

Aula 03 – Fundamentos da imagem digital II

Prof. João Fernando Mari

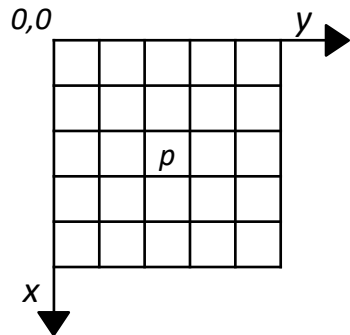
joaofmari.github.io

joaof.mari@ufv.br

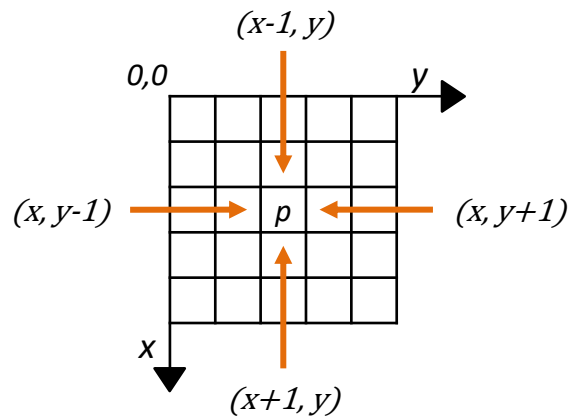
- Relacionamento básico entre pixels
 - Vizinhança entre pixels
 - Adjacência
 - Caminho (ou curva) digital
 - Regiões conectadas e componentes conectados
 - Fundo e objetos de uma imagem
 - Borda contorno, ou fronteira
- Operações lógicas e aritméticas entre imagens
 - Operações aritméticas
 - Operações lógicas
- Medidas de distância

RELACIONAMENTO BÁSICO ENTRE PIXELS

Vizinhança-4 de p , $N_4(p)$:



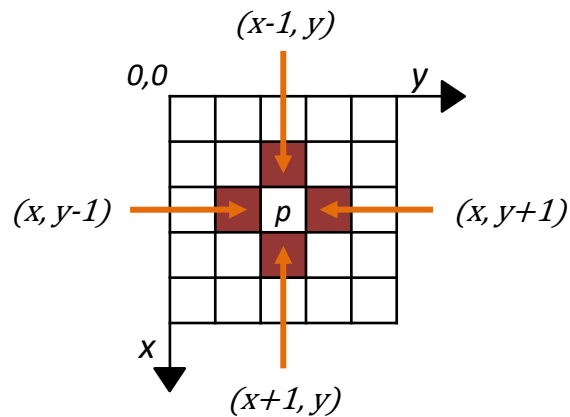
Vizinhança-4 de p , $N_4(p)$:



Vizinhança de um pixel

Vizinhança-4 de p , $N_4(p)$:

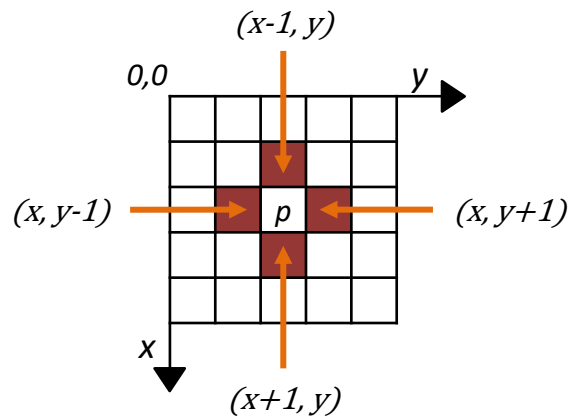
$(x+1, y)$, $(x-1, y)$, $(x, y+1)$, $(x, y-1)$



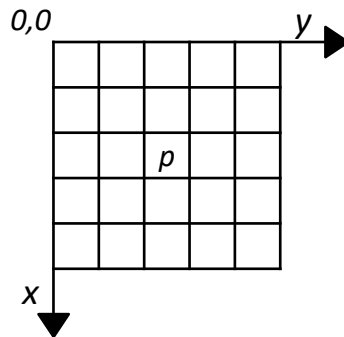
Vizinhança de um pixel

Vizinhança-4 de p , $N_4(p)$:

$(x+1, y)$, $(x-1, y)$, $(x, y+1)$, $(x, y-1)$



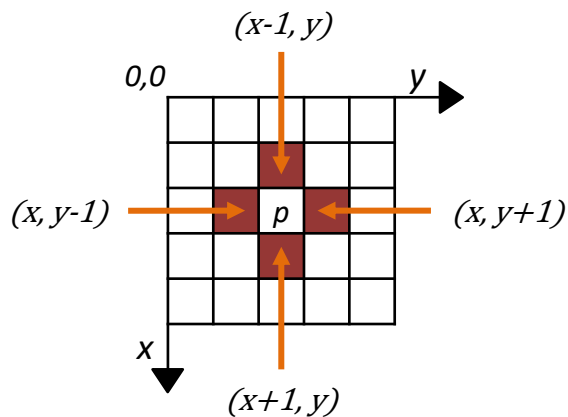
Vizinhança-diagonal de p , $N_D(p)$:



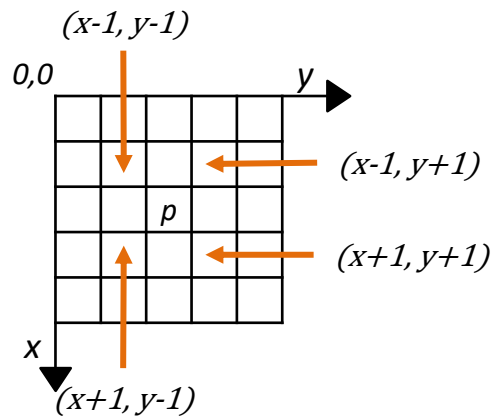
Vizinhança de um pixel

Vizinhança-4 de p , $N_4(p)$:

$(x+1, y)$, $(x-1, y)$, $(x, y+1)$, $(x, y-1)$



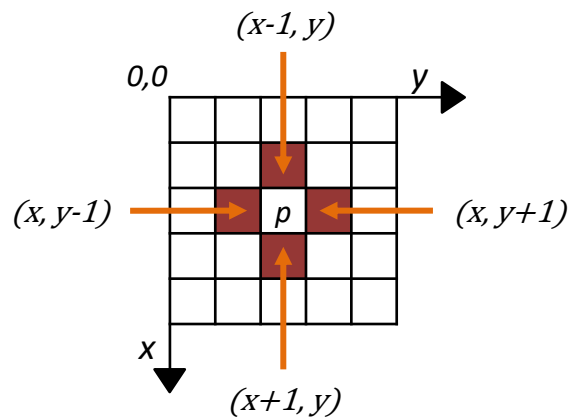
Vizinhança-diagonal de p , $N_D(p)$:



Vizinhança de um pixel

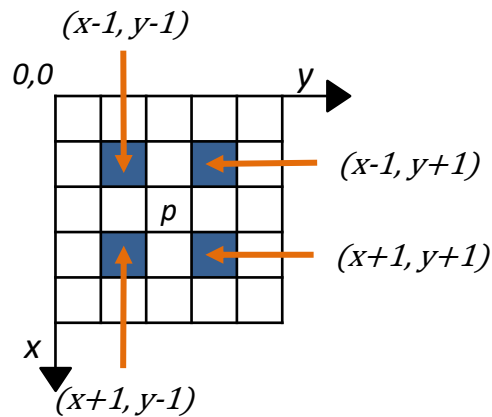
Vizinhança-4 de p , $N_4(p)$:

$(x+1, y)$, $(x-1, y)$, $(x, y+1)$, $(x, y-1)$



Vizinhança-diagonal de p , $N_D(p)$:

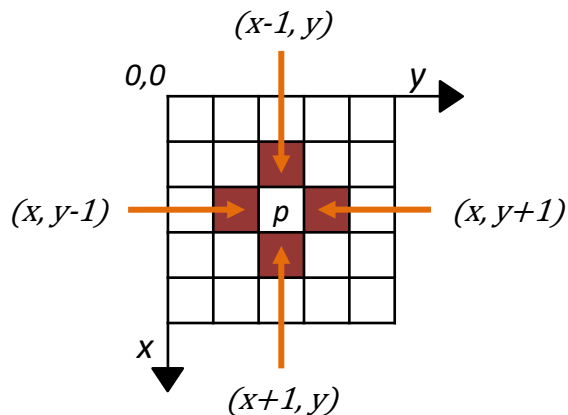
$(x-1, y-1)$, $(x-1, y+1)$, $(x+1, y-1)$,
 $(x+1, y+1)$



Vizinhança de um pixel

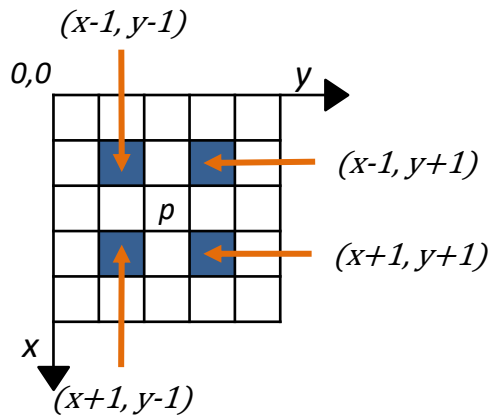
Vizinhança-4 de p , $N_4(p)$:

$(x+1, y)$, $(x-1, y)$, $(x, y+1)$, $(x, y-1)$

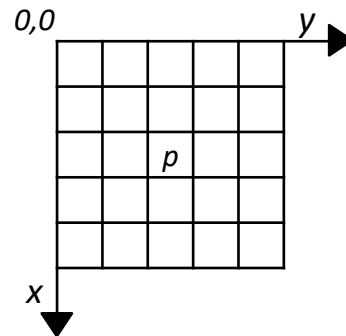


Vizinhança-diagonal de p , $N_D(p)$:

$(x-1, y-1)$, $(x-1, y+1)$, $(x+1, y-1)$,
 $(x+1, y+1)$



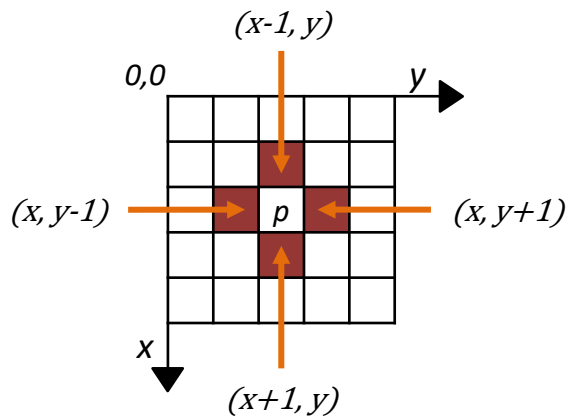
Vizinhança-8 de p , $N_8(p)$:



Vizinhança de um pixel

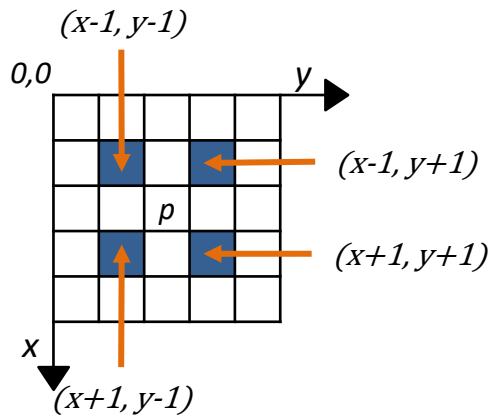
Vizinhança-4 de p , $N_4(p)$:

$(x+1, y)$, $(x-1, y)$, $(x, y+1)$, $(x, y-1)$



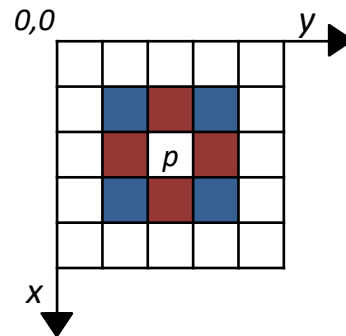
Vizinhança-diagonal de p , $N_D(p)$:

$(x-1, y-1)$, $(x-1, y+1)$, $(x+1, y-1)$,
 $(x+1, y+1)$



Vizinhança-8 de p , $N_8(p)$:

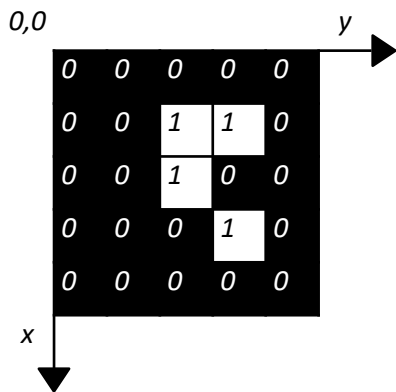
$N_4(p) \cup N_D(p)$



Adjacência

Adjacencia-4:

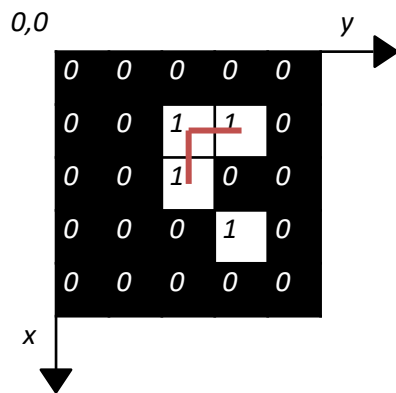
- Dois pixels p e q são adjacentes-4 se:
 - Os valores de p e q pertencem ao conjunto V e
 - O pixel q está no conjunto $N_4(p)$



(*) $V = \{1\}$ para imagens binárias

Adjacencia-4:

- Dois pixels p e q são adjacentes-4 se:
 - Os valores de p e q pertencem ao conjunto V e
 - O pixel q está no conjunto $N_4(p)$

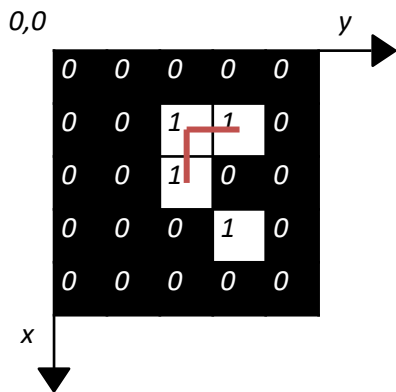


(*) $V = \{1\}$ para imagens binárias

Adjacência

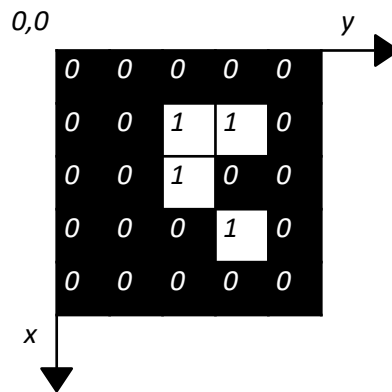
Adjacencia-4:

- Dois pixels p e q são adjacentes-4 se:
 - Os valores de p e q pertencem ao conjunto V e
 - O pixel q está no conjunto $N_4(p)$



Adjacencia-8:

- Dois pixels p e q são adjacentes-8 se:
 - Os valores de p e q pertencem ao conjunto V e
 - O pixel q está no conjunto $N_8(p)$.

