

Co je to matematika?

Hello FIT 2018

Daniel Dombek, Tomáš Kalvoda, Karel Klouda

KAM FIT ČVUT

27. září 2018



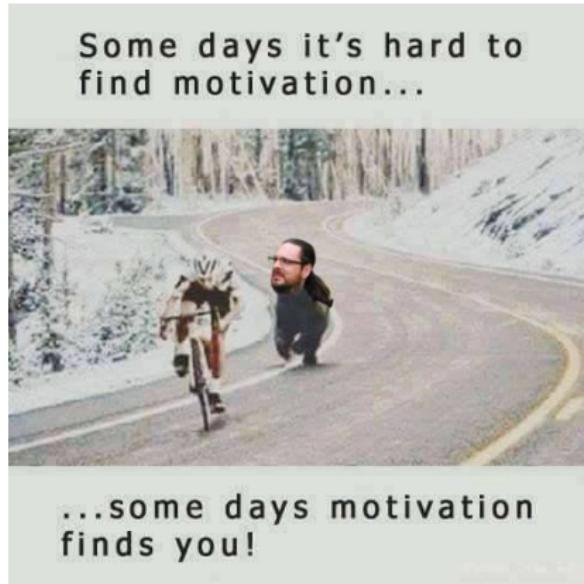
FAKULTA
INFORMAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ
ČVUT V PRAZE

Přednášející



**THE
LINING**

Daniel Dombek



Tomáš Kalvoda

Úvod



Úvod



Úvod

- ▶ Blíží se akademický Nový rok!
- ▶ Již příští týden začne výuka!
- ▶ Jak přistupovat k učení matematiky a na co se zaměřit
v matematických předmětech?
- ▶ Co vás v matematických předmětech čeká a nemine?

Úvod

If people do not believe that mathematics is simple, it is only because they do not realize how complicated life is.

(John von Neuman)

Úvod

If people do not believe that mathematics is simple, it is only because they do not realize how complicated life is.

(John von Neuman)

- ▶ Matematika je opravdu **jednoduchá**, protože se řídí jednoduchými logickými pravidly.
- ▶ Matematiku nekomplikuje **realita**, je to jediná věda, která zkoumá sama sebe!
- ▶ Zároveň ale tvoří základ **exaktních** věd, které realitu popisují.

Úvod

- ▶ Proč matematika není „příliš oblíbená“?

- ▶ Proč naše matematické předměty nemají vyšší průchodnost?

¹Resp. k něčemu, co jí je podstatně blíže.

Úvod

- ▶ Proč matematika není „příliš oblíbená“?
- ▶ Proč naše matematické předměty nemají vyšší průchodnost?
- ▶ Je potřeba se nebát a s otevřenou myslí zvládnout přechod ze **středoškolské matematiky** k **matematice¹**.

¹Resp. k něčemu, co jí je podstatně blíže.

Úvod: některé předměty oblíbené jsou!



Středoškolská matematika . . .

- ▶ . . . klade **důraz** na počítání příkladů.

Středoškolská matematika . . .

- ▶ . . . klade **důraz** na počítání příkladů.
- ▶ . . . vyvolává mylný dojem, že pro **každý** příklad existuje **postup**, pomocí kterého ho lze **vyřešit**.

Středoškolská matematika . . .

- ▶ . . . klade **důraz** na počítání příkladů.
- ▶ . . . vyvolává mylný dojem, že pro **každý** příklad existuje **postup**, pomocí kterého ho lze **vyřešit**.
- ▶ . . . vyvolává mylný dojem, že **rozumět a chápat** je ekvivalentní pouhé znalosti tohoto postupu.

Středoškolská matematika . . .

- ▶ ... klade **důraz** na počítání příkladů.
- ▶ ... vyvolává mylný dojem, že pro **každý** příklad existuje **postup**, pomocí kterého ho lze **vyřešit**.
- ▶ ... vyvolává mylný dojem, že **rozumět a chápat** je ekvivalentní pouhé znalosti tohoto postupu.
- ▶ ... často nejde hlouběji k jádru problému a neklade si otázku **proč?**

Středoškolská matematika . . .

