

地图投影图集

王世华 编著

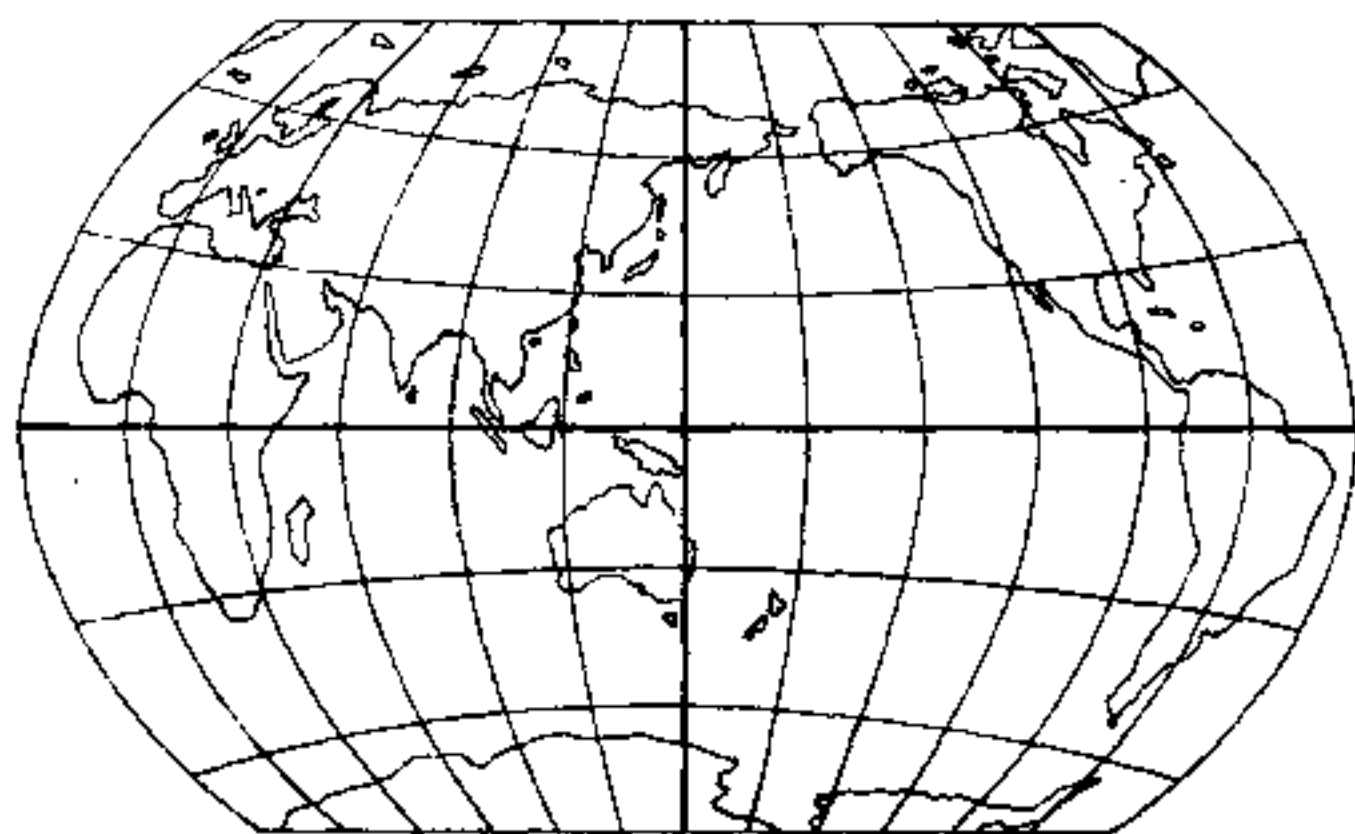


福建省地图出版社 出版

地图投影图集

王世华 编著

赵淑梅 审定



福建省地图出版社

地图投影图集

王世华 编著

•

福建省地图出版社出版

(福州市华林路)

福建省新华书店发行

福建省福清县印刷厂印刷

•

787×1092 1/32 5.6875印张

1987年8月第一版 1987年8月第一次印刷

ISBN 7-80516-002-3

K·3

统一书号: 12251·0057 定价: 1.50元

前 言

地图投影在地图学中是较难学、难教的内容。为了克服抽象难懂，笔者曾根据教学需要，搜集了一些地图投影图形资料，经整理，绘制、辑成一本《地图投影教学图片集》，用以辅助地图投影教学，使抽象的地图投影增强了直观性。1981年12月，带《地图投影图片集》参加全国综合性大学地理系地图学教材研究会，颇受与会同志欢迎与好评。会议并责成进一步加工，以广使用。1982年在《地图投影教学图片集》基础上，重新编绘，充实了内容，增加了必要的图面说明注记。于该年底编成《地图投影图集》。除熏晒了一些样本分寄综合性大学和师范院校地理系及有测绘制图专业的院校征求意见外，并以成本价供应了部分兄弟院校教学上的需要。嗣后，收到不少来自兄弟院校同行的来信，给予了热情的鼓励和帮助，并希望写出文字说明，使图集更便于在教学上参考使用。笔者乃于1984年6月写出了文字说明，这次出版作了修订。

《地图投影图集》主要搜集一些小比例尺常用投影，为了照顾学科理论的完整性，对于地区图常用的圆锥投影和地形图的投影，虽然图幅很少甚至没有，在文字说明中适当于有关图幅的说明中加以补充和简单述及。

对于投影的不同名称，尽量予以收载，以广见闻。对以投影拟定者命名的名称，尽可能将拟定者名字原文列出，目的在于名从主人，以使命名统一。

地图投影学又名数学制图学，是以数学方法解决制图学问题的一门科学，也许从数学角度去阐述，更易于阐明地图投影的理论，实质和投影图形上的特征。为此，文中尽量将地图投影的公式收入，将投影的变形值以表格形式列出。这对用图时了解变形分布，在制图实践中选择和应用地图投影也是颇为有用的资料。

地图投影学历史悠久，至今，曾用过的，现在还在用的投影数量繁多，本图集所收投影可能很不全面，加上说明又是就图论图，所以，系统性、完整性、较难照顾和掌握。限于经验和水平，缺点、错误定所不免，敬祈指教。

在编制本图集时，除得到本单位领导的关心支持外，还曾得兄弟院校不少同志的热情鼓励和宝贵支持，王近仁老师还提供了重要的研究成果，王惠国同志给了很多具体的协助。在此，谨向他们及参考引用其成果的学者、专家、教授敬致谢忱。

王世华

一九八六年二月

目 录

(左右两边序号分别为地图和文字说明页码)

一、序图

1. 经纬线和地理坐标… (1)
2. 地球仪沿经线分裂后
在极地四周展开…… (2)
3. 地球仪沿经线分裂后
在赤道上展开…… (2)
4. 地球仪沿纬线分裂后
在中央经线两侧展开 (3)
5. 地面的微分圆及其表
象…………… (3)
6. 投影变形…………… (5)
7. 经纬线正交的识别… (7)
8. 依辅助几何面的投影
分类…………… (8)

二、方位投影

9. 方位投影的特性…… (10)
10. 方位投影变形分布系
统…………… (12)
11. 透视方位投影的种类 (13)
12. 正轴正射方位投影… (15)
13. 横轴正射方位投影… (16)
14. 斜轴正射方位投影… (16)
15. 正轴球心方位投影… (17)
16. 横轴球心方位投影… (18)
17. 斜轴球心方位投影… (19)
18. 正轴球面(等角)方位
投影…………… (20)
19. 横轴球面(等角)方位
投影…………… (21)
20. 斜轴球面(等角)方位
投影…………… (22)

21. 斜轴等角割方位投影 (23)
22. 正轴等距离方位投影 (24)
23. 横轴等距离方位投影 (26)
24. 斜轴等距离方位投影 (26)
25. 正轴等面积方位投影 (28)
26. 横轴等面积方位投影 (29)
27. 斜轴等面积方位投影 (29)
28. 斜轴等面积切方位投
影…………… (31)
29. 五种正轴方位投影的
比较…………… (31)

三、圆柱投影

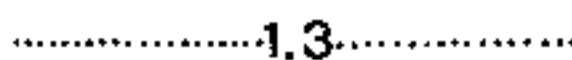
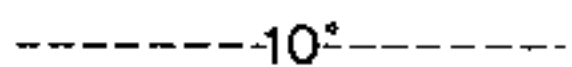
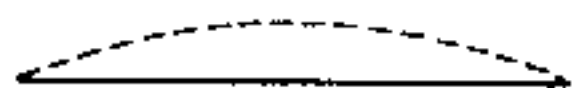
30. 圆柱投影变形分布系
统…………… (34)
31. 墨卡托投影…………… (36)
32. 大圆航线和等角航线 (37)
33. 等角航线的特性…… (38)
34. 横轴等角圆柱投影… (39)
35. 斜轴等角圆柱投影… (42)
36. 正轴等角割圆柱投影 (43)
37. 正轴等距离圆柱投影 (43)
38. 正轴和斜轴等面积切
圆柱投影…………… (45)
39. 正轴等面积割圆柱投
影…………… (47)
40. 等角圆柱投影与球心
圆柱投影的比较…… (48)
41. 戈尔投影…………… (49)
42. 索洛维耶夫投影…… (51)

四、圆锥投影

43. 圆锥投影变形分布系
统…………… (52)

| | | | |
|------------------|------|-------------------|-------|
| 44. 正轴透视切圆锥投影 | (54) | 58. 普通多圆锥投影的原理 | (76) |
| 45. 正轴透视割圆锥投影 | (55) | 59. 普通多圆锥投影 | (77) |
| 46. 正轴等面积割圆锥投影 | (57) | 60. 格灵顿投影 | (80) |
| 五、伪方位投影 | | 61. 等差分纬线多圆锥投影 | (84) |
| 47. 正轴伪方位投影 | (58) | 九、分瓣和组合投影 | |
| 48. 斜轴伪方位投影 | (60) | 62. 星形投影 | (90) |
| 六、伪圆锥投影 | | 63. 蝶形投影 | (91) |
| 49. 彭纳投影 | (61) | 64. 桑逊分瓣投影 | (91) |
| 50. 威纳投影 | (63) | 65. 摩尔威特分瓣投影 | (93) |
| 七、伪圆柱投影 | | 66. 古德投影 | (93) |
| 51. 桑逊投影 | (64) | 十、其它投影 | |
| 52. 摩尔威特投影 | (66) | 67. 爱托夫投影 | (94) |
| 53. 摩尔威特半球投影 | (69) | 68. 温克尔投影 | (95) |
| 54. 爱凯特正弦投影 | (69) | 69. 哈默——爱托夫投影 | (97) |
| 55. 爱凯特椭圆投影 | (71) | 70. 巴塞罗缪北欧投影 | (99) |
| 56. 平极四次等面积投影 | (73) | 71. 布赖斯迈斯特椭圆等面积投影 | (99) |
| 57. 乌尔马耶夫任意伪圆柱投影 | (74) | 72. 圆球投影 | (100) |
| 八、多圆锥投影 | | 73. 双等距离投影 | (100) |

