Aula 09 – Segmentação de imagens II - Limiarização

Prof. João Fernando Mari

joaofmari.github.io

joaof.mari@ufv.br

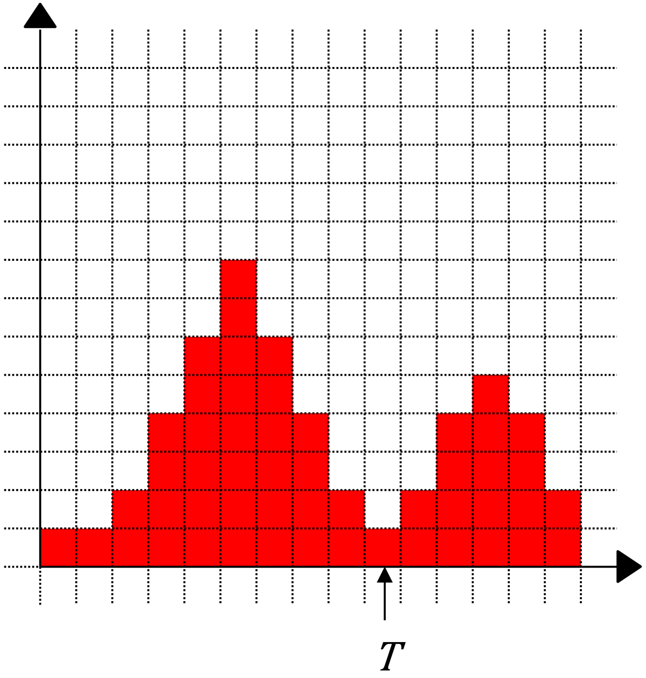
Roteiro

- Limiarização
- Limiarização global simples
- O método de Otsu

Limiarização

- Limiarização de imagens
  - Posição central nas aplicações de segmentação de imagens
  - Facilidade de implementação
  - Velocidade computacional

$$g(x,y) = \begin{cases} 1, & se\ f(x,y) > T \\ 0, & se\ f(x,y) \le T \end{cases}$$



- Limiarização global:
  - T é uma constante aplicável a uma imagem inteira.

- Limiarização local (variável ou regional):
  - T muda ao longo da imagem.

LIMIARIZAÇÃO GLOBAL SIMPLES

Limiarização global simples

1. Selecionar uma estimativa inicial para o limiar global, T.
2. Segmentar a imagem usando T:

$$g(x,y) = \begin{cases} 1 & se\ f(x,y) > T \\ 0 & se\ f(x,y) \leq T \end{cases}$$

   – Isso dará origem a dois grupos de pixels:
      - G_1, pixels com valores de intensidade > T;
      - G_2, pixels com valores ≤ T.
3. Calcular os valores de intensidade média m_1 e m_2 para os pixels em G_1 e G_2 , respectivamente.
4. Calcular um novo valor de limiar:

$$T = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)$$

5. Repetir as etapas 2 a 4 até que a diferença entre os valores de T em iterações sucessivas seja menor que o parâmetro predefinido ΔT.

