    - b = 0 ou 1
- O valor de Y é
  - $\mathbf{Y = \sum_i (b_i \times 2^i)}$

Convertendo entre Binário e Decimal

- Binário para Decimal **(MUITO SIMPLES)**
  - Multiplique cada digito pela potência de 2 apropriada e some os resultados.
  - *Exemplos anteriores!!!*

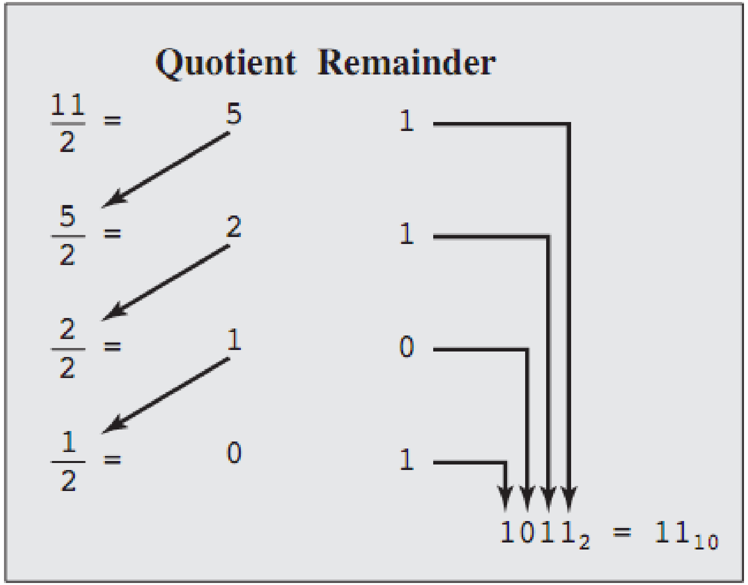
Convertendo entre Binário e Decimal

UFV
Universidade Federal de Viçosa

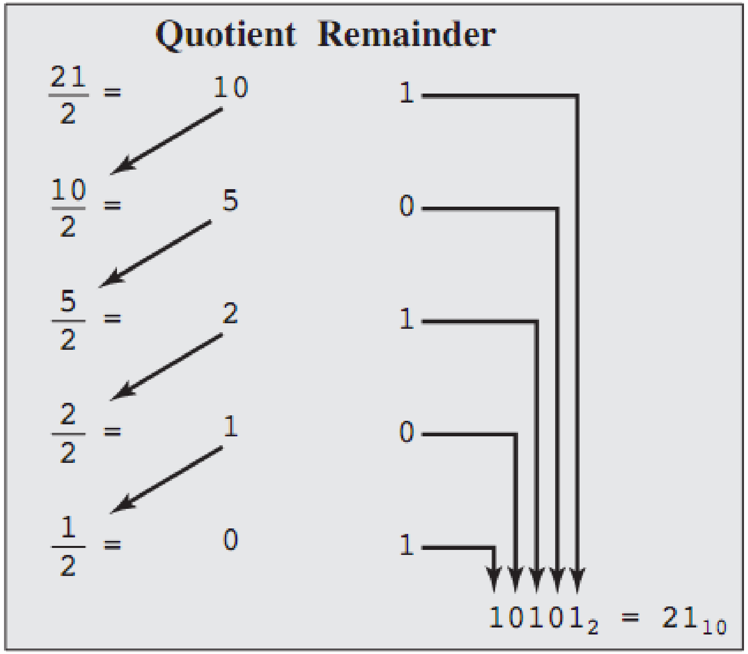
- Decimal para Binário **(SIMPLES)**
  - Inteiros e frações são manipulados separadamente.

