

专业课强化精讲课程

第9讲

第十章 轮系

一、轮系的分类

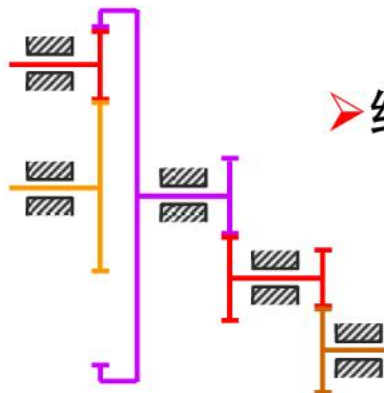
根据轮系在运转过程中各齿轮的几何轴线在空间的相对位置关系是否变动，可以将轮系分为

定轴轮系
周转轮系
混合轮系

二、定轴轮系及其传动比计算

1. 定轴轮系

各齿轮轴线的位置都相对机架固定不动的齿轮传动系统。



组成

圆柱齿轮
圆锥齿轮
蜗轮蜗杆

2. 定轴轮系的传动比

轮系的传动比——输入轴与输出轴的角速度（或转速）之比，即：

$$i_{mn} = \frac{\omega_m}{\omega_n} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{大小} \\ \text{转向} \end{array} \right.$$

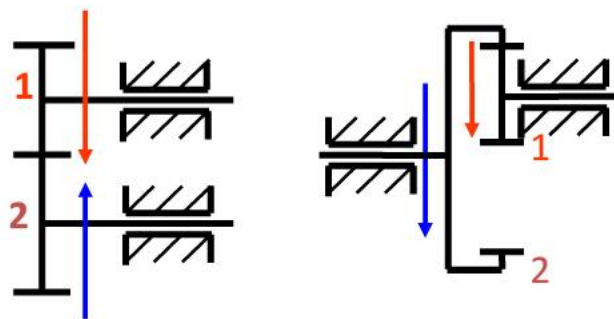
1) 一对齿轮的传动比

(1) 大小 $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{z_2}{z_1}$

(2) 转向

$\left\{ \begin{array}{l} \text{圆柱} \\ \text{齿轮} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{外啮合——“-”} \\ \text{内啮合——“+”} \end{array} \right.$

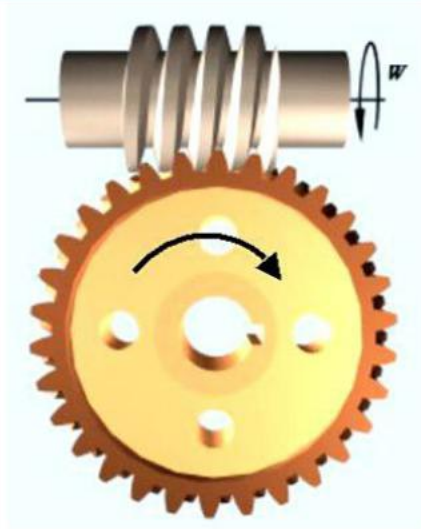
$\left\{ \begin{array}{l} \text{空间} \\ \text{齿轮} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{圆锥齿轮传动} \\ \text{蜗杆蜗轮传动} \end{array} \right.$



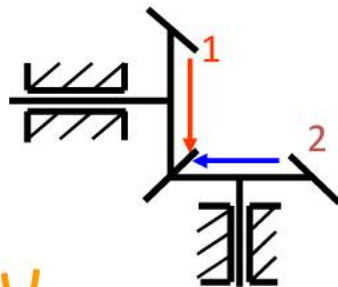
——在图上以箭头表示

空间
齿轮

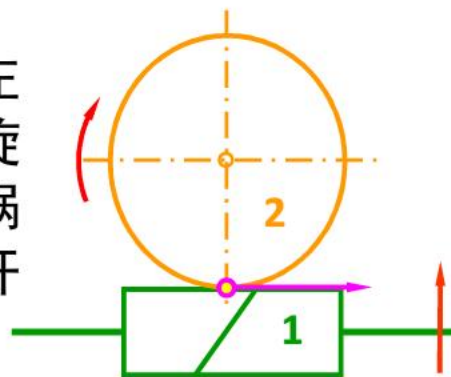
圆锥齿轮传动
蜗杆蜗轮传动



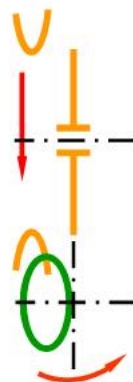
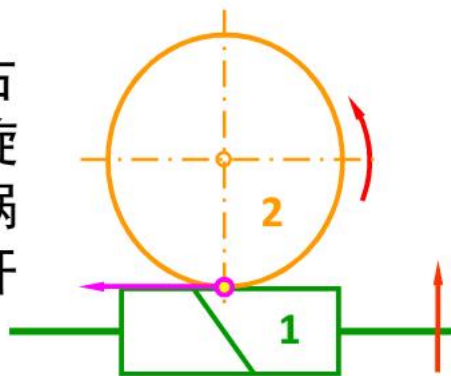
——在图上以箭头表示



左
旋
蜗
杆



右
旋
蜗
杆



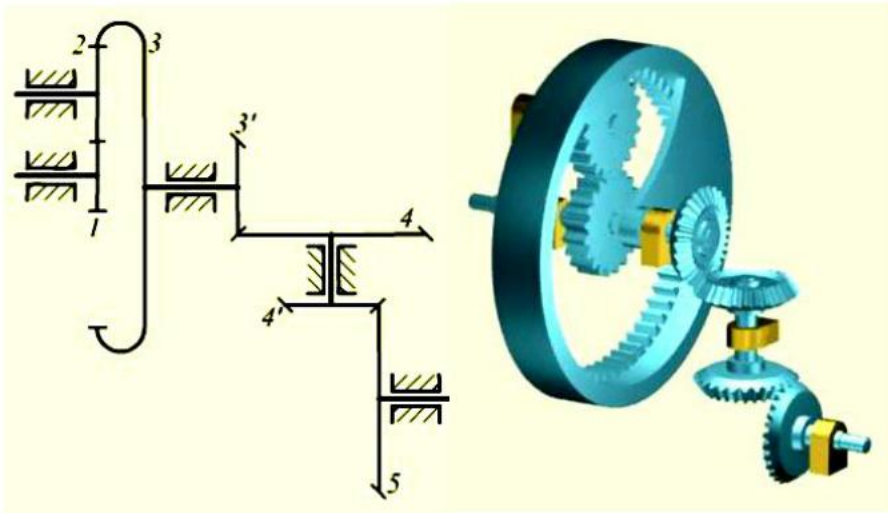
2) 定轴轮系传动比大小的计算

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

$$i_{23} = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{z_3}{z_2}$$

$$i_{3'4} = \frac{\omega_{3'}}{\omega_4} = \frac{\omega_3}{\omega_4} = \frac{z_4}{z_{3'}}$$

$$i_{4'5} = \frac{\omega_{4'}}{\omega_5} = \frac{\omega_4}{\omega_5} = \frac{z_5}{z_{4'}}$$



$$\Rightarrow i_{15} = \frac{\omega_1}{\omega_5} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{\omega_2}{\omega_3} \frac{\omega_3}{\omega_4} \frac{\omega_4}{\omega_5} = i_{12} i_{23} i_{3'4} i_{4'5} = \frac{z_2 z_3 z_4 z_5}{z_1 z_2 z_{3'} z_{4'}} = \frac{z_3 z_4 z_5}{z_1 z_{3'} z_{4'}}$$

定轴轮系的传动比(i_{mn}) = $\frac{\omega_m}{\omega_n} = \frac{m \rightarrow n \text{ 所有从动轮齿数的连乘积}}{m \rightarrow n \text{ 所有主动轮齿数的连乘积}}$

$$= \frac{\prod(z_{\text{从}})}{\prod(z_{\text{主}})}$$

3) 首、末两轮转向关系的确定

(1) 首、末两轮轴线平行:

❖ 对于平面轮系:

$$i_{mn} = \frac{\omega_m}{\omega_n} = (-1)^k \frac{\prod (z_{\text{从}})_{m \rightarrow n}}{\prod (z_{\text{主}})_{m \rightarrow n}}$$

k ——外啮合齿轮对数

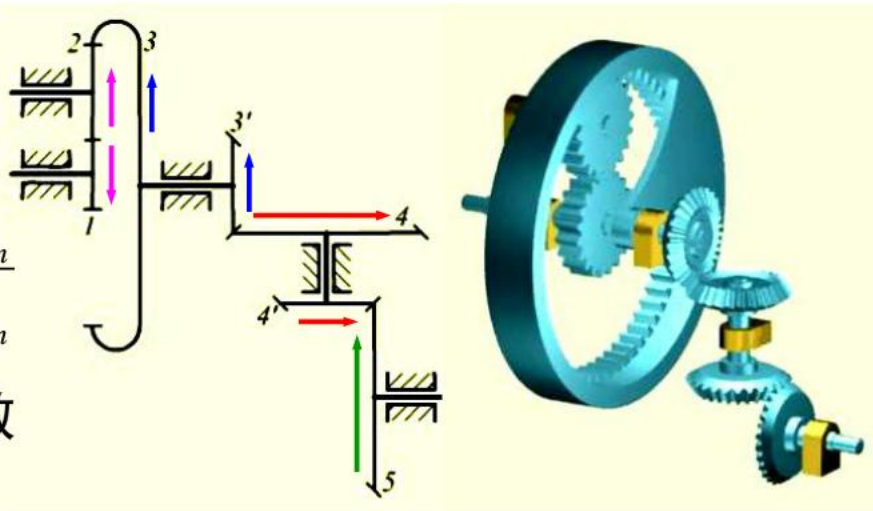
❖ 对于空间轮系:

在图上用箭头表示首、末两轮的转向关系，箭头同向取“+”；箭头反向取“-”。

(2) 首、末两轮轴线不平行:

在图上用箭头表示首、末两轮的转向关系。

$$i_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{z_2 z_3 z_4}{z_1 z_2 z_{3'}} \quad (\text{首、末两轮的转向关系如图所示})$$



三、周转轮系及其传动比计算

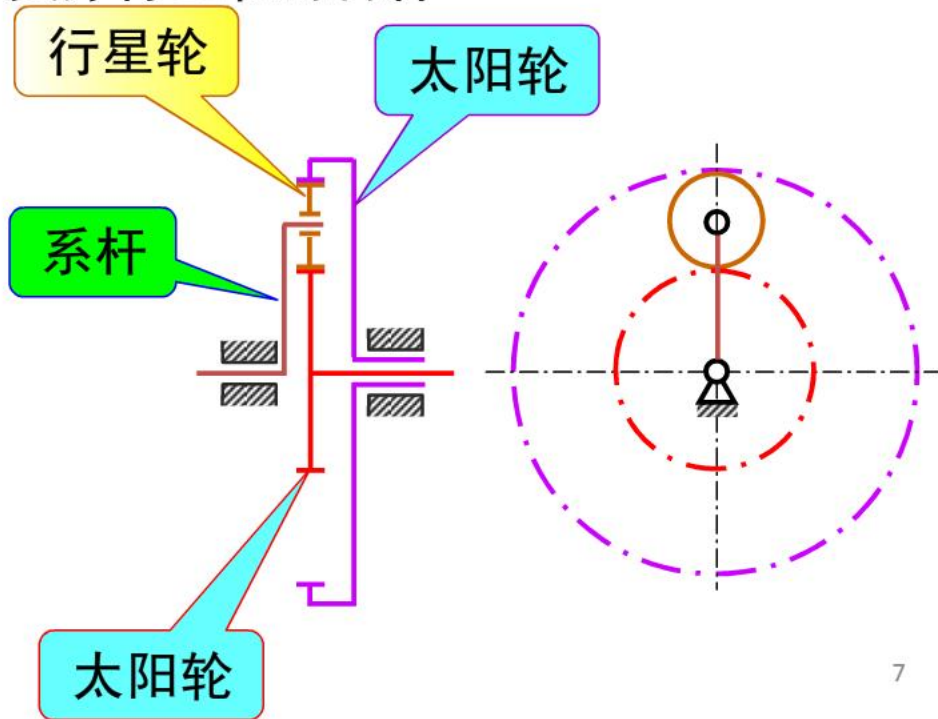
➤ 周转轮系的组成：

太阳轮——周转轮系中轴线位置固定不动的齿轮

行星轮——周转轮系中轴线不固定的齿轮

系杆H（行星架）——支撑行星轮的构件

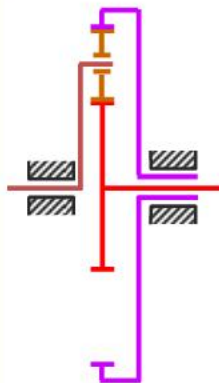
机架



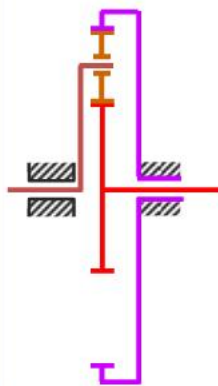
➤ 周转轮系的分类

(1) 根据其自由度的数目分:

{ 差动轮系——自由度为2的周转轮系
行星轮系——自由度为1的周转轮系



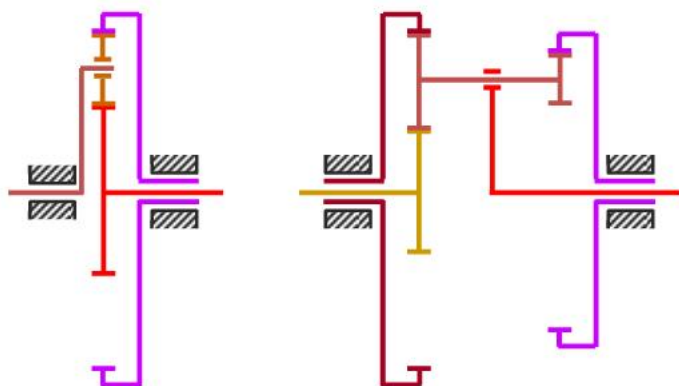
$$\begin{aligned} F &= 3n - 2P_L - P_H \\ &= 3 \times 4 - 2 \times 4 - 2 = 2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} F &= 3n - 2P_L - P_H \\ &= 3 \times 3 - 2 \times 3 - 2 = 1 \end{aligned}$$

(2) 根据基本构件的组成分:

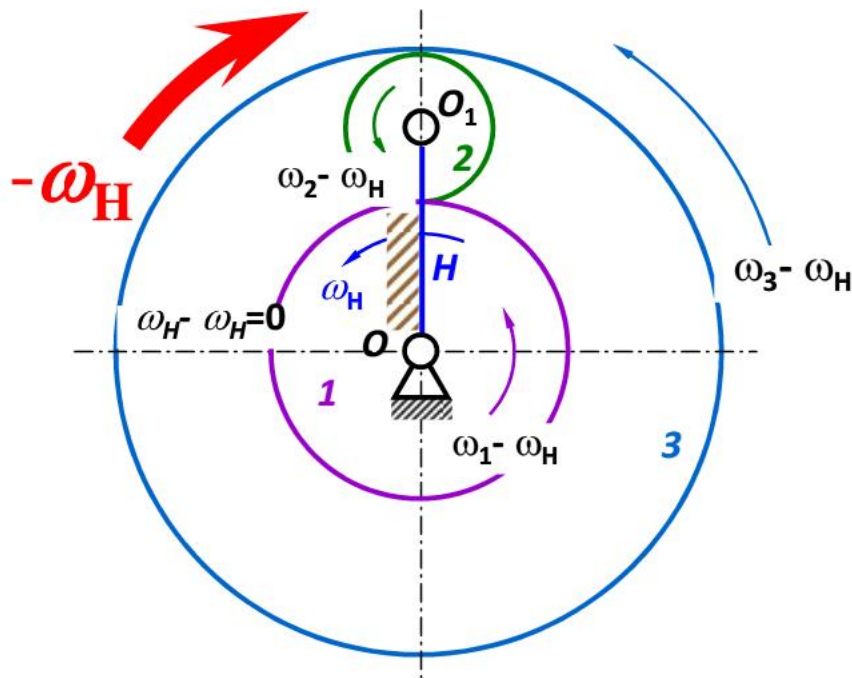
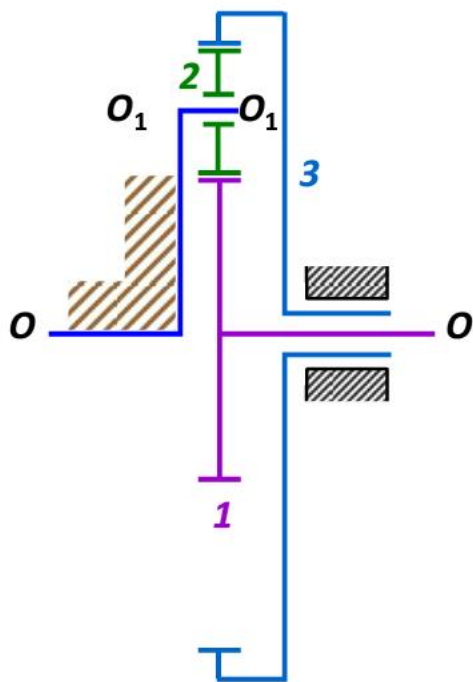
{ 2K-H型——有2个中心轮
3K型——有3个中心轮



