

# Aula 07 – Filtragem espacial II

Prof. João Fernando Mari

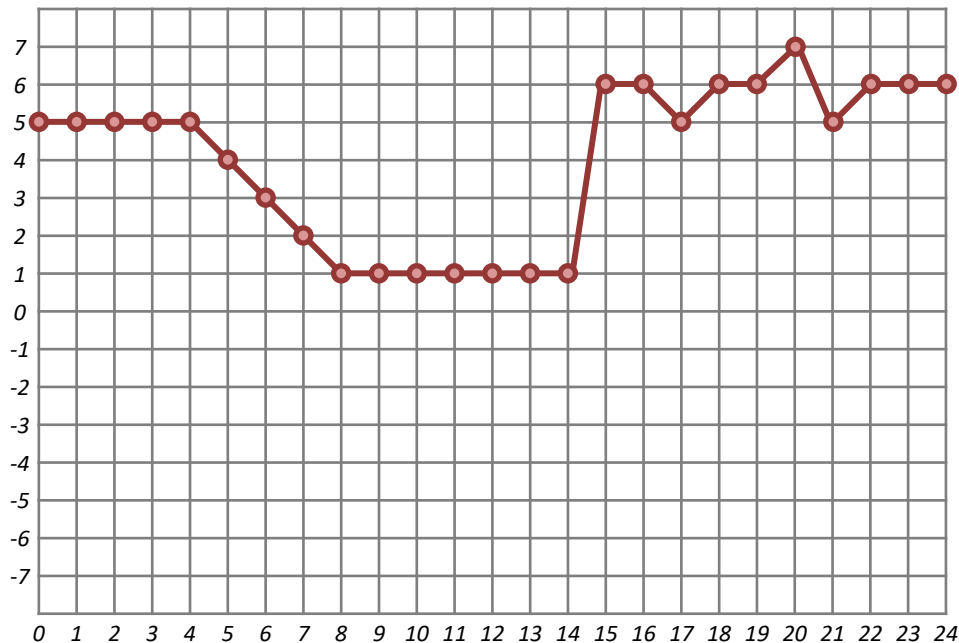
[joaofmari.github.io](https://joaofmari.github.io)

*joaof.mari@ufv.br*

- Derivadas de funções discretas 1D
- O Laplaciano
- Variações do Laplaciano
- O Gradiente
- Operadores diagonais de Roberts
- Operadores de Prewitt e Sobel

# DERIVADAS DE FUNÇÕES DISCRETAS 1D

# Derivadas de funções discretas 1D



Derivada de primeira ordem de uma função 1D  $f(x)$ :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

Derivada de segunda ordem de uma função 1D  $f(x)$ :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

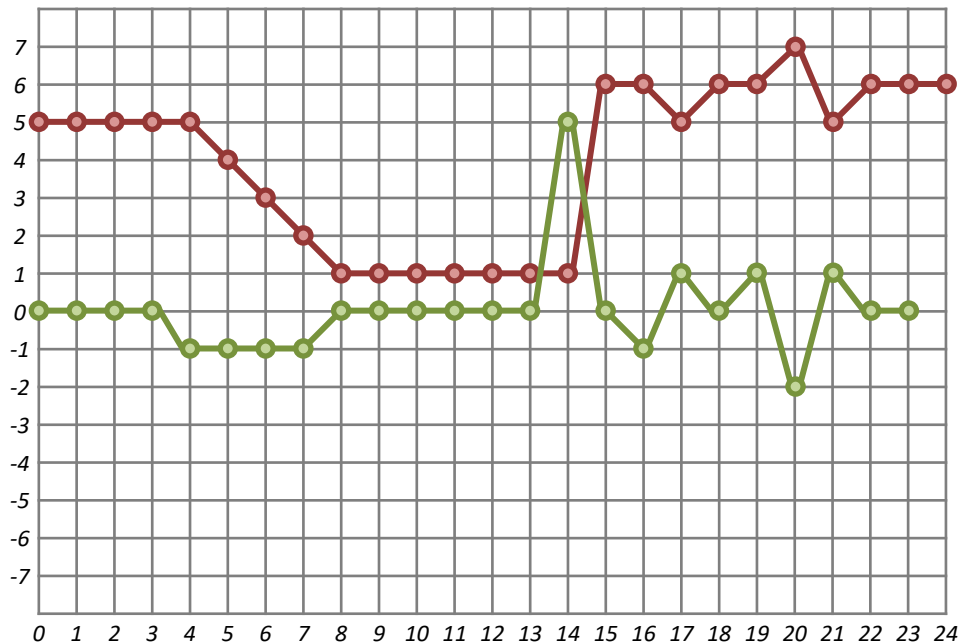
5	5	5	5	5	4	3	2	1	1	1	1	1	1	1	1	6	6	5	6	6	7	5	6	6	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Sinal