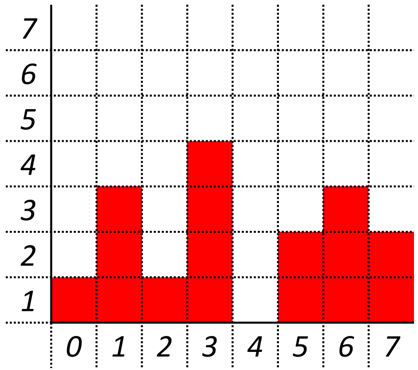
Limiarização global simples

Imagem I

2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

$T_0 = \min(I) = 0$

$\Delta T = 0.001$



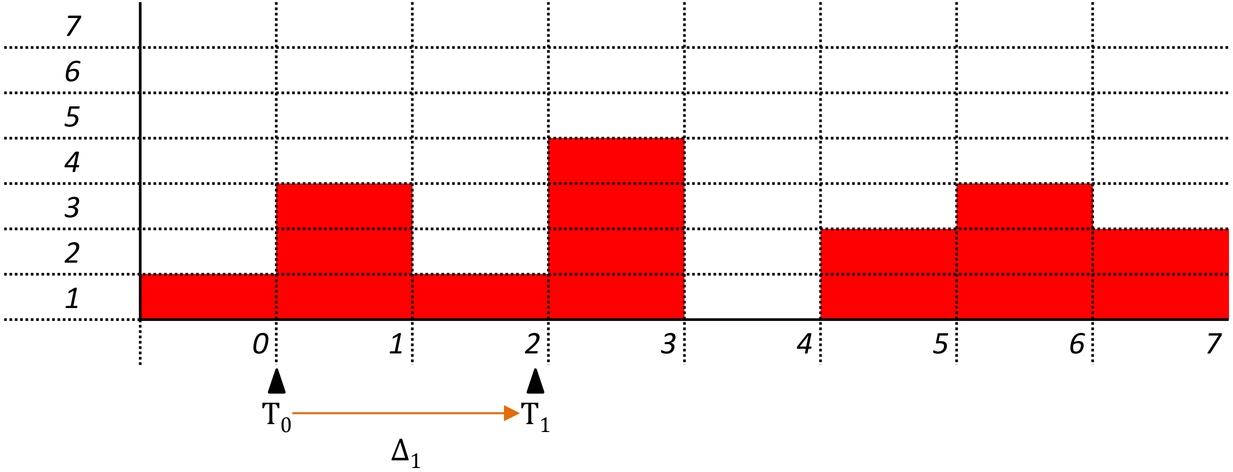
Limiarização global simples

Imagem I

2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

$T_0 = \min(I) = 0$
$\Delta T = 0.001$

- $T_0 = \min(I) = 0$
- $G_1 = [2, 3, 6, 5, 3, 1, 1, 1, 6, 7, 6, 3, 5, 7, 3]$
- $G_2 = [0]$
- $m_1 = (2 + 3 + 6 + 5 + 3 + 1 + 1 + 1 + 6 + 7 + 6 + 3 + 5 + 7 + 3) / 15$
  $= 59 / 15 = 3.9333$
- $m_2 = 0 / 1 = 0$
- $T_1 = (3.9333 + 0) / 2 = 1.9667$
- $|T_1 - T_0| = |1.9667 - 0| = 1.9667 > \Delta T$, então nova iteração.



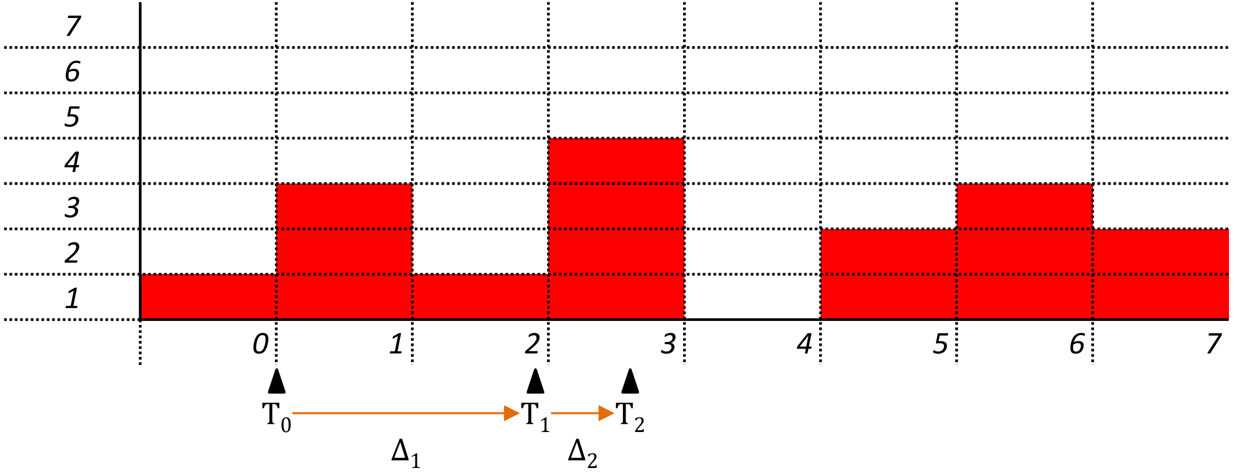
Limiarização global simples

Imagem I

2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

$T_0 = \min(I) = 0$
$\Delta T = 0.001$

- $T_1 = 1.9667$
- $G_1 = [2, 3, 6, 5, 3, 6, 7, 6, 3, 5, 7, 3]$
- $G_2 = [1, 1, 1, 0]$
- $m_1 = (2 + 3 + 6 + 5 + 3 + 6 + 7 + 6 + 3 + 5 + 7 + 3) / 12$
  $= 56 / 12 = 4.6667$
- $m_2 = (1 + 1 + 1 + 0) / 4 = 3 / 4 = 0.75$
- $T_2 = (4.6667 + 0.75) / 2 = 2.7084$
- $|T_2 - T_1| = |2.7084 - 1.9667| = 0.7417 > \Delta T$, então nova iteração.