1. 周转轮系传动比计算的基本思路

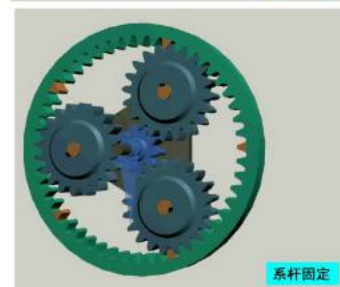
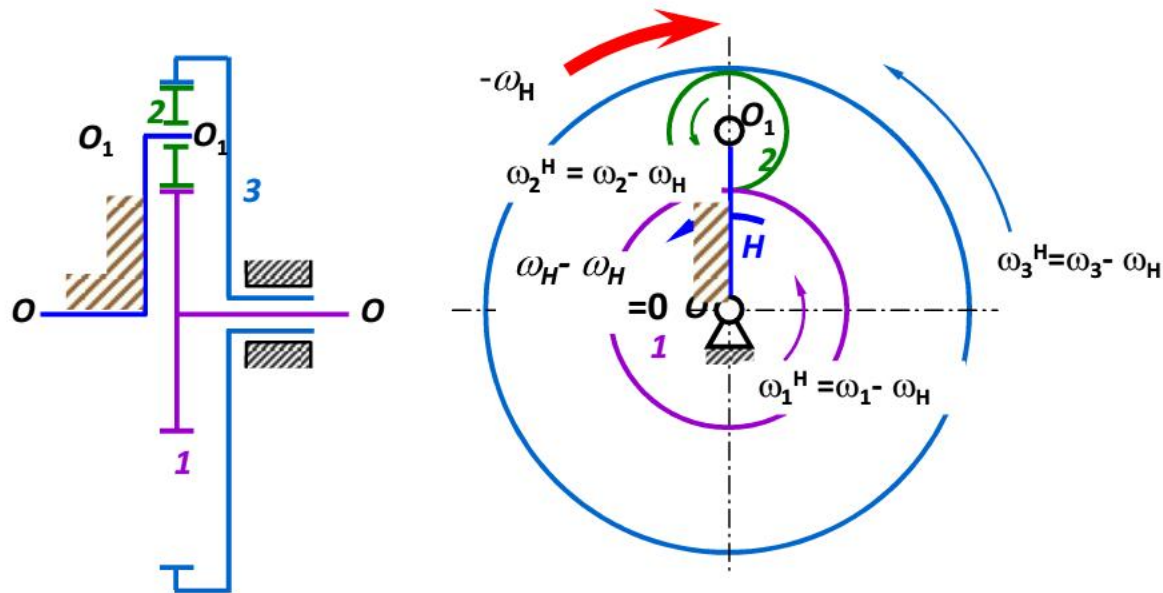
周转轮系传动比不能直接计算，可以利用相对运动原理，将周转轮系转化为假想的定轴轮系，然后利用定轴轮系传动比的计算公式计算周转轮系传动比。——反转法或转化机构法

关键：设法使系杆H 固定不动，将周转轮系转化为定轴轮系。



指给整个周转轮系加上一个“ $-\omega_H$ ”的公共角速度，使系杆H变为相对固定，从而得到假想定轴轮系。

——周转轮系的转化机构（转化轮系）

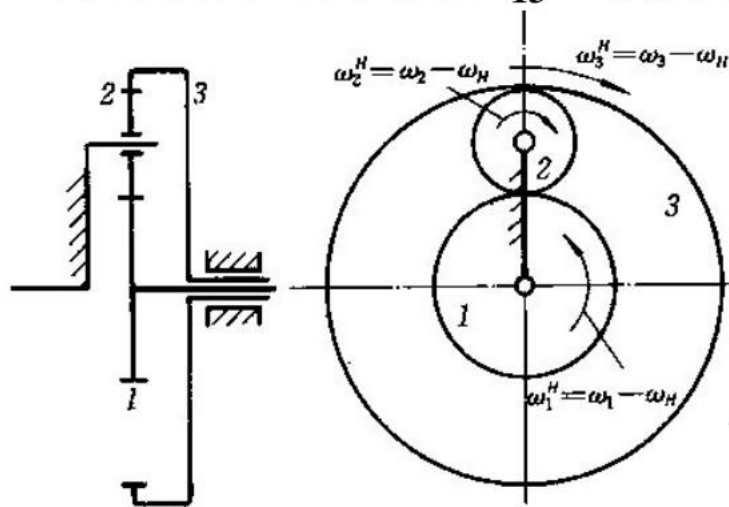


周转轮系加上一公共角速度 “ $-\omega_H$ ”后，各构件的角速度：

构件	周转轮系角速度	转化轮系角速度
1	ω_1	$\omega_1 - \omega_H = \omega_1^H$
2	ω_2	$\omega_2 - \omega_H = \omega_2^H$
3	ω_3	$\omega_3 - \omega_H = \omega_3^H$
H	ω_H	$\omega_H - \omega_H = 0$

2. 周转轮系传动比计算的一般公式

转化机构的传动比 i_{13}^H 可按定轴轮系传动比的方法求得：



构件	周转轮系角速度	转化轮系角速度
1	ω_1	$\omega_1 - \omega_H = \omega_1^H$
2	ω_2	$\omega_2 - \omega_H = \omega_2^H$
3	ω_3	$\omega_3 - \omega_H = \omega_3^H$
H	ω_H	$\omega_H - \omega_H = 0$

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_3^H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2} = -\frac{z_3}{z_1}$$

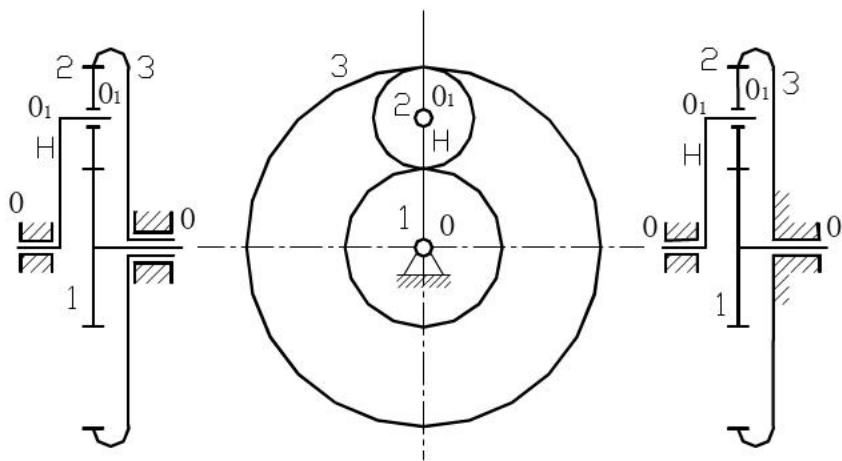
周转轮系传动比的一般公式为：

$$i_{mn}^H = \frac{\omega_m^H}{\omega_n^H} = \frac{\omega_m - \omega_H}{\omega_n - \omega_H} = (-1)^k \frac{\prod(z_{从})_{m \rightarrow n}}{\prod(z_{主})_{m \rightarrow n}}$$

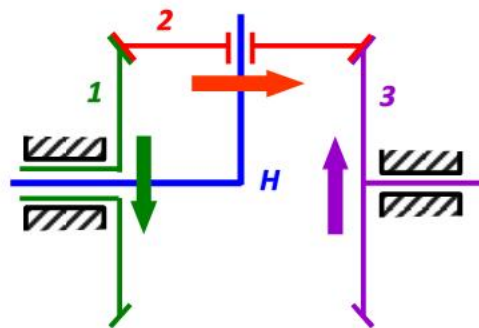
3. 注意事项

$$i_{mn}^H = \frac{\omega_m^H}{\omega_n^H} = \frac{\omega_m - \omega_H}{\omega_n - \omega_H} = (-1)^k \frac{\prod (z_{\text{从}})_{m \rightarrow n}}{\prod (z_{\text{主}})_{m \rightarrow n}}$$

1) m轮、n轮 及系杆H的轴线必须平行。



$$i_{12}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} = -\frac{z_2}{z_1}$$



$$i_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2}$$

$$i_{12}^H \neq \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H}$$

$$i_{mn}^H = \frac{\omega_m^H}{\omega_n^H} = \frac{\omega_m - \omega_H}{\omega_n - \omega_H} = (-1)^k \frac{\prod (z_{从})_{m \rightarrow n}}{\prod (z_{主})_{m \rightarrow n}}$$

2) 公式中各 ω 值均为矢量, 计算时必须带“ \pm ”号。

首、末两轮轴线平行, 但中间一些齿轮轴线不平行:

——画虚线箭头来确定: 箭头同向取“+”箭头反向取“-”。

3) 如 n 轮固定, 即 $\omega_n=0$, 则上式可写成:

$$i_{mn}^H = \frac{\omega_m - \omega_H}{0 - \omega_H} = -i_{mH} + 1 \quad \text{即:}$$

$$i_{mH} = 1 - i_{mn}^H$$

绝对传动比

4) 主从关系视传递路线不同而不同。

5) 平面轮系中行星轮的运动:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{公转} & \text{—— } \omega_H \\ \text{自转} & \text{—— } \omega_m^H \\ \text{绝对转速} & \text{—— } \omega_m \end{array} \right.$$