Primeira derivada

Segunda derivada

# Derivadas de funções discretas 1D



Derivada de primeira ordem de uma função 1D  $f(x)$ :



$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

Derivada de segunda ordem de uma função 1D  $f(x)$ :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

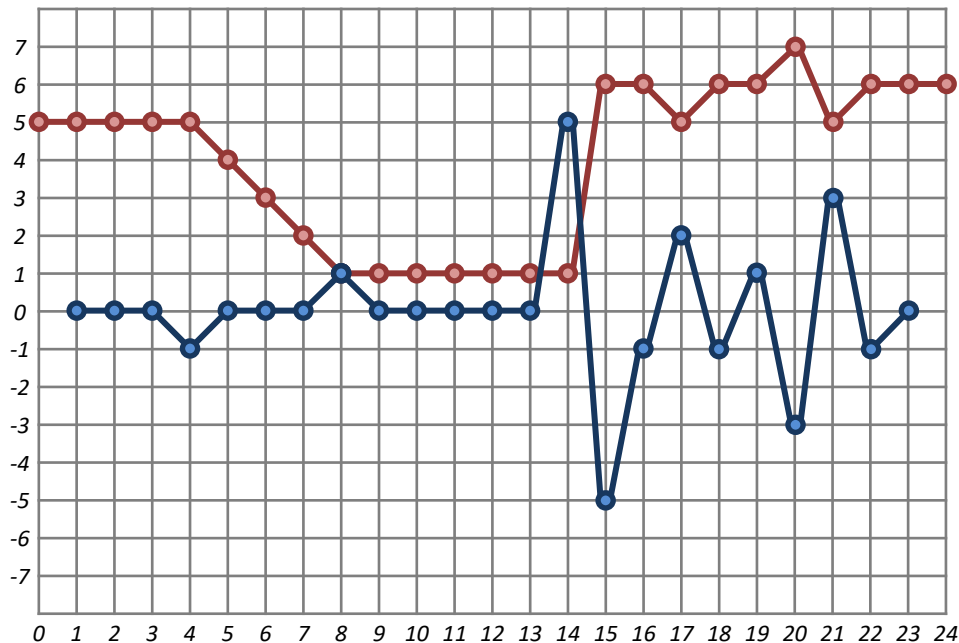
5	5	5	5	5	4	3	2	1	1	1	1	1	1	1	6	6	5	6	6	7	5	6	6	6
0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	5	0	-1	1	0	1	-2	1	0	0

Sinal

Primeira derivada

Segunda derivada

# Derivadas de funções discretas 1D



Derivada de primeira ordem de uma função 1D  $f(x)$ :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

Derivada de segunda ordem de uma função 1D  $f(x)$ :



