

Aula 04 – Mintermos e maxtermos

Prof. João Fernando Mari
joaof.mari@ufv.br

- Mintermos e Maxtermos
- EXEMPLOS: Mintermos e Maxtermos
- Mintermos e Maxtermos a partir da Tabela Verdade
- Exemplo: Mintermos
- Exemplo: Maxtermos
- EXEMPLO: Comparador de 2 bits

- **Mintermos e Maxtermos:**
 - Utilizados para reescrever-se uma função lógica em uma forma **padronizada** (forma canônica).
 - E dessa forma, obter uma **simplificação** da mesma.
- **Simplificação:**
 - Redução do número de portas do circuito lógico que implementa a função.
 - Através de manipulação algébrica da função lógica, sem alteração do valor lógico da mesma.

EXEMPLOS: Mintermos e Maxtermos

- Exemplo 1:
 - $f(A,B,C) = A + BC$

$$= ABC + ABC' + AB'C + AB'C' + A'BC$$
 - Função na forma de uma **Soma Padrão de Produtos (Mintermos)**.
 - Após manipulação algébrica,
 - cada termo possui todas as variáveis (**A**, **B** e **C**) complementadas ou não.
- Exemplo 2:
 - $f(A,B,C) = A(B' + C)$

$$= (A + B + C)(A + B' + C)(A + B + C')(A + B' + C')(A' + B' + C)$$
 - Função na forma de um **Produto Padrão de Somas (Maxtermos)**.
 - Após manipulação algébrica,
 - cada fator contém a soma de todas as variáveis complementadas ou não.

Mintermos e Maxtermos a partir da Tabela Verdade

- Todas as variáveis aparecem em cada produto (mintermos) e em cada soma (maxtermos).
- Combinações dos valores lógicos das variáveis: ordem crescente (**000, 001, 010, ...**).
- As linhas da tabela-verdade começam com a **Linha 0**.
- Para **mintermos**:
 - Escreva o produto das variáveis, complementando-as, sempre que seu valor lógico seja **0**.
 - Exemplo: **Linha 2** \rightarrow **010** \rightarrow **$A'BC'$** . (Considere apenas as linhas onde o valor lógico da função seja **1**)
- Para **maxtermos**:
 - Escreva a soma das variáveis, complementando-as, sempre que seu valor lógico seja **1**.
 - Exemplo: **Linha 5** \rightarrow **101** \rightarrow **$A' + B + C'$** . (Considere apenas as linhas onde o valor lógico da função seja **0**)

Linha	A	B	C	f(A,B,C)	Mintermos	Maxtermos
0	0	0	0	1	$m_0 = A'B'C'$	$M_0 = A + B + C$
1	0	0	1	0	$m_1 = A'B'C$	$M_1 = A + B + C'$
2	0	1	0	1	$m_2 = A'BC'$	$M_2 = A + B' + C$
3	0	1	1	1	$m_3 = A'BC$	$M_3 = A + B' + C'$
4	1	0	0	0	$m_4 = AB'C'$	$M_4 = A' + B + C$
5	1	0	1	0	$m_5 = AB'C$	$M_5 = A' + B + C'$
6	1	1	0	1	$m_6 = ABC'$	$M_6 = A' + B' + C$
7	1	1	1	1	$m_7 = ABC$	$M_7 = A' + B' + C'$

Exemplo: Mintermos

- Escrever a função $f(A,B,C)$ na forma de Mintermos
 - Soma ponderada dos Mintermos:
 - $f(A,B,C) = 1.(A'B'C') + 0.(A'B'C) + 1.(A'BC') + 1.(A'BC) + 0.(AB'C') + 0.(AB'C) + 1.(ABC') + 1.(ABC)$
- Após desconsiderar-se os termos com peso 0:
 - $f(A,B,C) = A'B'C' + A'BC' + A'BC + ABC' + ABC$
 $= \text{linha}_0 + \text{linha}_2 + \text{linha}_3 + \text{linha}_6 + \text{linha}_7$
 $= m_0 + m_2 + m_3 + m_6 + m_7$
- Que é a soma dos produtos (mintermos; m minúsculo) das linhas 0, 2, 3, 6 e 7.
 - $F(A,B,C) = \Sigma_{ABC}(0,2,3,6,7)$. (*) Forma abreviada.

