

Kirill Zakharov

Trigonometric interpolation

fun - исходная функция

n - натуральное число, степень тригонометрического полинома

L - период функции

point - переменная, от которой считается полученный полином

xm - интерполяционная сетка

ym - значения функции в узлах интерполяции

```
trigInter[fun_, n_, L_, point_] := Module[{n2 = 2 (n + 1), xm, ym, a0, ak, bk, bn},
  xm = Table[ $\frac{-L}{n2} m + \frac{L}{2 n2}$ , {m, 1, n2}];
  ym = fun /@ xm // N;
  a0 =  $\frac{1}{n2}$  Sum[ym[[i]], {i, 1, n2}];
  ak = Table[ $\frac{2}{n2}$  Sum[ym[[i]] Cos[k (2  $\frac{Pi}{n2}$  i +  $\frac{Pi}{n2}$ )], {i, 1, n2}], {k, 1, n}];
  bk = Table[ $\frac{2}{n2}$  Sum[ym[[i]] Sin[k (2  $\frac{Pi}{n2}$  i +  $\frac{Pi}{n2}$ )], {i, 1, n2}], {k, 1, n}];
  bn =  $\frac{1}{n2}$  Sum[(-1)i ym[[i]], {i, 1, n2}];
  a0 + Sum[ak[[k]] Cos[k * 2  $\frac{Pi}{L}$  * point] + bk[[k]] Sin[k * 2  $\frac{Pi}{L}$  * point], {k, 1, n}] + bn]
```

Example

Точки в которых хотим произвести интерполяцию

```
interPoint = {2 Pi, 3.5 Pi, 4.5 Pi, 3.3 Pi, 2.1 Pi, 0.2 Pi, 1.3 Pi};
```

Тригонометрический полином

```
trigInter[Cos, 10, 2 Pi, x]
```

```
2.01859 × 10-17 + 0.959493 Cos[x] + 2.01859 × 10-17 Cos[2 x] +
3.02788 × 10-17 Cos[3 x] + 1.00929 × 10-17 Cos[5 x] + 2.01859 × 10-17 Cos[6 x] -
5.04647 × 10-18 Cos[8 x] - 7.5697 × 10-17 Cos[9 x] + 0.281733 Sin[x] -
5.04647 × 10-18 Sin[2 x] + 5.04647 × 10-18 Sin[3 x] - 8.07435 × 10-17 Sin[5 x] -
1.00929 × 10-17 Sin[6 x] - 4.03717 × 10-17 Sin[7 x] + 1.00929 × 10-17 Sin[9 x]
```

Значения полученного тригонометрического полинома в точка интерполяции

```
trigInter[Cos, 10, 2 Pi, #] & /@ interPoint
```

```
{0.959493, -0.281733, 0.281733, -0.791902, 0.999592, 0.941844, -0.791902}
```

Test

Зеленные точки - это значения, полученные при помощи построенного интерполянта, а красные - значения исходной функции.

```
new = trigInter[Cos, 10, 2 Pi, #] & /@ interPoint;  
initialData = Cos /@ interPoint;  
lst1 = {interPoint, new} // Transpose;  
lst2 = {interPoint, initialData} // Transpose;
```

```
Show[Graphics[{Green, PointSize[0.006],  
  Point /@ lst1, Red, PointSize[0.006], Point /@ lst2}, Axes → True]]
```