例1:在图示的周转轮系中, 设已知 $z_1=100$, $z_2=101$, $z_2'=100$,

$z_3=99$, 试求传动比 i_{H1} 。

解:

$$i_{13}^H = \frac{n_1^H}{n_3^H} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = \frac{n_1 - n_H}{0 - n_H}$$

$$= 1 - \frac{n_1}{n_H} = 1 - i_{1H} = \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}$$

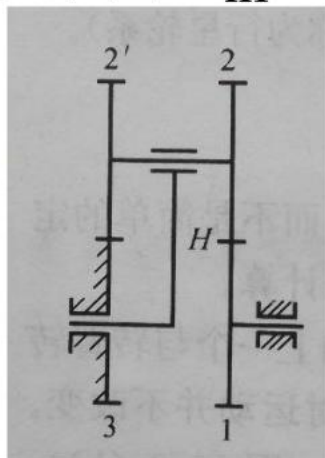
$$\Rightarrow i_{1H} = 1 - i_{13}^H = 1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} = 1 - \frac{101 \times 99}{100 \times 100}$$

$$= \frac{1}{10000} = \frac{n_1}{n_H}$$

$$\Rightarrow i_{H1} = \frac{n_H}{n_1} = 10000$$

若将 z_3 由99改为100, 则

当系杆转10000转时, 轮1转1转, 其转向与系杆的转向相同。



$z_1=100$

$z_2=101$

$z_2'=100$

$z_3=99$

$z_1 = 100$

$z_2 = 101$

$z_2' = 100$

$z_3 = 100$

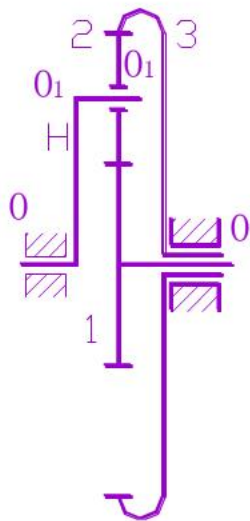
$$i_{1H} = 1 - i_{13}^H = 1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} = 1 - \frac{101 \times 100}{100 \times 100} = -\frac{1}{100} = \frac{n_1}{n_H} \Rightarrow i_{H1} = \frac{n_H}{n_1} = -100$$

小 结

$$i_{mn}^H = \frac{\omega_m^H}{\omega_n^H} = \frac{\omega_m - \omega_H}{\omega_n - \omega_H} = (-1)^k \frac{\prod (z_{从})_{m \rightarrow n}}{\prod (z_{主})_{m \rightarrow n}}$$

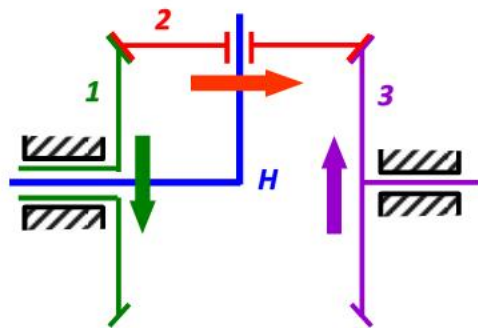
1. 在周转轮系各轮齿数已知的条件下，如果给定 ω_m 、 ω_n 和 ω_H 中的两个，第三个就可以由上式求出。（对于行星轮系，有一个中心轮的转速为零）
2. 对于由圆柱齿轮组成的周转轮系，行星轮2与中心轮1或3的角速度关系可以表示为：

$$i_{12}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} = -\frac{z_2}{z_1}; \quad i_{23}^H = \frac{\omega_2 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \frac{z_3}{z_2}$$



3. 对于由圆锥齿轮所组成的周转轮系，其行星轮和基本构件的回转轴线不平行。上述公式只可用来计算基本构件的角速度，而不能用来计算行星轮的角速度。

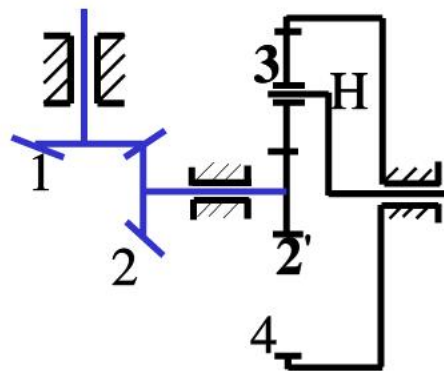
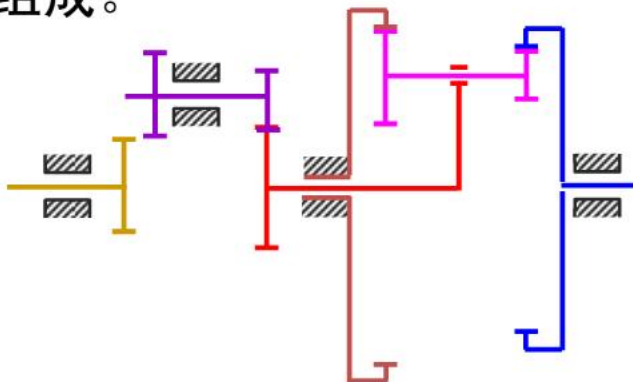
$$\omega_2^H \neq \omega_2 - \omega_H \quad i_{12}^H \neq \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H}$$



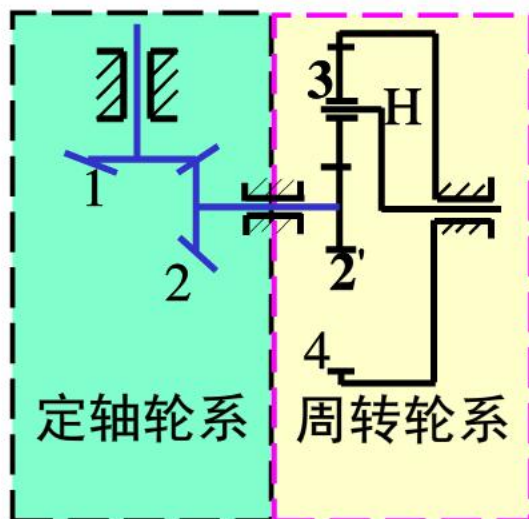
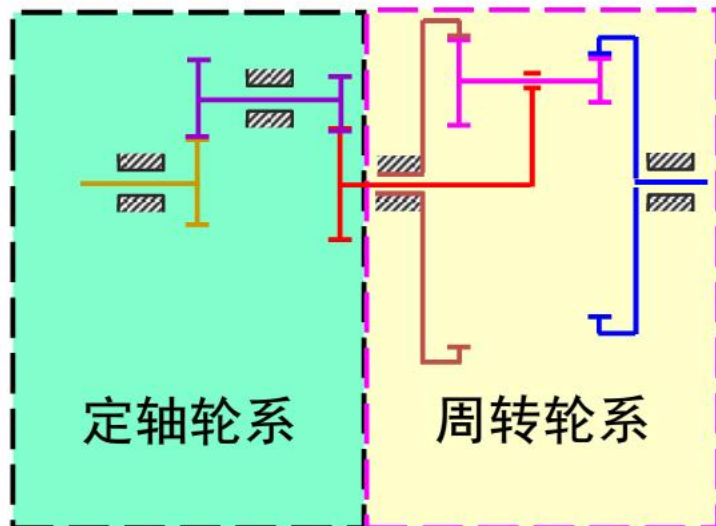
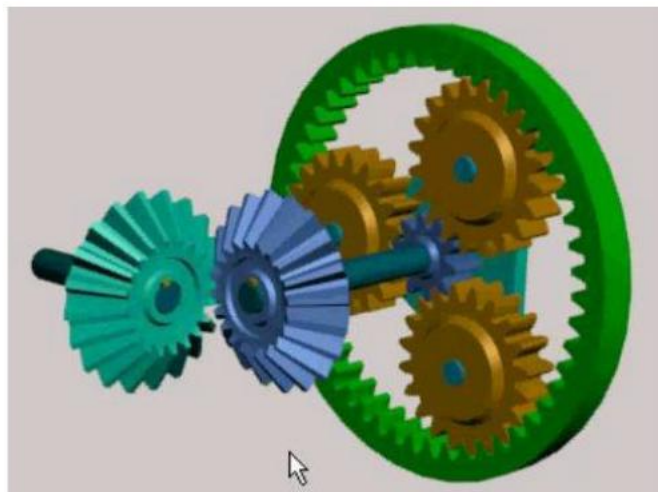
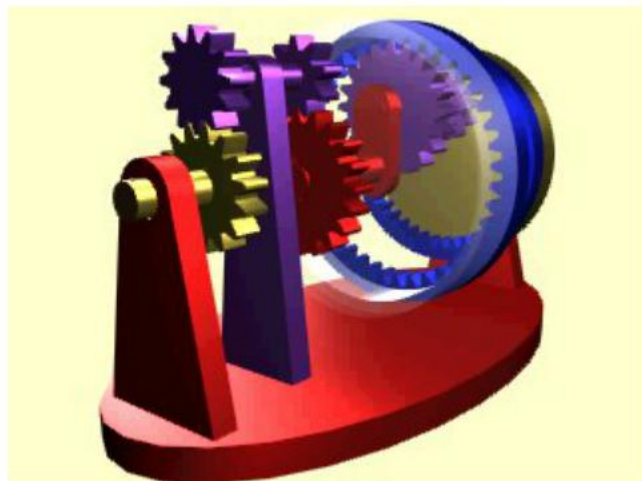
四、混合轮系及其传动比计算

