gesucht werden sollen, in welchem letztern Fall zu mercken, daß dazu auch eben so viel besondere Gleichungen erfodert werden, welche aus den Umständen der Frage selbst hergeleitet werden müßen.

9.

Eine Gleichung bestehet demnach aus zwey Sätzen, deren einer dem andern gleich gesetzt wird. Um nun daraus den Werth der unbekanten Zahl herauszubringen, müßen öfters sehr viele Verwandelungen angestellet werden, welche sich aber alle darauf gründen, daß wann zwey Größen einander gleich sind, dieselben auch einander gleich bleiben, wann man zu beyden einerley Größen addirt oder davon subtrahirt; imgleichen auch wann dieselben durch einerley Zahl multiplicirt oder dividirt werden; ferner auch wann beyde zugleich zu Potestäten erhoben oder aus beyden gleichnahmigte Wurzeln ausgezogen, und endlich auch wann von beyden die Logarithmen genommen werden, wie schon allbereit im vorigen Abschnitt geschehen.

10.

Diejenigen Gleichungen, wo von der unbekanten Zahl nur die erste Potestät vorkommt, nach dem die Gleichung in Ordnung gebracht worden, sind am leichtesten aufzulösen, und werden Gleichungen vom ersten Grad genennet. Hernach folgen solche Gleichungen, worinnen die zweyte Potestät oder das Quadrat der unbekanten Zahl vorkommt, diese werden Quadratische Gleichungen, oder vom zweyten Grad genennt. Darauf folgen die Gleichungen vom dritten Grad oder die Cubischen worinnen der Cubus der unbekanten Zahl vorkommt, und so fort, von welchen allen in diesem Abschnitt gehandelt werden soll.

CAPITEL 2

VON DEN GLEICHUNGEN DES ERSTEN GRADS UND IHRER AUFLÖSUNG

11.

Wann die unbekante oder gesuchte Zahl durch den Buchstaben x angedeutet wird, und die heraus gebrachte Gleichung schon so beschaffen ist, daß der eine Satz blos allein das x und der andere Satz eine bekante Zahl enthält, als z. E. $x = 25$, so hat man schon würcklich den Werth von x der verlangt wird, und auf diese Form muß man immer zu kommen trachten, so verwirt auch die erst gefundene Gleichung seyn mag, worzu die Regeln im folgenden gegeben werden sollen.

12.

Wir wollen bey den leichtesten Fällen anfangen und erstlich setzen, man sey auf diese Gleichung gekommen:

$$x + 9 = 16, \quad \text{so sieht man daß} \quad x = 7.$$

Es sey aber auf eine allgemeine Art $x + a = b$, wo a und b bekante Zahlen andeuten, dieselben mögen heißen wie sie wollen. Hier muß man also beyderseits a subtrahiren und da bekommt man diese Gleichung $x = b - a$ welche uns den Werth von x anzeigt.

13.

Wann die gefundene Gleichung ist $x - a = b$, so addire man beyderseits a, so kommt $x = a + b$, welches der gesuchte Werth von x ist.

Eben so verfährt man, wann die erste Gleichung also beschaffen ist $x - a = aa + 1$, dann da wird $x = aa + a + 1$.

Und aus dieser Gleichung $x - 8a = 20 - 6a$ bekommt man $x = 20 - 6a + 8a$ oder $x = 20 + 2a$.

Und aus dieser $x + 6a = 20 + 3a$ findet man $x = 20 + 3a - 6a$ oder $x = 20 - 3a$.

14.

Ist nun die Gleichung also beschaffen $x - a + b = c$, so kann man beyderseits a addiren, so kommt $x + b = c + a$, jetzt subtrahire man beyderseits b, so hat man $x = c + a - b$; man kann aber zugleich beyderseits $+ a - b$ addiren, so bekommt man mit einmahl $x = c + a - b$. Also in den folgenden Exempeln:

wann $x - 2a + 3b = 0$, so wird $x = 2a - 3b$,

wann $x - 3a + 2b = 25 + a + 2b$, so wird $x = 25 + 4a$,

wann $x - 9 + 6a = 25 + 2a$, so wird $x = 34 - 4a$.