Linha	A	B	C	$f(A,B,C)$	Mintermos	Maxterms
0	0	0	0	1	$m_0 = A'B'C'$	$M_0 = A + B + C$
1	0	0	1	0	$m_1 = A'B'C$	$M_1 = A + B + C'$
2	0	1	0	1	$m_2 = A'BC'$	$M_2 = A + B' + C$
3	0	1	1	1	$m_3 = A'BC$	$M_3 = A + B' + C'$
4	1	0	0	0	$m_4 = AB'C'$	$M_4 = A' + B + C$
5	1	0	1	0	$m_5 = AB'C$	$M_5 = A' + B + C'$
6	1	1	0	1	$m_6 = ABC'$	$M_6 = A' + B' + C$
7	1	1	1	1	$m_7 = ABC$	$M_7 = A' + B' + C'$

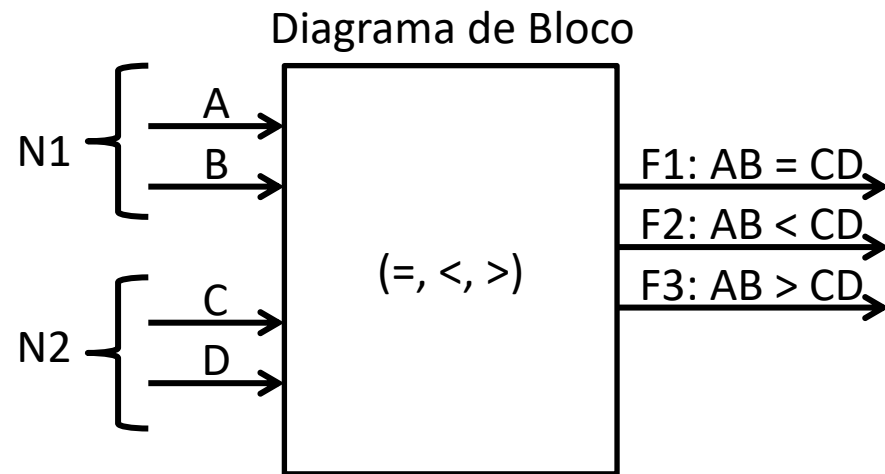
Exemplo: Maxtermos

- Escrever a função $f(A,B,C)$ na forma de Maxtermos (Procedimento dual)
 - Substitui-se soma por produto, produto por soma e complementado por não complementado.
 - $f(A,B,C) = (1 + (A + B + C))(0 + (A + B + C'))(1 + (A + B' + C))(1 + (A + B' + C'))(0 + (A' + B + C))(0 + (A' + B + C'))(1 + (A' + B' + C))(1 + (A' + B' + C'))$
- Após desconsiderar-se os fatores com termos 1:
 - $f(A,B,C) = (A + B + C')(A' + B + C)(A' + B + C')$
 $= \text{linha}_1 \cdot \text{linha}_4 \cdot \text{linha}_5$
 $= M_1 \cdot M_4 \cdot M_5$
- Que é o produto das somas (maxtermos; **M** maiúsculo) das linhas 1, 4, e 5.
 - $F(A,B,C) = \prod_{ABC} (1,4,5). (*)$ Forma abreviada.

Linha	A	B	C	$f(A,B,C)$	Mintermos	Maxtermos
0	0	0	0	1	$m_0 = A'B'C'$	$M_0 = A + B + C$
1	0	0	1	0	$m_1 = A'B'C$	$M_1 = A + B + C'$
2	0	1	0	1	$m_2 = A'BC'$	$M_2 = A + B' + C$
3	0	1	1	1	$m_3 = A'BC$	$M_3 = A + B' + C'$
4	1	0	0	0	$m_4 = AB'C'$	$M_4 = A' + B + C$
5	1	0	1	0	$m_5 = AB'C$	$M_5 = A' + B + C'$
6	1	1	0	1	$m_6 = ABC'$	$M_6 = A' + B' + C$
7	1	1	1	1	$m_7 = ABC$	$M_7 = A' + B' + C'$