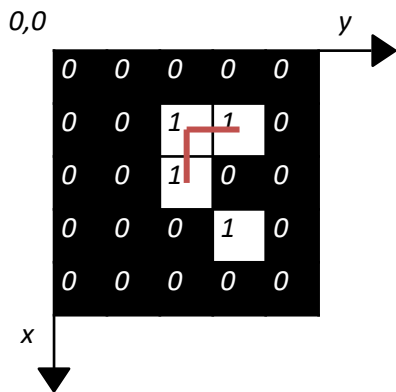


(*) $V = \{1\}$ para imagens binárias

Adjacência

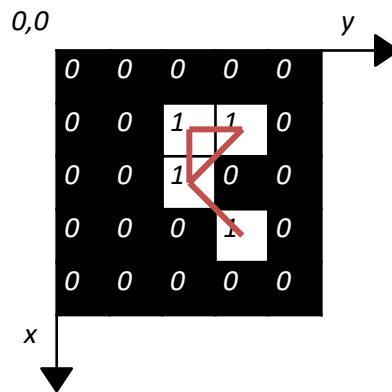
Adjacencia-4:

- Dois pixels p e q são adjacentes-4 se:
 - Os valores de p e q pertencem ao conjunto V e
 - O pixel q está no conjunto $N_4(p)$



Adjacencia-8:

- Dois pixels p e q são adjacentes-8 se:
 - Os valores de p e q pertencem ao conjunto V e
 - O pixel q está no conjunto $N_8(p)$.

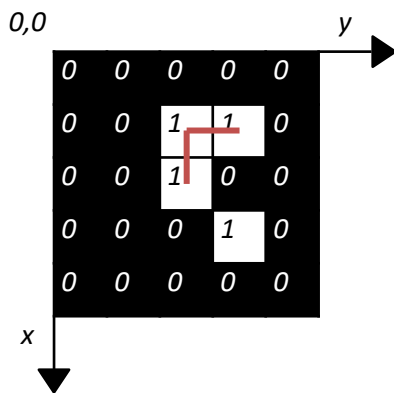


(*) $V = \{1\}$ para imagens binárias

Adjacência

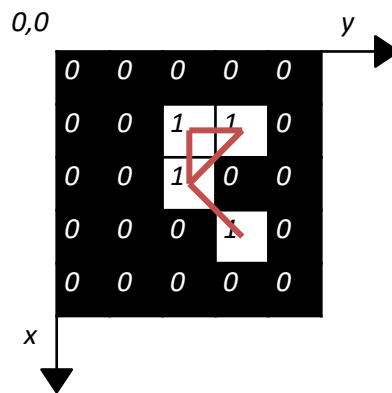
Adjacência-4:

- Dois pixels p e q são adjacentes-4 se:
 - Os valores de p e q pertencem ao conjunto V e
 - O pixel q está no conjunto $N_4(p)$



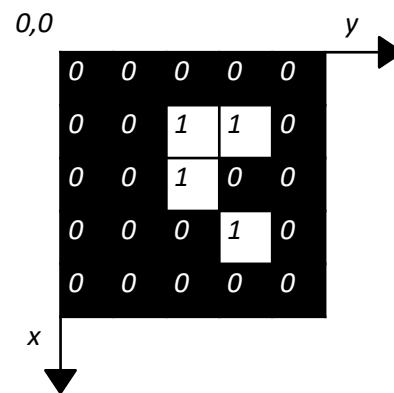
Adjacência-8:

- Dois pixels p e q são adjacentes-8 se:
 - Os valores de p e q pertencem ao conjunto V e
 - O pixel q está no conjunto $N_8(p)$.



Adjacência-m (adjacência mista):

- Dois pixels p e q são adjacentes-m se:
 - q está em $N_4(p)$ **OU**
 - q estiver em $N_D(p)$ **E**
 - A intersecção entre $N_4(p)$ e $N_4(q)$ não contém nenhum pixel cujos valores pertencem a V .

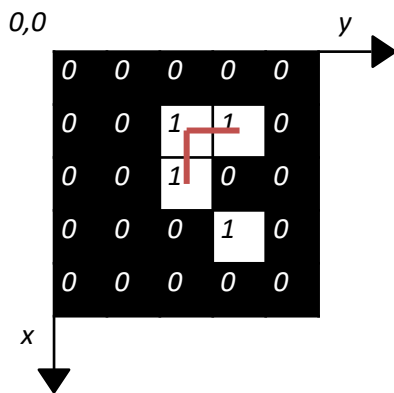


(*) $V = \{1\}$ para imagens binárias

Adjacência

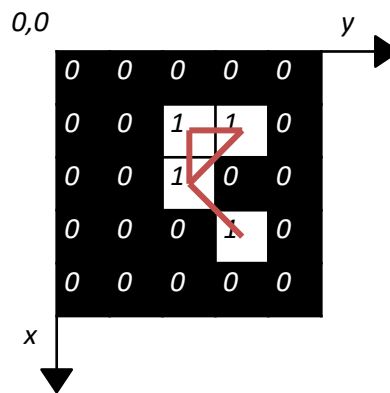
Adjacencia-4:

- Dois pixels p e q são adjacentes-4 se:
 - Os valores de p e q pertencem ao conjunto V e
 - O pixel q está no conjunto $N_4(p)$



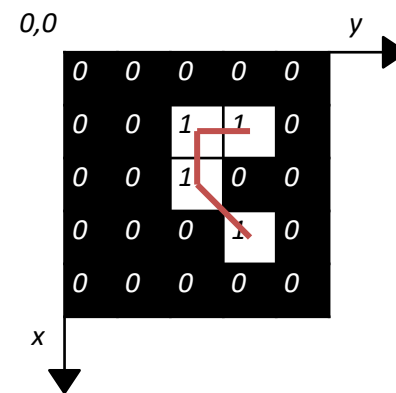
Adjacencia-8:

- Dois pixels p e q são adjacentes-8 se:
 - Os valores de p e q pertencem ao conjunto V e
 - O pixel q está no conjunto $N_8(p)$.



Adjacência-m (adjacência mista):

- Dois pixels p e q são adjacentes-m se:
 - q está em $N_4(p)$ **OU**
 - q estiver em $N_D(p)$ **E**
 - A intersecção entre $N_4(p)$ e $N_4(q)$ não contém nenhum pixel cujos valores pertencem a V .



(*) $V = \{1\}$ para imagens binárias

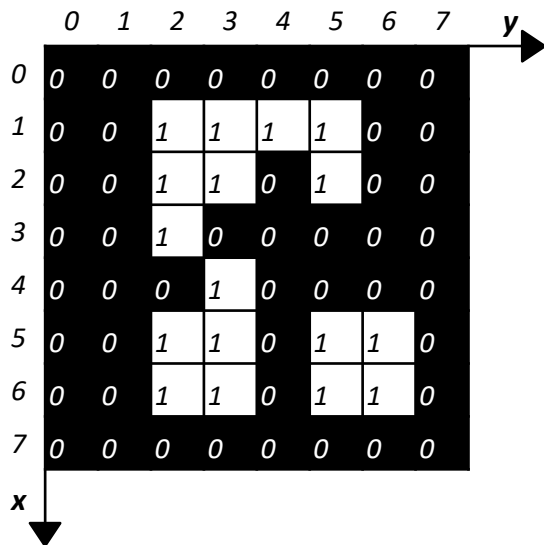
Caminho (ou curva) digital

- Um **caminho** do pixel p com coordenadas (x, y) ao pixel q com coordenadas (s, t) é
 - uma sequencia de pixels distintos com coordenadas:
 - $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$
 - em que:
 - $(x_0, y_0) = (x, y)$,
 - $(x_n, y_n) = (s, t)$ e
 - os pixels (x_i, y_i) e (x_{i-1}, y_{i-1}) são adjacentes para $1 \leq i \leq n$
- Se $(x_0, y_0) = (x_n, y_n)$, o caminho é fechado
- Dependendo do tipo de adjacência escolhida, os caminhos podem ser:
 - caminho-4
 - caminho-8
 - caminho-m

Caminho (ou curva) digital

Considerando vizinhança-4:

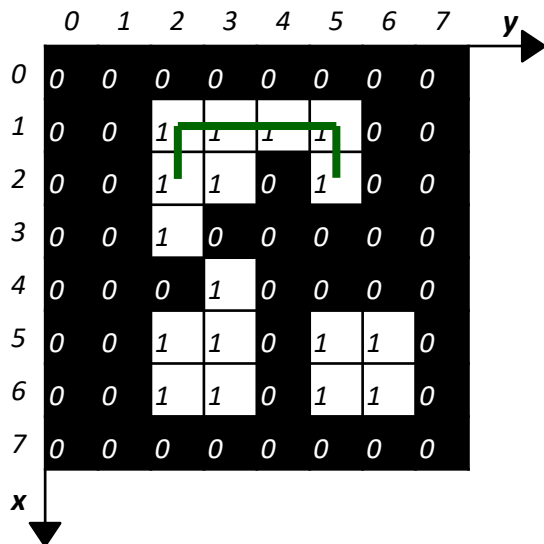
- Um dos caminhos entre p em $(2,5)$ e q em $(2,2)$:



Caminho (ou curva) digital

Considerando vizinhança-4:

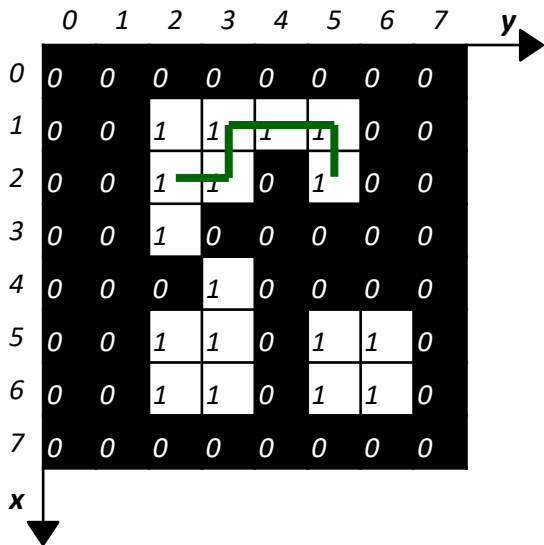
- Um dos caminhos entre p em $(2,5)$ e q em $(2,2)$:
 - $(2,5), (1,5), (1,4), (1,3), (1,2), (2,2)$.



Caminho (ou curva) digital

Considerando vizinhança-4:

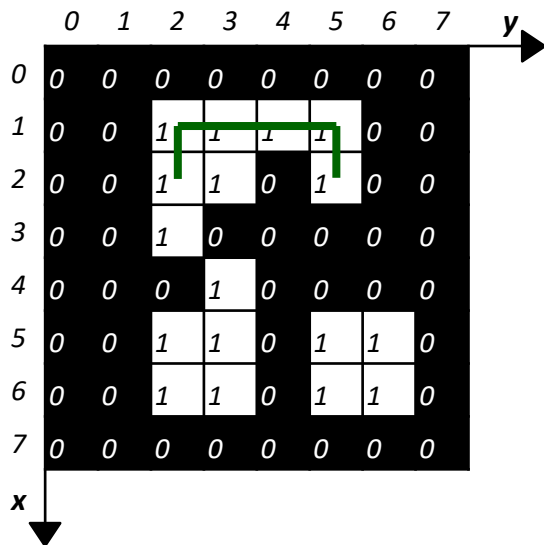
- Outros caminhos entre p em $(2,5)$ e q em $(2,2)$:
 - $(2,5), (1,5), (1,4), (1,3), (2,3), (2,2)$.