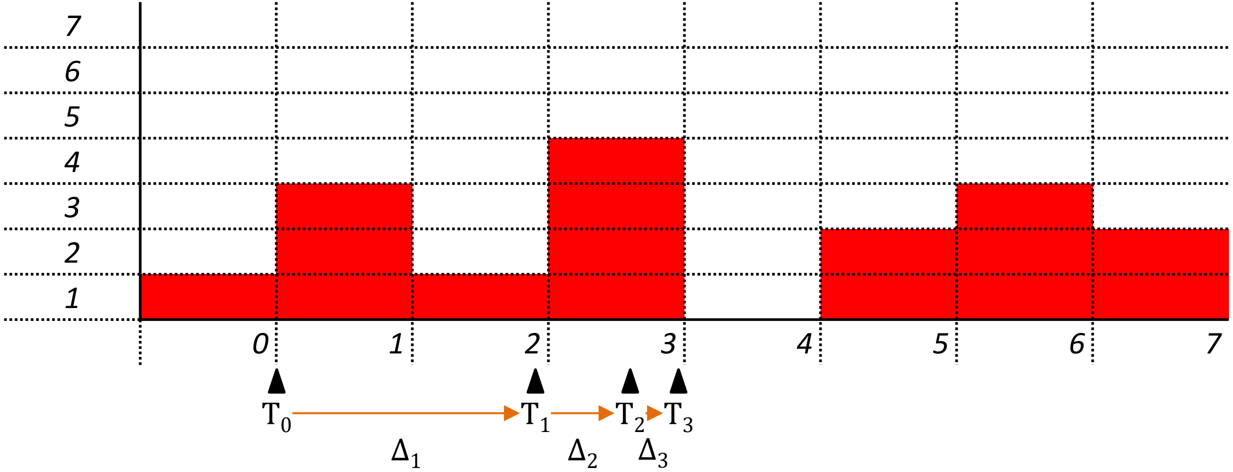
Limiarização global simples

Imagem I

2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

$T_0 = \min(I) = 0$
$\Delta T = 0.001$

- $T_2 = 2{,}7084$
- $G_1 = [3, 6, 5, 3, 6, 7, 6, 3, 5, 7, 3]$
- $G_2 = [2, 1, 1, 1, 0]$
- $m_1 = (3 + 6 + 5 + 3 + 6 + 7 + 6 + 3 + 5 + 7 + 3) / 11$
  $= 54 / 11 = 4.9091$
- $m_2 = (2 + 1 + 1 + 1 + 0) / 5 = 1$
- $T_3 = (4.9091 + 1) / 2 = 2.9546$
- $|T_3 – T_2| = |2.9546 – 2{,}7084| = 0.2462 > \Delta T$, então nova iteração.