15.

Hat die gefundene Gleichung diese Gestalt $ax = b$, so dividire man beyderseits durch a so hat man $x = \frac{b}{a}$.

Ist aber die Gleichung $ax + b - c = d$, so muß man erstlich dasjenige was bey ax steht wegbringen, man addire beyderseits $-b + c$ so kommt $ax = d - b + c$, folglich $x = \frac{d - b + c}{a}$; oder man subtrahire beyderseits $+b - c$ so kommt $ax = d - b + c$ und $x = \frac{d - b + c}{a}$.

Es sey $2x + 5 = 17$, so kommt $2x = 12$ und $x = 6$.

Es sey $3x - 8 = 7$, so kommt $3x = 15$ und $x = 5$.

Es sey $4x - 5 - 3a = 15 + 9a$, so wird $4x = 20 + 12a$, folglich $x = 5 + 3a$.

16.

Ist die Gleichung also beschaffen $\frac{x}{a} = b$, so multiplicire man beyderseits mit a, so kommt $x = ab$.

Ist nun $\frac{x}{a} + b - c = d$, so wird erstlich $\frac{x}{a} = d - b + c$ und

$$x = (d - b + c)\,a = ad - ab + ac.$$

Es sey $\frac{1}{2}x - 3 = 4$, so wird $\frac{1}{2}x = 7$ und $x = 14$.

Es sey $\frac{1}{3}x - 1 + 2a = 3 + a$, so wird $\frac{1}{3}x = 4 - a$ und $x = 12 - 3a$.

Es sey $\frac{x}{a-1} - 1 = a$ so wird $\frac{x}{a-1} = a + 1$ und $x = aa - 1$.

17.

Ist die Gleichung also beschaffen $\frac{ax}{b} = c$, so multiplicire man beyderseits mit b, so wird $ax = bc$, und ferner $x = \frac{bc}{a}$.

Ist aber $\frac{ax}{b} - c = d$, so wird $\frac{ax}{b} = d + c$ und $ax = bd + bc$ und folglich $x = \frac{bd + bc}{a}$.

Es sey $\frac{2}{3}x - 4 = 1$, so wird $\frac{2}{3}x = 5$ und $2x = 15$ folglich $x = \frac{15}{2}$, das ist $7\frac{1}{2}$.

Es sey $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} = 5$, also $\frac{3}{4}x = 5 - \frac{1}{2}$, welches $= \frac{9}{2}$, und $3x = 18$ und $x = 6$.

18.

Es kann auch geschehen, daß zwey oder mehr Glieder den Buchstaben x enthalten, und entweder in einem Satz oder in beyden vorkommen. Sind sie auf einer Seite als $x+\frac{1}{2}x+5=11$, so wird $x+\frac{1}{2}x=6$ und $3x=12$ und $x=4$.

Es sey $x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}x=44$, was ist x? man multiplicire mit 3 so wird $4x+\frac{3}{2}x=132$, ferner mit 2 multiplicirt wird $11x=264$ und $x=24$; diese drey Glieder können aber so gleich in eins gezogen werden, als $\frac{11}{6}x=44$, man theile beyderseits durch 11 so hat man $\frac{1}{6}x=4$ und $x=24$.

Es sey $\frac{2}{3}x-\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}x=1$ welches zusammen gezogen giebt $\frac{5}{12}x=1$ und $x=2\frac{2}{5}$.

Es sey $ax-bx+cx=d$, so ist dieses eben so viel als $(a-b+c)x=d$, hieraus kommt $x=\frac{d}{a-b+c}$.

19.

Steht aber x in beyden Sätzen als z. E. $3x+2=x+10$ so müßen die x von der Seite wo man am wenigsten hat weggebracht werden, also subtrahire man hier beyderseits x, so kommt $2x+2=10$ und $2x=8$ und $x=4$.