Caminho (ou curva) digital

Considerando vizinhança-4:

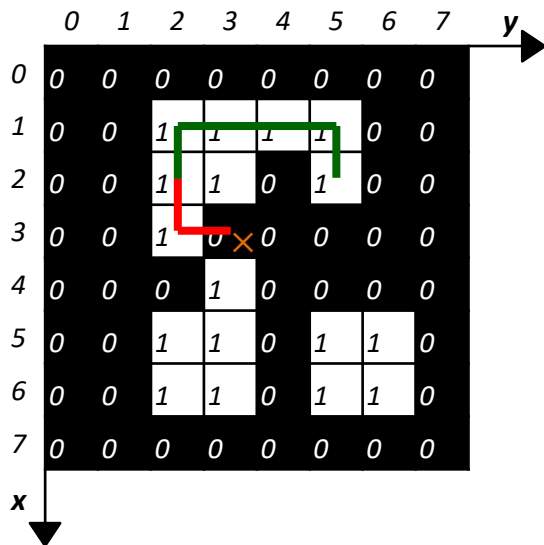
- Um dos caminhos entre p em $(2,5)$ e q em $(2,2)$:
– $(2,5), (1,5), (1,4), (1,3), (1,2), (2,2)$.
- Um caminho entre p em $(2,3)$ e q em $(6,2)$:



Caminho (ou curva) digital

Considerando vizinhança-4:

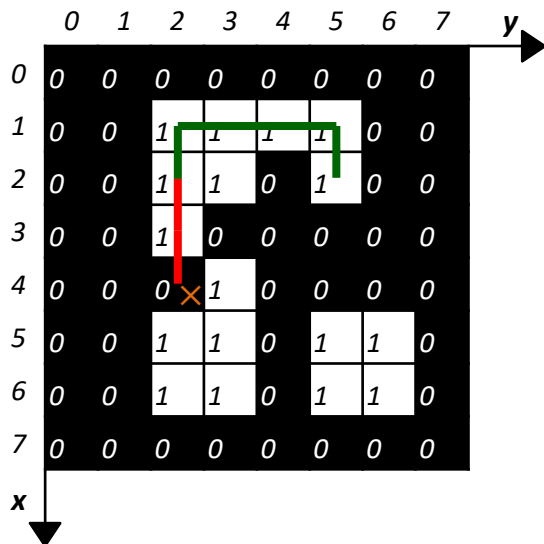
- Um dos caminhos entre p em $(2,5)$ e q em $(2,2)$:
 - $(2,5), (1,5), (1,4), (1,3), (1,2), (2,2)$.
- Um caminho entre p em $(2,3)$ e q em $(6,2)$:



Caminho (ou curva) digital

Considerando vizinhança-4:

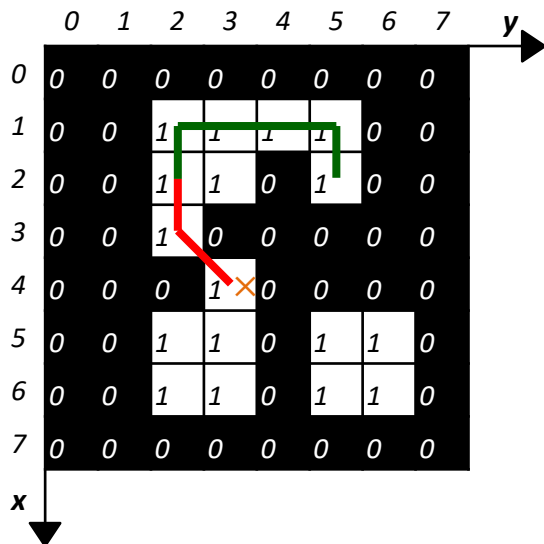
- Um dos caminhos entre p em $(2,5)$ e q em $(2,2)$:
 - $(2,5), (1,5), (1,4), (1,3), (1,2), (2,2)$.
- Um caminho entre p em $(2,3)$ e q em $(6,2)$:



Caminho (ou curva) digital

Considerando vizinhança-4:

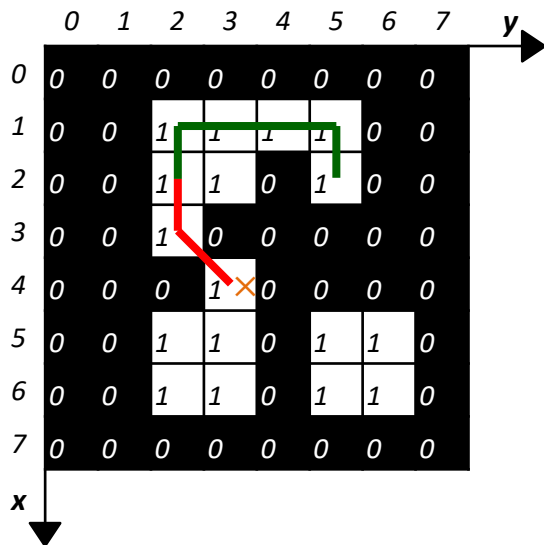
- Um dos caminhos entre p em $(2,5)$ e q em $(2,2)$:
 - $(2,5), (1,5), (1,4), (1,3), (1,2), (2,2)$.
- Um caminho entre p em $(2,3)$ e q em $(6,2)$:
 - Não existe um caminho!



Caminho (ou curva) digital

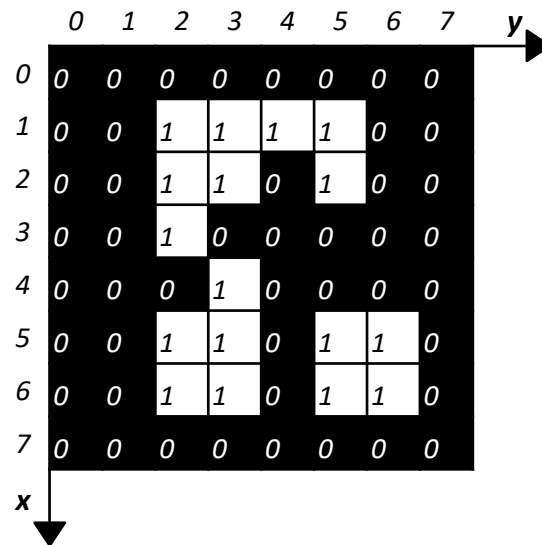
Considerando vizinhança-4:

- Um dos caminhos entre p em $(2,5)$ e q em $(2,2)$:
 - $(2,5), (1,5), (1,4), (1,3), (1,2), (2,2)$.
- Um caminho entre p em $(2,3)$ e q em $(6,2)$:
 - Não existe um caminho!



Considerando vizinhança-8:

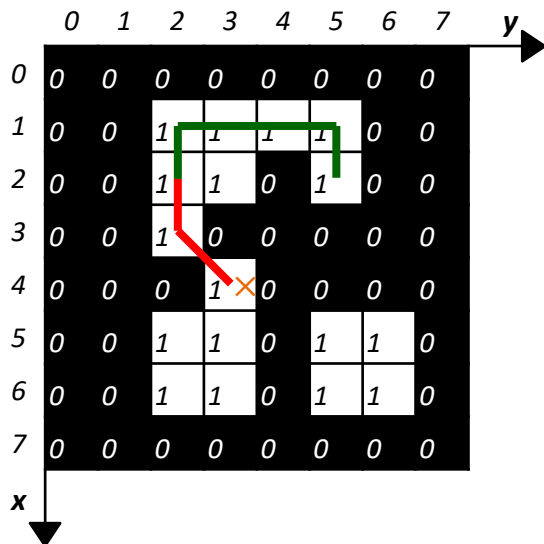
- Um dos caminhos entre p em $(2,5)$ e q em $(2,2)$:



Caminho (ou curva) digital

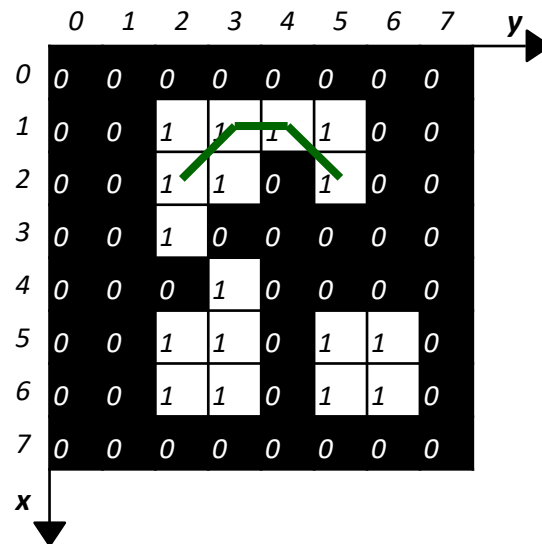
Considerando vizinhança-4:

- Um dos caminhos entre p em $(2,5)$ e q em $(2,2)$:
 - $(2,5), (1,5), (1,4), (1,3), (1,2), (2,2)$.
- Um caminho entre p em $(2,3)$ e q em $(6,2)$:
 - Não existe um caminho!



Considerando vizinhança-8:

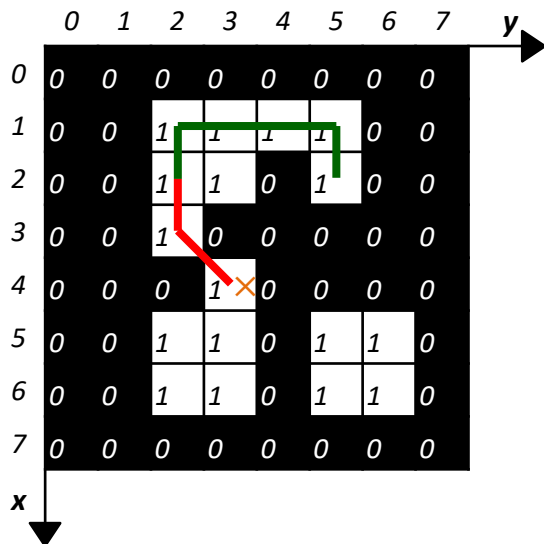
- Um dos caminhos entre p em $(2,5)$ e q em $(2,2)$:
 - $(2,5), (1,4), (1,3), (2,2)$.



Caminho (ou curva) digital

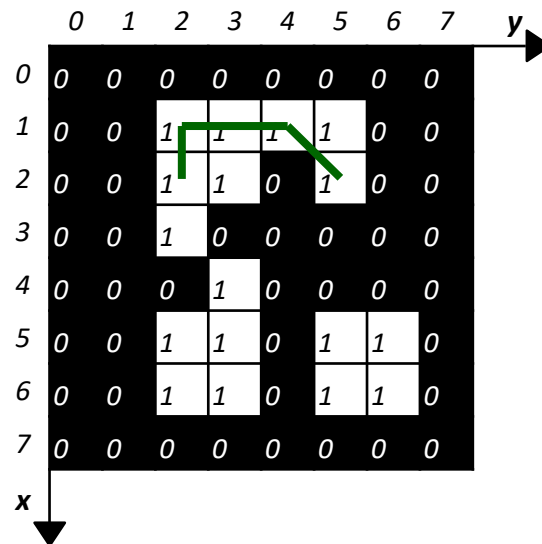
Considerando vizinhança-4:

- Um dos caminhos entre p em $(2,5)$ e q em $(2,2)$:
 - $(2,5), (1,5), (1,4), (1,3), (1,2), (2,2)$.
- Um caminho entre p em $(2,3)$ e q em $(6,2)$:
 - Não existe um caminho!



Considerando vizinhança-8:

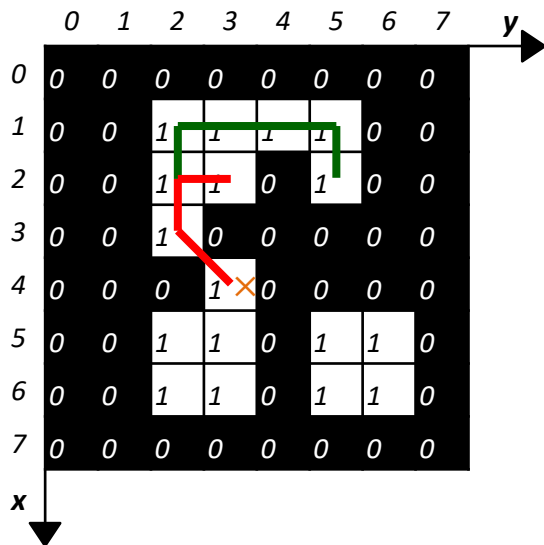
- Outro caminho entre p em $(2,5)$ e q em $(2,2)$:
 - $(2,5), (1,4), (1,3), (1,2), (2,2)$.



Caminho (ou curva) digital

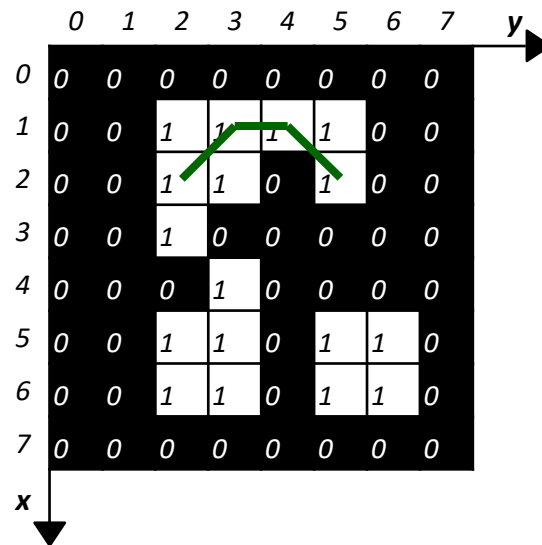
Considerando vizinhança-4:

- Um dos caminhos entre p em $(2,5)$ e q em $(2,2)$:
 - $(2,5), (1,5), (1,4), (1,3), (1,2), (2,2)$.
- Um caminho entre p em $(2,3)$ e q em $(6,2)$:
 - Não existe um caminho!



Considerando vizinhança-8:

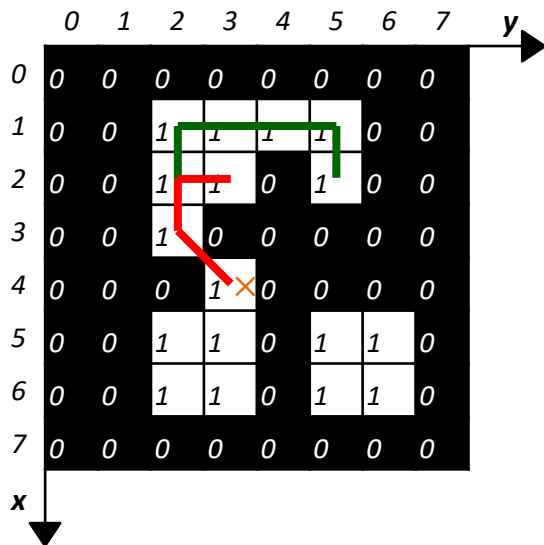
- Outro caminho entre p em $(2,5)$ e q em $(2,2)$:
 - $(2,5), (1,4), (1,3), (2,2)$.
- Um dos caminhos entre p em $(2,3)$ e q em $(6,2)$:



Caminho (ou curva) digital

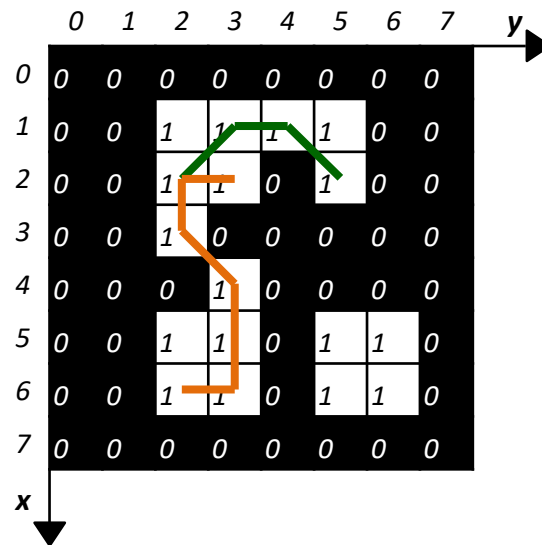
Considerando vizinhança-4:

- Um dos caminhos entre p em $(2,5)$ e q em $(2,2)$:
 - $(2,5), (1,5), (1,4), (1,3), (1,2), (2,2)$.
- Um caminho entre p em $(2,3)$ e q em $(6,2)$:
 - Não existe um caminho!