1. 混合轮系

混合轮系由定轴轮系和周转轮系，或由几个基本的周转轮系组成。



2. 混合轮系的传动比



前面所介绍的**2K-H**型周转轮系，称为基本周转轮系，通过一次反转可以得到一个定轴轮系（转化机构）。而对于既包含定轴轮系又包含基本周转轮系的复合轮系，不能通过一次反转得到一个定轴轮系。

➤ 传动比求解思路：将混合轮系分解为基本轮系，分别计算传动比，然后根据组合方式联立求解。

➤ 求解要点：

1. 分清轮系 —— 首先找出其中的基本周转轮系
2. 列出方程 —— 分别列出基本周转轮系、定轴轮系的传动比方程
3. 建立联系 —— 找出运动相同的联系构件
4. 联立求解

例2:如图所示的轮系中, 设已知各轮齿数, 试求其传动比。

解 : 1) 划分轮系

- ✓ 齿轮1-2组成定轴轮系部分;
- ✓ 齿轮2'-3-4-H组成周转轮系部分。

2) 计算各轮系传动比

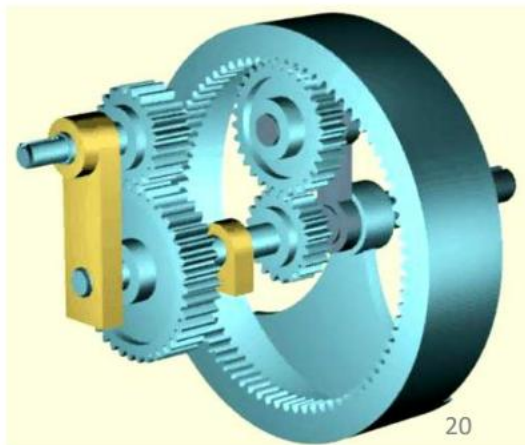
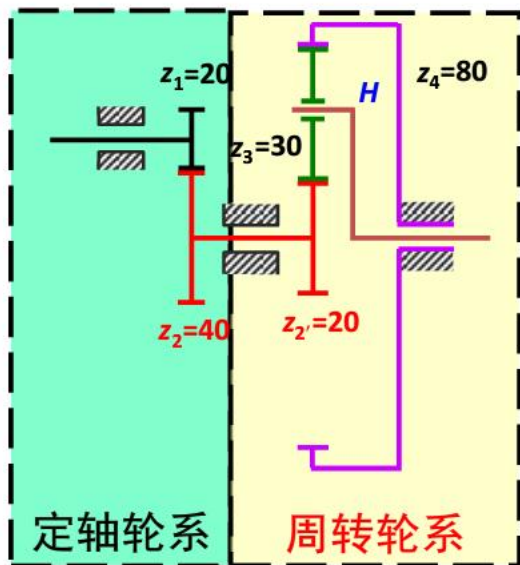
➤ 定轴轮系部分

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{40}{20} = -2$$

➡ $n_1 = -2n_2$ (1)

➤ 周转轮系部分

$$i_{2'4}^H = \frac{n_{2'} - n_H}{n_4 - n_H} = -\frac{z_4}{z_{2'}}$$

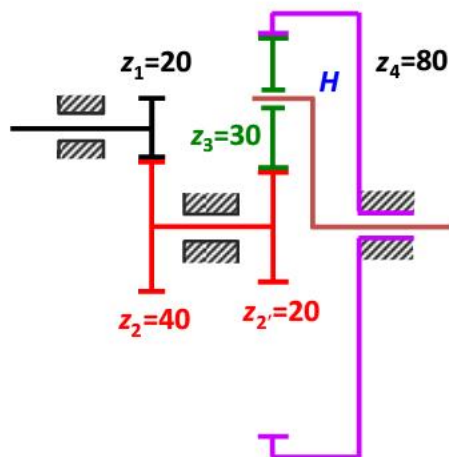


$$i_{2'4}^H = \frac{n_{2'} - n_H}{n_4 - n_H} = -\frac{z_4}{z_{2'}}$$

由 $n_4 = 0, n_{2'} = n_2, z_{2'} = 20, z_4 = 80$

$$\Rightarrow \frac{n_2 - n_H}{-n_H} = -4$$

$$\Rightarrow n_2 = 5n_H \quad (2)$$



3) 将 (1)、(2) 联立求解

$$n_1 = -2n_2 \quad (1)$$

$$\Rightarrow n_1 = -2n_2 = -10n_H \Rightarrow i_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = -10$$

$$\Rightarrow i_{2'H} = 1 - i_{2'4}^H = 1 + \frac{z_4}{z_{2'}} = 1 + \frac{80}{20} = 5$$

❖ 轮系的传动比 $i_{1H} = i_{12} \cdot i_{2'H} = -2 \times 5 = -10$

五、轮系的功用

1. 实现相距较远两轴之间的传动

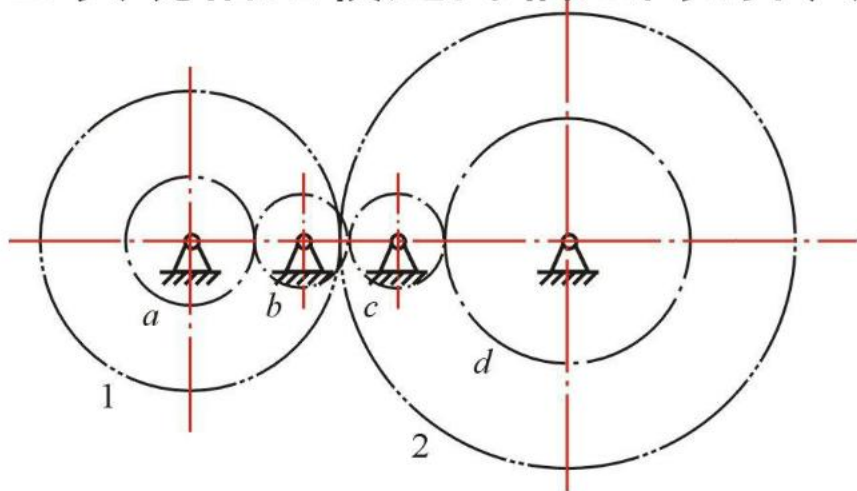
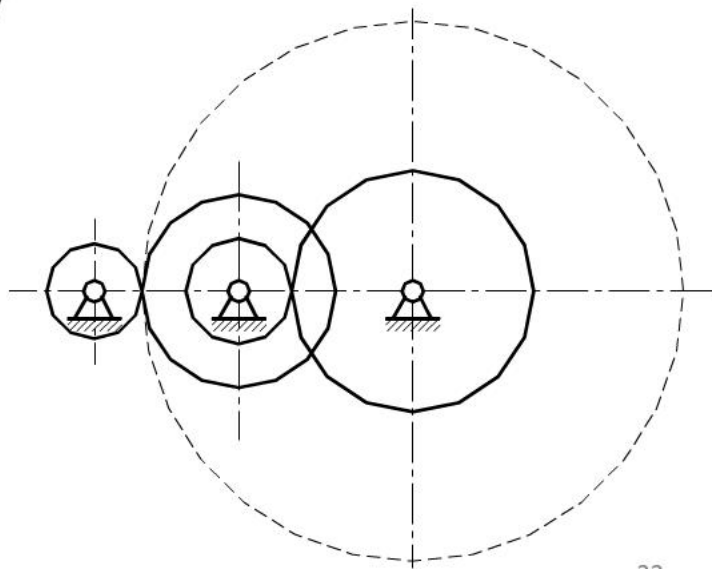