$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

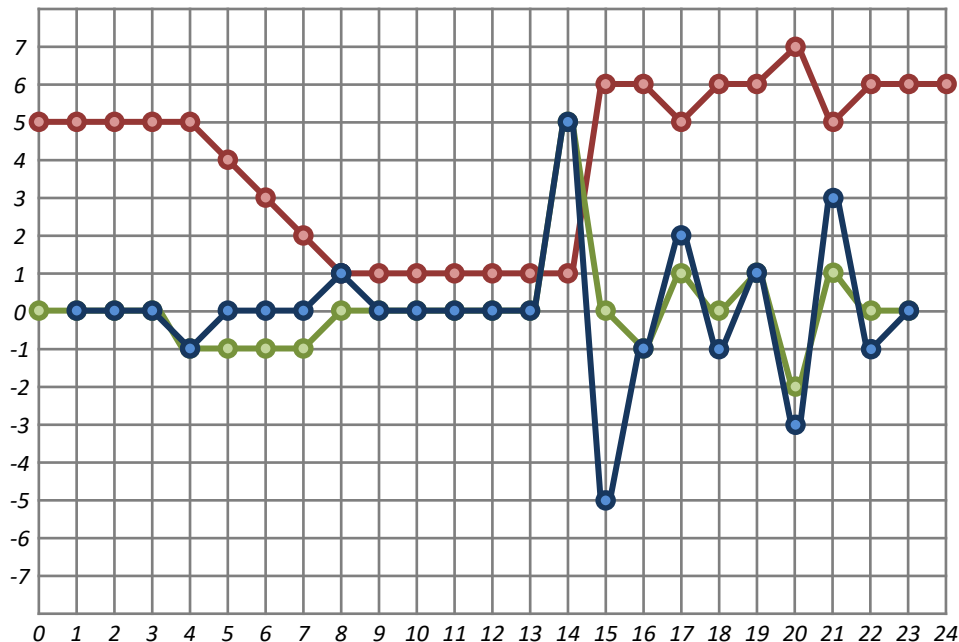
5	5	5	5	5	4	3	2	1	1	1	1	1	1	1	6	6	5	6	6	7	5	6	6	6
0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	5	0	-1	1	0	1	-2	1	0	0
0	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	5	-5	-1	2	-1	1	-3	3	-1	0

*Sinal*

*Primeira derivada*

*Segunda derivada*

# Derivadas de funções discretas 1D



Derivada de primeira ordem de uma função 1D  $f(x)$ :



$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

Derivada de segunda ordem de uma função 1D  $f(x)$ :



$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

5	5	5	5	5	4	3	2	1	1	1	1	1	1	1	6	6	5	6	6	7	5	6	6	6
0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	5	0	-1	1	0	1	-2	1	0	0
0	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	5	-5	-1	2	-1	1	-3	3	-1	0

Sinal

Primeira derivada

Segunda derivada

# O LAPLACIANO



# O Laplaciano

- O Laplaciano de uma função de duas dimensões  $f(x, y)$  é:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

- Se separarmos o Laplaciano nas direções  $x$  e  $y$ , temos:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

- Dessa forma, o Laplaciano discreto de duas variáveis é:

$$\nabla^2 f = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)$$

$w_{-4}$	$-1$	$0$	$1$
$-1$	0	1	0
$0$	1	-4	1
$1$	0	1	0

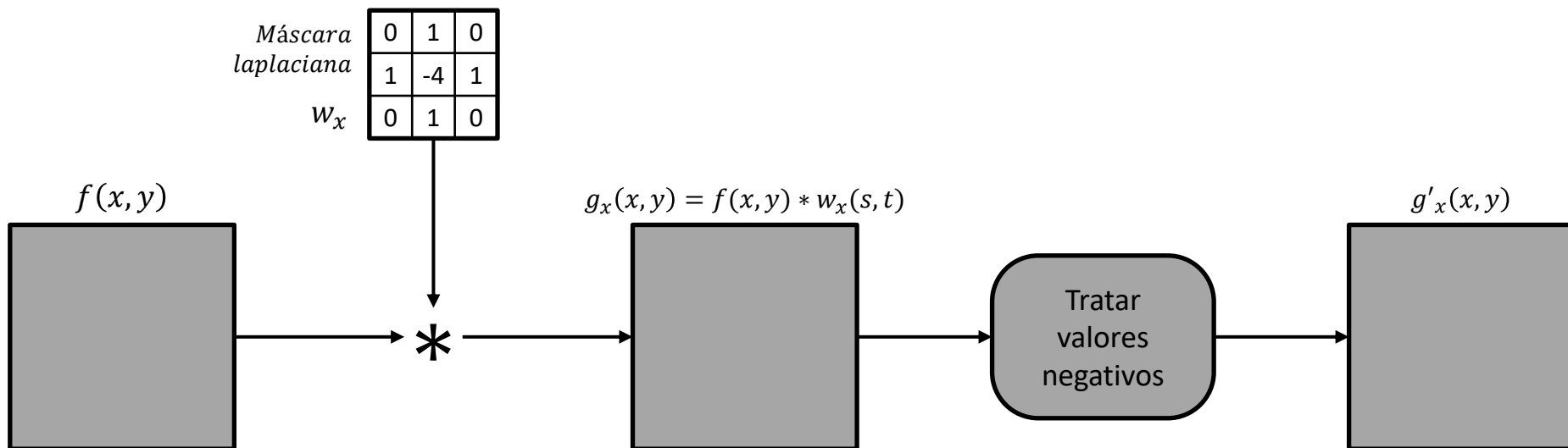
$w_{-4}$	$-1$	$0$	$1$
$-1$	0	1	0
$0$	1	-4	1
$1$	0	1	0