Limiarização global simples

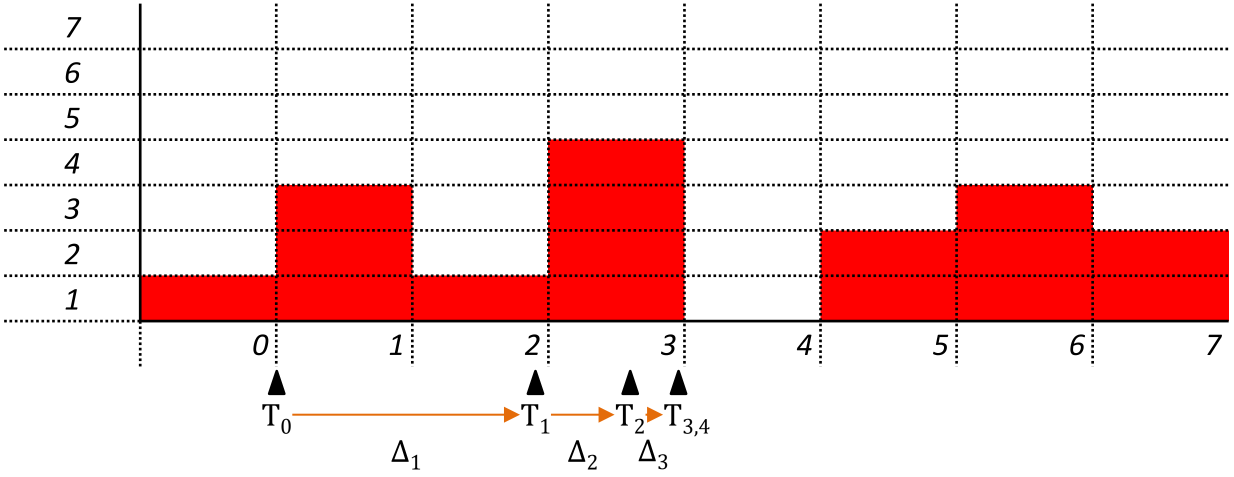
Universidade Federal de Viçosa

Imagem I

2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

$T_0 = \min(I) = 0$
$\Delta T = 0.001$

- $T_3 = 2.9546$
- $G_1 = [3, 6, 5, 3, 6, 7, 6, 3, 5, 7, 3]$
- $G_2 = [2, 1, 1, 1, 0]$
- $m_1 = (3 + 6 + 5 + 3 + 6 + 7 + 6 + 3 + 5 + 7 + 3) / 11$
  $= 54 / 11 = 4.9091$
- $m_2 = (2 + 1 + 1 + 1 + 0) / 5 = 1$
- $T_4 = (4.9091 + 1) / 2 = 2.9546$
- $|T_4 – T_3| = |2.9546 – 2.9546| = 0.0 <= \Delta T$, então, fim do algoritmo.



Limiarização global simples

Imagem I

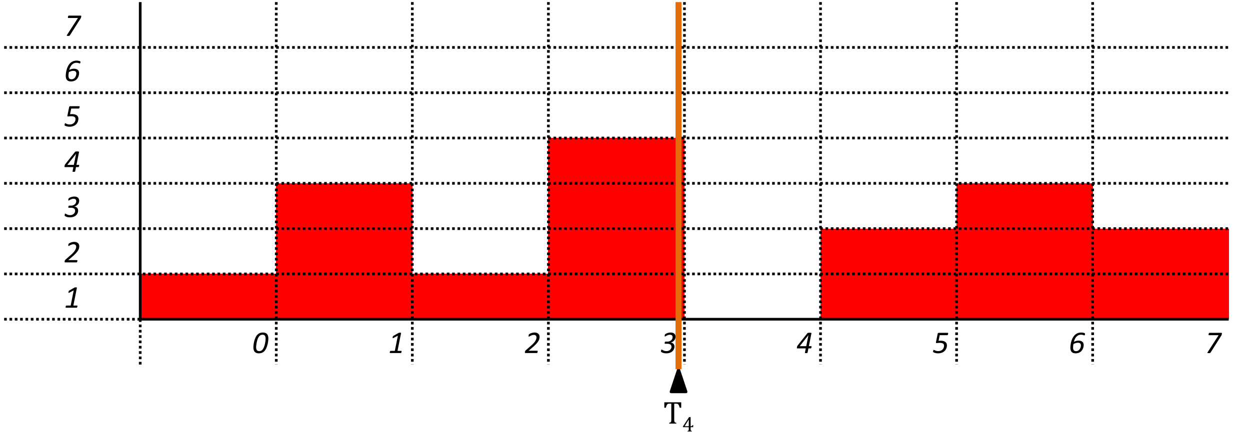
2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

$T_0 = \min(I) = 0$
$\Delta T = 0.001$

Imagem I'

2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

- $T_3 = 2.9546$
- $G_1 = [3, 6, 5, 3, 6, 7, 6, 3, 5, 7, 3]$
- $G_2 = [2, 1, 1, 1, 0]$
- $m_1 = (3 + 6 + 5 + 3 + 6 + 7 + 6 + 3 + 5 + 7 + 3) / 11$
  $= 54 / 11 = 4.9091$
- $m_2 = (2 + 1 + 1 + 1 + 0) / 5 = 1$
- $T_4 = (4.9091 + 1) / 2 = 2.9546$
- $|T_4 – T_3| = |2.9546 – 2.9546| = 0.0 <= \Delta T$, então, fim do algoritmo.