图



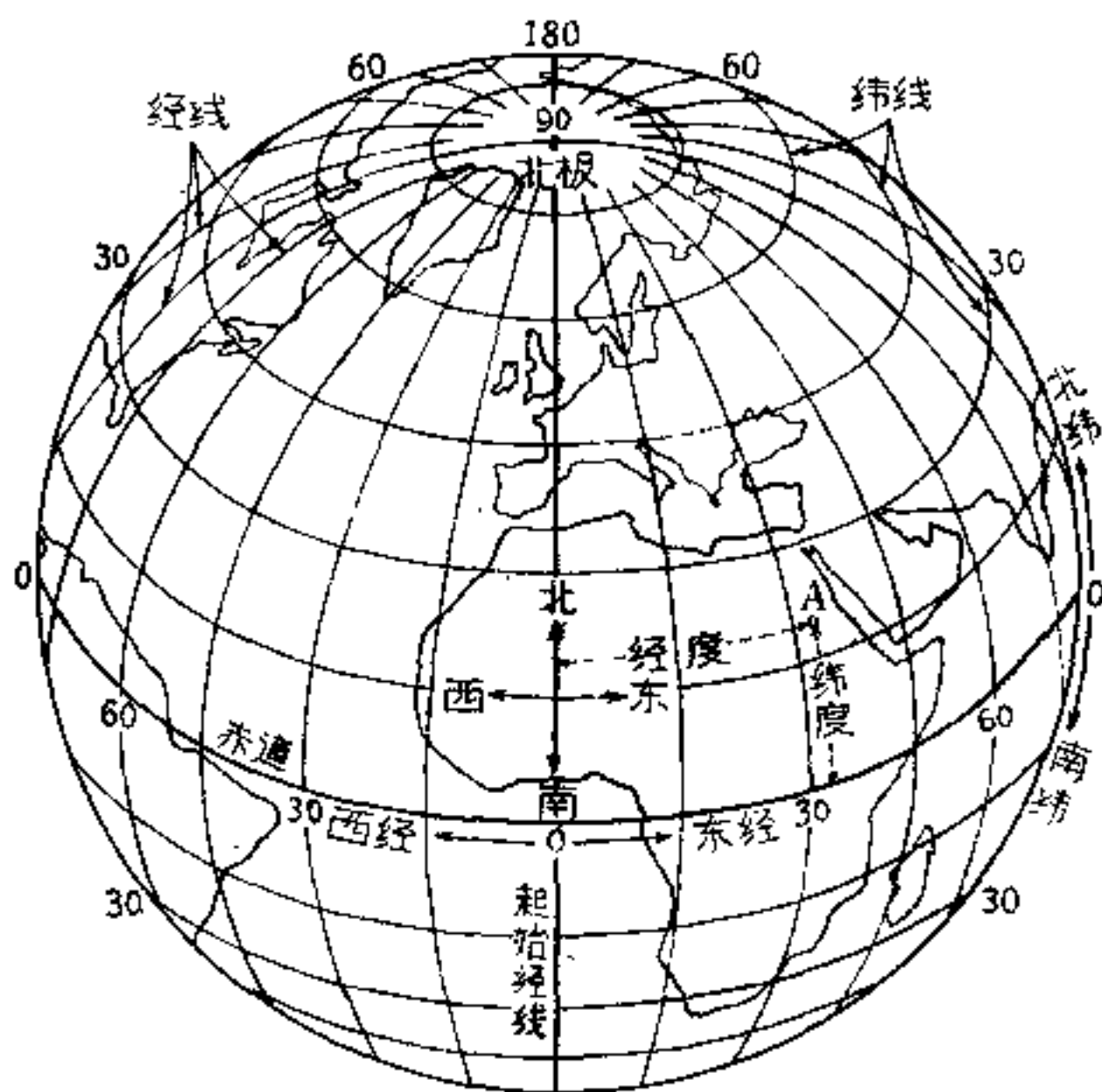
例

大圆航线(实线)和等角航线(虚线)

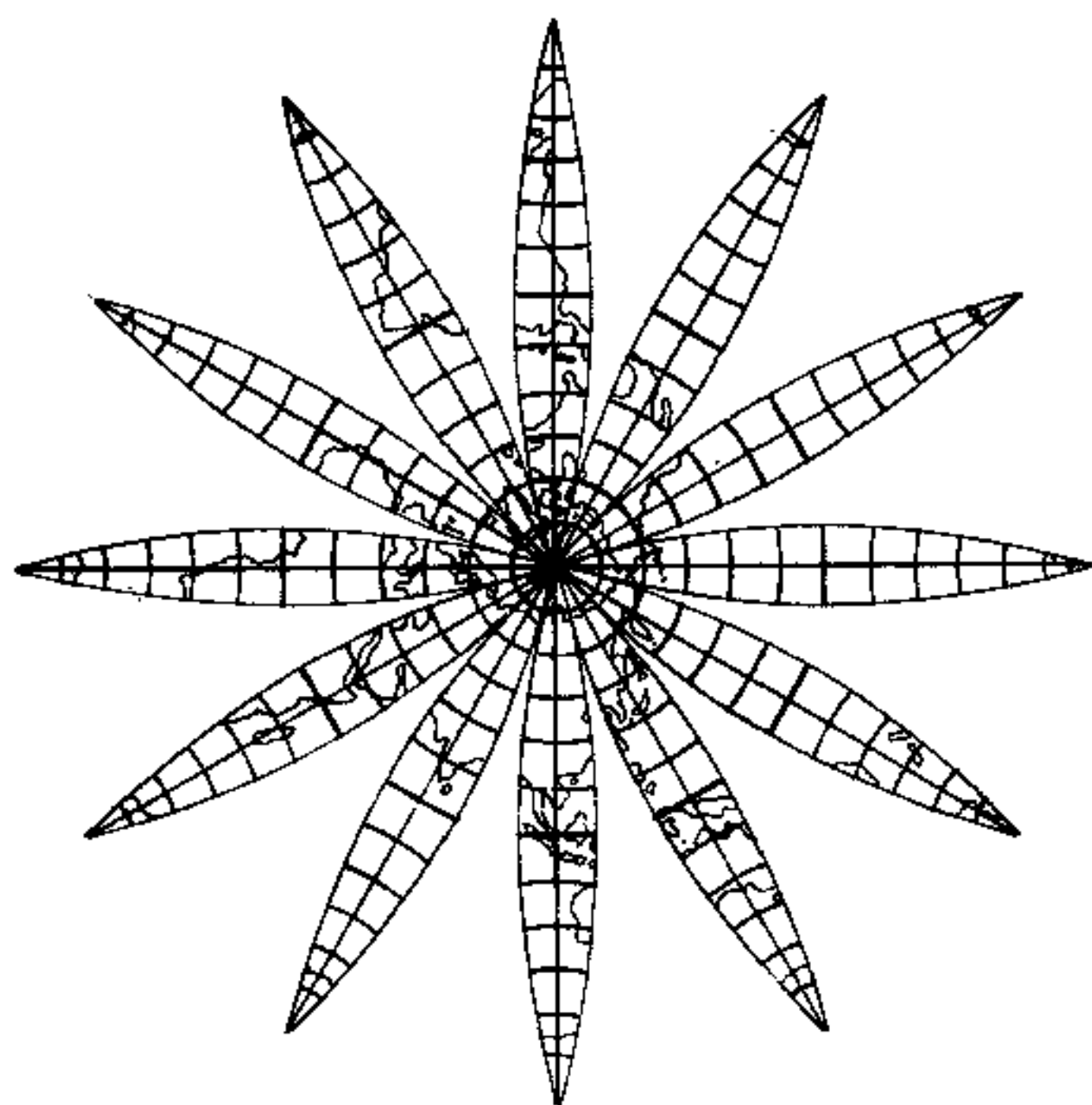
最大角度变形(ω)值及其等值线

面积比(P)值及其等值线

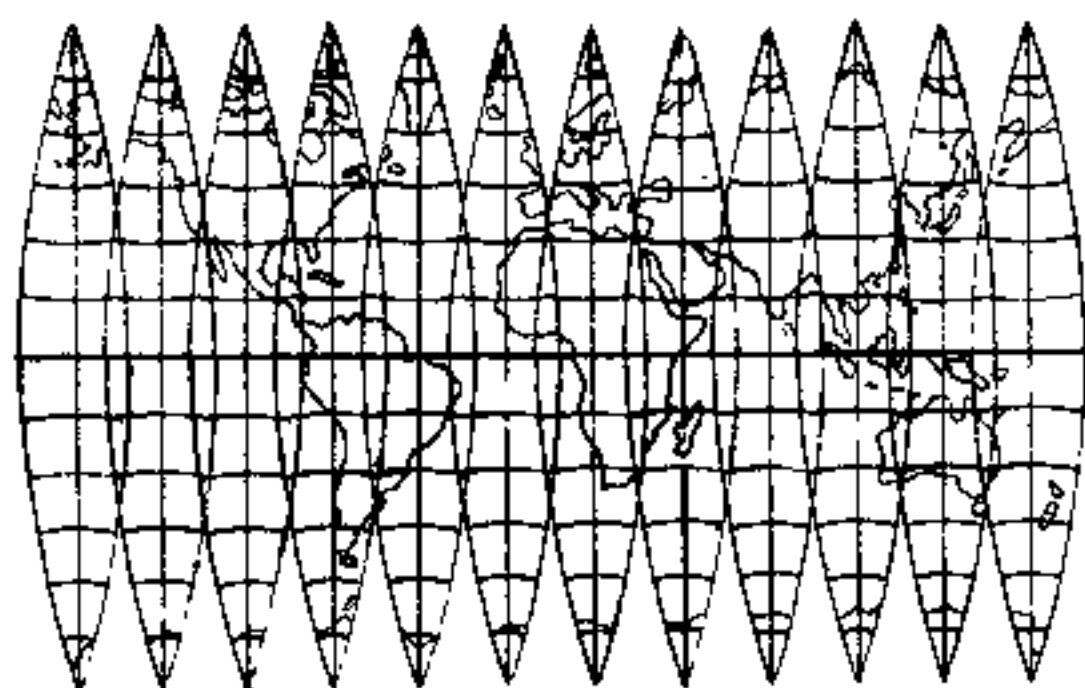
颜色由浅到深表示变形由小到大
(在变形分布系统图中)