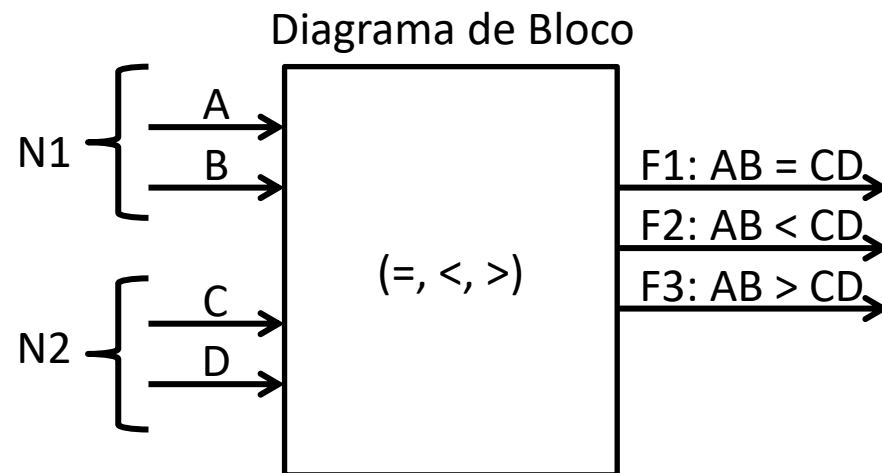
EXEMPLO: Comparador de 2 bits

- Um circuito comparador de dois vetores de dois bits.
 - Entradas:
 - 2 vetores, N1 e N2, cada um com dois bits.
 - N1 = AB e N2 = CD
 - Saídas:
 - 3 saídas, de 1 bit cada uma (F1, F2 e F3)
 - Se $AB = CD$ então $F1 = 1$ e $F2=F3=0$
 - Se $AB < CD$ então $F2 = 1$ e $F1=F3=0$
 - Se $AB > CD$ então $F3 = 1$ e $F1=F2=0$



EXEMPLO: Comparador de 2 bits

- Calcular os mintermos e os maxtermos a partir da tabela verdade.



L	A	B	C	D	F1	F2	F3
0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	1	0
2	0	0	1	0	0	1	0
3	0	0	1	1	0	1	0
4	0	1	0	0	0	0	1
5	0	1	0	1	1	0	0
6	0	1	1	0	0	1	0
7	0	1	1	1	0	1	0
8	1	0	0	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0	0	1
10	1	0	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0	1	0
12	1	1	0	0	0	0	1
13	1	1	0	1	0	0	1
14	1	1	1	0	0	0	1
15	1	1	1	1	1	0	0

Exemplo: Comparador de 2 bits

• Mintermos

$$F1(A, B, C, D) =$$

$$\begin{aligned} & 1.A'B'C'D' + 0.A'B'C'D + \\ & 0.A'B'CD' + 0.A'B'CD + \\ & 0.A'BC'D' + 1.A'BC'D + \\ & 0.A'BCD' + 0.A'BCD + \\ & 0.AB'C'D' + 0.AB'C'D + \\ & 1.AB'CD' + 0.AB'CD + \\ & 0.ABC'D' + 0.ABC'D + \\ & 0.ABCD' + 1.ABCD \end{aligned}$$