Considerando vizinhança-8:

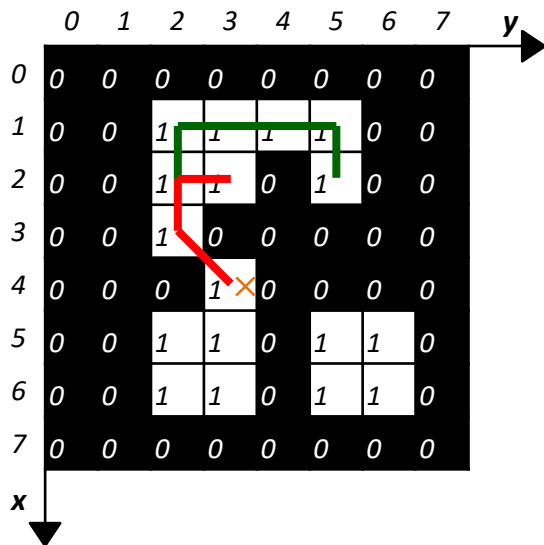
- Outro caminho entre p em $(2,5)$ e q em $(2,2)$:
 - $(2,5), (1,4), (1,3), (2,2)$.
- Um dos caminhos entre p em $(2,3)$ e q em $(6,2)$:
 - $(2,3), (2,2), (3,2), (4,3), (5,3), (6,3), (6,2)$.



Caminho (ou curva) digital

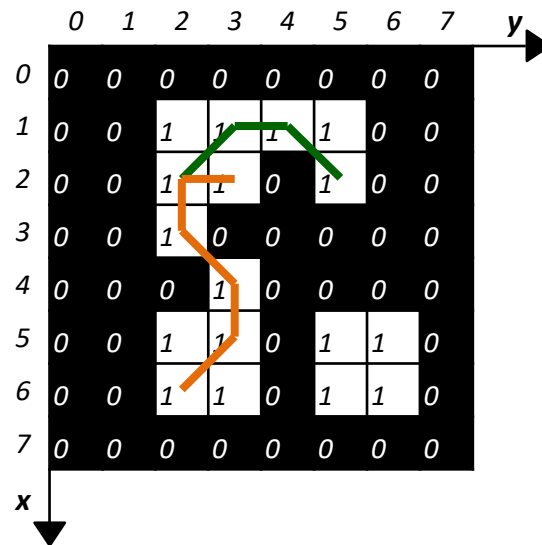
Considerando vizinhança-4:

- Um dos caminhos entre p em $(2,5)$ e q em $(2,2)$:
 - $(2,5), (1,5), (1,4), (1,3), (1,2), (2,2)$.
- Um caminho entre p em $(2,3)$ e q em $(6,2)$:
 - Não existe um caminho!



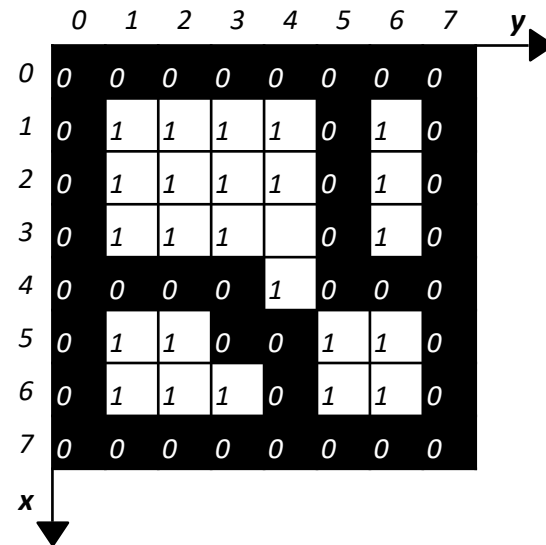
Considerando vizinhança-8:

- Outro caminho entre p em $(2,5)$ e q em $(2,2)$:
 - $(2,5), (1,4), (1,3), (2,2)$.
- Outro caminho entre p em $(2,3)$ and q em $(6,2)$:
 - $(2,3), (2,2), (3,2), (4,3), (5,3), (6,2)$.



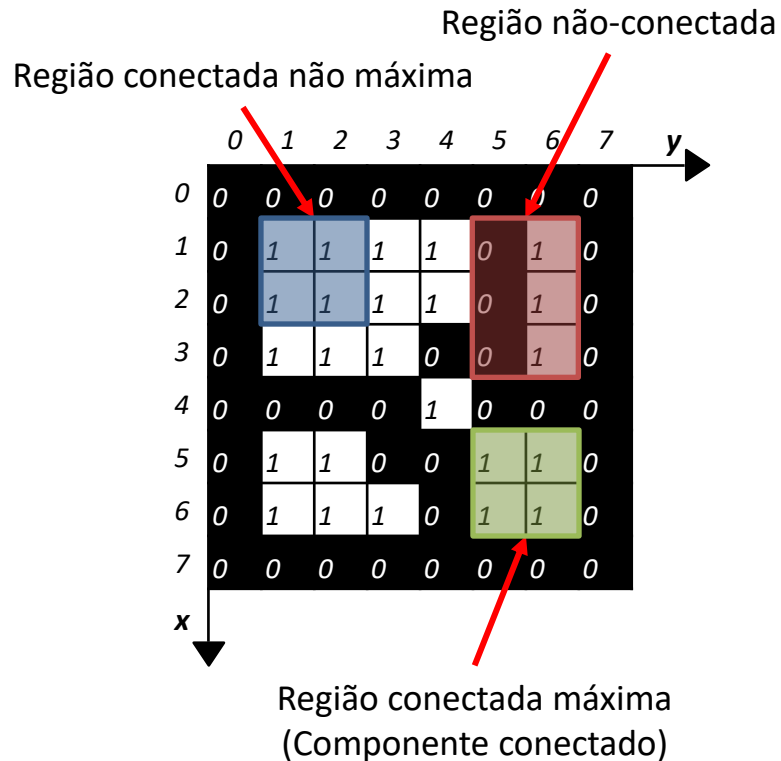
Regiões conectadas e componentes conectados

- **Região conectada:**
 - Qualquer região R que existe pelo menos um caminho entre quaisquer pares de pixels (p, q)
- **Componente conectado:**
 - Região conectada máxima
 - Não é um subconjunto próprio de nenhuma região conectada maior



Regiões conectadas e componentes conectados

- **Região conectada:**
 - Qualquer região R que existe pelo menos um caminho entre quaisquer pares de pixels (p, q)
- **Componente conectado:**
 - Região conectada máxima
 - Não é um subconjunto próprio de nenhuma região conectada maior



Componentes conectados

Imagem binária

$N_4(p)$

	0	1	2	3	4	5	6	7	y
0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1	0	1	1	1	1	0	1	0	
2	0	1	1	1	1	0	1	0	
3	0	1	1	1	0	0	1	0	
4	0	0	0	0	1	0	0	0	
5	0	1	1	0	0	1	1	0	
6	0	1	1	1	0	1	1	0	
7	0	0	0	0	0	0	0	0	
x									

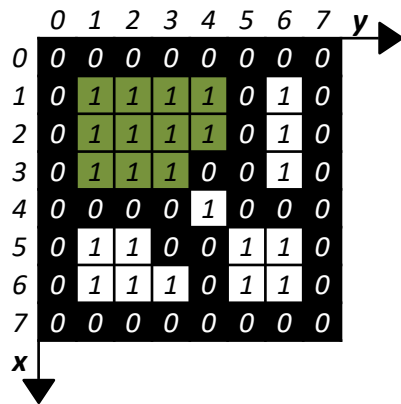
$N_8(p)$

	0	1	2	3	4	5	6	7	y
0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1	0	1	1	1	1	0	1	0	
2	0	1	1	1	1	0	1	0	
3	0	1	1	1	0	0	1	0	
4	0	0	0	0	1	0	0	0	
5	0	1	1	0	0	1	1	0	
6	0	1	1	1	0	1	1	0	
7	0	0	0	0	0	0	0	0	
x									

Componentes conectados

Imagem binária

$N_4(p)$



$N_8(p)$

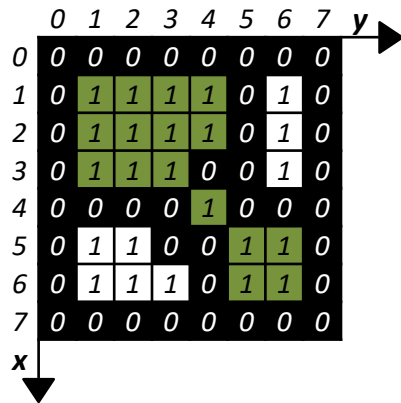
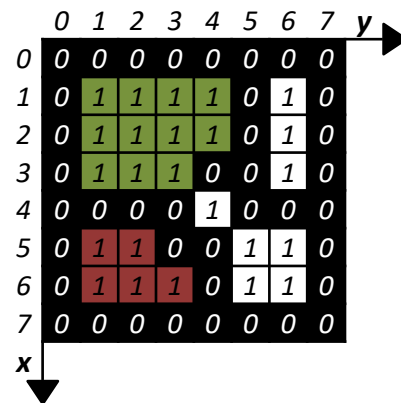
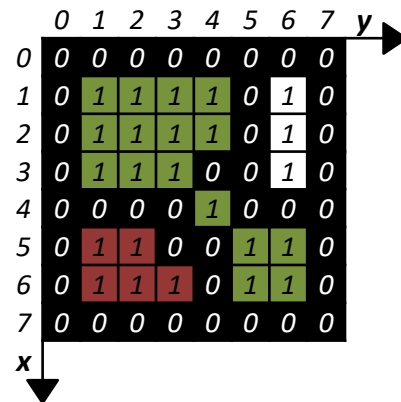