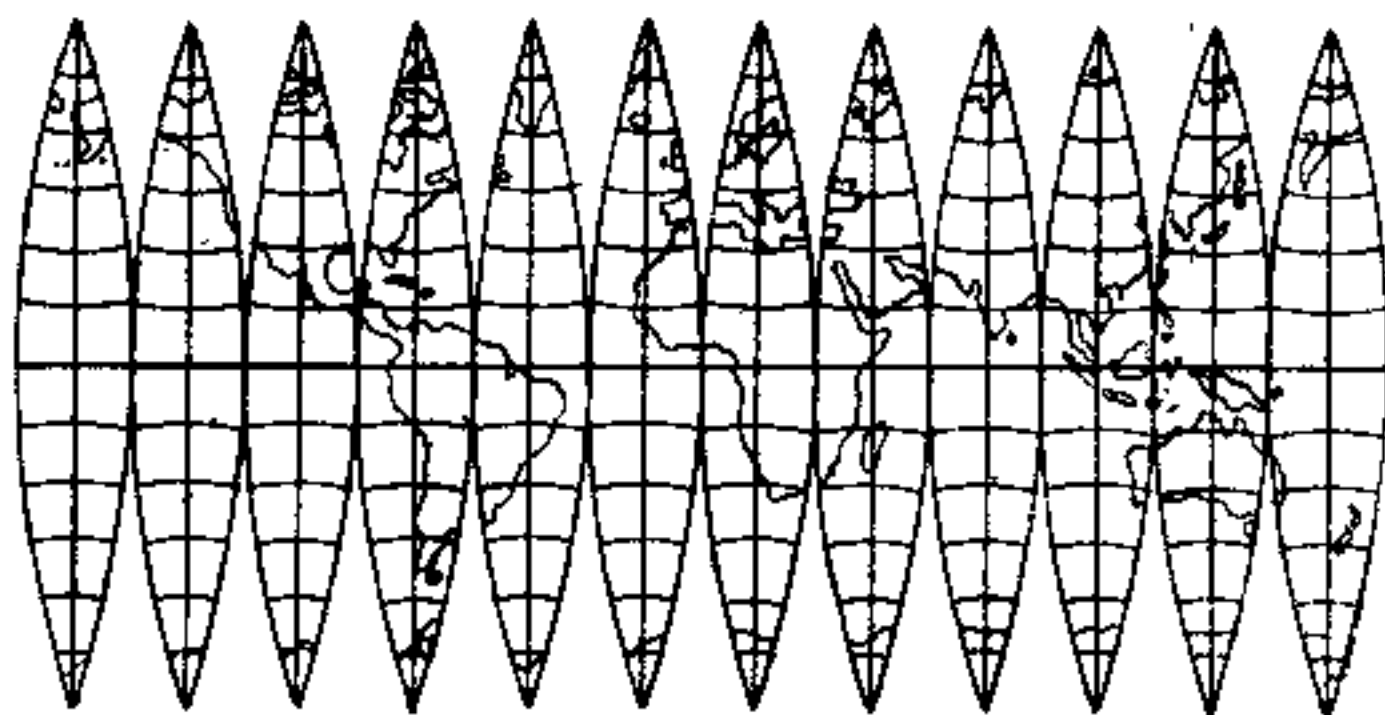
经纬线和地理坐标



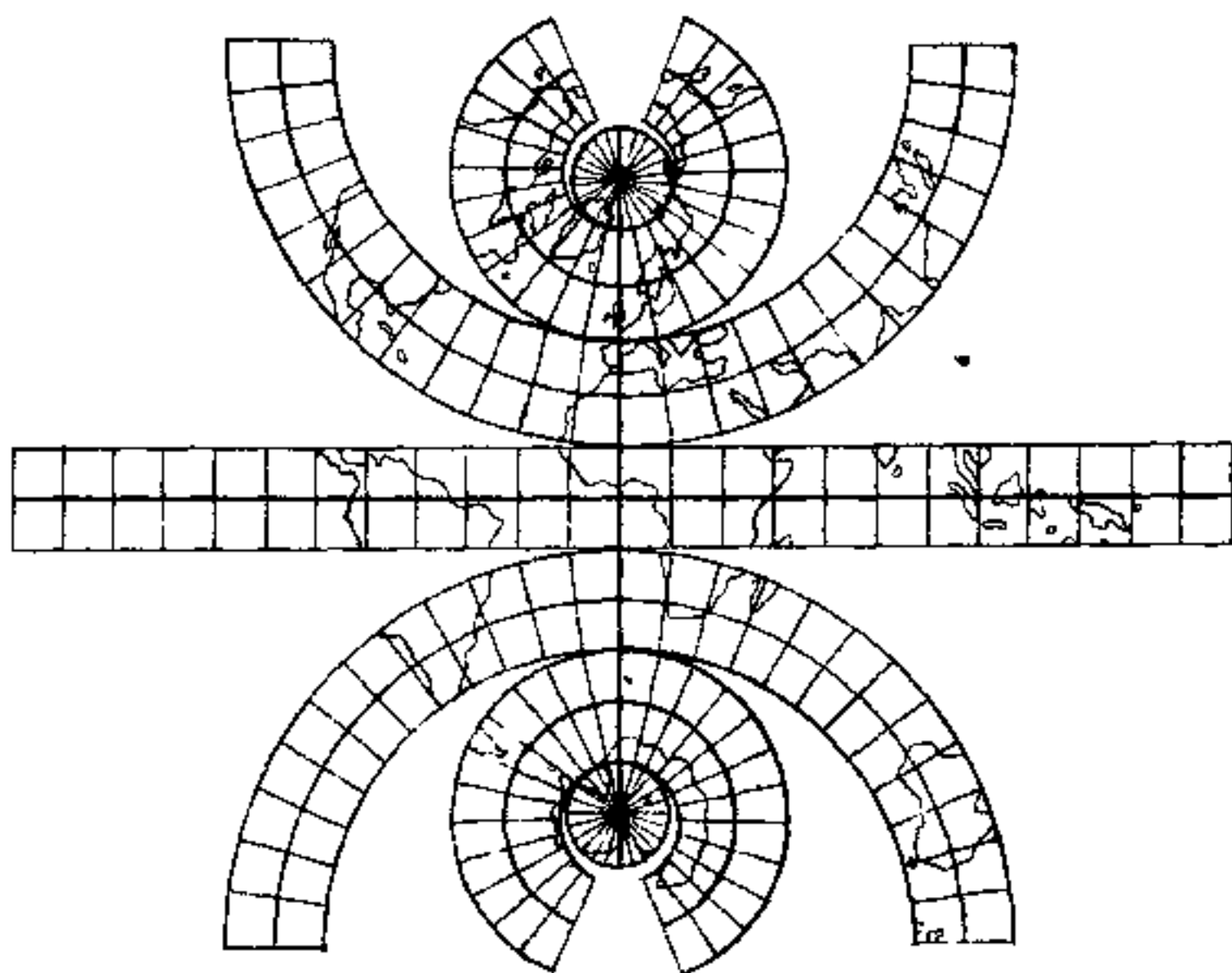
地球仪沿 经线分裂后在极地 四周展开



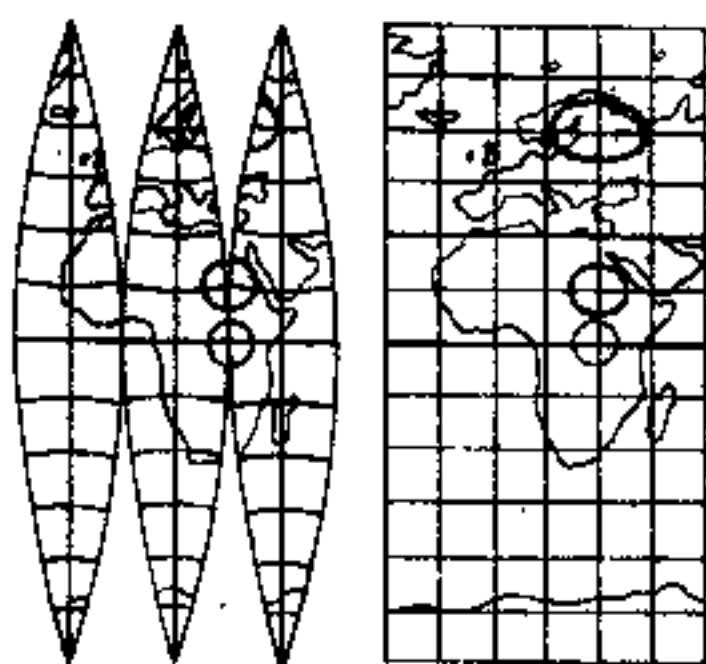
地球仪 沿经线切开后在纬度 $\pm 45^\circ$ 处连接展开



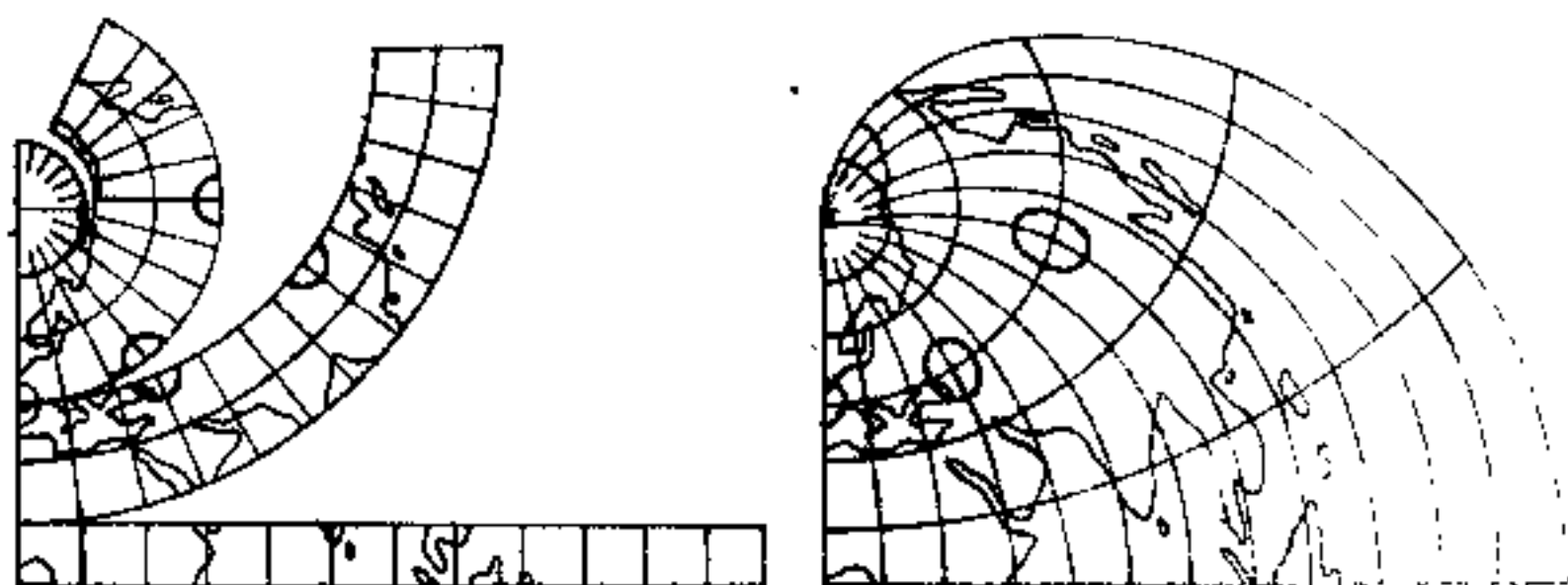
地球仪沿经线分裂后在赤道上展开



地球仪沿纬线分裂后在中央经线两 侧展开

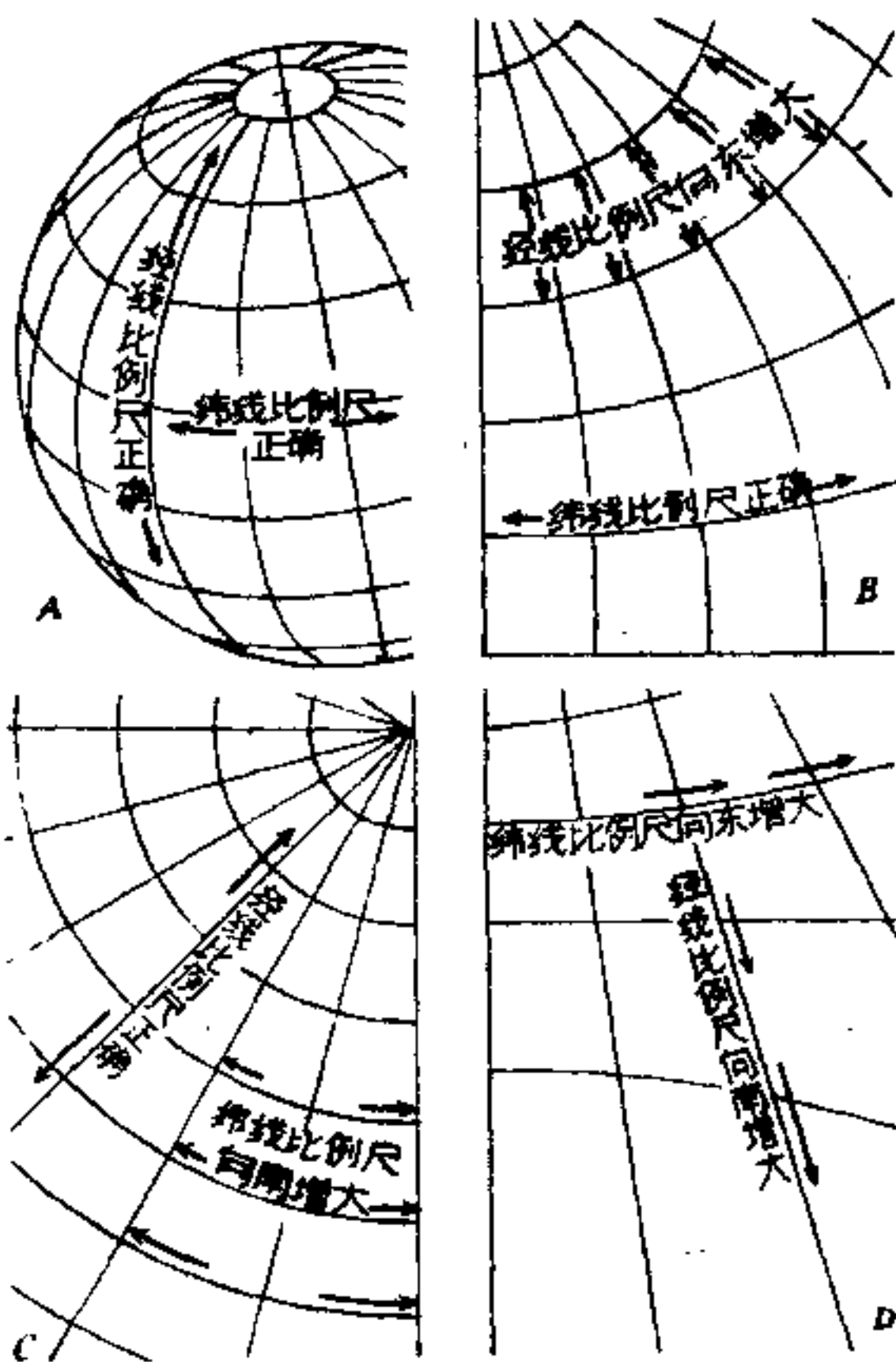


地球表面位于同一经线上的两个微分圆，
投影到地图上后成为两个微分椭圆



地球表面位于同一纬线上的两个微分圆，
投影到地图上后成为两个微分椭圆。

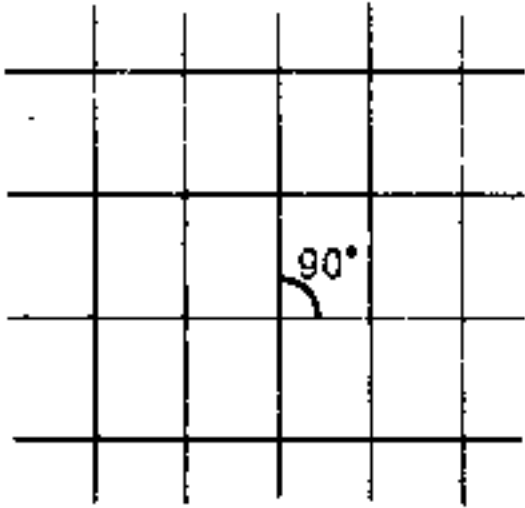
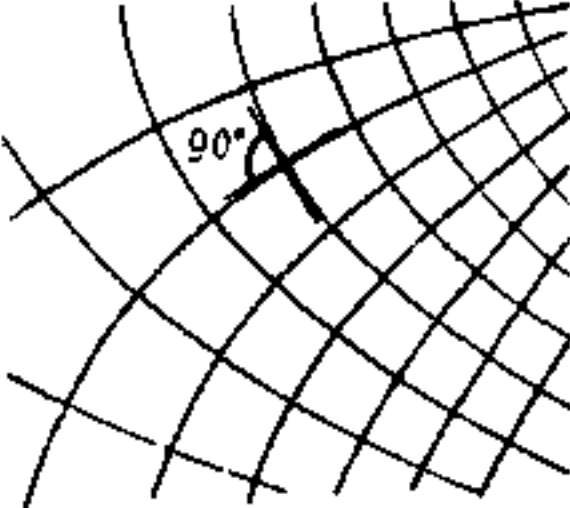

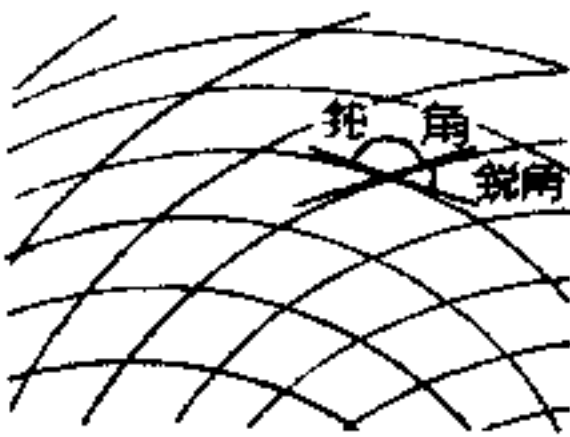
地面的微分圆及其表象



投影变形

