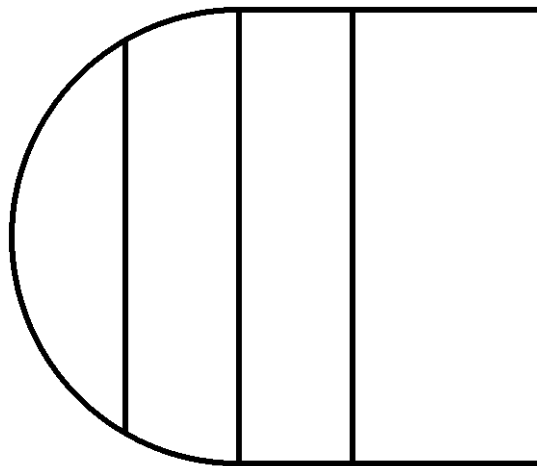


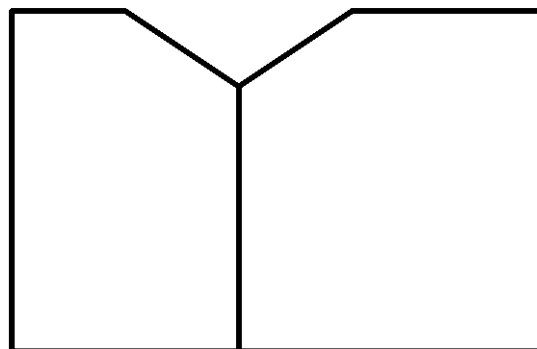
Klausurvorbereitung Modelle

Aufgabe:

Von einem aus drei Grundelementen zusammengesetzten Körper, der als CSG-Modell vorliegt, sind im Bild die Draufsicht und die Vorderansicht dargestellt.



Draufsicht



Vorderansicht

Als Bausteine stehen der Einheitsquader und der Einheitszylinder zur Verfügung. Welche booleschen Verknüpfungen sind zur Erzeugung des Körpers aus transformierten Basiselementen T_iQ bzw. T_iZ notwendig und wie sieht eine mögliche Gleichung für das Gesamtmodell (CSG-Modell) aus? Achten Sie auf korrekte Klammern und die sich daraus ergebende korrekte Reihenfolge der Verknüpfungen!

Klausurvorbereitung Differentialgeometrie

Aufgabe:

Eine Parameterdarstellung der Schraublinie s mit der z -Achse als Schraubachse, dem Radius r und dem Schraubparameter p lautet:

$$(*) \quad s: \underline{x}(t) = \begin{pmatrix} r \cdot \cos(t) \\ r \cdot \sin(t) \\ p \cdot t \end{pmatrix} \quad t \in \mathbb{R}, r > 0, p > 0$$

- a) Zeigen Sie, dass $(*)$ eine zulässige Parameterdarstellung ist!
- b) Zeigen Sie, dass die Kurve s auf dem Zylinder $Z: x^2 + y^2 = r^2$ liegt!

Hinweis: Die Ergebnisse der folgenden Aufgaben sind Formeln in Abhängigkeit von r und p .

- c) Berechnen Sie den Schnittpunkt P der Kurve s mit der Ebene $x = 0$. Betrachten Sie dazu nur das Kurvenstück von s mit $t \in [0, \pi]$.
- d) Wie groß ist der Winkel α zwischen der Tangente in P an s und der xy -Ebene?
- f) Eine Regelfläche entsteht durch stetige Bewegung einer Geraden im Raum. Durchläuft ein Punkt die Kurve s , so erzeugen die zugehörigen Hauptnormalen eine Regelfläche, die in diesem Fall Wendelfläche genannt wird. Ihre Parameterdarstellung lautet:

$$\underline{y}(u, v) = \underline{x}(u) + v \cdot \underline{h}(u)$$

Dabei ist $\underline{x}(u)$ die Parameterdarstellung der Kurve s und $\underline{h}(u) = (\cos(u), \sin(u), 0)^T$ der Hauptnormalenvektor von s zum Parameter u .