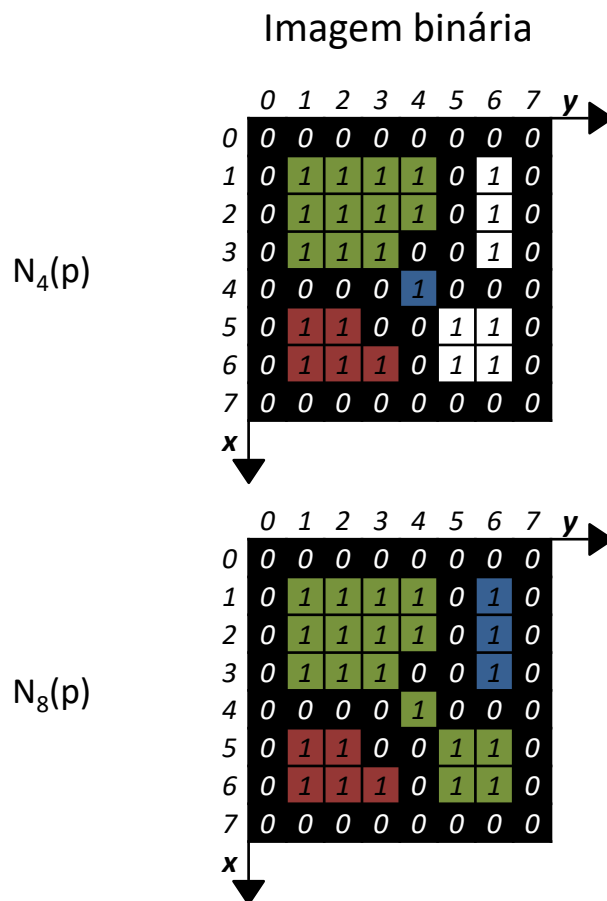
Imagem binária

$N_4(p)$

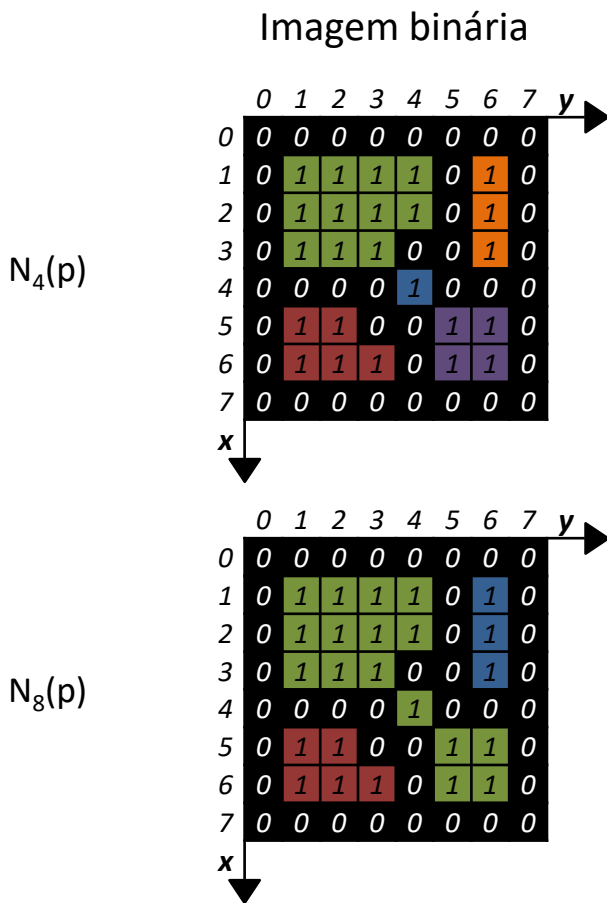


$N_8(p)$

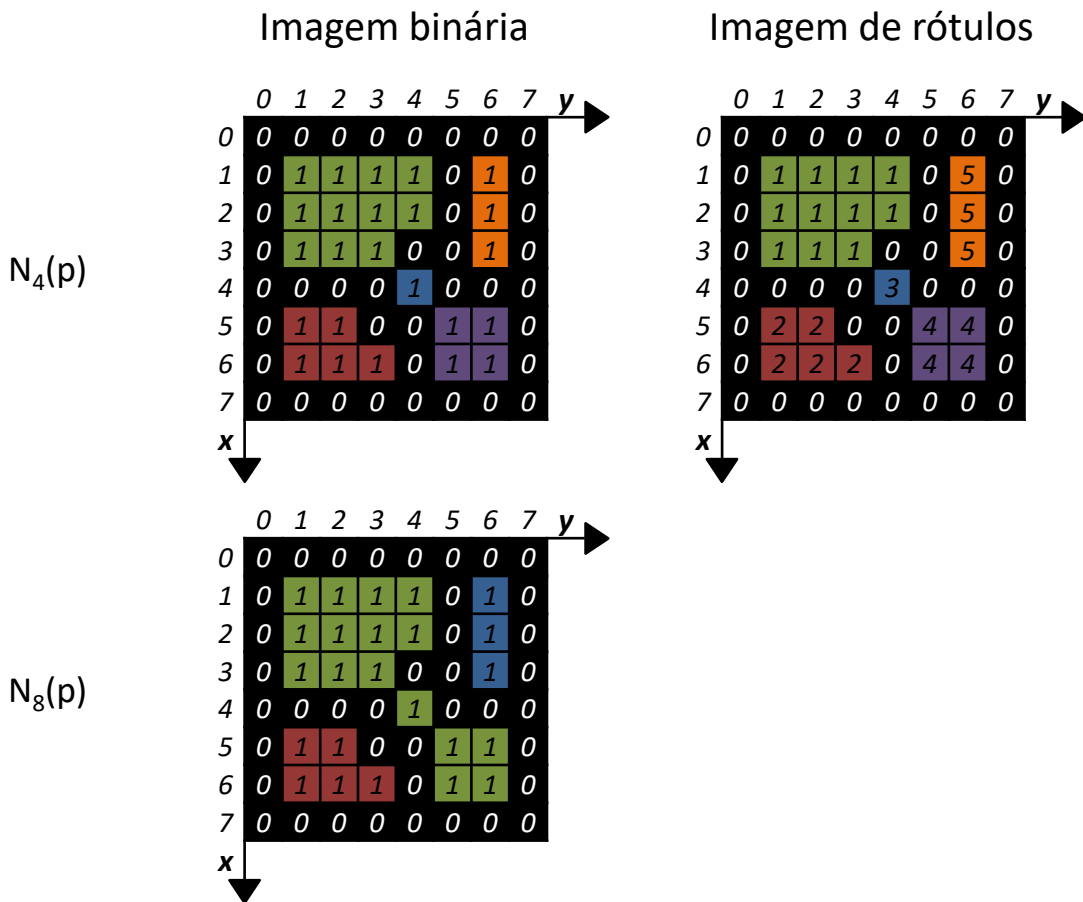




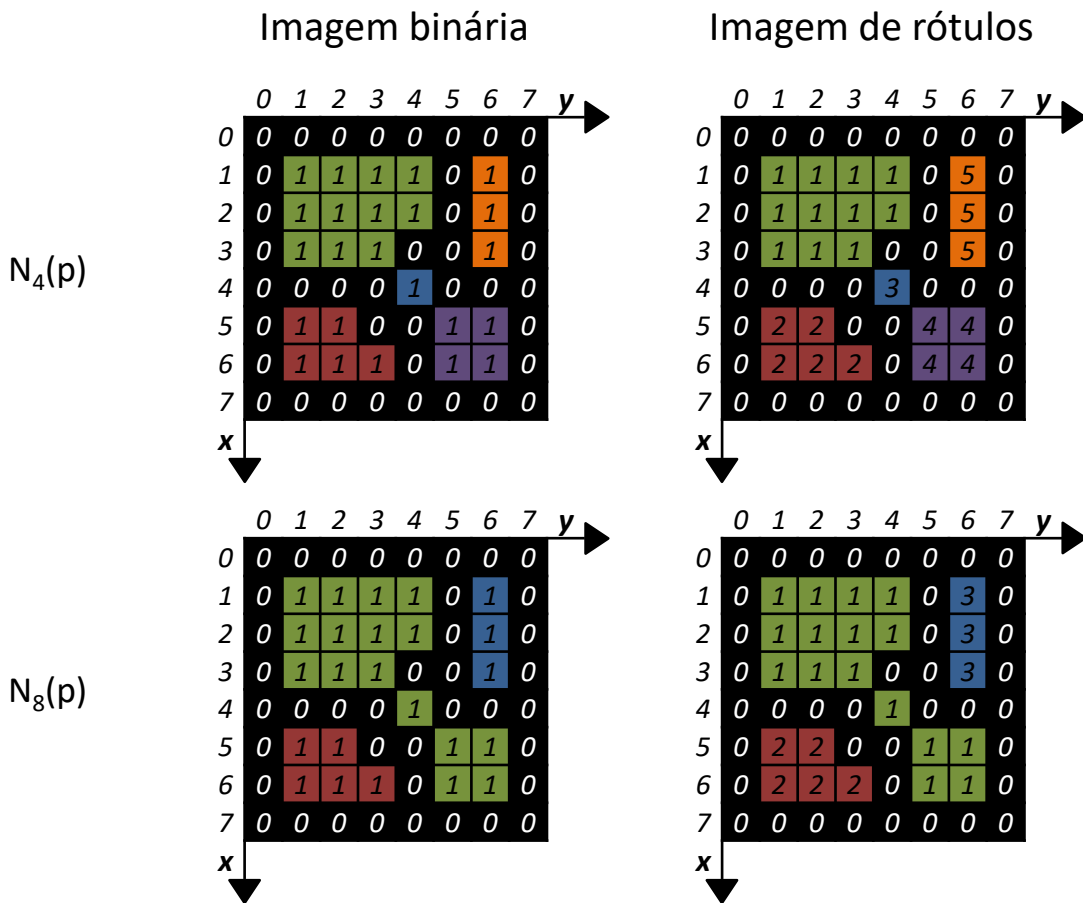
Componentes conectados



Componentes conectados

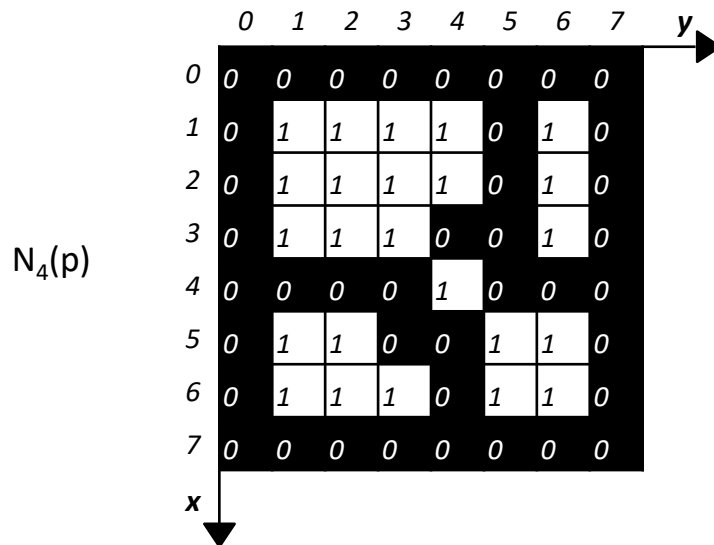


Componentes conectados



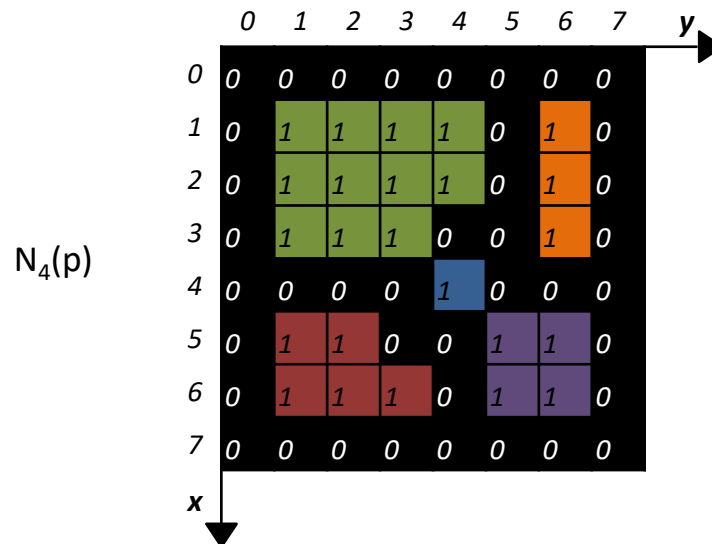
Fundo e objetos de uma imagem

- Frente (*foreground*) da imagem (objetos)
 - Conjunto de todos os componentes conectados na imagem
- Fundo (*background*) da imagem
 - O complemento do conjunto dos componentes conectados

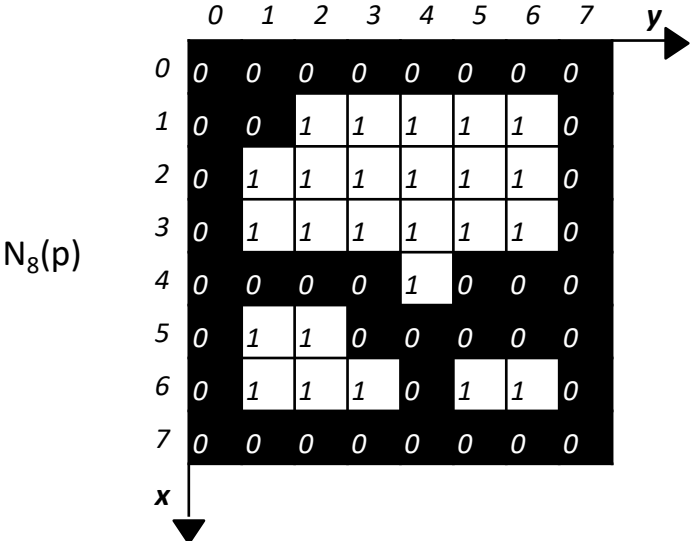
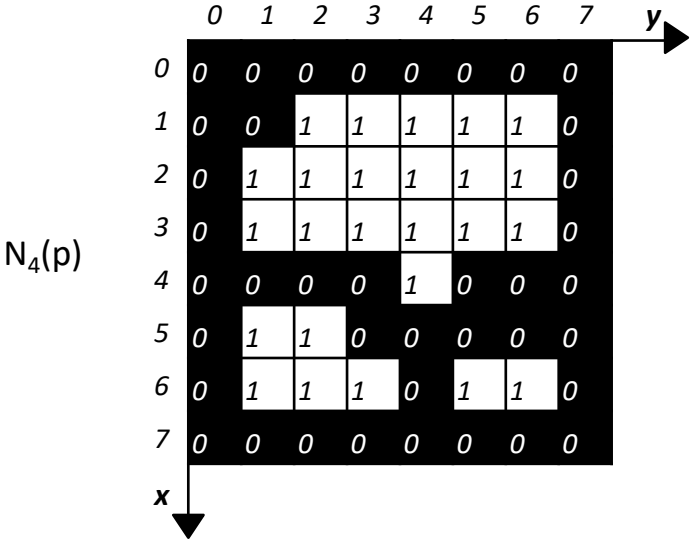


Fundo e objetos de uma imagem

- Frente (*foreground*) da imagem (objetos)
 - Conjunto de todos os componentes conectados na imagem
- Fundo (*background*) da imagem
 - O complemento do conjunto dos componentes conectados

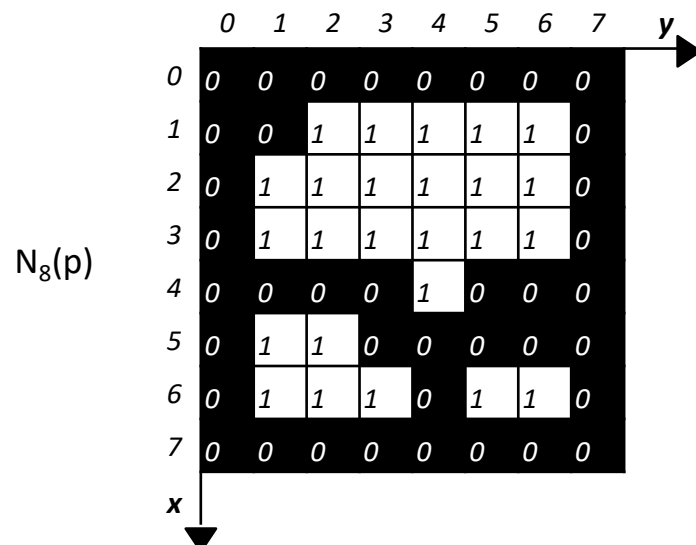
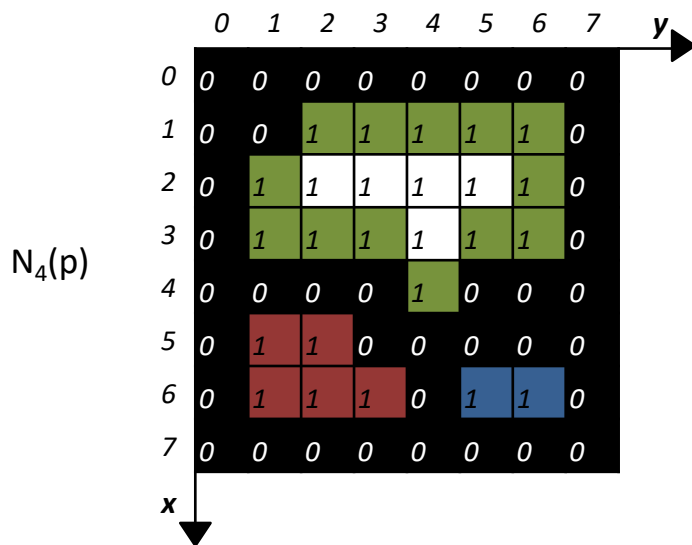


- Borda de um componente conectado C:
 - Conjunto de pontos em C que são **adjacentes** aos pontos do complemento de C.
 - Dependente da conectividade.
 - Borda interna.