A. 表示在地球仪上

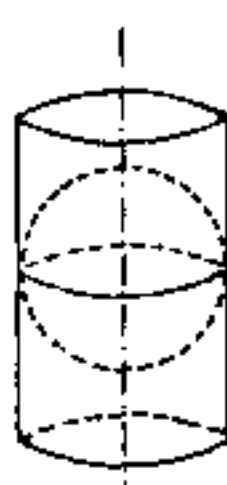
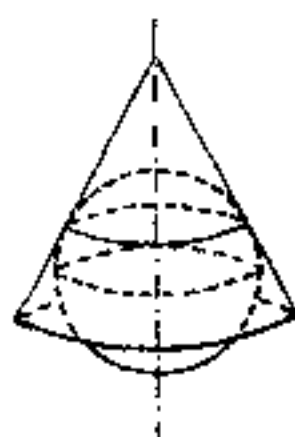
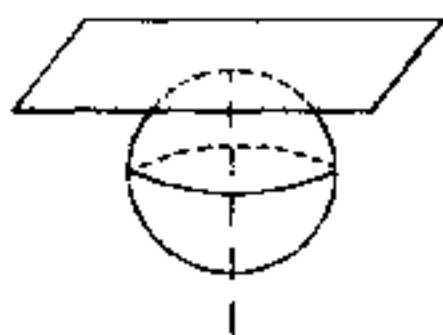
B. C. D. 表示在不同投影的地图上

| 直 线 | 曲 线 |
|--|---|
|  |  |
| 成正交的线 | |
|  |  |
| 不正交的线 | |

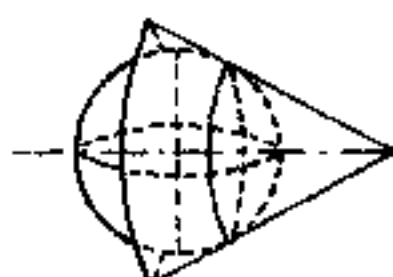
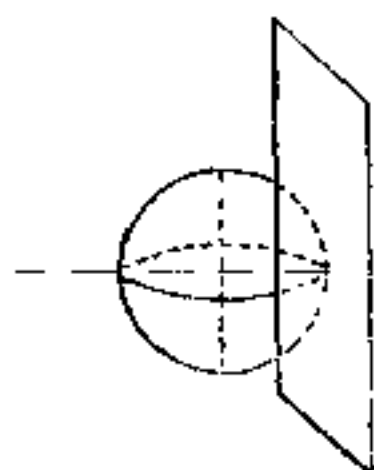
经纬线正交的识别

方位投影 圆锥投影 圆柱投影

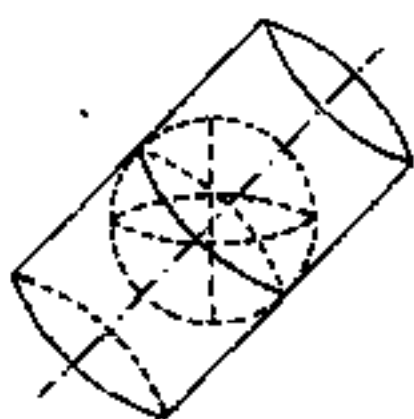
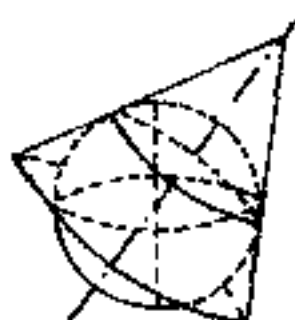
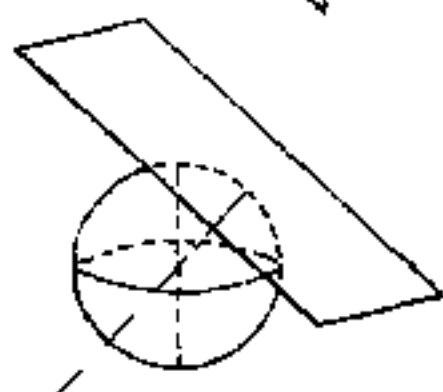
正轴相切



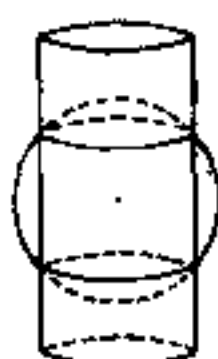
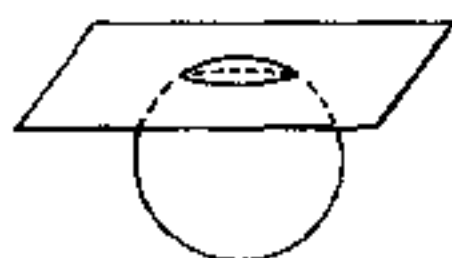
横轴相切