- ▶ ... klade **důraz** na počítání příkladů.
- ▶ ... vyvolává mylný dojem, že pro **každý** příklad existuje **postup**, pomocí kterého ho lze **vyřešit**.
- ▶ ... vyvolává mylný dojem, že **rozumět a chápat** je ekvivalentní pouhé znalosti tohoto postupu.
- ▶ ... často nejde hlouběji k jádru problému a neklade si otázku **proč?**
- ▶ ... zavádějícím způsobem odděluje teorii („to divné nedůležité“) od praxe („počítání příkladů“).

Stačí to? Tohle je Matematika?

- ▶ Ne.

Stačí to? Tohle je Matematika?

- ▶ Ne.
- ▶ Ne.

Stačí to? Tohle je Matematika?

- ▶ **Ne.**
- ▶ **Ne.** Opravdové porozumění znamená, že umíte řešit příklady, pro které jste se „postup“ neučili!

Stačí to? Tohle je Matematika?

- ▶ **Ne.**
- ▶ **Ne.** Opravdové porozumění znamená, že umíte řešit příklady, pro které jste se „postup“ neučili!
- ▶ Pokud lze úlohy jistého typu řešit opakováním známého postupu, pak jsou to všechno **vyřešené úlohy** a příslušnou práci lze nechat stroji.

Stačí to? Tohle je Matematika?

- ▶ **Ne.**
- ▶ **Ne.** Opravdové porozumění znamená, že umíte řešit příklady, pro které jste se „postup“ neučili!
- ▶ Pokud lze úlohy jistého typu řešit opakováním známého postupu, pak jsou to všechno **vyřešené úlohy** a příslušnou práci lze nechat stroji.
- ▶ Příklady budete počítat (ó ano!), ale je v nich nutné vidět **aplikaci** probrané teorie.

Stačí to? Tohle je Matematika?

- ▶ Cílem matematického přístupu k řešení problému je **rozebrat** problém až na dřeň, exaktně popsat jeho stavební bloky, zkoumat jejich vztahy a z této **analýzy** odvozovat závěry.

Stačí to? Tohle je Matematika?

- ▶ Cílem matematického přístupu k řešení problému je **rozebrat** problém až na dřeň, exaktně popsat jeho stavební bloky, zkoumat jejich vztahy a z této **analýzy** odvozovat závěry.
- ▶ **K čemu mi to bude?**

Stačí to? Tohle je Matematika?

- ▶ Cílem matematického přístupu k řešení problému je **rozebrat** problém až na dřeň, exaktně popsat jeho stavební bloky, zkoumat jejich vztahy a z této **analýzy** odvozovat závěry.
- ▶ **K čemu mi to bude?**
- ▶ Váš obor, který jste si zvolili, je **univerzální**. Není zaměřen na řešení jednoho problému nebo třídy problémů.

Stačí to? Tohle je Matematika?

- ▶ Cílem matematického přístupu k řešení problému je **rozebrat** problém až na dřeň, exaktně popsat jeho stavební bloky, zkoumat jejich vztahy a z této **analýzy** odvozovat závěry.
- ▶ **K čemu mi to bude?**
- ▶ Váš obor, který jste si zvolili, je **univerzální**. Není zaměřen na řešení jednoho problému nebo třídy problémů.
- ▶ Bude vám předložena úloha z reálného světa, kterou musíte analyzovat (doménový model), algoritmicky řešit zadání (důkaz),...

Stačí to? Tohle je Matematika?

- ▶ Cílem matematického přístupu k řešení problému je **rozebrat** problém až na dřeň, exaktně popsat jeho stavební bloky, zkoumat jejich vztahy a z této **analýzy** odvozovat závěry.
- ▶ **K čemu mi to bude?**
- ▶ Váš obor, který jste si zvolili, je **univerzální**. Není zaměřen na řešení jednoho problému nebo třídy problémů.
- ▶ Bude vám předložena úloha z reálného světa, kterou musíte analyzovat (doménový model), algoritmicky řešit zadání (důkaz),...
- ▶ Navíc jde o jeden z nejrychleji se rozvíjejících oborů. Umět se orientovat v nových myšlenkách (nová programovací paradigmata, frameworky, ...) je pro vás zásadní. **Celý život se budete učit něco nového.**

Stačí to? Tohle je Matematika?