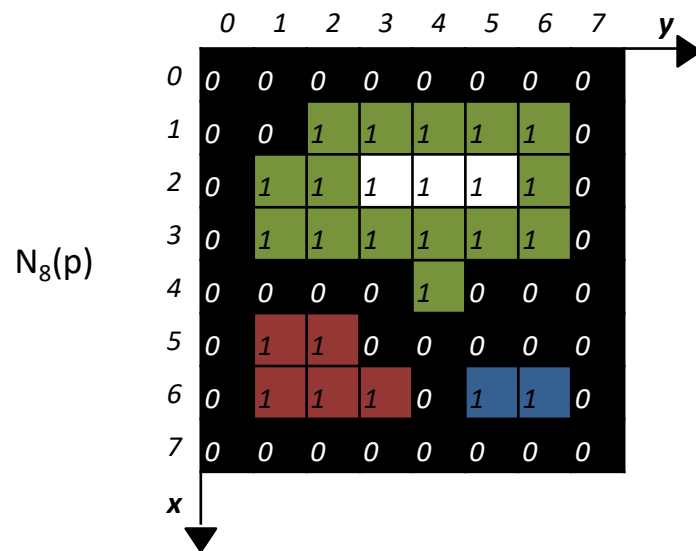
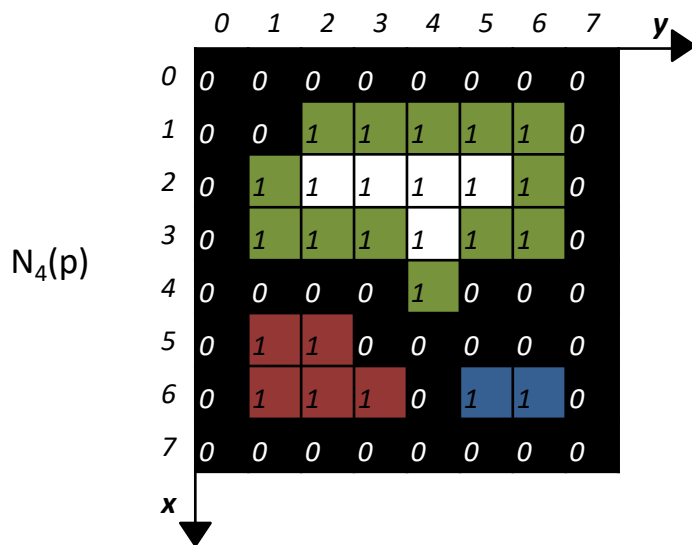
Borda, contorno ou fronteira

- Borda de um componente conectado C:
 - Conjunto de pontos em C que são **adjacentes** aos pontos do complemento de C.
 - Dependente da conectividade.
 - Borda interna.



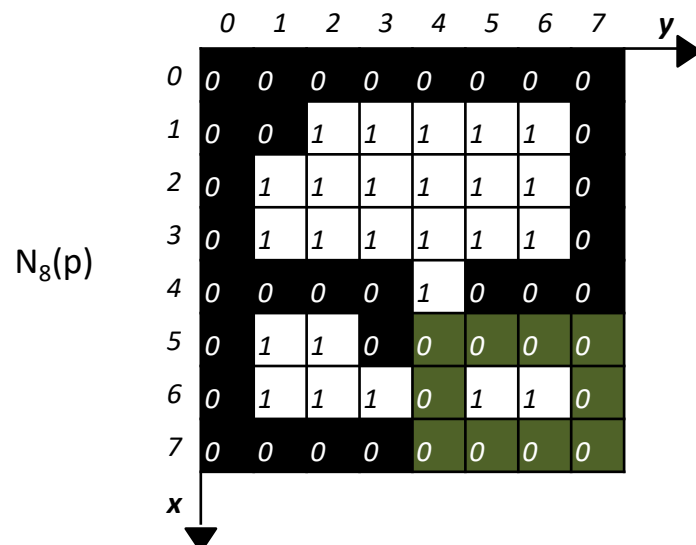
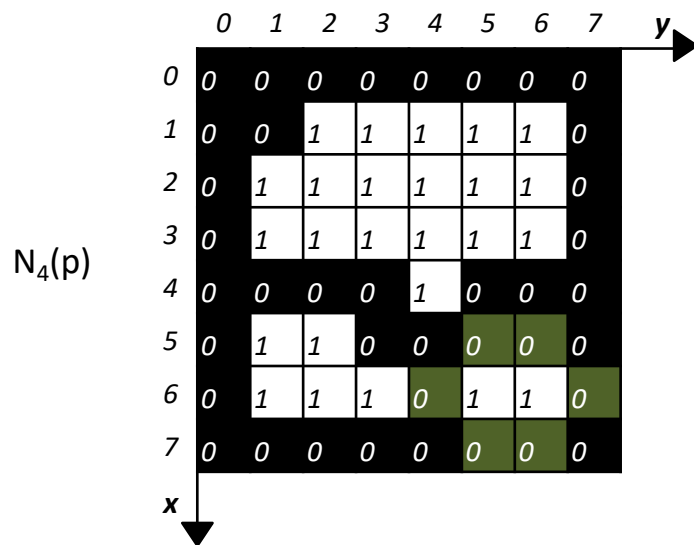
Borda, contorno ou fronteira

- Borda de um componente conectado C:
 - Conjunto de pontos em C que são **adjacentes** aos pontos do complemento de C.
 - Dependente da conectividade.
 - Borda interna.



Borda, contorno ou fronteira

- Borda **externas** de um componente conectado C:
 - Conjunto de pontos no complemento de C, C^c , que são **adjacentes** aos pontos em C.
 - Bordas sempre formam um conjunto fechado.
 - Algoritmos seguidores de contorno.



OPERAÇÕES LÓGICAS E ARITMÉTICAS

Operações aritméticas

- Operações aritméticas são realizadas entre pixels correspondentes
 - SOMA
 - $g(x, y) = f_1(x, y) + f_2(x, y)$
 - SUBTRAÇÃO
 - $g(x, y) = f_1(x, y) - f_2(x, y)$
 - MULTIPLICAÇÃO
 - $g(x, y) = f_1(x, y) \times f_2(x, y)$
 - DIVISÃO
 - $g(x, y) = f_1(x, y) / f_2(x, y)$

Tipos de dados no Python (scikit-image)

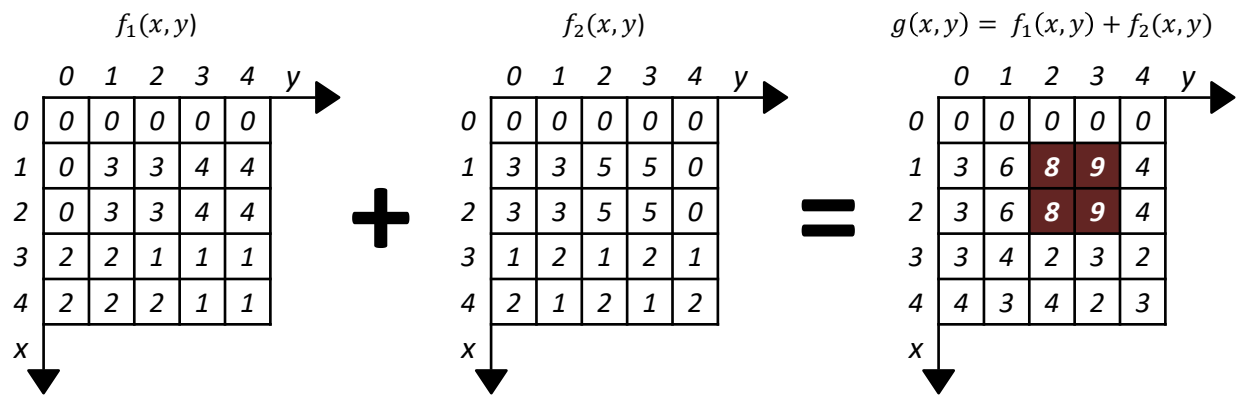
dtype	de	até	Descrição
uint8	0	255	Inteiro de 8 bits sem sinal
uint16	0	65,535	Inteiro de 16 bits sem sinal
uint32	0	4,294,967,295	Inteiro de 32 bits sem sinal
float	-1.0	+1.0	Ponto flutuante de 64 bits
int8	-128	127	Inteiro de 8 bits com sinal
int16	-32,768	+32,767	Inteiro de 16 bits com sinal
int32	-2^{31}	$2^{31} - 1$	Inteiro de 32 bits com sinal

Função	Descrição
img_as_float	Converte para float
img_as_ubyte	Converte para uint8
img_as_uint	Converte para uint16
img_as_int	Converte para int16

https://scikit-image.org/docs/dev/user_guide/data_types.html

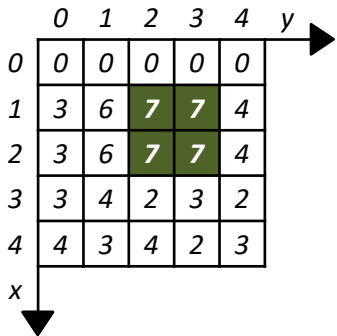
SOMA

$k = 3$ (número de bits)
 $L = 2^k = 2^3 = 8$
Intervalo: $[0, L-1]$ ou $[0, 7]$



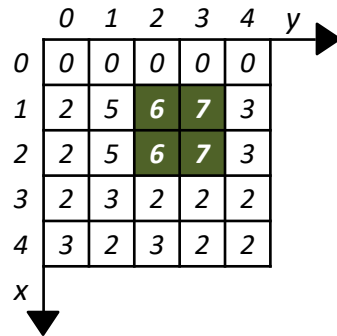
Truncamento:

$$g'(x,y) = \min(g(x,y), L - 1)$$



Normalização:

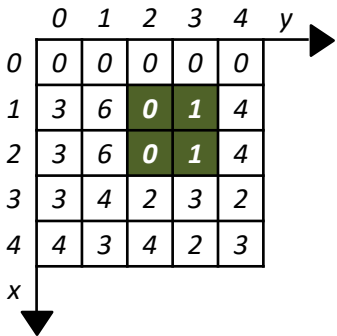
$$g' = \frac{L - 1}{g_{\max} - g_{\min}} \times (g - g_{\min})$$



g	$p / 9 * 7$	p'
0	0.00	0
1	0.77	1
2	1.55	2
3	2.33	2
4	3.11	3
5	3.88	4
6	4.66	5
7	5.44	5
8	6.22	6
9	7.00	7

Wrap-around:

$$g(x,y) > L - 1 ? g(x,y) - L : g(x,y)$$



Operações aritméticas

SUBTRAÇÃO

$k = 3$ (número de bits)

$L = 2^k = 2^3 = 8$

Intervalo: $[0, L-1]$ ou $[0, 7]$

$$f_1(x, y)$$

	0	1	2	3	4	y
0	0	0	0	0	0	
1	3	3	5	5	0	
2	3	3	5	5	0	
3	1	2	1	2	1	
4	2	1	2	1	2	
x						

—

$$f_2(x, y)$$

	0	1	2	3	4	y
0	0	0	0	0	0	
1	0	3	3	4	4	
2	0	3	3	4	4	
3	2	2	1	1	1	
4	2	2	2	1	1	
x						

=

$$g(x, y) = f_1(x, y) - f_2(x, y)$$

	0	1	2	3	4	y
0	0	0	0	0	0	
1	3	0	2	1	-4	
2	3	0	2	1	-4	
3	-1	0	0	1	0	
4	0	-1	0	0	1	
x						

Truncamento:

$$g'(x, y) = \max(g(x, y), 0)$$

	0	1	2	3	4	y
0	0	0	0	0	0	
1	3	0	2	1	0	
2	3	0	2	1	0	
3	0	0	0	1	0	
4	0	0	0	0	1	
x						

Normalização:

$$g' = \frac{L - 1}{g_{\max} - g_{\min}} \times (g - g_{\min})$$

	0	1	2	3	4	y
0	4	4	4	4	4	
1	7	4	6	5	0	
2	7	4	6	5	0	
3	3	4	4	5	4	
4	4	3	4	4	5	
x						

Valor absoluto:

$$g'(x, y) = |g(x, y)|$$

	0	1	2	3	4	y
0	0	0	0	0	0	
1	3	0	2	1	4	
2	3	0	2	1	4	
3	1	0	0	1	0	
4	0	1	0	0	1	
x						

Wrap-around:

$$g(x, y) < 0 ? L + g(x, y) : g(x, y)$$

	0	1	2	3	4	y
0	0	0	0	0	0	
1	3	0	2	1	4	
2	3	0	2	1	4	
3	7	0	0	1	0	
4	0	7	0	0	1	
x						

Operações aritméticas

MULTIPLICAÇÃO

$k = 3$ (número de bits)

$L = 2^k = 2^3 = 8$

Intervalo: $[0, L-1]$ ou $[0, 7]$

$$f_1(x, y)$$

	0	1	2	3	4	y
0	0	0	0	0	0	
1	3	3	5	5	0	
2	3	3	5	5	0	
3	1	2	1	2	1	
4	2	1	2	1	2	
x						

X

$$f_2(x, y)$$

	0	1	2	3	4	y
0	0	0	0	0	0	
1	0	3	3	4	4	
2	0	3	3	4	4	
3	2	2	1	1	1	
4	2	2	2	1	1	
x						

=

$$g(x, y) = f_1(x, y) \times f_2(x, y)$$

	0	1	2	3	4	y
0	0	0	0	0	0	
1	0	9	15	25	0	
2	0	9	15	25	0	
3	2	4	1	4	1	
4	4	2	4	2	2	
x						