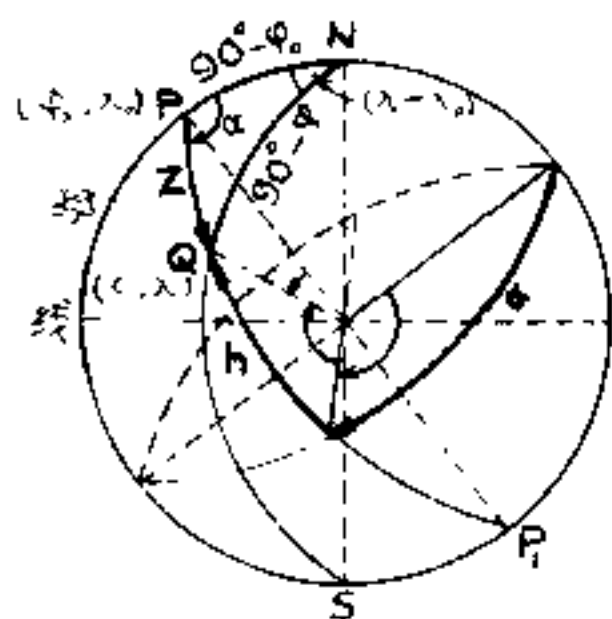
斜轴相切



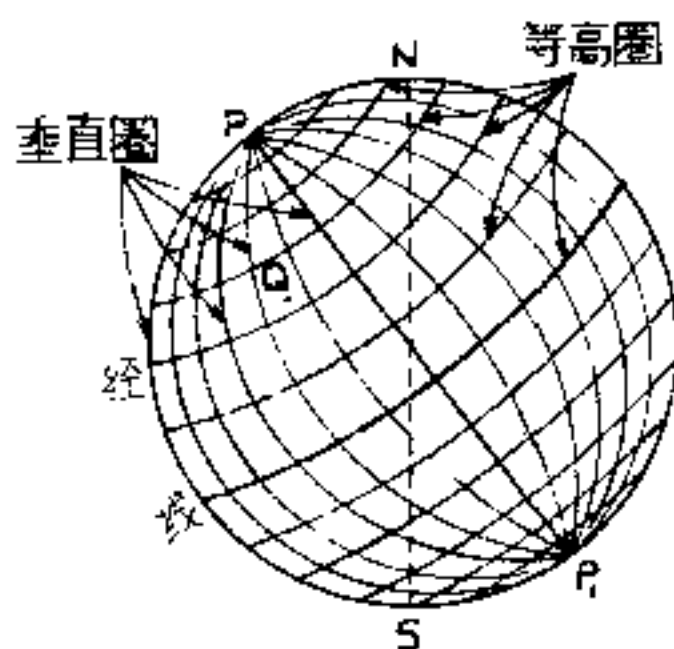
相割



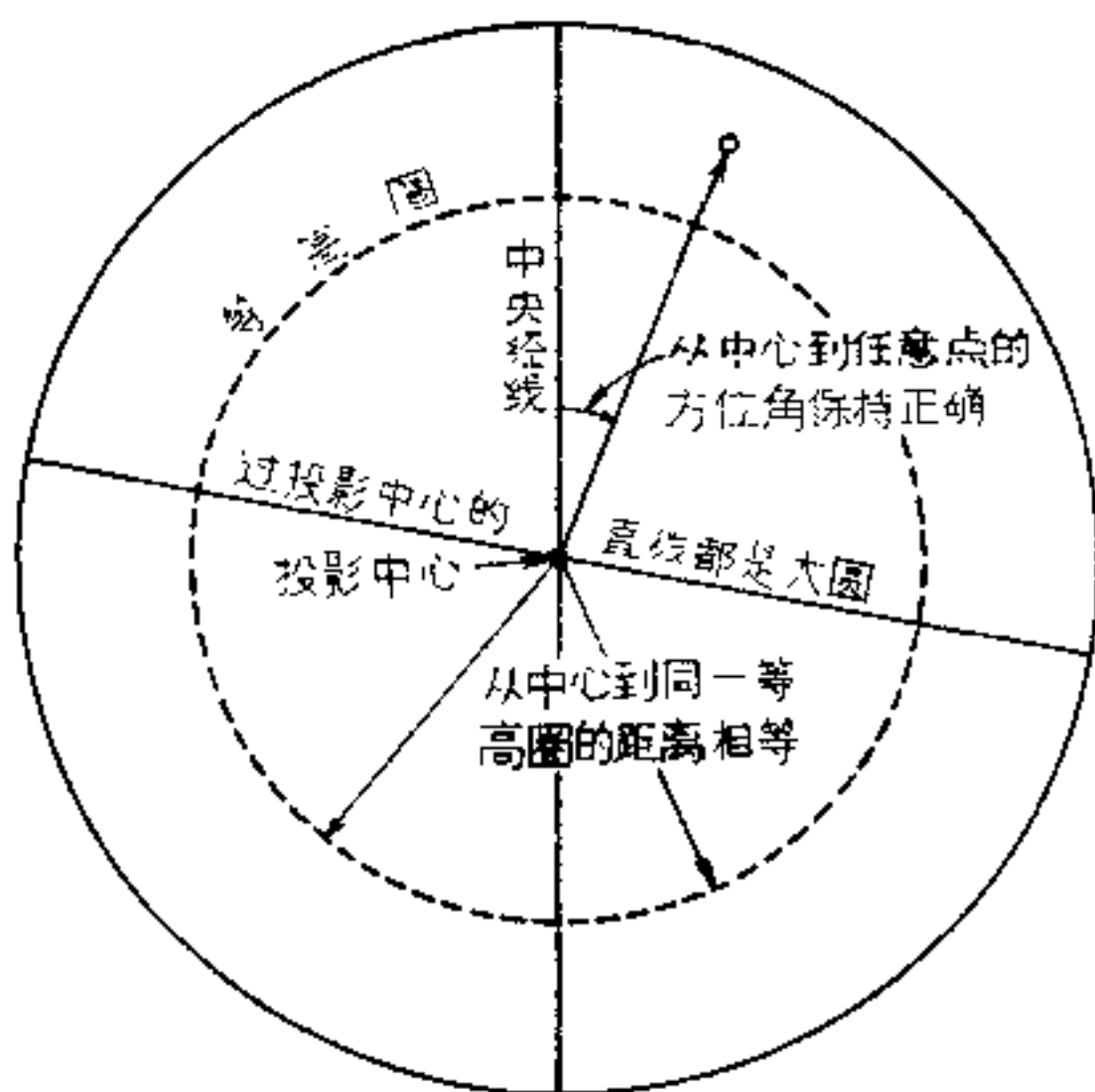
依辅助几何面的投影分类



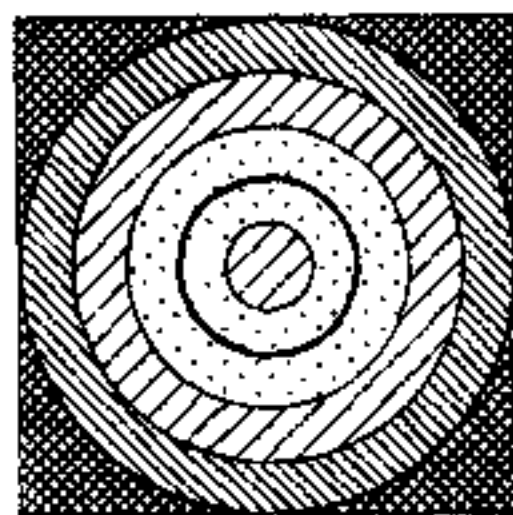
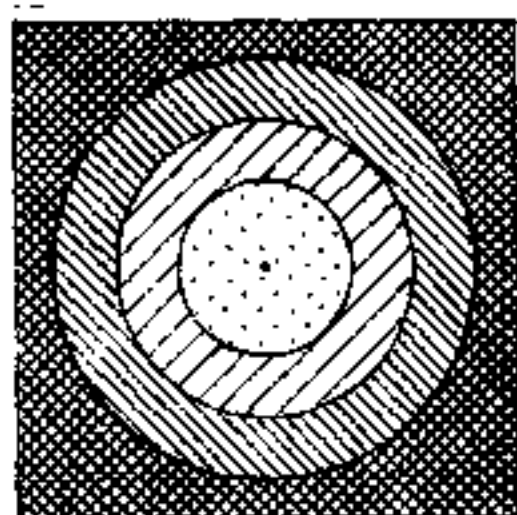
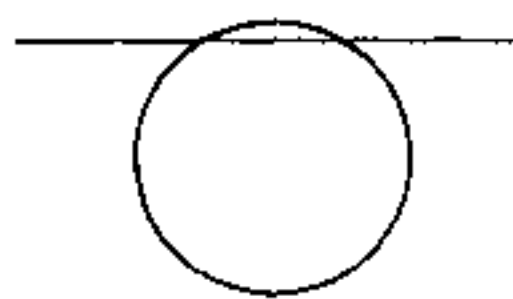
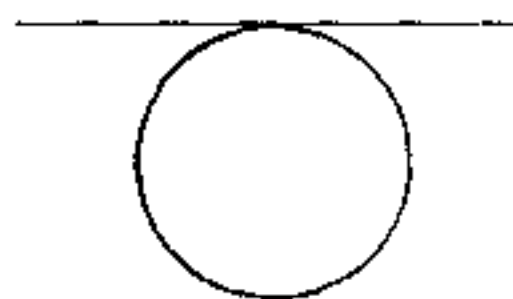
球面极坐标