Es sey ferner $x+4=20-x$, also $2x+4=20$ und $2x=16$ und $x=8$.

Es sey $x+8=32-3x$, also $4x+8=32$ und $4x=24$ und $x=6$.

Es sey ferner $15-x=20-2x$, also $15+x=20$ und $x=5$.

Es sey $1+x=5-\frac{1}{2}x$, also $1+\frac{3}{2}x=5$ und $\frac{3}{2}x=4$ und $3x=8$ und $x=2\frac{2}{3}$.

Es sey $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}x=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}x$, man addire $\frac{1}{3}x$, so kommt $\frac{1}{2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{12}x$, subtrahire $\frac{1}{3}$, so hat man $\frac{1}{12}x=\frac{1}{6}$, multiplicire mit 12, so kommt $x=2$.

Es sey $1\frac{1}{2}-\frac{2}{3}x=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}x$, addire $\frac{2}{3}x$, so kommt $1\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\frac{7}{6}x$, subtrahire $\frac{1}{4}$, so hat man $\frac{7}{6}x=1\frac{1}{4}$, multiplicire mit 6, so bekommt man $7x=7\frac{1}{2}$, durch 7 dividirt, giebt $x=1\frac{1}{14}$ oder $x=\frac{15}{14}$.

20.

Kommt man auf eine solche Gleichung wo die unbekante Zahl x sich im Nenner befindet, so muß der Bruch gehoben und die gantze Gleichung mit demselben Nenner multiplicirt werden.

Also wann man findet $\frac{100}{x} - 8 = 12$, addire 8, so kommt $\frac{100}{x} = 20$, multiplicire mit x, so hat man $100 = 20x$, dividire durch 20, so kommt $x = 5$.

Es sey ferner $\frac{5x+3}{x-1} = 7$, multiplicire mit $x - 1$, so hat man $5x + 3 = 7x - 7$, subtrahire $5x$, so kommt $3 = 2x - 7$, addire 7, so bekommt man $2x = 10$, folglich $x = 5$.

21.

Bisweilen kommen auch Wurzel-Zeichen vor, und die Gleichung gehört doch zu dem ersten Grad; als wann eine solche Zahl x gesucht wird unter 100, so daß die Quadrat-Wurzel aus $100 - x$ gleich werde 8, oder daß $\sqrt{(100 - x)} = 8$, so nehme man beyderseits die Quadraten $100 - x = 64$, so hat man wann x addirt wird $100 = 64 + x$, subtrahire 64, so hat man $x = 36$; oder man könnte auch also verfahren: da $100 - x = 64$, so subtrahire man 100, und man bekommt $-x = -36$, mit -1 multiplicirt, giebt $x = 36$.

22.

Bisweilen kommt auch die unbekante Zahl x in den Exponenten, dergleichen Exempel schon oben vorgekommen, und da muß man seine Zuflucht zu den Logarithmen nehmen.

Als wann man findet $2^x = 512$, so nimmt man beyderseits ihre Logarithmen, da hat man $x\,l2 = l512$; man dividire durch $l2$ so wird $x = \frac{l512}{l2}$; nach den Tabellen ist also:

$$x = \frac{2{,}7092700}{0{,}3010300} = \frac{27092700}{3010300}; \text{ also } x = 9.$$

Es sey $5 \cdot 3^{2x} - 100 = 305$; man addire 100, kommt also $5 \cdot 3^{2x} = 405$; man dividire durch 5, so wird $3^{2x} = 81$; man nehme die Logarithmen $2x\,l3 = l81$ und dividire durch $2l3$ so wird $x = \frac{l81}{2l3}$ oder $x = \frac{l81}{l9}$, folglich $x = \frac{1{,}9084850}{0{,}9542425} = \frac{19084850}{9542425}$; also wird $x = 2$.

CAPITEL 3

VON DER AUFLÖSUNG EINIGER HIEHER GEHÖRIGEN FRAGEN

23.

I. Frage: Zertheile 7 in zwey Theile, so daß der größere um 3 größer sey als der kleinere?