(*) Corrigir como fizemos com a SOMA e SUBTRAÇÃO

MULTIPLICAÇÃO

Mascaramento

$$f_1(x, y)$$

	0	1	2	3	4	y
0	0	0	0	0	0	
1	3	3	5	5	0	
2	3	3	5	5	0	
3	1	2	1	2	1	
4	2	1	2	1	2	
x						

X

$$f_2(x, y)$$

	0	1	2	3	4	y
0	0	0	0	0	0	
1	0	1	1	0	0	
2	0	1	1	1	0	
3	0	1	1	1	0	
4	0	0	0	0	0	
x						

=

$$g(x, y) = f_1(x, y) \times f_2(x, y)$$

	0	1	2	3	4	y
0	0	0	0	0	0	
1	0	3	5	0	0	
2	0	3	5	5	0	
3	0	2	1	2	0	
4	0	0	0	0	0	
x						

Operações aritméticas

DIVISÃO

$k = 3$ (número de bits)

$L = 2^k = 2^3 = 8$

Intervalo: $[0, L-1]$ ou $[0, 7]$

$f_1(x, y)$

	0	1	2	3	4	y
0	0	0	0	0	0	
1	3	3	5	5	0	
2	3	3	5	5	0	
3	1	2	1	2	1	
4	2	1	2	1	2	
x						

/

$f_2(x, y)$

	0	1	2	3	4	y
0	0	0	0	0	0	
1	0	3	3	4	4	
2	0	3	3	4	4	
3	2	2	1	1	1	
4	2	2	2	1	1	
x						

=

$g(x, y) = f_1(x, y)/f_2(x, y)$

	0	1	2	3	4	y
0	∞	∞	∞	∞	∞	
1	∞	1.	1.66	1.25	0	
2	∞	1.	1.66	1.25	0	
3	0.5	1.	1.	1.	1.	
4	1.	0.5	1.	1.	2.	
x						

Operações aritméticas

DIVISÃO

$k = 3$ (número de bits)

$L = 2^k = 2^3 = 8$

Intervalo: $[0, L-1]$ ou $[0, 7]$

$f_1(x, y)$

	0	1	2	3	4	y
0	0	0	0	0	0	
1	3	3	5	5	0	
2	3	3	5	5	0	
3	1	2	1	2	1	
4	2	1	2	1	2	
x						



$f_2(x, y)$

	0	1	2	3	4	y
0	0	0	0	0	0	
1	0	3	3	4	4	
2	0	3	3	4	4	
3	2	2	1	1	1	
4	2	2	2	1	1	
x						



$g(x, y) = f_1(x, y) / f_2(x, y)$

	0	1	2	3	4	y
0	∞	∞	∞	∞	∞	
1	∞	1.	1.66	1.25	0	
2	∞	1.	1.66	1.25	0	
3	0.5	1.	1.	1.	1.	
4	1.	0.5	1.	1.	2.	
x						



$f_2(x, y)'$

	0	1	2	3	4	y
0	ϵ	ϵ	ϵ	ϵ	ϵ	
1	ϵ	3.	3.	4.	4.	
2	ϵ	3.	3.	4.	4.	
3	2.	2.	1.	1.	1.	
4	2.	2.	2.	1.	1.	
x						

Divisão por zero

Converter para float

Substituir o 0 (zero) pelo menor valor positivo.

$\epsilon = \text{np.spacing}(1)$

Operações aritméticas

DIVISÃO

$k = 3$ (número de bits)

$L = 2^k = 2^3 = 8$

Intervalo: $[0, L-1]$ ou $[0, 7]$

Divisão por zero

Converter para float

Substituir o 0 (zero) por um valor positivo muito pequeno.

$\epsilon = \text{np.spacing}(1)$

$$f_1(x, y)$$

	0	1	2	3	4	y
0	0	0	0	0	0	
1	3	3	5	5	0	
2	3	3	5	5	0	
3	1	2	1	2	1	
4	2	1	2	1	2	
x						



$$f_2(x, y)$$

	0	1	2	3	4	y
0	0	0	0	0	0	
1	0	3	3	4	4	
2	0	3	3	4	4	
3	2	2	1	1	1	
4	2	2	2	1	1	
x						



$$g(x, y) = f_1(x, y) / f_2(x, y)$$

	0	1	2	3	4	y
0	∞	∞	∞	∞	∞	
1	∞	1.	1.66	1.25	0	
2	∞	1.	1.66	1.25	0	
3	0.5	1.	1.	1.	1.	
4	1.	0.5	1.	1.	2.	
x						

$f_2(x, y)'$

	0	1	2	3	4	y
0	ϵ	ϵ	ϵ	ϵ	ϵ	
1	ϵ	3.	3.	4.	4.	
2	ϵ	3.	3.	4.	4.	
3	2.	2.	1.	1.	1.	
4	2.	2.	2.	1.	1.	
x						

$g(x, y)' = f_1(x, y) / f_2(x, y)'$

	0	1	2	3	4	y
0	0	0	0	0	0	
1	0	1	2	1	0	
2	0	1	2	1	0	
3	1	1	1	1	1	
4	1	1	1	1	2	
x						

Converter o resultado para inteiro (arredondar ou truncar).
Tratar valores.

Operações lógicas

- Operações lógicas ocorrem entre imagens binárias
 - Pixels == 0 \rightarrow False
 - Pixel == 1 \rightarrow True

A	B	NOT A	A AND B	A OR B	A NAND B	A NOR B	A XOR B
0	0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	1	0

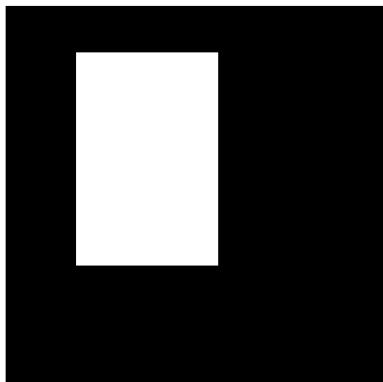
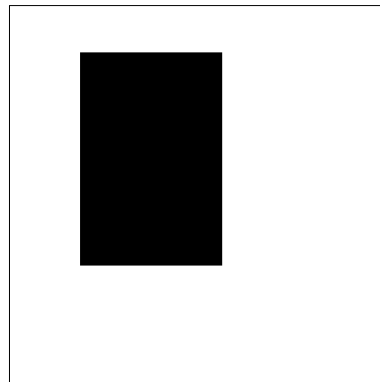


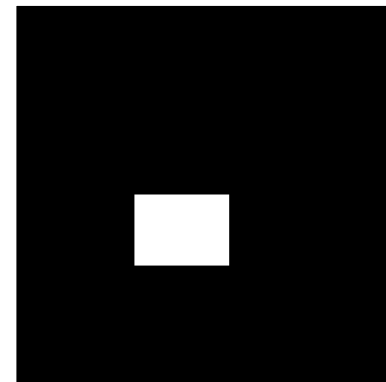
Imagem A



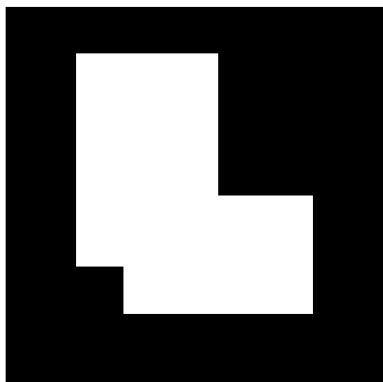
Imagem B



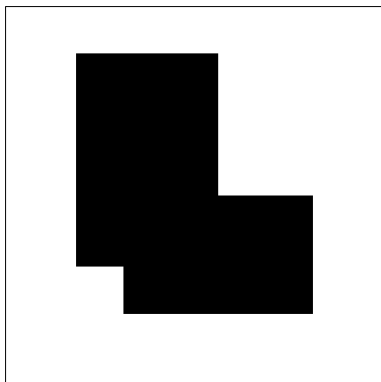
NOT A



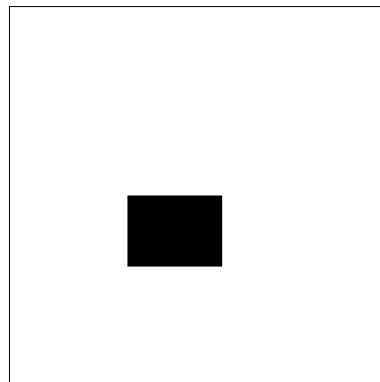
A AND B



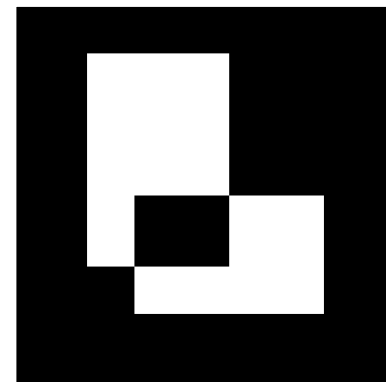
A OR B



A NOR B



A NAND B

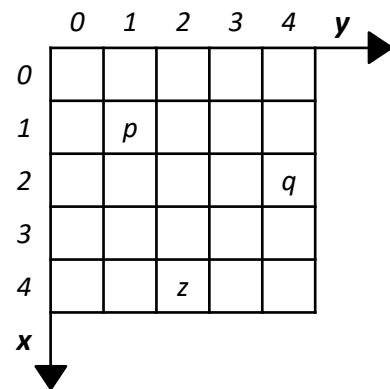


A XOR B

MEDIDAS DE DISTÂNCIA

Medidas de distância

- Considere três pixels e suas respectivas coordenadas
 - p em (x, y) , q em (s, t) e z em (v, w)
- D é uma função ou medida de distância
 - $D(p, q) \geq 0$
 - $D(p, q) = 0$ se $p = q$
 - $D(p, q) = D(q, p)$
 - $D(p, z) \leq D(p, q) + D(q, z)$
- Algumas medidas de distância:
 - Distância Euclidiana
 - Distância *city block*
 - Distância *chessboard*



Medidas de distância

- A distância Euclidiana entre os pixels p em (x, y) e q em (s, t)

$$D_e(p, q) = \sqrt{(x - s)^2 + (y - t)^2}$$

	0	1	2	3	4	y
0	$\sqrt{8}$	$\sqrt{5}$	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{8}$	
1	$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$	
2	2	1	0	1	2	
3	$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$	
4	$\sqrt{8}$	$\sqrt{5}$	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{8}$	
x						

Medidas de distância

- A distância Euclidiana entre os pixels p em (x, y) e q em (s, t)

- $D_e(p, q) = \sqrt{(x - s)^2 + (y - t)^2}$

- Para p com coordenadas $(2, 2)$ e:

- q_1 com coordenadas $(1, 2)$:

- $D_e(p, q) = \sqrt{(2 - 1)^2 + (2 - 2)^2}$

- $D_e(p, q) = \sqrt{1^2 + 0^2}$

- $D_e(p, q) = \sqrt{1} = 1$

- q_2 com coordenadas $(1, 1)$:

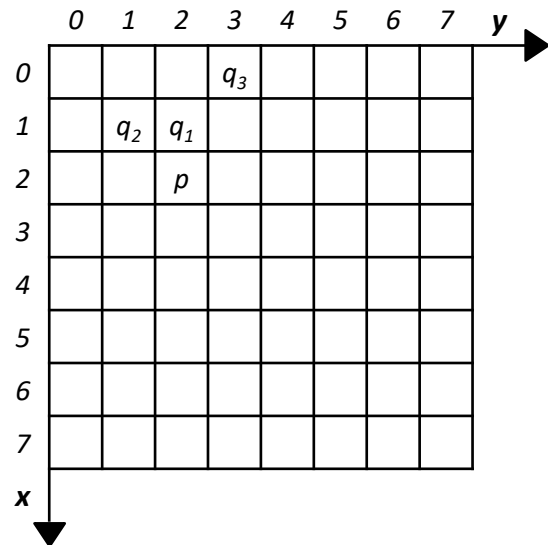
- $D_e(p, q) = \sqrt{(2 - 1)^2 + (2 - 1)^2}$

- $D_e(p, q) = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

- q_3 com coordenadas $(0, 3)$:

- $D_e(p, q) = \sqrt{(2 - 0)^2 + (2 - 3)^2}$

- $D_e(p, q) = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$



Medidas de distância

- A distância Euclidiana entre os pixels p em (x, y) e q em (s, t)

- $D_e(p, q) = \sqrt{(x - s)^2 + (y - t)^2}$

- Para p com coordenadas $(2, 2)$ e:

- q_1 com coordenadas $(1, 2)$:

- $D_e(p, q) = \sqrt{(2 - 1)^2 + (2 - 2)^2}$

- $D_e(p, q) = \sqrt{1^2 + 0^2}$

- $D_e(p, q) = \sqrt{1} = 1$

- q_2 com coordenadas $(1, 1)$:

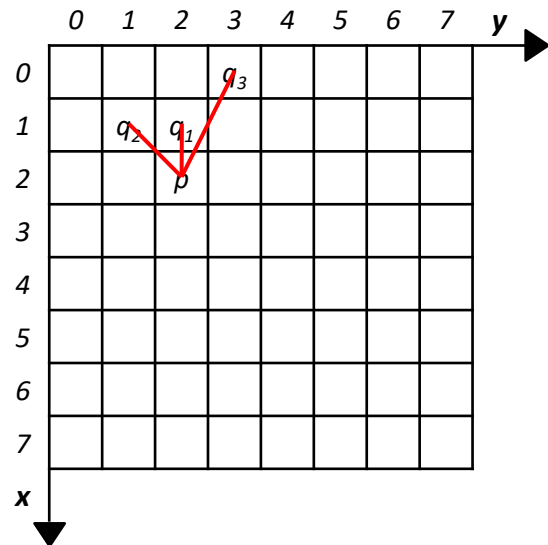
- $D_e(p, q) = \sqrt{(2 - 1)^2 + (2 - 1)^2}$