O MÉTODO DE OTSU

O método de Otsu

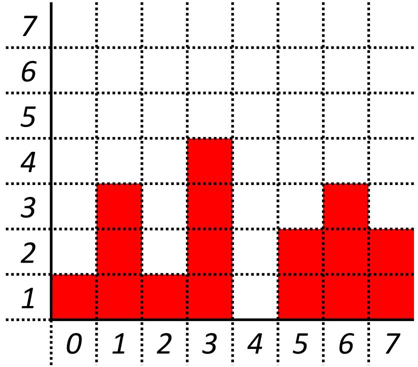
- Calcular o histograma normalizado da imagem de entrada:
  - Designar os componentes do histograma como p_i, i = 0, 1, ..., L-1.
- Calcular as somas acumuladas, $P_1(k)$, para k=0, 1, 2, ..., L-1, de acordo com:
  - $P_1(k) = \sum_{i=0}^{k} p_i$
- Calcular as médias acumuladas m(k), para k=0, 1, 2, ..., L-1, de acordo com:
  - $m(k) = \sum_{i=0}^{k} i p_i$
- Calcular a intensidade média global, m_G, de acordo com:
  - $m_G = \sum_{i=0}^{L-1} i p_i$
- Calcular a variância entre classes, $\sigma_B^2(k)$, para k=0, 1, 2, ..., L-1, de acordo com:
  - $\sigma_B^2 = P_1(m_1 - m_G)^2 + P_2(m_2 - m_G)^2$, reescrita como: $\sigma_B^2(k) = \frac{[m_G P_1(k) - m(k)]^2}{P_1(k)[1 - P_1(k)]}$
- O limiar de Otsu, k*, é valor de k para o qual $\sigma_B^2(k)$ é máxima.
  - Se ocorrer mais de uma máxima, K* é a média dos valores de k correspondentes
- Obter a medida de separabilidade, η*, considerando k = k* na equação:
  - $\eta(k) = \frac{\sigma_B^2(k)}{\sigma_G^2}$, em que: $\sigma_G^2 = \sum_{i=0}^{L-1} (i - m_G)^2 p_i$

O método de Otsu

Imagem I

2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

16 pixels (4 x 4)
3 bits = 8 níveis de cinza.
[0, ..., 7]



i	h_i	p_i	$P_1(k)$	$m(k)$	$\sigma_B^2(k)$	$(i-m_G)^2 p_i$
0	1	0.0625				
1	3	0.1875				
2	1	0.0625				
3	4	0.2500				
4	0	0.0000				
5	2	0.1250				
6	3	0.1875				
7	2	0.1250				
	16	1.0				

O método de Otsu

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^{k} p_i$$

i	h_i	p_i	$P_1(k)$	$m(k)$	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	0.0625		
1	3	0.1875	0.2500		
2	1	0.0625	0.3125		
3	4	0.2500	0.5625		
4	0	0.0000	0.5625		
5	2	0.1250	0.6875		
6	3	0.1875	0.8750		
7	2	0.1250	1.0000		

$(i - m_G)^2 p_i$

O método de Otsu

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^{k} p_i$$

$$m(k) = \sum_{i=0}^{k} i p_i$$

i	h_i	p_i	$P_1(k)$	$m(k)$	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	0.0625	0.0	
1	3	0.1875	0.2500	0.1875	
2	1	0.0625	0.3125	0.3125	
3	4	0.2500	0.5625	1.0625	
4	0	0.0000	0.5625	1.0625	
5	2	0.1250	0.6875	1.6875	
6	3	0.1875	0.8750	2.8125	
7	2	0.1250	1.0000	3.6875	

$(i - m_G)^2 p_i$

O método de Otsu

UFV
Universidade Federal de Viçosa

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^{k} p_i$$

$$m(k) = \sum_{i=0}^{k} ip_i$$

$$m_G = \sum_{i=0}^{L-1} ip_i$$

i	h_i	p_i	$P_1(k)$	$m(k)$	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	0.0625	0.0	
1	3	0.1875	0.2500	0.1875	
2	1	0.0625	0.3125	0.3125	
3	4	0.2500	0.5625	1.0625	
4	0	0.0000	0.5625	1.0625	
5	2	0.1250	0.6875	1.6875	
6	3	0.1875	0.8750	2.8125	
7	2	0.1250	1.0000	3.6875	

$(i - m_G)^2 p_i$

$$m_G = 3.6875$$

O método de Otsu

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^{k} p_i$$

$$m(k) = \sum_{i=0}^{k} ip_i$$

$$m_G = \sum_{i=0}^{L-1} ip_i$$

$$\sigma_B^2(k) = \frac{[m_G P_1(k) - m(k)]^2}{P_1(k)[1 - P_1(k)]}$$

i	h_i	p_i	$P_1(k)$	$m(k)$	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	0.0625	0.0	0.906510
1	3	0.1875	0.2500	0.1875	2.876302
2	1	0.0625	0.3125	0.3125	3.283026
3	4	0.2500	0.5625	1.0625	4.159288
4	0	0.0000	0.5625	1.0625	4.159288
5	2	0.1250	0.6875	1.6875	3.344389
6	3	0.1875	0.8750	2.8125	1.567522
7	2	0.1250	1.0000	3.6875	----