$$F1(A, B, C, D) = m_0 + m_5 + m_{10} + m_{15}$$

$$F1(A, B, C, D) = \sum_{ABCD} (0, 5, 10, 15)$$

L	A	B	C	D	F1	F2	F3	Mintermos	Maxtermos
0	0	0	0	0	1	0	0	A'B'C'D'	A+B+C+D
1	0	0	0	1	0	1	0	A'B'C'D	A+B+C+D'
2	0	0	1	0	0	1	0	A'B'CD'	A+B+C'+D
3	0	0	1	1	0	1	0	A'B'CD	A+B+C'+D'
4	0	1	0	0	0	0	1	A'BC'D'	A+B'+C+D
5	0	1	0	1	1	0	0	A'BC'D	A+B'+C+D'
6	0	1	1	0	0	1	0	A'BCD'	A+B'+C'+D
7	0	1	1	1	0	1	0	A'BCD	A+B'+C'+D'
8	1	0	0	0	0	0	1	AB'C'D'	A'+B+C+D
9	1	0	0	1	0	0	1	AB'C'D	A'+B+C+D'
10	1	0	1	0	1	0	0	AB'CD'	A'+B+C'+D
11	1	0	1	1	0	1	0	AB'CD	A'+B+C'+D'
12	1	1	0	0	0	0	1	ABC'D'	A'+B'+C+D
13	1	1	0	1	0	0	1	ABC'D	A'+B'+C+D'
14	1	1	1	0	0	0	1	ABCD'	A'+B'+C'+D
15	1	1	1	1	1	0	0	ABCD	A'+B'+C'+D'