$w_4$	$-1$	$0$	$1$
$-1$	0	-1	0
$0$	-1	4	-1
$1$	0	-1	0

$w_{-8}$	$-1$	$0$	$1$
$-1$	1	1	1
$0$	1	-8	1
$1$	1	1	1

$w_8$	$-1$	$0$	$1$
$-1$	-1	-1	-1
$0$	-1	8	-1
$1$	-1	-1	-1

# O Laplaciano - aplicação



# O GRADIENTE

# O gradiente

- O gradiente de uma função de duas dimensões  $f(x, y)$  é:

$$\nabla f \equiv \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x, y) - f(x + 1, y), \quad \frac{\partial f}{\partial y} = f(x, y) - f(x, y + 1)$$

	0	1
0	1	0
1	-1	0

- A magnitude (tamanho) do vetor gradiente ( $\nabla f$ ),  $M(x, y)$  é:

$$M(x, y) = \text{mag}(\nabla f) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$$

- Ou pode ser aproximada por valores absolutos:

$$M(x, y) \approx |g_x| + |g_y|$$

	0	1
0	1	-1
1	0	0

# O gradiente – Operadores diagonais de Roberts

- Os operadores diagonais de Roberts consideram as diferenças diagonais:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x, y) - f(x + 1, y + 1),$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = f(x + 1, y) - f(x, y + 1)$$

	<i>0</i>	<i>1</i>
<i>0</i>	1	0
<i>1</i>	0	-1

	<i>0</i>	<i>1</i>
<i>0</i>	0	-1
<i>1</i>	1	0

# O gradiente – Operadores de Prewitt e Sobel

Prewitt:

$$w_x$$

	-1	0	1
-1	-1	-1	-1
0	0	0	0
1	1	1	1

$w_y$	-1	0	1
-1	-1	0	1
0	-1	0	1
1	-1	0	1

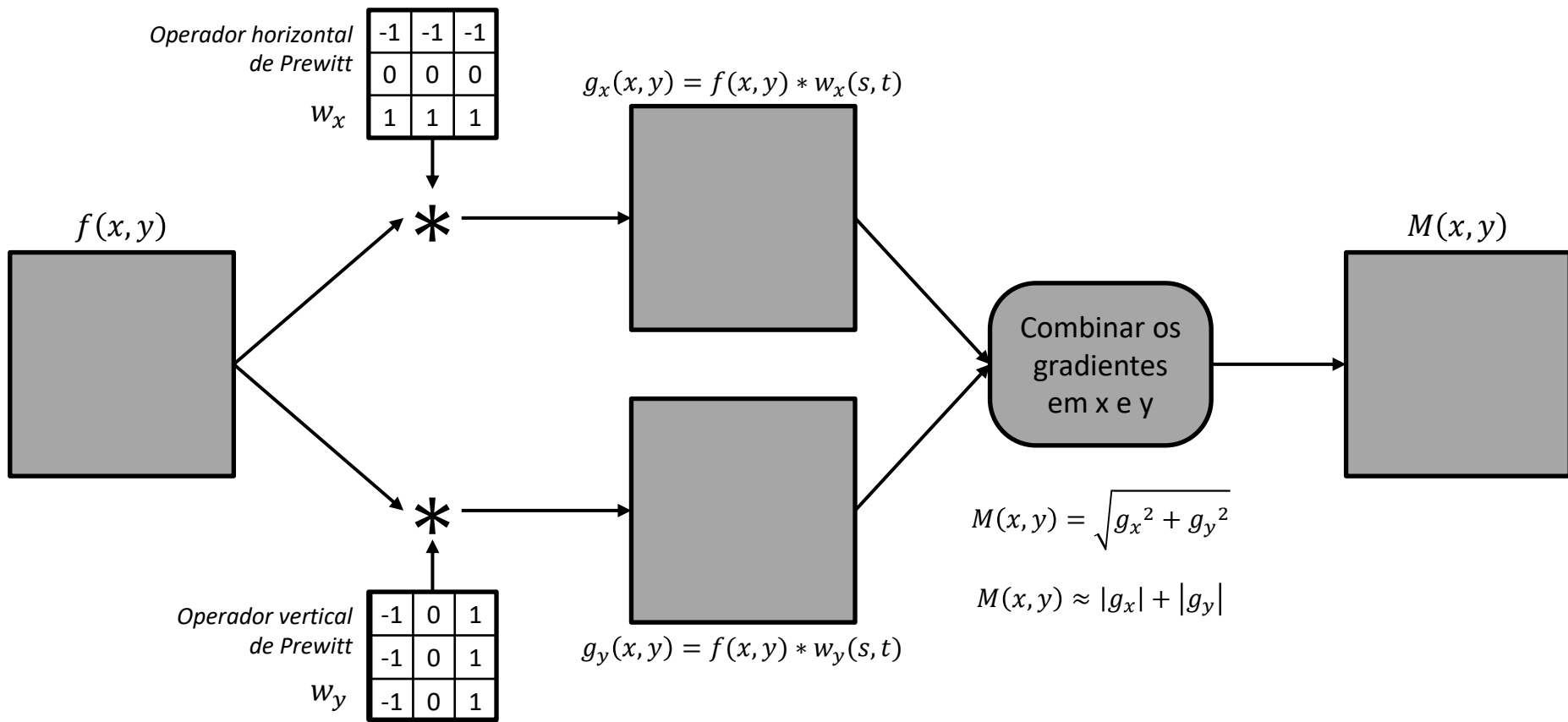
Sobel:

$$w_x$$

	-1	0	1
-1	-1	-2	-1
0	0	0	0
1	1	2	1

$w_y$	-1	0	1
-1	-1	0	1
0	-2	0	2
1	-1	0	1

# O gradiente - aplicação





- MARQUES FILHO, O.; VIEIRA NETO, H. Processamento digital de imagens. Brasport, 1999.
  - Disponível para download no site do autor (Exclusivo para uso pessoal)
  - <http://dainf.ct.utfpr.edu.br/~hvieir/pub.html>
- GONZALEZ, R.C.; WOODS, R.E.; Processamento Digital de Imagens. 3ª edição. Editora Pearson, 2009.
- J. E. R. Queiroz, H. M. Gomes. Introdução ao Processamento Digital de Imagens. RITA. v. 13, 2006.
  - <http://www.dsc.ufcg.edu.br/~hmg/disciplinas/graduacao/vc-2016.2/Rita-Tutorial-PDI.pdf>

```
@misc{mari_im_proc_2023,
  author = {João Fernando Mari},
  title = {Filtragem espacial II},
  year = {2023},
  publisher = {GitHub},
  journal = {Introdução ao Processamento Digital de Imagens - UFV},
  howpublished = {\url{https://github.com/joaofmari/SIN392_Introduction-to-digital-image-processing_2023}}
}
```

# FIM