等高圈和垂直圈



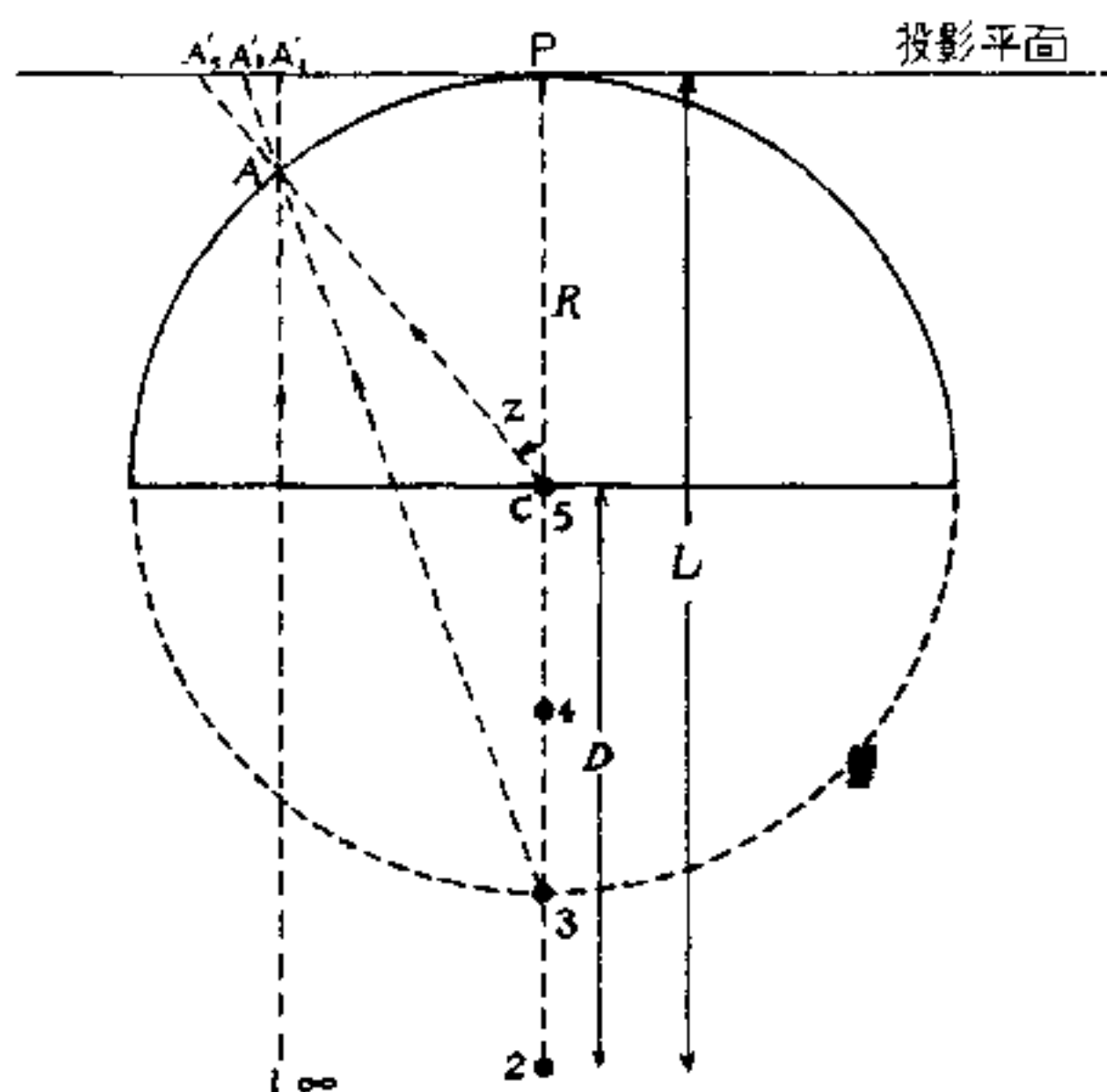
方位投影的特性



切方位投影

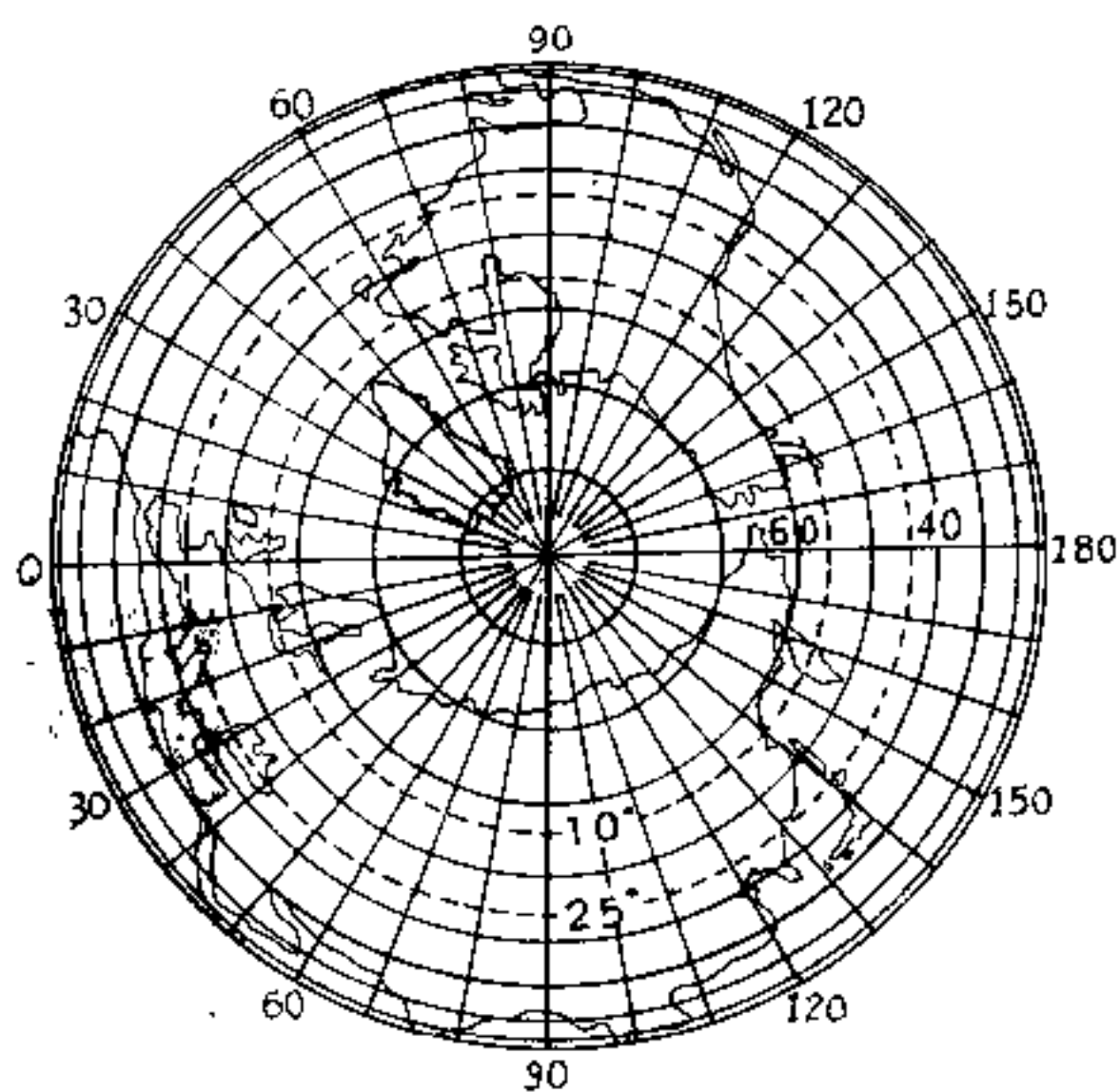
割方位投影

方位投影变形分布系统

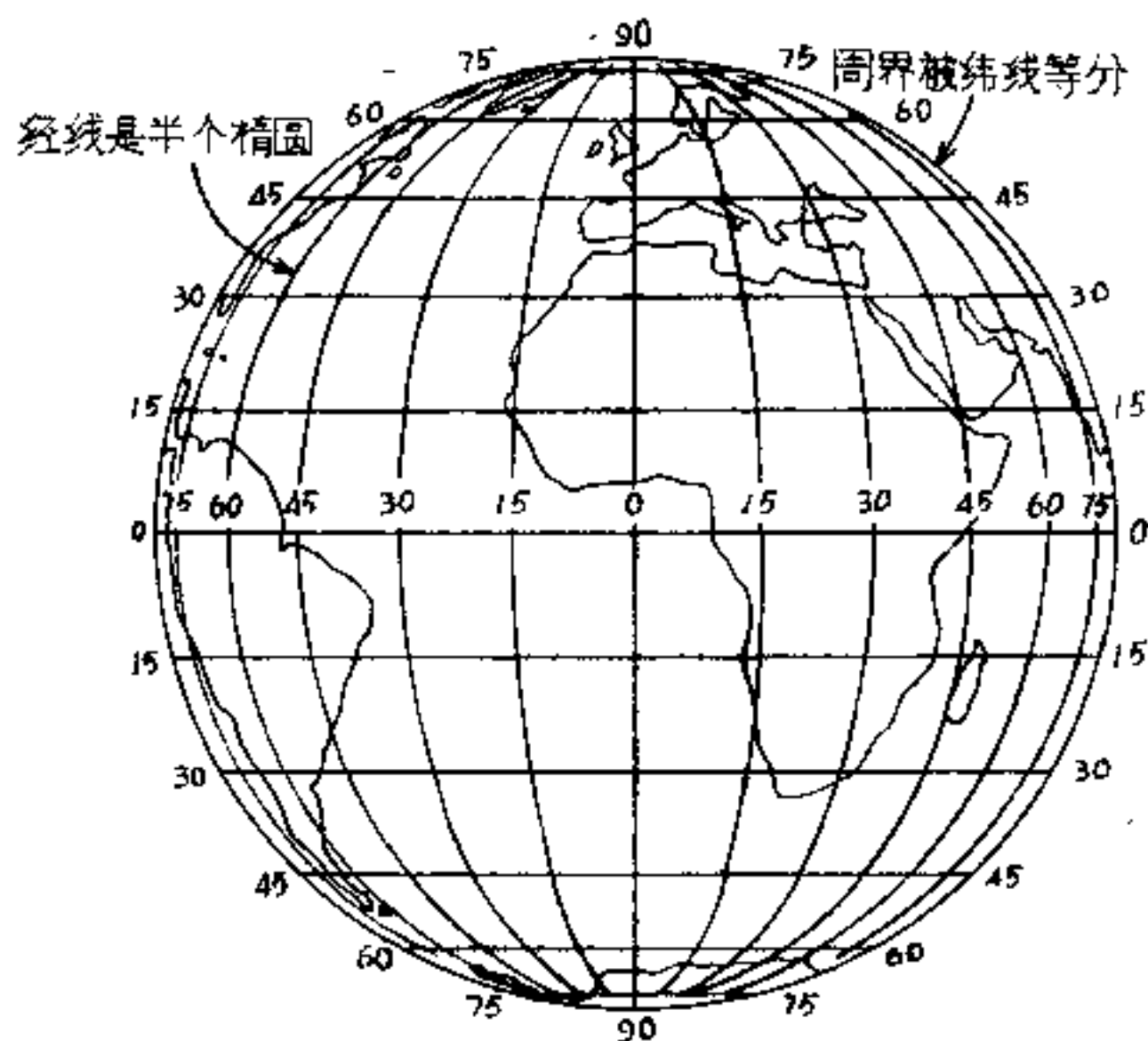


透视方位投影的种类

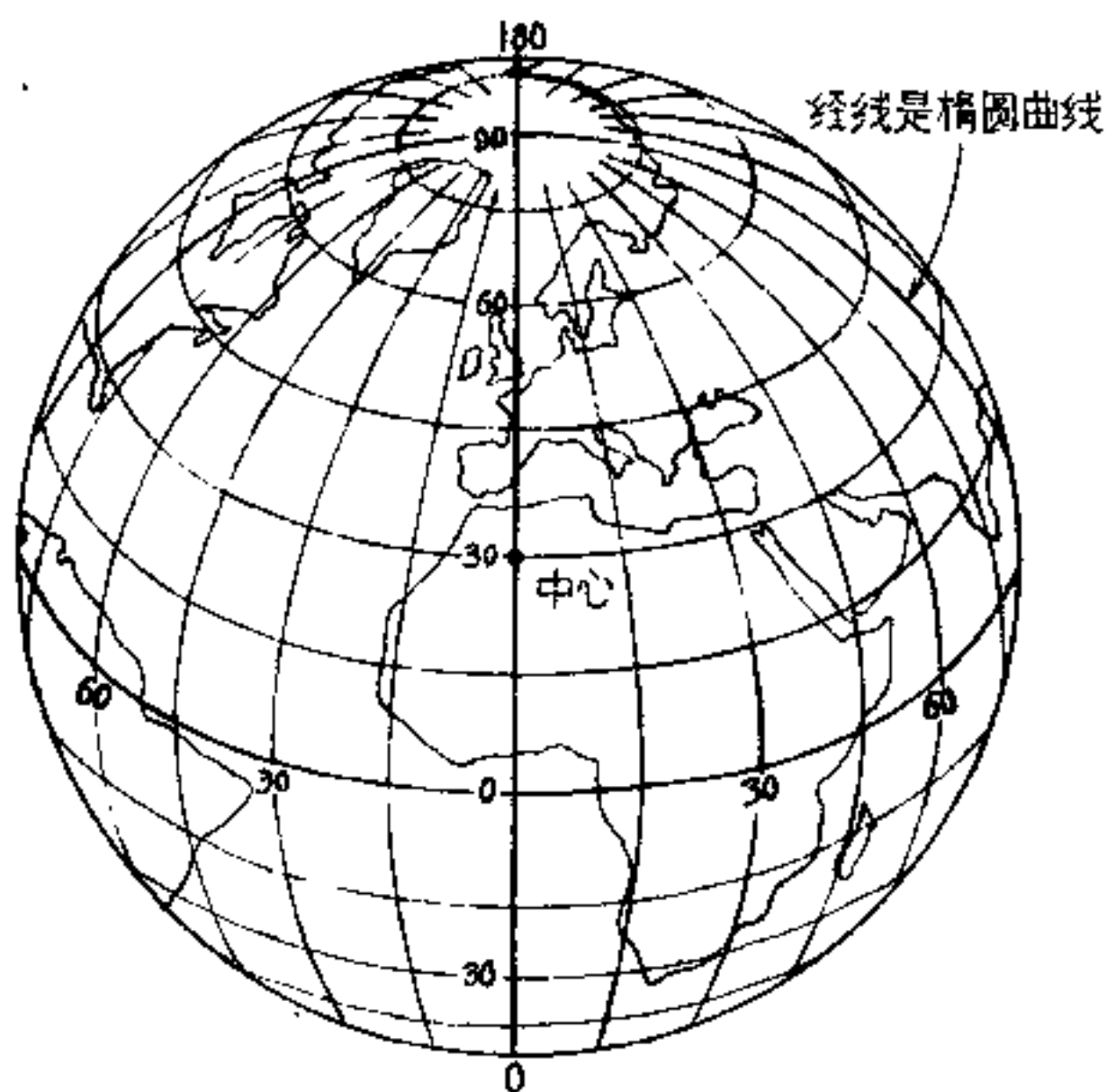
1. 正射投影: 视点在无穷远处, $D = \infty$;
2. 外心投影: 视点在球面外, $R < D < \infty$;
3. 球面投影: 视点在球面上, $D = R$;
4. 内心投影: 视点在球心与球面之间, $R > D > 0$;
5. 球心投影: 视点在球心上, $D = 0$;