Exemplo: Comparador de 2 bits

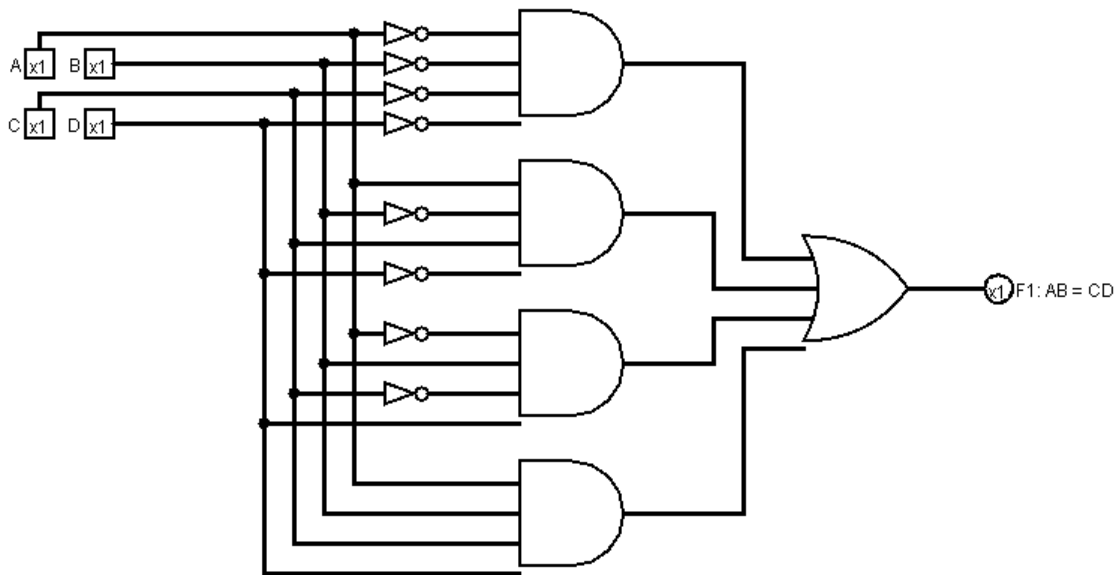
- Mintermos

$$F1(A, B, C, D) =$$

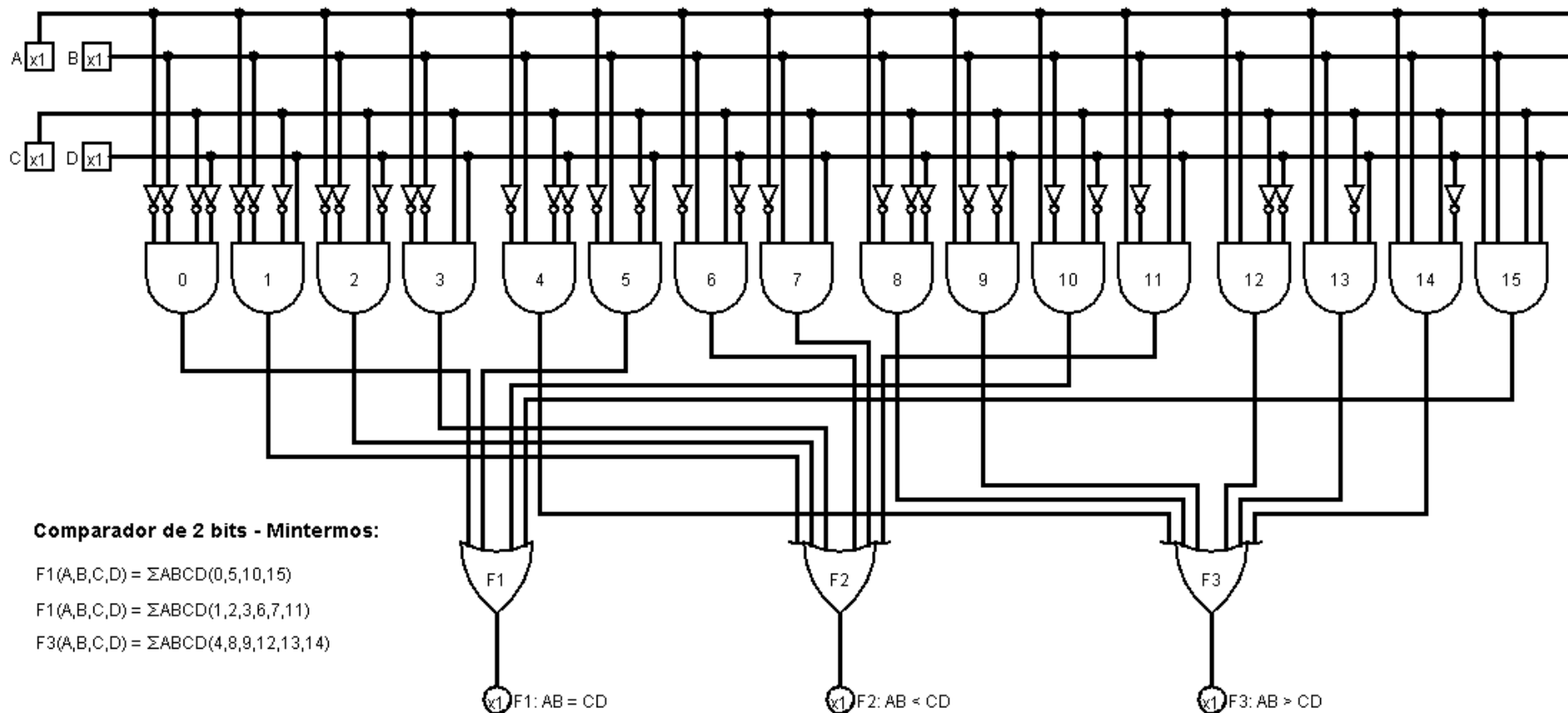
$$\begin{aligned} & 1. A' B' C' D' + 0. \cancel{A' B' C' D} + \\ & 0. \cancel{A' B' C D'} + 0. \cancel{A' B' C D} + \\ & 0. \cancel{A' B C' D'} + 1. A' B C' D + \\ & 0. \cancel{A' B C D'} + 0. \cancel{A' B C D} + \\ & 0. \cancel{A B' C' D'} + 0. \cancel{A B' C' D} + \\ & 1. A B' C D' + 0. \cancel{A B' C D} + \\ & 0. \cancel{A B' C' D'} + 0. \cancel{A B' C' D} + \\ & 0. \cancel{A B' C D'} + 1. A B C D \end{aligned}$$