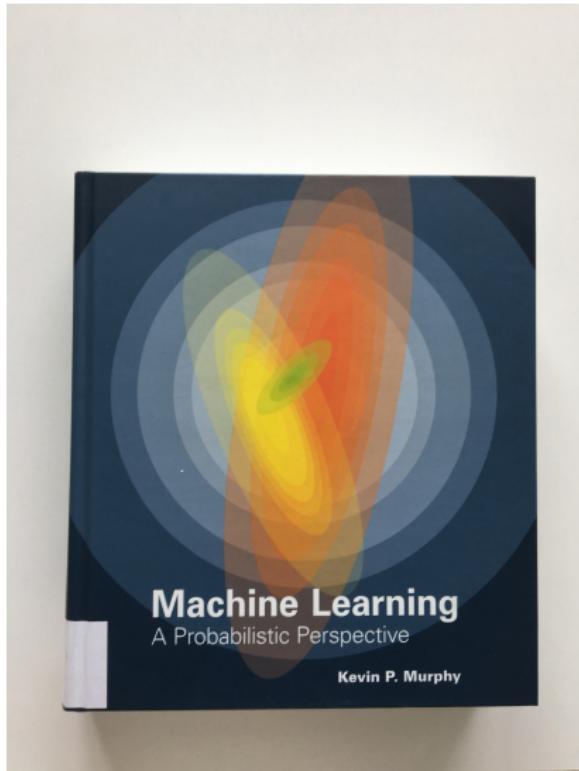


Figure 24.1 Example of image denoising. We use an Ising prior with $W_{ij} = J = 1$ and a Gaussian noise model with $\sigma = 2$. We use Gibbs sampling (Section 24.2) to perform approximate inference. (a) Sample from the posterior after one sweep over the image. (b) Sample after 5 sweeps. (c) Posterior mean, computed by averaging over 15 sweeps. Compare to Figure 21.3 which shows the results of using mean field inference. Figure generated by `isingImageDenoiseDemo`.

$\{-1, +1\}$, the full conditional becomes

$$p(x_t = +1 | \mathbf{x}_{-t}, \boldsymbol{\theta}) = \frac{\prod_{s \in \text{nbr}(t)} \psi_{st}(x_t = +1, x_s)}{\prod_{s \in \text{nbr}(t)} \psi(s_t = +1, x_s) + \prod_{s \in \text{nbr}(t)} \psi(x_t = -1, x_s)} \quad (24.2)$$

$$= \frac{\exp[J \sum_{s \in \text{nbr}(t)} x_s]}{\exp[J \sum_{s \in \text{nbr}(t)} x_s] + \exp[-J \sum_{s \in \text{nbr}(t)} x_s]} \quad (24.3)$$

$$= \frac{\exp[J \eta_t]}{\exp[J \eta_t] + \exp[-J \eta_t]} = \text{sigmoid}(2J \eta_t) \quad (24.4)$$

where J is the coupling strength, $\eta_t \triangleq \sum_{s \in \text{nbr}(t)} x_s$ and $\text{sigmoid}(u) = 1/(1 + e^{-u})$ is the sigmoid function. It is easy to see that $\eta_t = x_t(a_t - d_t)$, where a_t is the number of neighbors that agree with (have the same sign as) t , and d_t is the number of neighbors who disagree. If this number is equal, the "forces" on x_t cancel out, so the full conditional is uniform.

We can combine an Ising prior with a local evidence term ψ_t . For example, with a Gaussian observation model, we have $\psi_t(x_t) = \mathcal{N}(y_t | x_t, \sigma^2)$. The full conditional becomes

$$\begin{aligned} p(x_t = +1 | \mathbf{x}_{-t}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}) &= \frac{\exp[J \eta_t | \psi_t(+1)}}{\exp[J \eta_t | \psi_t(+1)] + \exp[-J \eta_t | \psi_t(-1)}} \\ &= \text{sigmoid}\left(2J \eta_t - \log \frac{\psi_t(+1)}{\psi_t(-1)}\right) \end{aligned} \quad (24.5)$$

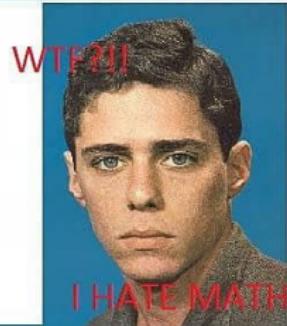
Now the probability of x_t entering each state is determined both by compatibility with its neighbors (the Ising prior) and compatibility with the data (the local likelihood term).