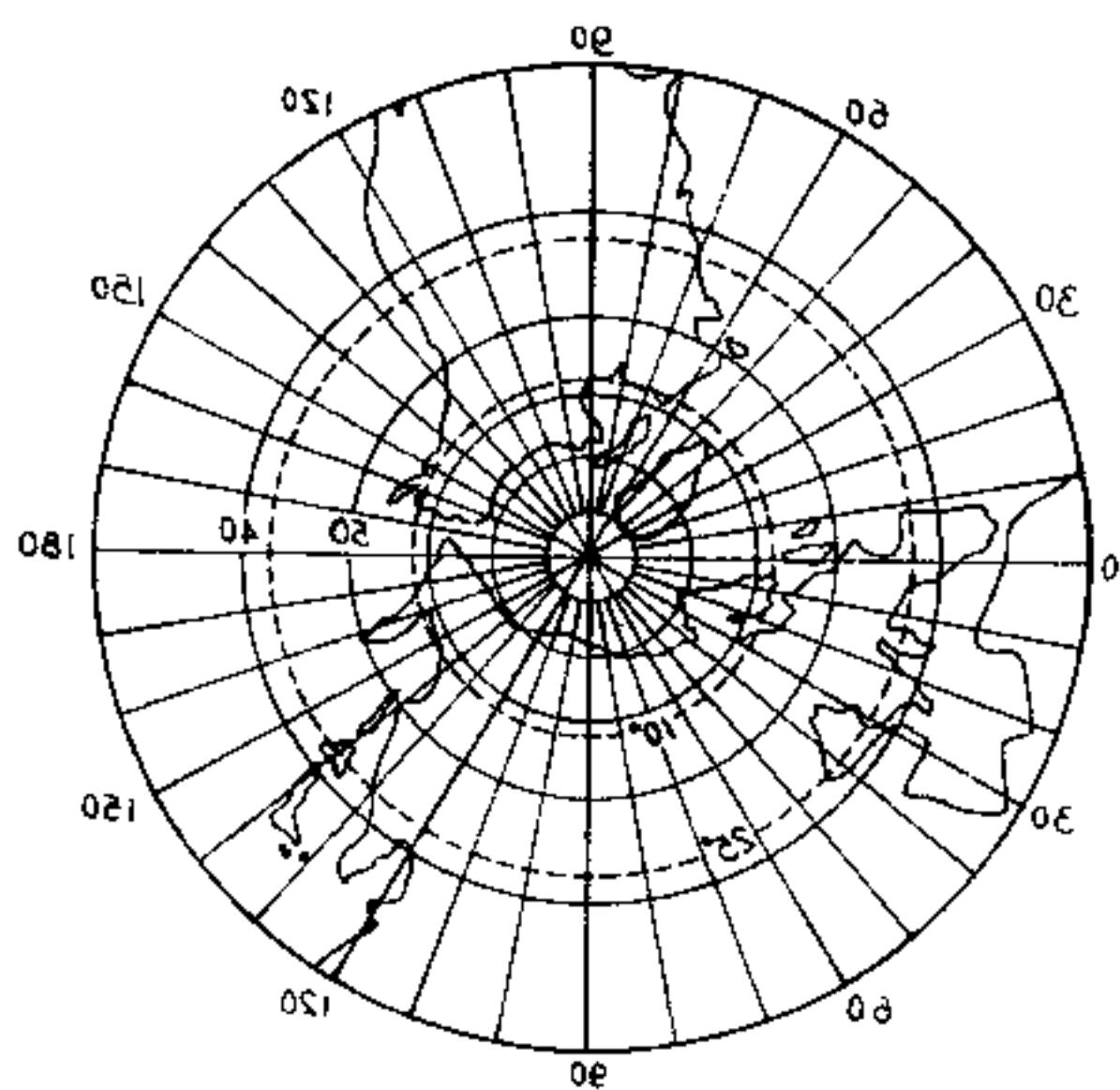
正轴正射方位投影



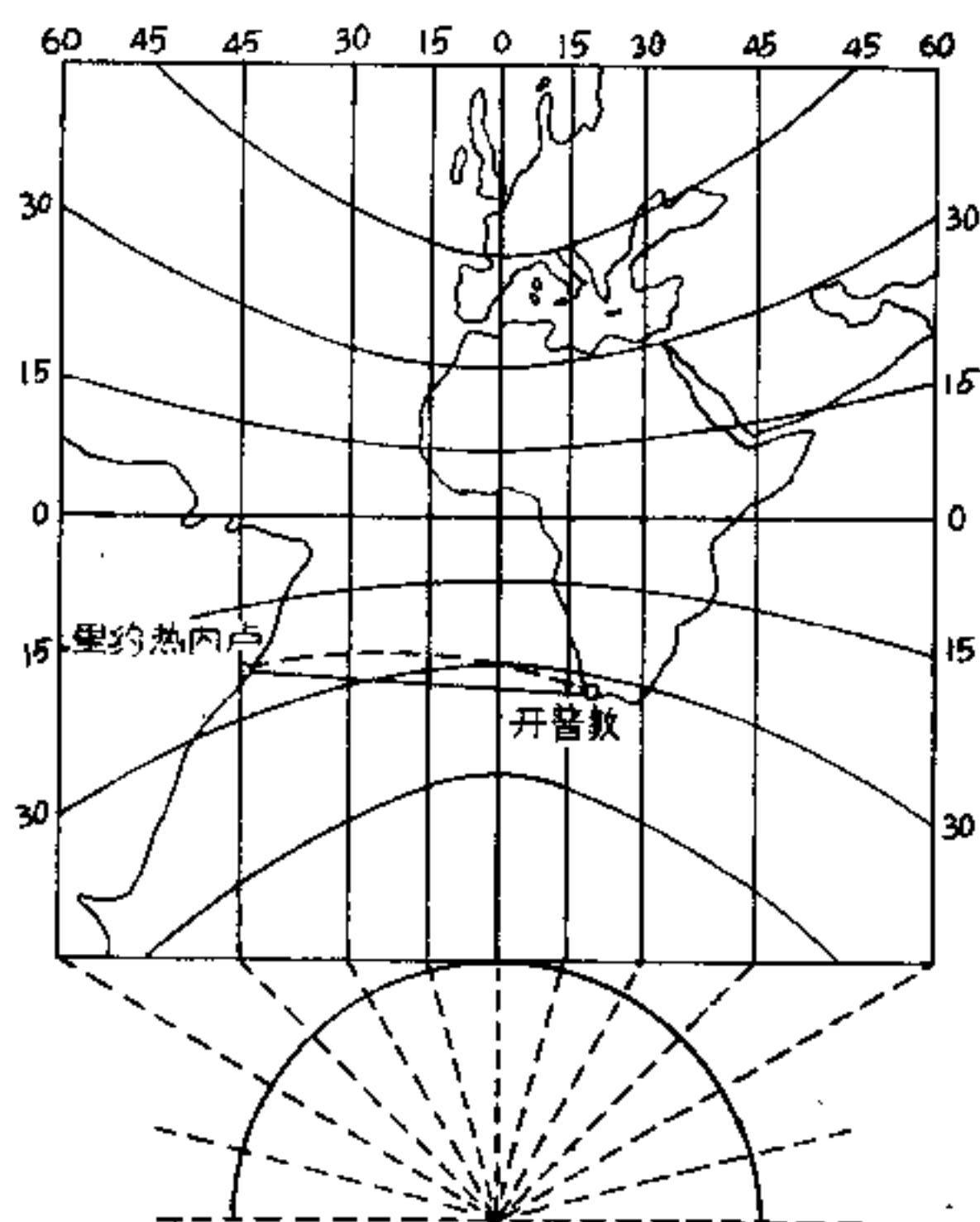
横轴正射方位投影



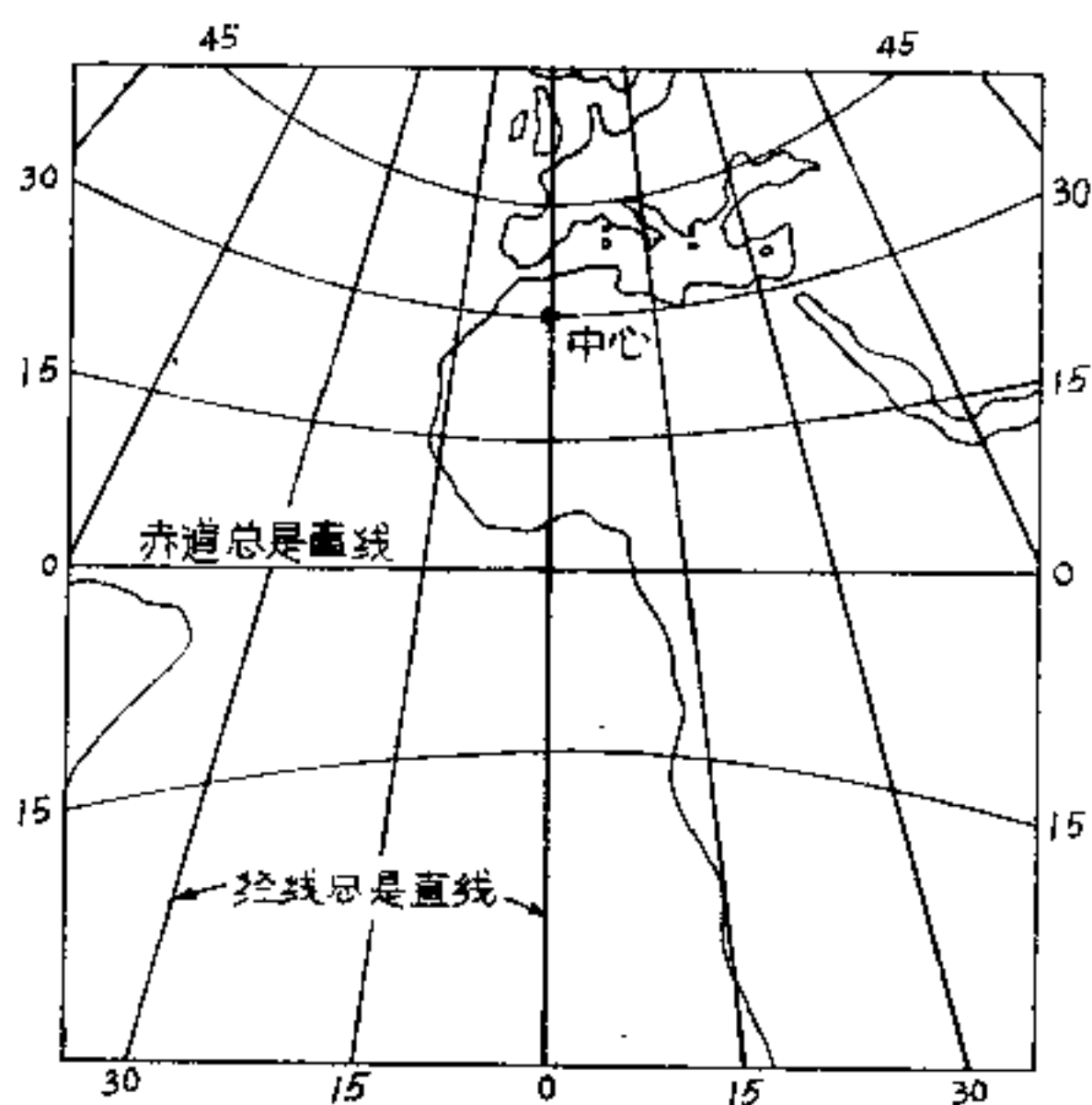
斜轴正射方位投影