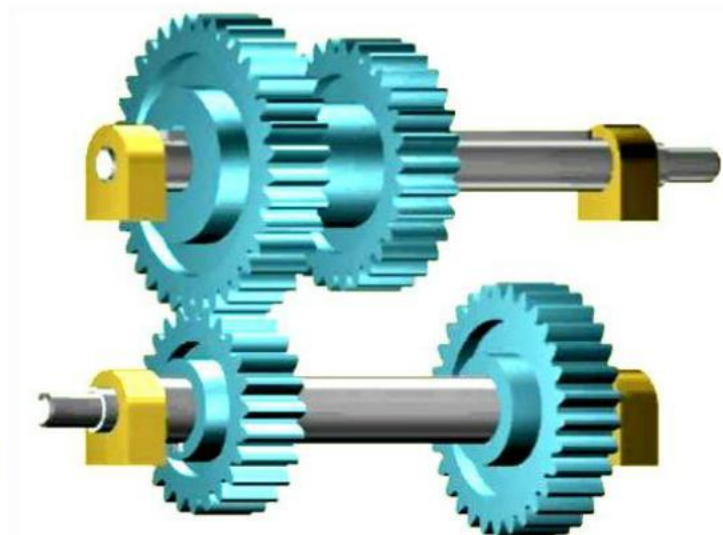
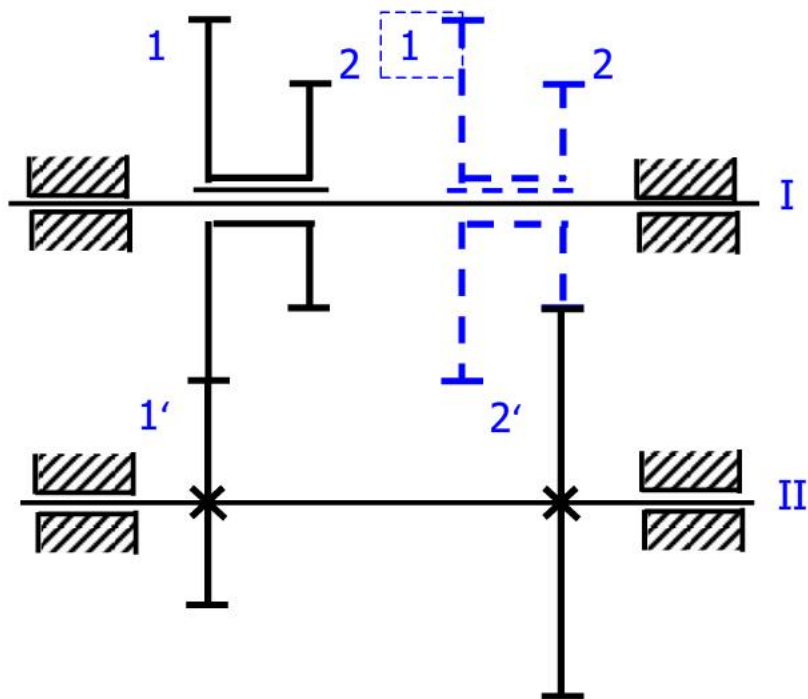
图9-22