- **Parte INTEIRA**
  - Em notação binária um inteiro é representado por
    - $\mathbf{b_{m-1}b_{m-2}...b_2b_1b_0}$ $\mathbf{b_i = 0 \text{ ou } 1}$
  - Possui o valor
    - $\mathbf{(b_{m-1} \times 2^{m-1}) + (b_{m-2} \times 2^{m-2}) + ... + (b_1 \times 2^1) + b_0}$

Convertendo entre Binário e Decimal



(a) 11_{10}

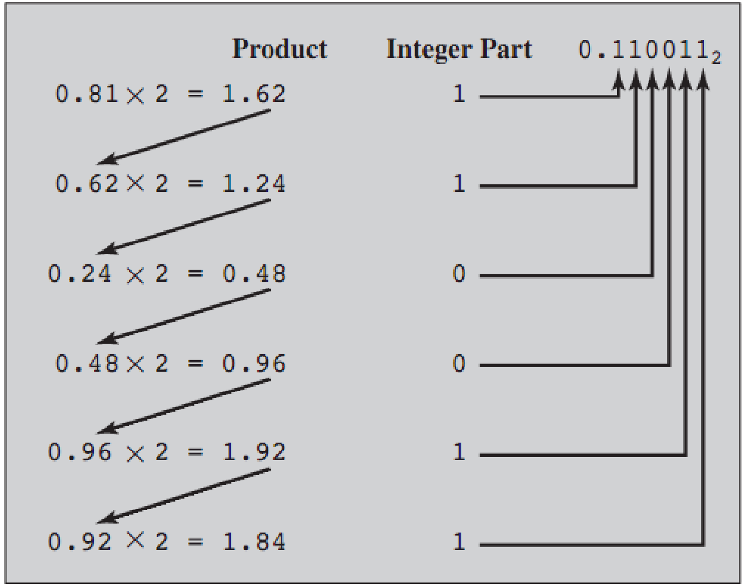


(b) 21_{10}

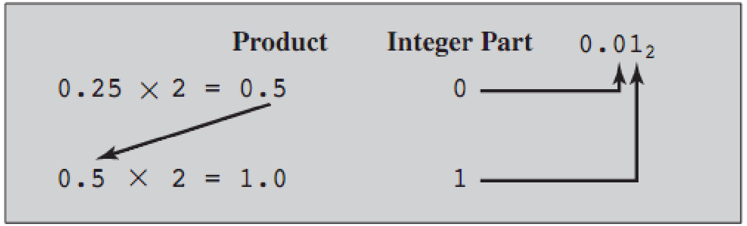
Convertendo entre Binário e Decimal

- **Parte FRACIONÁRIA**
  - O algoritmo de conversão envolve **repetidas multiplicações por 2**.
    - A cada passo a parte fracionaria do número é multiplicada por 2.
    - O digito a esquerda da virgula (0 ou 1) contribui para a representação binária.
  - O processo **não é exato**.
    - Uma fração decimal com um número finito de dígitos pode gerar uma representação binária com um número **infinito de bits**.
    - **O processo é cessado após uma sequência predefinida de passos, dependendo da precisão desejada.**

Conversão entre Binário e Decimal



(a) $0.81_{10} = 0.110011_2$ (approximately)



(b) $0.25_{10} = 0.01_2$ (exactly)

Notação Octal

- Sistema Octal
  - 8 dígitos diferentes usados para representar números com uma base 8.
  - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, e 7

- Antigamente utilizado como uma alternativa mais compacta ao **binário**.
  - Programação em linguagem de máquina.

- Atualmente, o sistema hexadecimal é mais utilizado para esse fim.

- A aritmética é semelhante a dos sistemas decimal e binário, o motivo pelo qual não será apresentada.

- EXEMPLO:
  - 4701_8 em base 10?
  - $\mathbf{4 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 1 \times 8^0 = 2048 + 448 + 0 + 1 = 2497_{10}}$

Notação Octal - Conversões

- Decimal – Octal
  - Parte inteira
    - Sucessivas divisões por 8
  - Parte fracionária
    - Sucessivas multiplicações por 8

- Octal – Decimal
  - $4701_8 = \mathbf{4 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 1 \times 8^0 = 2497_{10}}$

- Binário – Octal
  - Dividir os bits em grupos de 3 (partindo do ponto decimal).
  - Substituir cada grupo pelo digito octal correspondente.

- Octal – Binário
  - Substituir cada digito **octal** pelo grupo de 3 bits correspondente.

Notação Hexadecimal

- Toda forma de dados nos computadores são representados por códigos binários
  – Natureza binária inerente dos computadores digitais

- Difícil manipulação para humanos.