$(i - m_G)^2 p_i$

$$m_G = 3.6875$$

O método de Otsu

UFV
Universidade Federal de Viçosa

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^{k} p_i$$

$$m(k) = \sum_{i=0}^{k} i p_i$$

$$m_G = \sum_{i=0}^{L-1} i p_i$$

$$\sigma_B^2(k) = \frac{[m_G P_1(k) - m(k)]^2}{P_1(k)[1 - P_1(k)]}$$

$$\boldsymbol{k^*} = \frac{1}{2}(3 + 4) = \mathbf{3.5}$$

i	h_i	p_i	$P_1(k)$	$m(k)$	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	0.0625	0.0	0.906510
1	3	0.1875	0.2500	0.1875	2.876302
2	1	0.0625	0.3125	0.3125	3.283026
3	4	0.2500	0.5625	1.0625	4.159288
4	0	0.0000	0.5625	1.0625	4.159288
5	2	0.1250	0.6875	1.6875	3.344389
6	3	0.1875	0.8750	2.8125	1.567522
7	2	0.1250	1.0000	3.6875	----

$(i - m_G)^2 p_i$

$$\boldsymbol{m_G} = 3.6875$$

O método de Otsu

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^{k} p_i$$

$$m(k) = \sum_{i=0}^{k} ip_i$$

$$m_G = \sum_{i=0}^{L-1} ip_i$$

$$\sigma_B^2(k) = \frac{[m_G P_1(k) - m(k)]^2}{P_1(k)[1 - P_1(k)]}$$

$$\boldsymbol{k^*} = \frac{1}{2}(3 + 4) = \mathbf{3.5}$$

$$\eta(k) = \frac{\sigma_B^2(k)}{\sigma_G^2},$$

i	h_i	p_i	$P_1(k)$	$m(k)$	$\sigma_B^2(k)$	$(i - m_G)^2 p_i$
0	1	0.0625	0.0625	0.0	0.906510	
1	3	0.1875	0.2500	0.1875	2.876302	
2	1	0.0625	0.3125	0.3125	3.283026	
3	4	0.2500	0.5625	1.0625	4.159288	
4	0	0.0000	0.5625	1.0625	4.159288	
5	2	0.1250	0.6875	1.6875	3.344389	
6	3	0.1875	0.8750	2.8125	1.567522	
7	2	0.1250	1.0000	3.6875	----	

$$\boldsymbol{m_G} = 3.6875$$

O método de Otsu

UFV
Universidade Federal de Viçosa

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^{k} p_i$$

$$m(k) = \sum_{i=0}^{k} i p_i$$

$$m_G = \sum_{i=0}^{L-1} i p_i$$

$$\sigma_B^2(k) = \frac{[m_G P_1(k) - m(k)]^2}{P_1(k)[1 - P_1(k)]}$$

$$\boldsymbol{k^*} = \frac{1}{2}(3+4) = \mathbf{3.5}$$

$$\eta(k) = \frac{\sigma_B^2(k)}{\sigma_G^2},$$ em que:

$$\sigma_G^2 = \sum_{i=0}^{L-1} (i - m_G)^2 p_i$$

i	h_i	p_i	$P_1(k)$	$m(k)$	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	0.0625	0.0	0.906510
1	3	0.1875	0.2500	0.1875	2.876302
2	1	0.0625	0.3125	0.3125	3.283026
3	4	0.2500	0.5625	1.0625	4.159288
4	0	0.0000	0.5625	1.0625	4.159288
5	2	0.1250	0.6875	1.6875	3.344389
6	3	0.1875	0.8750	2.8125	1.567522
7	2	0.1250	1.0000	3.6875	----

$$\boldsymbol{m_G} = 3.6875$$

$(i - m_G)^2 p_i$
0.84985
1.35425
0.17798
0.11816
0.00000
0.21533
1.00269
1.37158

$$\boldsymbol{\sigma_G^2} = 5.08984$$

O método de Otsu

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^{k} p_i$$

$$m(k) = \sum_{i=0}^{k} ip_i$$

$$m_G = \sum_{i=0}^{L-1} ip_i$$

$$\sigma_B^2(k) = \frac{[m_G P_1(k) - m(k)]^2}{P_1(k)[1 - P_1(k)]}$$

$$\boldsymbol{k^*} = \frac{1}{2}(3+4) = \mathbf{3.5}$$

$$\eta(k) = \frac{\sigma_B^2(k)}{\sigma_G^2},$$ em que:

$$\sigma_G^2 = \sum_{i=0}^{L-1} (i - m_G)^2 p_i$$

i	h_i	p_i	$P_1(k)$	$m(k)$	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	0.0625	0.0	0.906510
1	3	0.1875	0.2500	0.1875	2.876302
2	1	0.0625	0.3125	0.3125	3.283026
3	4	0.2500	0.5625	1.0625	4.159288
4	0	0.0000	0.5625	1.0625	4.159288
5	2	0.1250	0.6875	1.6875	3.344389
6	3	0.1875	0.8750	2.8125	1.567522
7	2	0.1250	1.0000	3.6875	----

$$\boldsymbol{m_G} = 3.6875$$

$(i - m_G)^2 p_i$
0.84985
1.35425
0.17798
0.11816
0.00000
0.21533
1.00269
1.37158

$$\boldsymbol{\sigma_G^2} = 5.08984$$

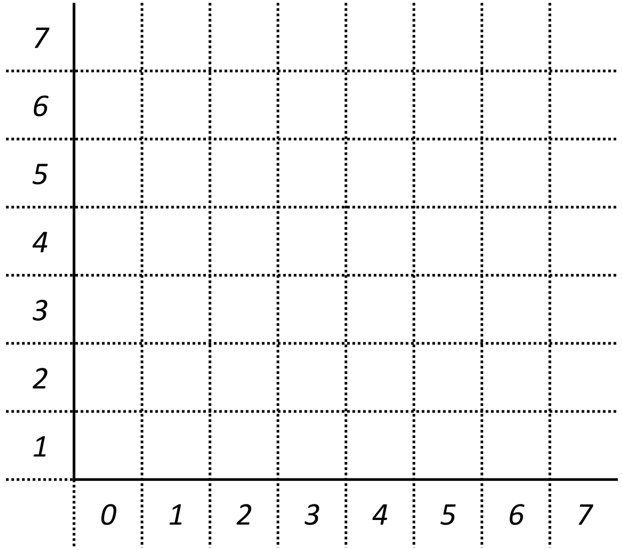
$$\boldsymbol{\eta(k^*)} = 0.81717$$

O método de Otsu

2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

i	h_i	p_i	$\sigma_B^2(k)$
0	1		
1	3		
2	1		
3	4		
4	0		
5	2		
6	3		
7	2		

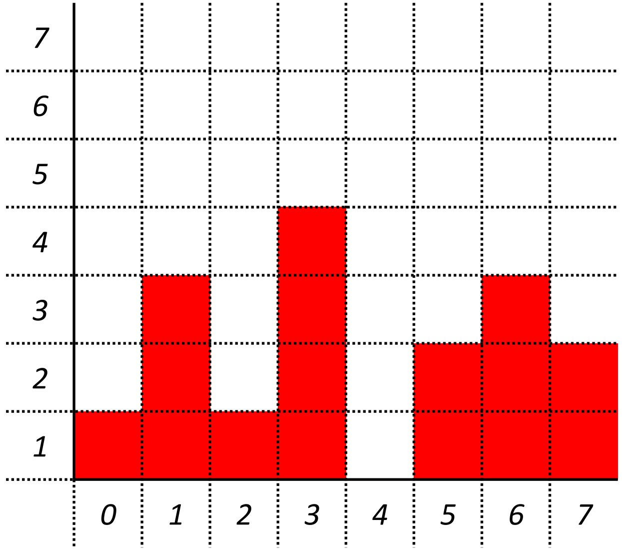


O método de Otsu

2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

i	h_i	p_i	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	
1	3	0.1875	
2	1	0.0625	
3	4	0.2500	
4	0	0.0000	
5	2	0.1250	
6	3	0.1875	
7	2	0.1250	

