

Kirill Zakharov
Partial eigenvalues problem
Shifted inverse iterations

A - исходная матрица

x0 - начальное приближение

k - число итераций

ε - точность решения

σ - приближение собственного числа

```
eigenValue[A_, x0_, k_, ε_, σ_] :=  
Module[{x = x0, y, λ1 = 1, λ, iter}, Do[y = x.Inverse[A - σ * IdentityMatrix@Length@x];  
λ =  $\frac{x \cdot y}{y \cdot y}$  + σ;  
If[Abs[λ1 - λ] < ε, Break[];  
iter = i];  
x =  $\frac{y}{\sqrt{\text{Total}[(\#^2) \& /@ y]}}$ ;  
λ1 = λ;  
iter = i, {i, 1, k}];  
{λ // N, iter,  $\frac{y}{\sqrt{\text{Total}[(\#^2) \& /@ y]}}$ }]
```

Пример 1

```
A = {{1, 2}, {3, 4}};
```

```
x0 = {1, 1};
```

На выходе функция дает наименьшее собственное значение, номер итерации на которой была достигнута требуемая точность решения и собственный вектор соответствующий найденному собственному значению.

```
eigenValue[A, x0, 20, 0.0001, 0.2]
```

```
{-0.372272, 5, {0.909381, -0.415965}}
```

```
eigenValue[A, x0, 20, 0.000001, 0.2]
```

```
{-0.372281, 8, {-0.909377, 0.415974}}
```

Проверка при помощи встроенной функции в Mathematica

```
Eigenvalues@A // N
```

```
{5.37228, -0.372281}
```

```
Eigenvectors@A // N
```

```
{{0.457427, 1.}, {-1.45743, 1.}}
```

Пример 2

```
B = {{1, .42, .54, .66}, {.42, 1, .32, .44}, {.54, .32, 1, .22}, {.66, .44, .22, 1}};
x1 = {1, 1, 1, 1};
```

```
eigenValue[B, x1, 20, 0.00001, 0.4]
```

```
{0.242265, 13, {-0.720037, -0.093029, 0.387548, 0.568066}}
```

Проверка при помощи встроенной функции в Mathematica

```
Min[Eigenvalues@B // N]
```

```
0.242261
```

```
Eigenvectors@B // N // Last
```

```
{-0.718846, -0.095699, 0.387435, 0.569206}
```