See Figure 24.1 for an example of this algorithm applied to a simple image denoising problem. The results are similar to mean field (Figure 21.3) except that the final estimate (based on over-sampling the samples) is somewhat "blurrier", due to the fact that mean field tends to be over-confident.

Jak na to?

Nebojte se
symbolického zápisu!
Osvojte si ho přjměte ho
za vlastní.

$$\begin{cases} x + x + x = 60 \\ x + y + y = 30 \\ y - 2z = 3 \\ z + x + y = ? \end{cases}$$



Can you solve this?

$$\text{Red flower} + \text{Red flower} + \text{Red flower} = 60$$

$$\text{Red flower} + \text{Blue flower} + \text{Blue flower} = 30$$

$$\text{Blue flower} - \text{Yellow flower} = 3$$

$$\text{Yellow flower} + \text{Red flower} + \text{Blue flower} = ?$$

rounding.cz

UHM... CUTE
CHALLENGE

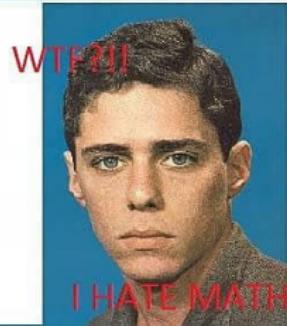


Jak na to?

Nebojte se
symbolického zápisu!
Osvojte si ho přjměte ho
za vlastní.

Vždyť programování
samotné je z části tvorba
symbolického zápisu
svázaného tvrdými
pravidly.

$$\begin{cases} x + x + x = 60 \\ x + y + y = 30 \\ y - 2z = 3 \\ z + x + y = ? \end{cases}$$



Can you solve this?

$$\text{red flower} + \text{red flower} + \text{red flower} = 60$$

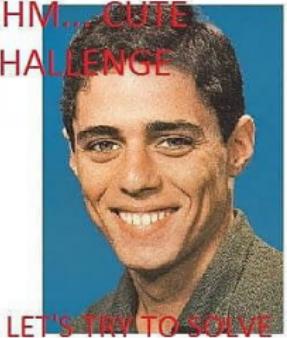
$$\text{red flower} + \text{blue flower} + \text{blue flower} = 30$$

$$\text{blue flower} - \text{yellow flower} = 3$$

$$\text{yellow flower} + \text{red flower} + \text{blue flower} = ?$$

rounding.cz

UHM... CUTE
CHALLENGE



Jak na to?

- ▶ Často budeme studovat **důkazy**: to jsou jednoduché odpovědi na otázku „**proč** to tvrzení platí?“
- ▶ Důkaz je v podstatě dialog s vaším nedůvěřivým a kritickým já.

Jak na to?

- ▶ Často budeme studovat **důkazy**: to jsou jednoduché odpovědi na otázku „**proč** to tvrzení platí?“
- ▶ Důkaz je v podstatě dialog s vaším nedůvěřivým a kritickým já.
- ▶ Nebojte se o nejasnostech a svých pochybách
 - ▶ mluvit,
 - ▶ zvednout ruku na cvičení či přednášce,
 - ▶ konzultovat cvičícího či přednášejícího,
 - ▶ položit dotaz na FB/MARASTu.

Jak na to?

- ▶ Často budeme studovat **důkazy**: to jsou jednoduché odpovědi na otázku „**proč** to tvrzení platí?“
- ▶ Důkaz je v podstatě dialog s vaším nedůvěřivým a kritickým já.
- ▶ Nebojte se o nejasnostech a svých pochybách
 - ▶ mluvit,
 - ▶ zvednout ruku na cvičení či přednášce,
 - ▶ konzultovat cvičícího či přednášejícího,
 - ▶ položit dotaz na FB/MARASTu.
- ▶ Kdyby vám vše bylo jasné, tak není co vás učit.
Neporozumění a nepochopení je první fáze poznávání.

Děkujeme za pozornost!