Wie lautet eine implizite Darstellung der Tangentialebene der Wendelfläche im Punkt P ?

Aufgabe:

Gegeben ist ein elliptisches Paraboloid durch folgende Parameterdarstellung:

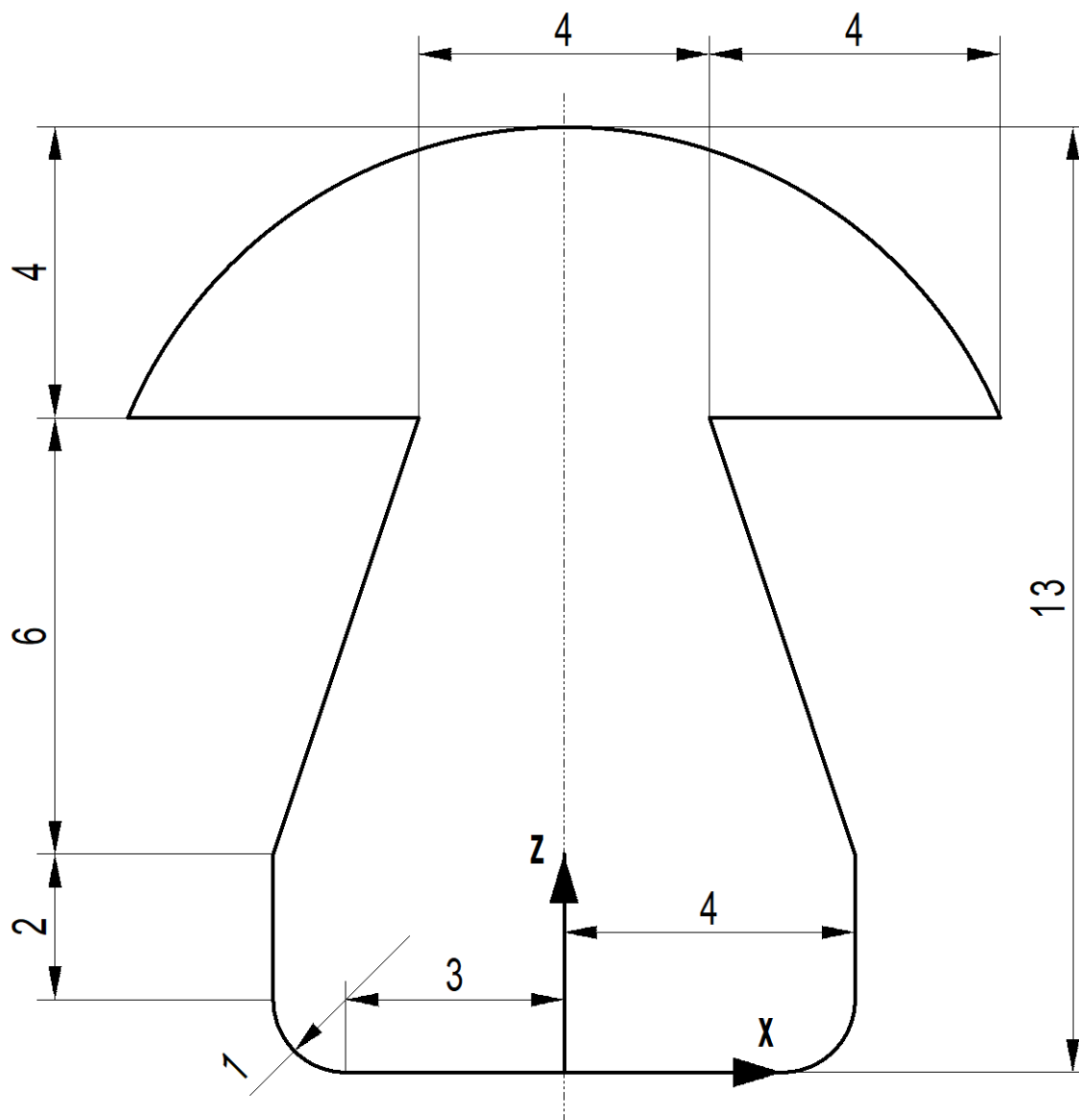
$$F_P: \underline{x}(u, v) = \begin{pmatrix} 2 \cdot v \cdot \cos u \\ 2 \cdot v \cdot \sin u \\ v^2 \end{pmatrix} \quad \text{mit } u \in [0, 2\pi) \text{ und } v \in [0, \infty) \quad (*)$$