2. 获得较大的传动比



3. 实现变速传动

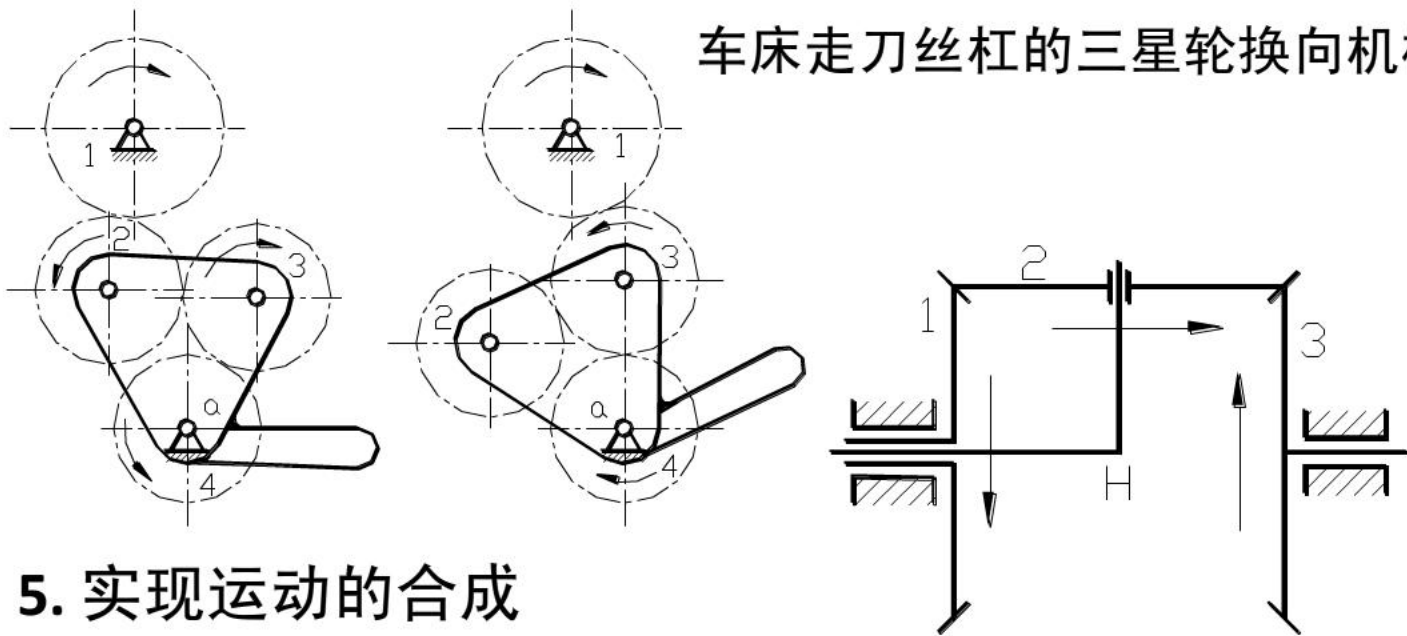
在主轴转速不变的条件下，利用轮系可使从动轴得到若干种转速，从而实现变速传动。



4. 实现换向传动

在主轴转向不变的条件下，可以改变从动轴的转向。

车床走刀丝杠的三星轮换向机构



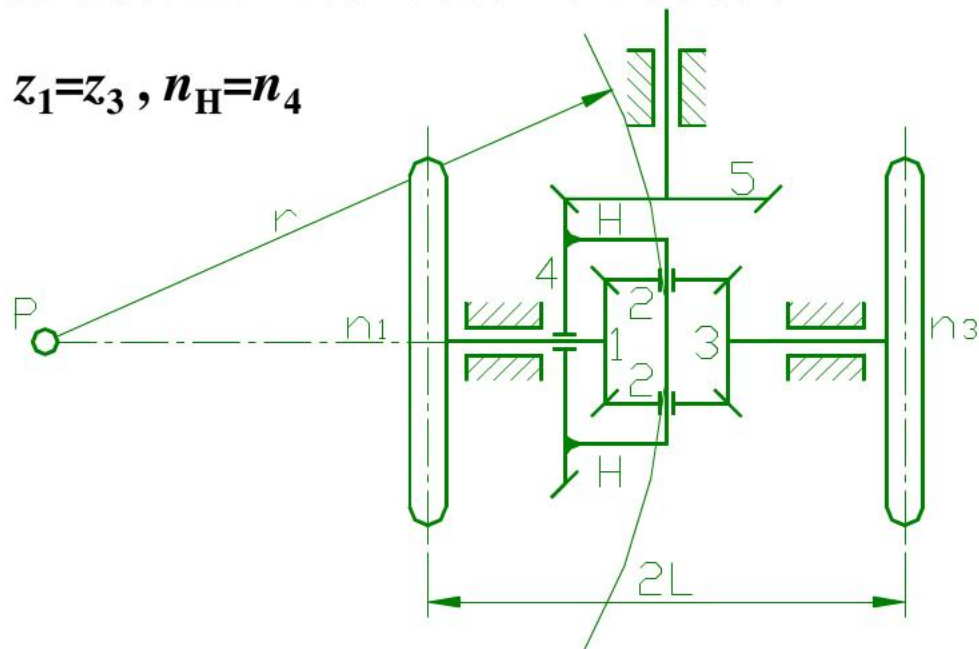
5. 实现运动的合成

差动轮系可以把两个运动合成为一个运动。差动轮系的运动合成特性，被广泛应用于机床、计算机构和补偿调整等装置中。

6. 实现运动的分解

差动轮系可以将一个基本构件的主动转动按所需比例分解成另两个基本构件的不同转动。

汽车后桥的差动器能根据汽车不同的行驶状态，自动将主轴的转速分解为两后轮的不同转动。

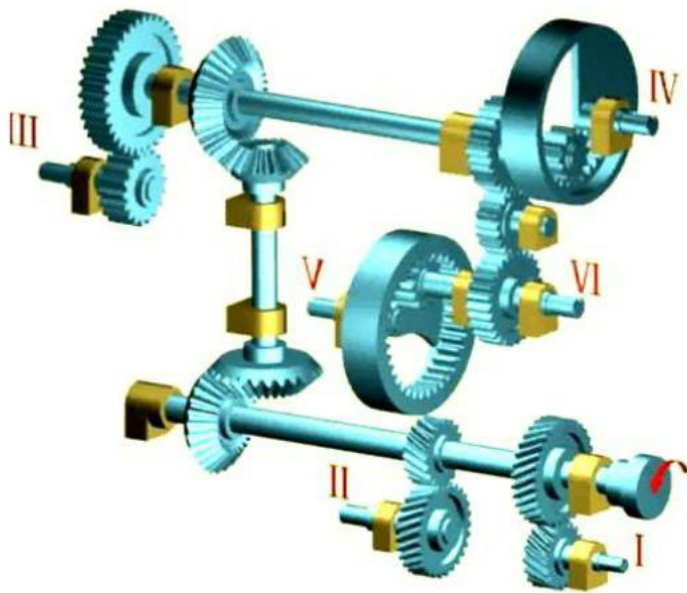
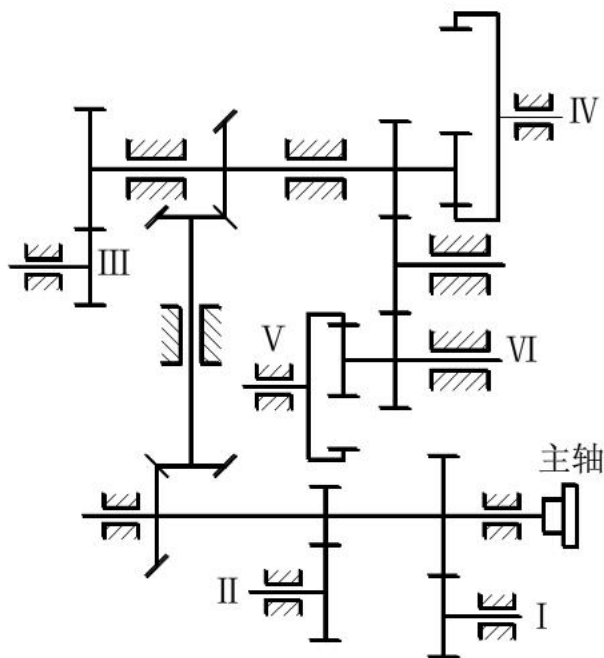


$$\left. \begin{aligned} \frac{n_1}{n_3} &= \frac{r-L}{r+L} \\ \frac{n_1 - n_4}{n_3 - n_4} &= -1 \end{aligned} \right\}$$

$\Rightarrow \begin{cases} n_1 = \frac{r-L}{r} n_4 \\ n_3 = \frac{r+L}{r} n_4 \end{cases}$

7. 实现分路传动

利用轮系可以使一个主动轴带动若干个从动轴同时旋转，并获得不同的转速。



8. 运动轨迹的应用

行星的半径与内齿轮的半径取不同的比值时，行星轮上各点的运动轨迹。

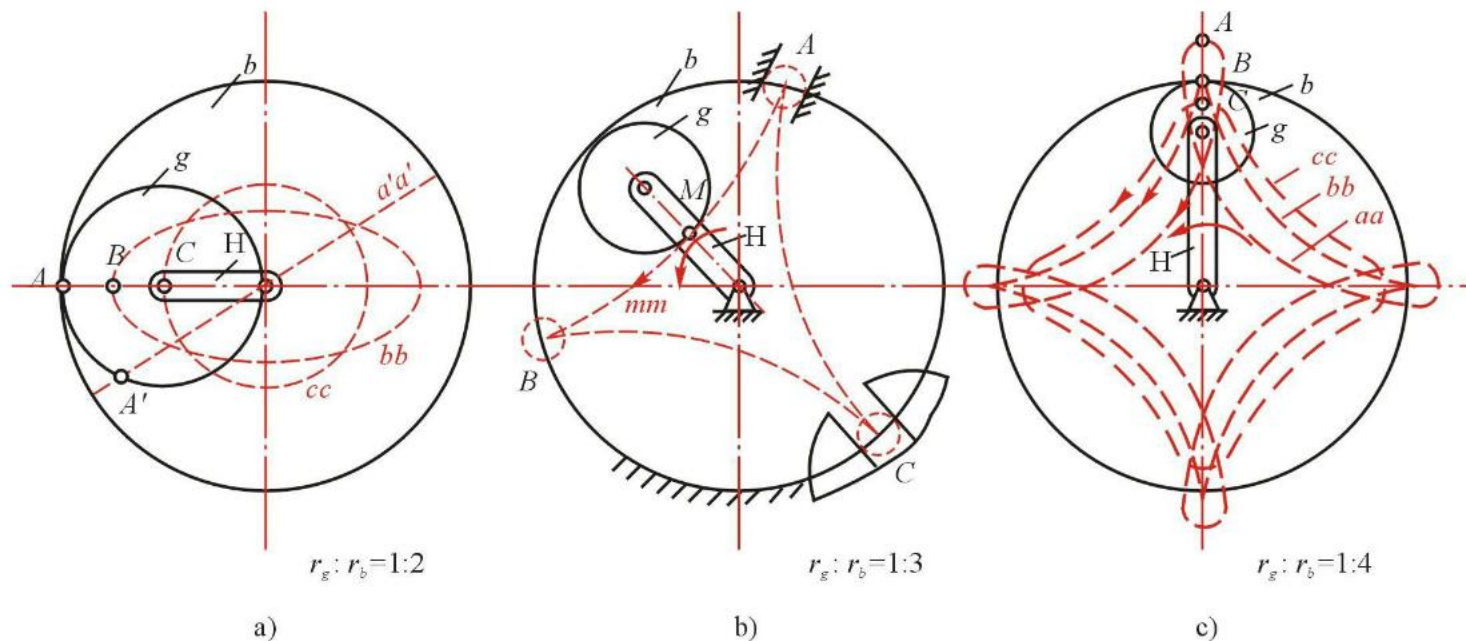


图9-29

六、行星轮系的效率计算

具有负号机构的行星轮系效率要比其转化机构，即相当定轴轮系效率高；

具有正号机构的行星轮系效率要比其转化机构，即相当定轴轮系效率低。

在行星轮系中，存在着效率、传动比和机构尺寸等相互制约的矛盾。因此在设计行星轮系时，应根据工作要求和工作条件，适当选择行星轮系的类型。一般情况下，当用于传递动力时，多采用负号机构；而正号机构多用在要求实现较大传动比而对效率要求不高的辅助机构中。

10.7 周转轮系各轮齿数的确定

1、传动比条件

行星轮系必须能实现给定的传动比

2. 同心条件

系杆的回转轴线应与中心轮的轴线相重合

3. 装配条件

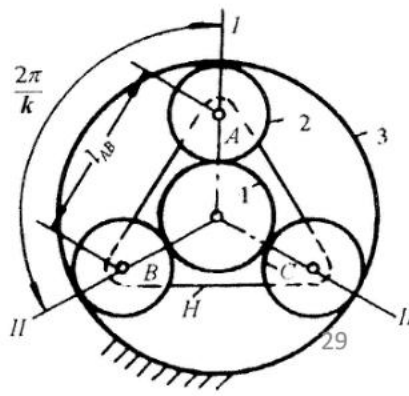
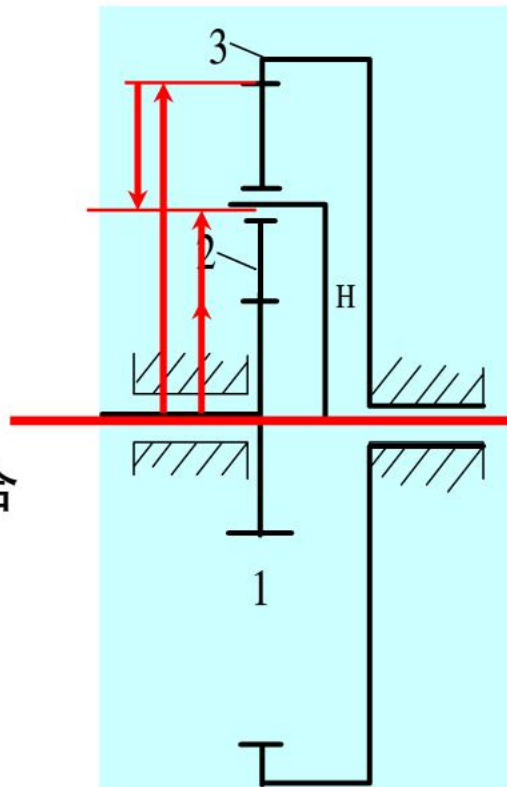
行星轮系的装配
条件



两中心轮的齿数 z_1 、 z_3 之和应能被行星轮个数 k 所整除

4. 邻接条件

相邻两行星轮的中心距应大于行星轮齿顶圆直径，齿顶才不致相碰。



八、其他行星齿轮传动简介

1. 在2K-H行星轮系中，去掉小中心轮，将行星轮加大使与中心轮的齿数差 $z_2 - z_1 = 1 \sim 4$ ，称为少齿差传动。传动比为：

$$i_{12}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} = 1 - i_{1H} = \frac{z_2}{z_1}$$