- $D_e(p, q) = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

- q_3 com coordenadas $(0, 3)$:

- $D_e(p, q) = \sqrt{(2 - 0)^2 + (2 - 3)^2}$

- $D_e(p, q) = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$



Medidas de distância

- A distância Euclidiana entre os pixels p em (x, y) e q em (s, t)

- $D_e(p, q) = \sqrt{(x - s)^2 + (y - t)^2}$

- Para p com coordenadas $(4, 3)$ e:

- q_1 com coordenadas $(2, 2)$:

- $D_e(p, q) = \sqrt{(4 - 2)^2 + (3 - 2)^2}$

- $D_e(p, q) = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

- q_2 com coordenadas $(5, 6)$:

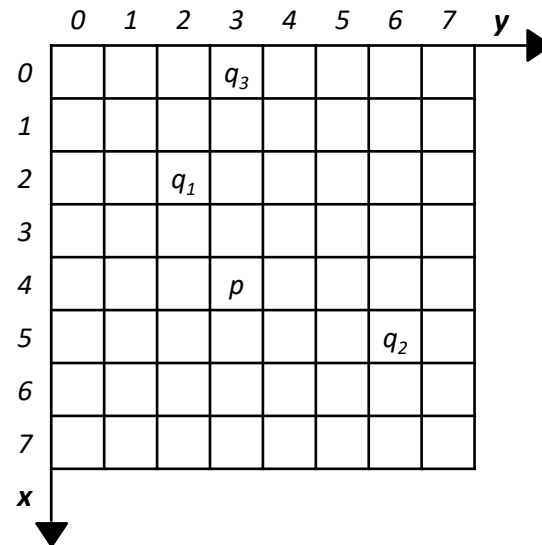
- $D_e(p, q) = \sqrt{(4 - 5)^2 + (3 - 6)^2}$

- $D_e(p, q) = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$

- q_3 com coordenadas $(0, 3)$:

- $D_e(p, q) = \sqrt{(4 - 0)^2 + (3 - 3)^2}$

- $D_e(p, q) = \sqrt{4^2 + 0^2} = \sqrt{16} = 4$



Medidas de distância

- A distância Euclidiana entre os pixels p em (x, y) e q em (s, t)

- $D_e(p, q) = \sqrt{(x - s)^2 + (y - t)^2}$

- Para p com coordenadas $(4, 3)$ e:

- q_1 com coordenadas $(2, 2)$:

- $D_e(p, q) = \sqrt{(4 - 2)^2 + (3 - 2)^2}$

- $D_e(p, q) = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

- q_2 com coordenadas $(5, 6)$:

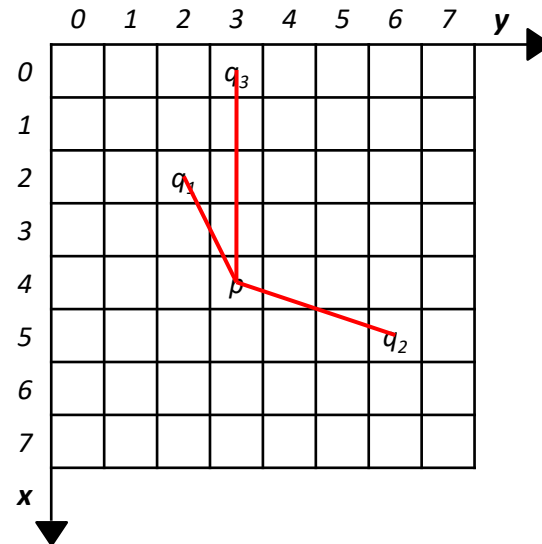
- $D_e(p, q) = \sqrt{(4 - 5)^2 + (3 - 6)^2}$

- $D_e(p, q) = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$

- q_3 com coordenadas $(0, 3)$:

- $D_e(p, q) = \sqrt{(4 - 0)^2 + (3 - 3)^2}$

- $D_e(p, q) = \sqrt{4^2 + 0^2} = \sqrt{16} = 4$



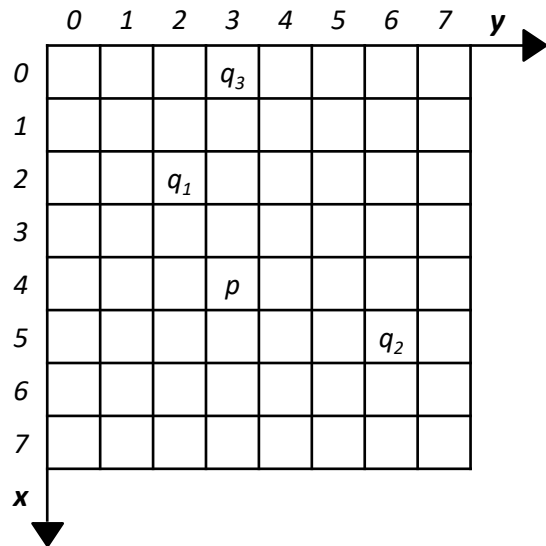
Medidas de distância

- Distância *city block* entre p em (x, y) e q em (s, t)
 - $D_4(p, q) = |x - s| + |y - t|$

	0	1	2	3	4	y
0	4	3	2	3	4	
1	3	2	1	2	3	
2	2	1	0	1	2	
3	3	2	1	2	3	
4	4	3	2	3	4	
x						

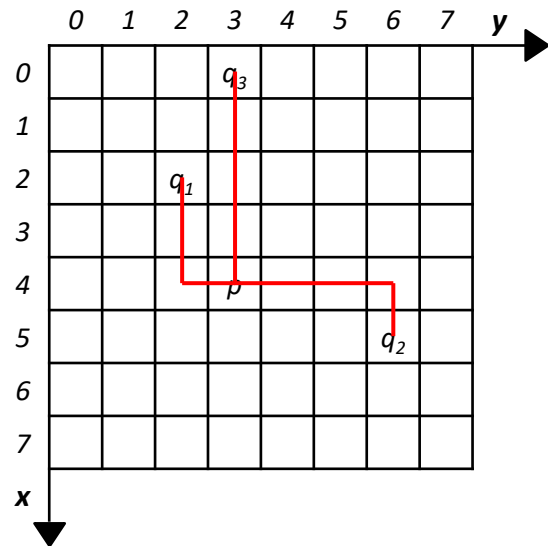
Medidas de distância

- Distância *city block* entre p em (x, y) e q em (s, t)
 - $D_4(p, q) = |x - s| + |y - t|$
- Para p com coordenadas $(4, 3)$ e:
 - q_1 com coordenadas $(2, 2)$:
 - $D_4(p, q) = |4 - 2| + |3 - 2|$
 - $D_4(p, q) = 2 + 1 = 3$
 - q_2 com coordenadas $(5, 6)$:
 - $D_4(p, q) = |4 - 5| + |3 - 6|$
 - $D_4(p, q) = 1 + 3 = 4$
 - q_3 com coordenadas $(0, 3)$:
 - $D_4(p, q) = |4 - 0| + |3 - 3|$
 - $D_4(p, q) = 4 + 0 = 4$



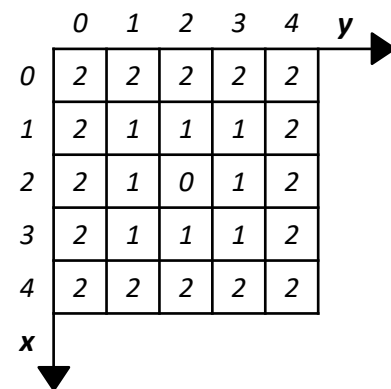
Medidas de distância

- Distância *city block* entre p em (x, y) e q em (s, t)
 - $D_4(p, q) = |x - s| + |y - t|$
- Para p com coordenadas $(4, 3)$ e:
 - q_1 com coordenadas $(2, 2)$:
 - $D_4(p, q) = |4 - 2| + |3 - 2|$
 - $D_4(p, q) = 2 + 1 = 3$
 - q_2 com coordenadas $(5, 6)$:
 - $D_4(p, q) = |4 - 5| + |3 - 6|$
 - $D_4(p, q) = 1 + 3 = 4$
 - q_3 com coordenadas $(0, 3)$:
 - $D_4(p, q) = |4 - 0| + |3 - 3|$
 - $D_4(p, q) = 4 + 0 = 4$



Medidas de distância

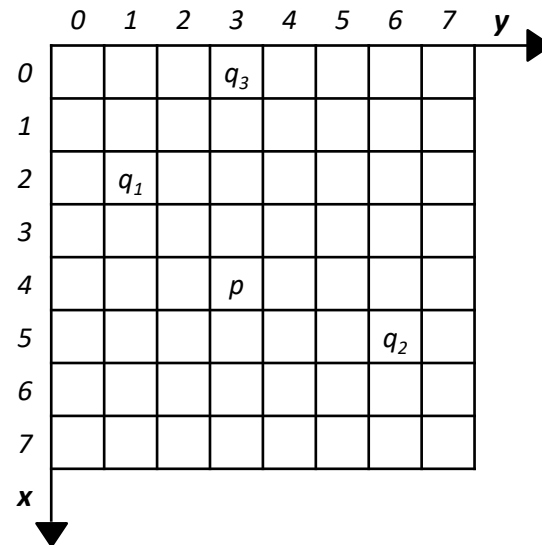
- Distância *chessboard* entre p em (x, y) e q em (s, t)
 - $D_8(p, q) = \max(|x - s|, |y - t|)$



	0	1	2	3	4	y
0	2	2	2	2	2	
1	2	1	1	1	2	
2	2	1	0	1	2	
3	2	1	1	1	2	
4	2	2	2	2	2	
x						

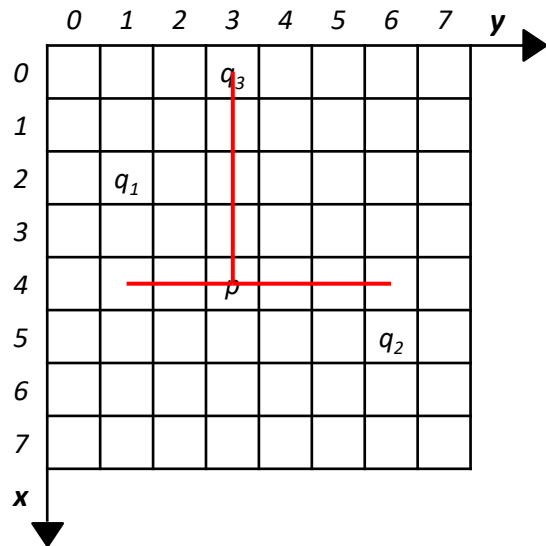
Medidas de distância

- Distância *chessboard* entre p em (x, y) e q em (s, t)
 - $D_8(p, q) = \max(|x - s|, |y - t|)$
- Para p com coordenadas $(4, 3)$ e:
 - q_1 com coordenadas $(2, 1)$:
 - $D_8(p, q) = \max(|4 - 2|, |3 - 1|)$
 - $D_8(p, q) = \max(2, 2) = 2$
 - q_2 com coordenadas $(5, 6)$:
 - $D_8(p, q) = \max(|4 - 5|, |3 - 6|)$
 - $D_8(p, q) = \max(1, 3) = 3$
 - q_3 com coordenadas $(0, 3)$:
 - $D_8(p, q) = \max(|4 - 0|, |3 - 3|)$
 - $D_8(p, q) = \max(4, 0) = 4$



Medidas de distância

- Distância *chessboard* entre p em (x, y) e q em (s, t)
 - $D_8(p, q) = \max(|x - s|, |y - t|)$
- Para p com coordenadas $(4, 3)$ e:
 - q_1 com coordenadas $(2, 1)$:
 - $D_8(p, q) = \max(|4 - 2|, |3 - 1|)$
 - $D_8(p, q) = \max(2, 2) = 2$
 - q_2 com coordenadas $(5, 6)$:
 - $D_8(p, q) = \max(|4 - 5|, |3 - 6|)$
 - $D_8(p, q) = \max(1, 3) = 3$
 - q_3 com coordenadas $(0, 3)$:
 - $D_8(p, q) = \max(|4 - 0|, |3 - 3|)$
 - $D_8(p, q) = \max(4, 0) = 4$



- MARQUES FILHO, O.; VIEIRA NETO, H. Processamento digital de imagens. Brasport, 1999.
 - Disponível para download no site do autor (Exclusivo para uso pessoal)
 - <http://dainf.ct.utfpr.edu.br/~hvieir/pub.html>
 - Seção 2.2 – pág. 25
 - Seção 2.3 – pág 28 (exceto Seção 2.3.3)
- GONZALEZ, R.C.; WOODS, R.E.; Processamento Digital de Imagens. 3ª edição. Editora Pearson, 2009.
 - Seção 2.5 – pág. 44
 - Seção 2.6 – pág. 46 (até 2.6.4, parar antes de Conjuntos fuzzy (pág. 54)).
- J. E. R. Queiroz, H. M. Gomes. Introdução ao Processamento Digital de Imagens. RITA. v. 13, 2006.
 - <http://www.dsc.ufcg.edu.br/~hmg/disciplinas/graduacao/vc-2016.2/Rita-Tutorial-PDI.pdf>
 - Seção 3

Bibliografia complementares

- scikit-image. **Image data types and what they mean.**
 - https://scikit-image.org/docs/dev/user_guide/data_types.html
- Chityala, R; Pudipeddi, P. **Image Processing and Acquisition using Python.** CRC Press, 2014.


```
@misc{mari_im_proc_2023,
  author = {João Fernando Mari},
  title = {Fundamentos da imagem digital II},
  year = {2023},
  publisher = {GitHub},
  journal = {Introdução ao Processamento Digital de Imagens - UFV},
  howpublished = {\url{https://github.com/joaofmari/SIN392_Introduction-to-digital-image-processing_2023}}
}
```

FIM