- a) Wie lautet ein Normalenvektor der gegebenen Fläche im Punkt $Q: \underline{q} = \underline{x}(\pi, 2)$?
- b) Zeigen Sie, dass $(*)$ keine zulässige Parameterdarstellung der Fläche F_P ist.

Klausurvorbereitung Elementare Flächen

Aufgabe:

Im Bild ist der Umriss eines Rohlings für einen Pilz in der xz-Ansicht dargestellt. Ursprung und Lage der x- sowie der z-Achse des Modellkoordinatensystems sind im Bild dargestellt. Der Mittelpunkt des oberen erzeugenden Kreisbogens liegt auf der Rotationsachse. Der untere erzeugende Kreisbogen schließt jeweils tangierend an die beiden Linien an. Alle Angaben sind in cm.

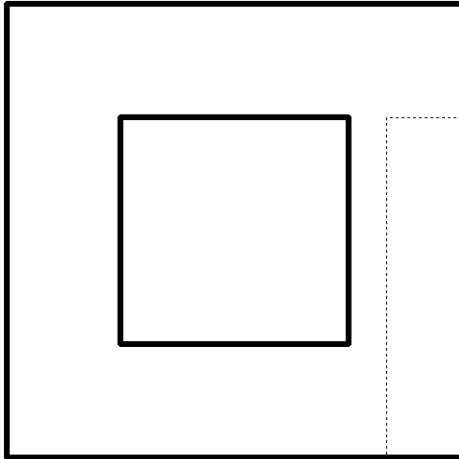


Geben Sie eine (stückweise) Parameterdarstellung der Außenfläche des Rohlings einschließlich der waagerechten Begrenzungsfläche unten bezogen auf das Modellkoordinatensystem als einzige Rotationsfläche an.

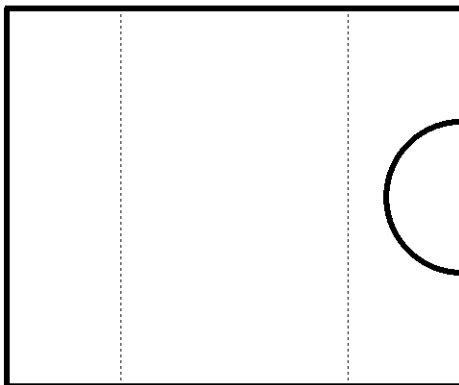
Klausurvorbereitung Topologie

Aufgabe:

Von einem gegebenen Körper sind im Bild die Draufsicht und die Vorderansicht dargestellt:



Draufsicht



Vorderansicht

a) Bestimmen Sie für die gegebene topologische Struktur des dargestellten Körpers folgende Werte:

- V ... Anzahl Ecken
- E ... Anzahl der Kanten
- F ... Anzahl der Flächen
- S ... Anzahl der Oberflächenkomponenten
- H ... Anzahl der Löcher
- R ... Anzahl der Ringe (inner loop)

Achten Sie dabei darauf, dass es sich dabei jeweils um die für die gegebene topologische Struktur erforderlichen Mindestwerte handelt.

b) Wie lautet die Euler-Poincaré-Gleichung? Ist diese Gleichung für die gegebene topologische Struktur erfüllt?