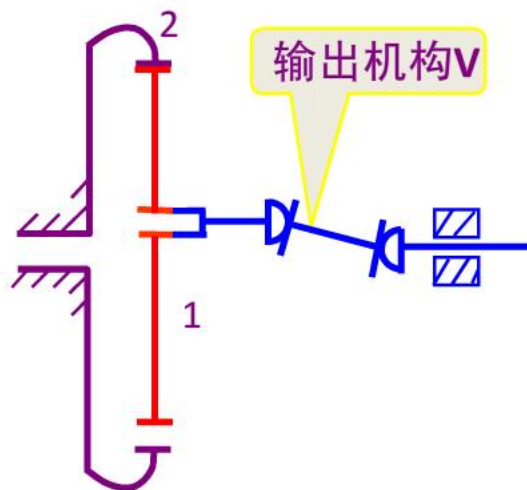
$$i_{1H} = -\frac{z_2 - z_1}{z_1}$$

$$i_{H1} = 1 / i_{1H} = -z_1 / (z_2 - z_1)$$

2. 摆线针轮传动

结构特点：

行星轮齿廓曲线为摆线(称摆线轮)，固定轮采用针轮。

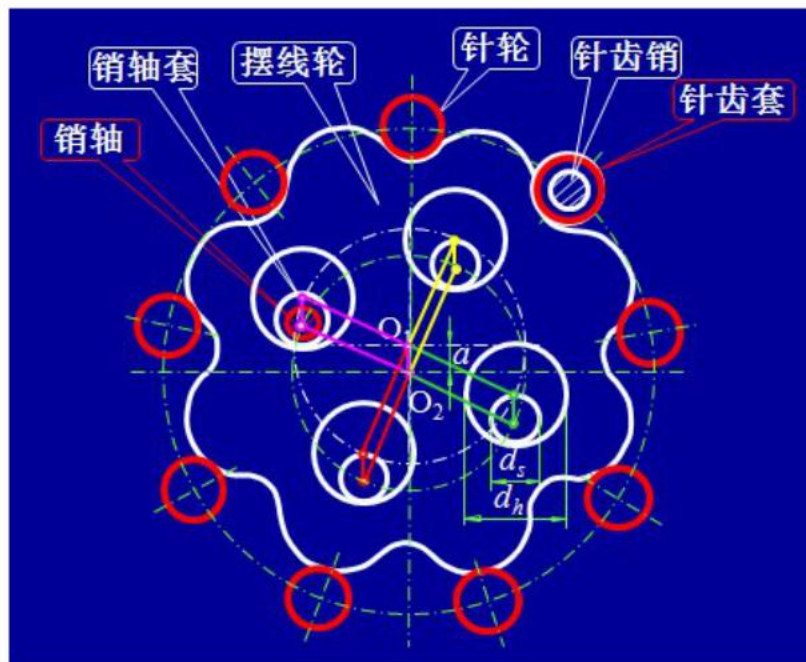


齿数差为： $z_2 - z_1 = 1$

当满足条件：

$$d_h = d_s + 2a$$

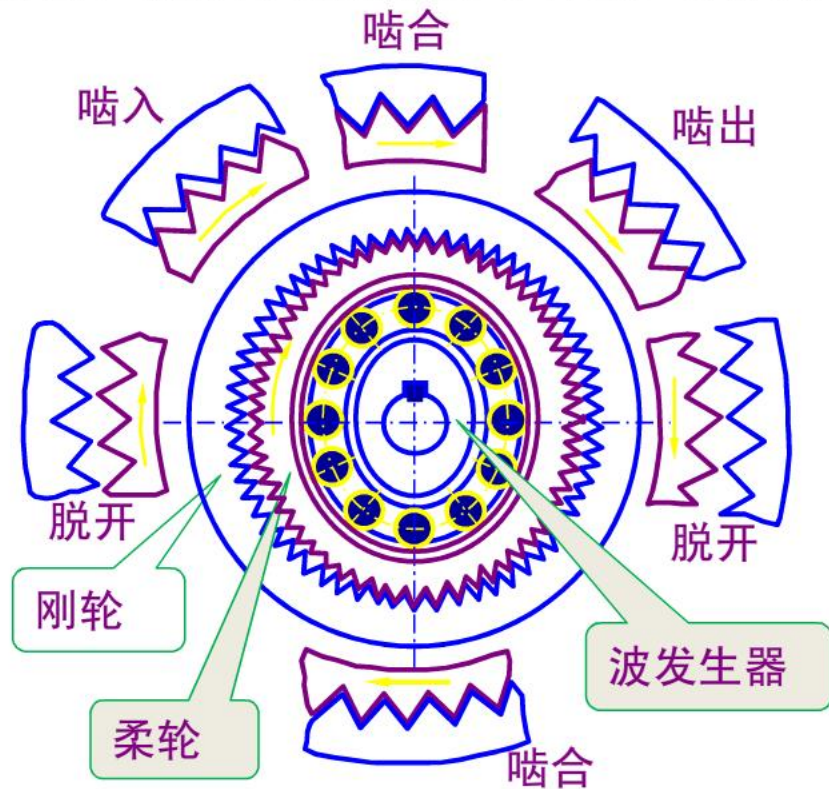
销孔和销轴始终保持接触，四个圆心的连线构成一平行四边形。



3. 谐波齿轮传动

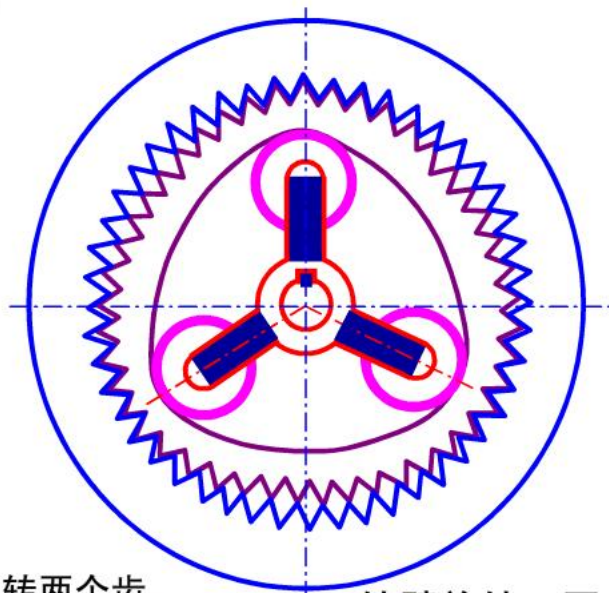
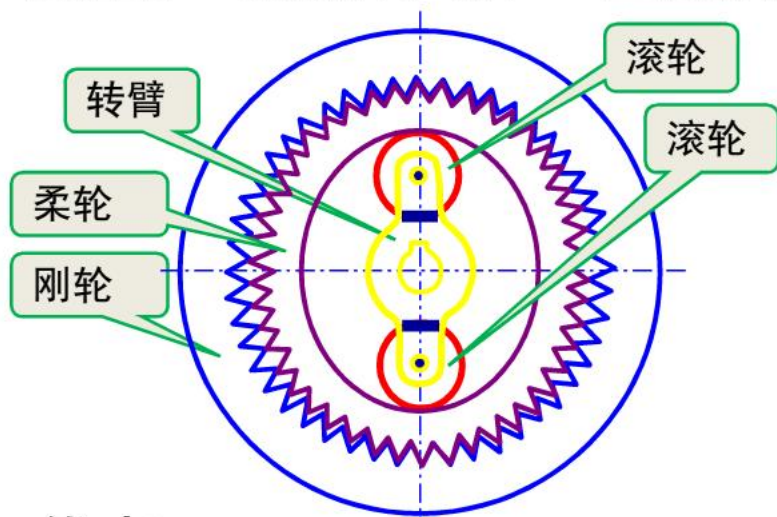
组成：刚轮(固定)、柔轮(输出)、波发生器(主动)。

工作原理：当波发生器旋转时，迫使柔轮由圆变形为椭圆，使长轴两端附近的齿进入啮合状态，而端轴附近的齿则脱开，其余不同区段上的齿有的处于逐渐啮入状态，而有的处于逐渐啮出状态。波发生器连续转动时，柔轮的变形部位也随之转动，使轮齿依次进入啮合，然后又依次退出啮合，从而实现啮合传动。



在传动过程中柔轮的弹性变形近似于谐波，故取名为谐波传动。

类型： 双波传动、 三波传动



优点： 转臂旋转一圈，柔轮变形两次，并反向转两个齿。

转臂旋转一圈，柔轮变形三次，反向转三个齿。

- ①传动比大，单级减速 i_{1H} 可达50~500；
- ②同时啮合的齿数多，承载能力高；
- ③传动平稳、传动精度高、磨损小；
- ④在大传动比下，仍有较高的机械效率；
- ⑤零件数量少、重量轻、结构紧凑；

缺点： 启动力矩较大、柔轮容易发生疲劳损坏、发热严重。