$$F1(A, B, C, D) = m_0 + m_5 + m_{10} + m_{15}$$

$$F1(A, B, C, D) = \Sigma_{ABCD}(0, 5, 10, 15)$$



Exemplo: Comparador de 2 bits



Exemplo: Comparador de 2 bits

- Maxterms

$$F1(A, B, C, D) =$$

$$\begin{aligned} & (\overline{1 + (A + B + C + D)}) (\overline{0 + (A + B + C + D')}) \\ & (\overline{0 + (A + B + C' + D)}) (\overline{0 + (A + B + C' + D')}) \\ & (\overline{0 + (A + B' + C + D)}) (\overline{1 + (A + B' + C + D')}) \\ & (\overline{0 + (A + B' + C' + D)}) (\overline{0 + (A + B' + C' + D')}) \\ & (\overline{0 + (A' + B + C + D)}) (\overline{0 + (A' + B + C + D')}) \\ & (\overline{1 + (A' + B + C' + D)}) (\overline{0 + (A' + B + C' + D')}) \\ & (\overline{0 + (A' + B' + C + D)}) (\overline{0 + (A' + B' + C + D')}) \\ & (\overline{0 + (A' + B' + C' + D)}) (\overline{1 + (A' + B' + C' + D')}) \end{aligned}$$

$$F1(A, B, C, D) = M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_4 \cdot M_6 \cdot M_7 \cdot M_8 \cdot M_9 \cdot M_{11} \cdot M_{12} \cdot M_{13} \cdot M_{14}$$

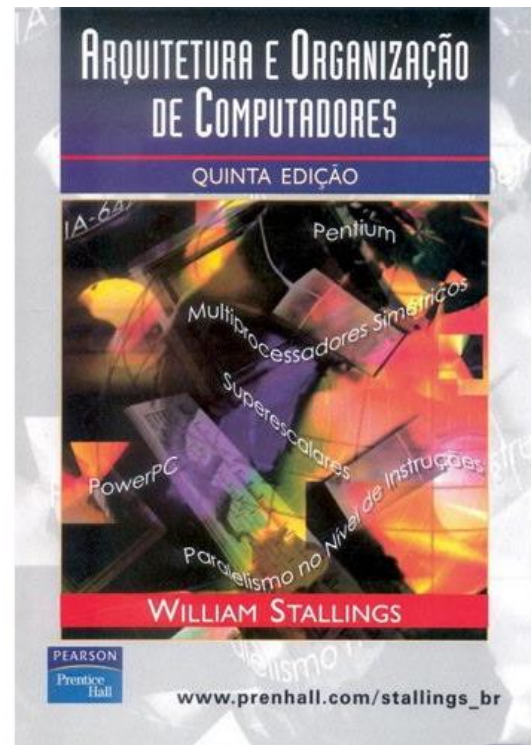
$$F1(A, B, C, D) =$$

$$\prod_{ABCD} (1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14)$$

L	A	B	C	D	F1	F2	F3	Mintermos	Maxterms
0	0	0	0	0	1	0	0	A'B'C'D'	A+B+C+D
1	0	0	0	1	0	1	0	A'B'C'D	A+B+C+D'
2	0	0	1	0	0	1	0	A'B'CD'	A+B+C'+D
3	0	0	1	1	0	1	0	A'B'CD	A+B+C'+D'
4	0	1	0	0	0	0	1	A'BC'D'	A+B'+C+D
5	0	1	0	1	1	0	0	A'BC'D	A+B'+C+D'
6	0	1	1	0	0	1	0	A'BCD'	A+B'+C'+D
7	0	1	1	1	0	1	0	A'BCD	A+B'+C'+D'
8	1	0	0	0	0	0	1	AB'C'D'	A'+B+C+D
9	1	0	0	1	0	0	1	AB'C'D	A'+B+C+D'
10	1	0	1	0	1	0	0	AB'CD'	A'+B+C'+D
11	1	0	1	1	0	1	0	AB'CD	A'+B+C'+D'
12	1	1	0	0	0	0	1	ABC'D'	A'+B'+C+D
13	1	1	0	1	0	0	1	ABC'D	A'+B'+C+D'
14	1	1	1	0	0	0	1	ABCD'	A'+B'+C'+D
15	1	1	1	1	1	0	0	ABCD	A'+B'+C'+D'

Referências

- STALLINGS, W. **Arquitetura e Organização de Computadores**, 5. Ed., Pearson, 2010.
 - Apêndice A
- Página do Prof. J. Bosco
 - <http://inf.ufsc.br/ine5365/algboole.html>
 - <http://inf.ufsc.br/ine5365/mimaterm.html>



FIM