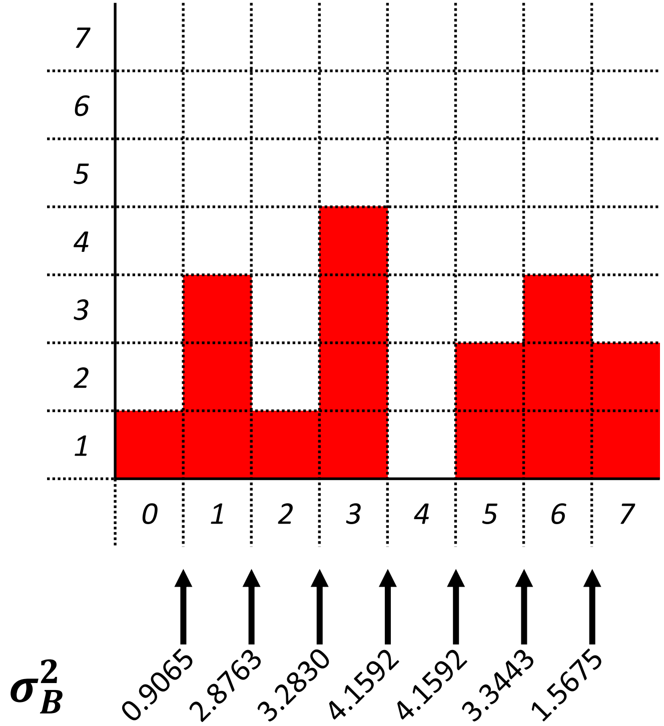


O método de Otsu

2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

i	h_i	p_i	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	0.906510
1	3	0.1875	2.876302
2	1	0.0625	3.283026
3	4	0.2500	4.159288
4	0	0.0000	4.159288
5	2	0.1250	3.344389
6	3	0.1875	1.567522
7	2	0.1250	----

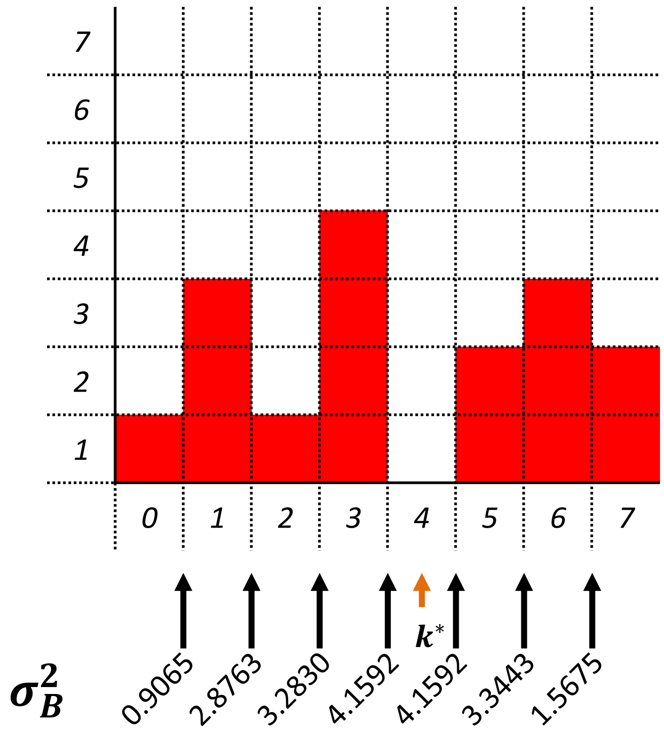


O método de Otsu

2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

i	h_i	p_i	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	0.906510
1	3	0.1875	2.876302
2	1	0.0625	3.283026
3	4	0.2500	4.159288
4	0	0.0000	4.159288
5	2	0.1250	3.344389
6	3	0.1875	1.567522
7	2	0.1250	----



Bibliografia

- MARQUES FILHO, O.; VIEIRA NETO, H. **Processamento digital de imagens**. Brasport, 1999.
  - Disponível para download no site do autor (Exclusivo para uso pessoal)
  - http://dainf.ct.utfpr.edu.br/~hvieir/pub.html

- GONZALEZ, R.C.; WOODS, R.E.; **Processamento Digital de Imagens.** 3ª edição. Editora Pearson, 2009.

- J. E. R. Queiroz, H. M. Gomes. **Introdução ao Processamento Digital de Imagens**. RITA. v. 13, 2006.
  - http://www.dsc.ufcg.edu.br/~hmg/disciplinas/graduacao/vc-2016.2/Rita-Tutorial-PDI.pdf

```
@misc{mari_im_proc_2023,
	author = {João Fernando Mari},
	title = {Segmentação de imagens II – Limiarização},
	year = {2023},
	publisher = {GitHub},
	journal = {Introdução ao Processamento Digital de Imagens - UFV},
	howpublished = {\url{https://github.com/joaofmari/SIN392_Introduction-to-digital-image-processing_2023}}
}
```

FIM