- Notação mais compacta para profissionais da computação trabalharem com dados brutos
  – Notação decimal
    - Inerente para o ser humano
    - Processo de conversão para binário (e vice-versa) → **TEDIOSO**
  – Notação hexadecimal

Notação Hexadecimal

- Notação hexadecimal
  - 16 símbolos são usados (dígitos hexadecimais).
  - Cada possível combinação de quatro dígitos binários corresponde a um dígito hexadecimal.

0000 = 0	0100 = 4	1000 = 8	1100 = C
0001 = 1	0101 = 5	1001 = 9	1101 = D
0010 = 2	0110 = 6	1010 = A	1110 = E
0011 = 3	0111 = 7	1011 = B	1111 = F

  - Uma sequência de dígitos hexadecimais pode representar um inteiro na base 16:
    - $\mathbf{2C_{16} = (2_{16} \times 16^1) + (C_{16} \times 16^0)}$

      $\mathbf{= (2_{10} \times 16^1) + (12_{10} \times 16^0) = 44_{10}}$

Notação Hexadecimal

Universidade Federal de Viçosa

Decimal (base 10)	Hexadecimal (base 16)	Binário (base 2)
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
10	A	1010
11	B	1011
12	C	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111
16	10	0001 0000
17	11	0001 0001
18	12	0001 0010
31	1F	0001 1111
100	64	0110 0100
255	FF	1111 1111
256	100	0001 0000 0000

Notação Hexadecimal

- Notação hexadecimal
  - Usada não apenas para representar inteiros
  - Notação concisa para representar qualquer sequência de dígitos binários
    - Textos, números ou qualquer outro tipo de dado.

- Razões para utilizar a notação hexadecimal
  1. Mais compacta do que a notação binária
  2. Na maioria dos computadores, dados binários são organizados em grupos de 4 (1 digito hexadecimal)
  3. Conversão entre binário e hexadecimal extremamente fácil

- Considere a string binária 110111100001

$$\underset{D}{1101} \quad \underset{E}{1110} \quad \underset{1}{0001} \quad = \quad DE1_{16}$$

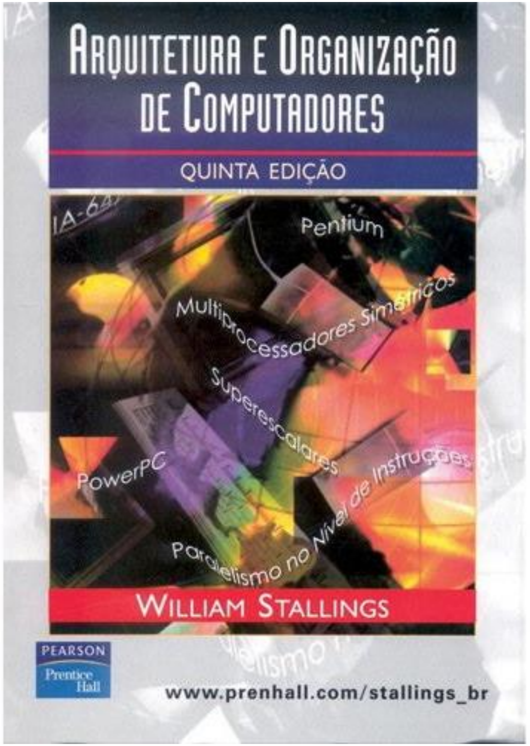
- A conversão pode ser feita mentalmente.

Conversões Hexadecimal

- Hexadecimal - Decimal
  - $\mathbf{2C_{16} = (2_{16} \times 16^1) + (C_{16} \times 16^0) = (2_{10} \times 16^1) + (12_{10} \times 16^0) = 44}$
- Decimal – Hexadecimal
  - Divisões sucessivas por 16 (parte inteira)
  - Multiplicações sucessivas por 16 (parte fracionária)
- Hexadecimal – Binário (Extremamente fácil)
  - Substituir cada digito hexadecimal pelo grupo de 4 bits correspondente
- Binário – Hexadecimal (Extremamente fácil)
  - Dividir os bits em grupos de 4 (partindo do ponto decimal)
  - Substituir cada grupo pelo digito hexadecimal correspondente

Referências

- STALLINGS, W. **Arquitetura e Organização de Computadores**, 5. Ed., Pearson, 2010.
  - Apêndice A



FIM