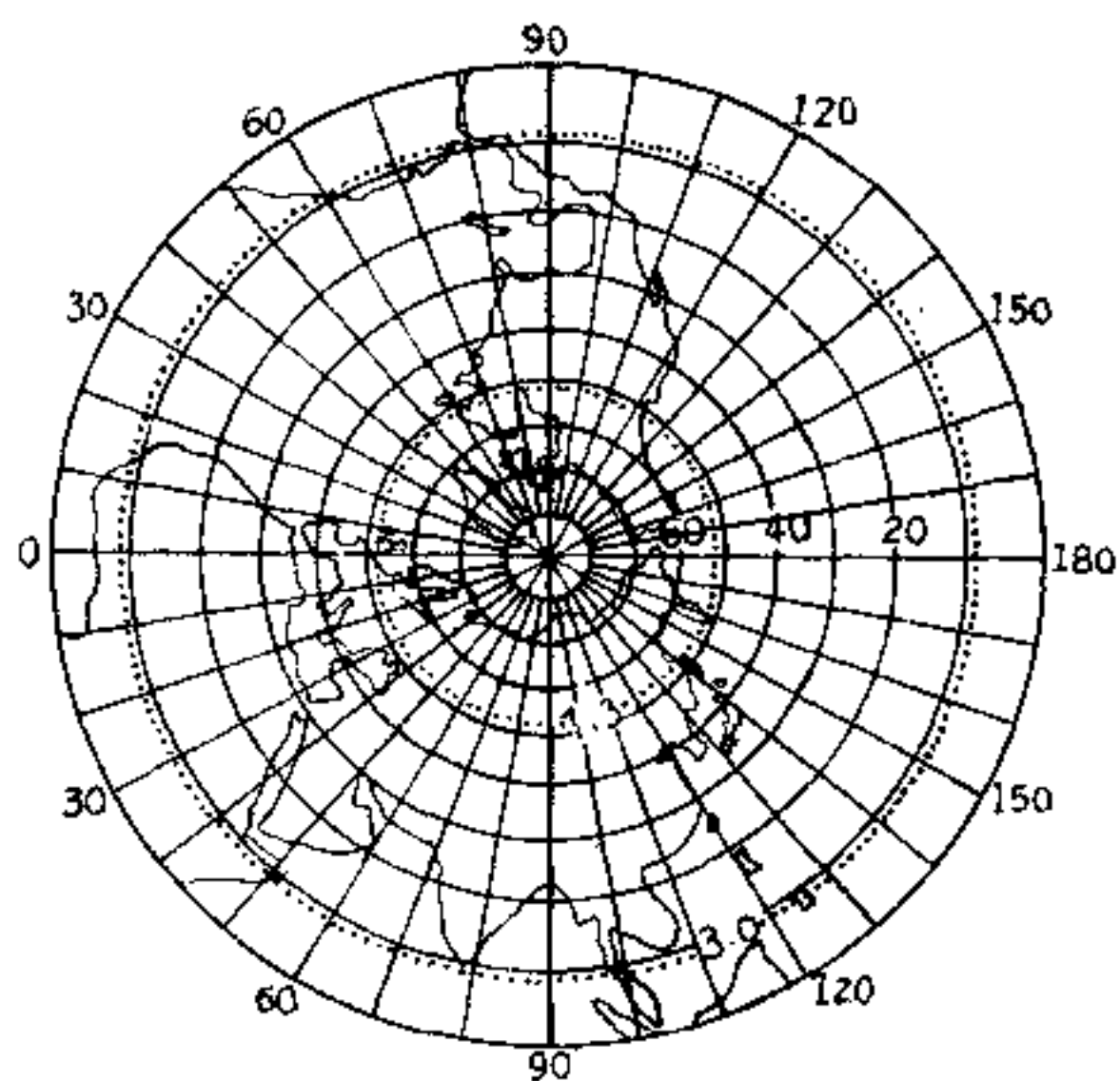
正轴球心方位投影



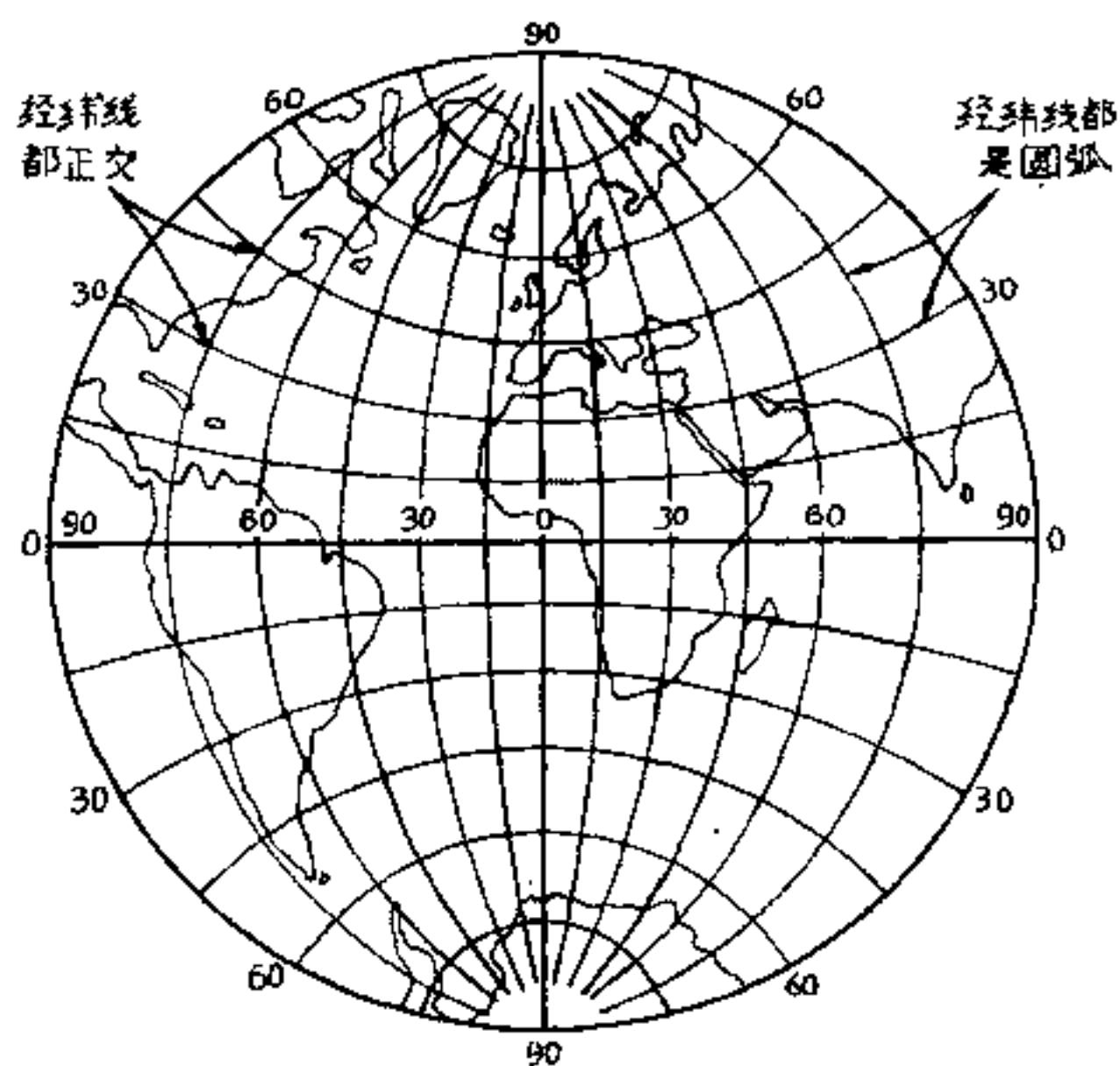
横轴球心方位投影



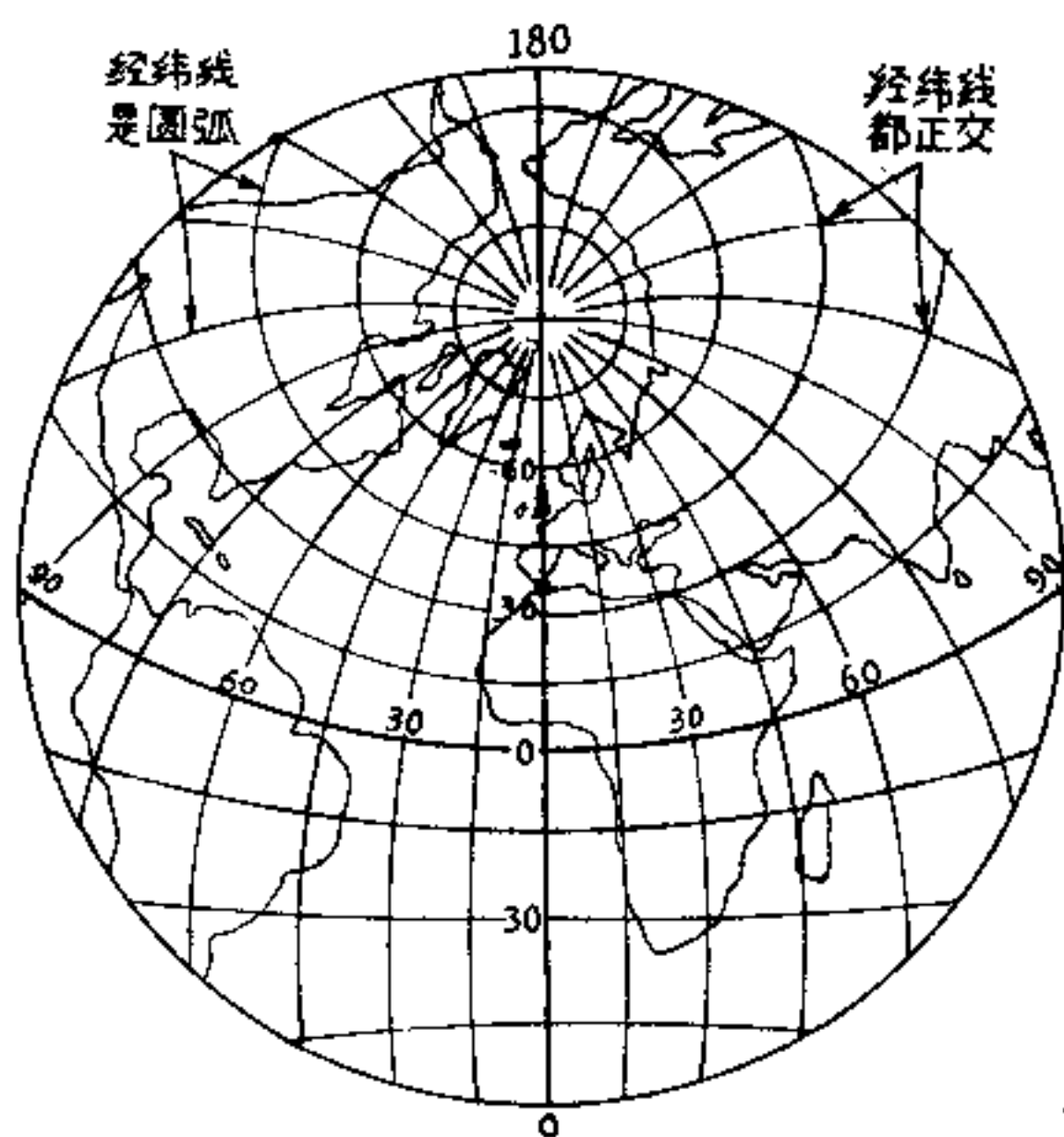
斜轴球心方位投影



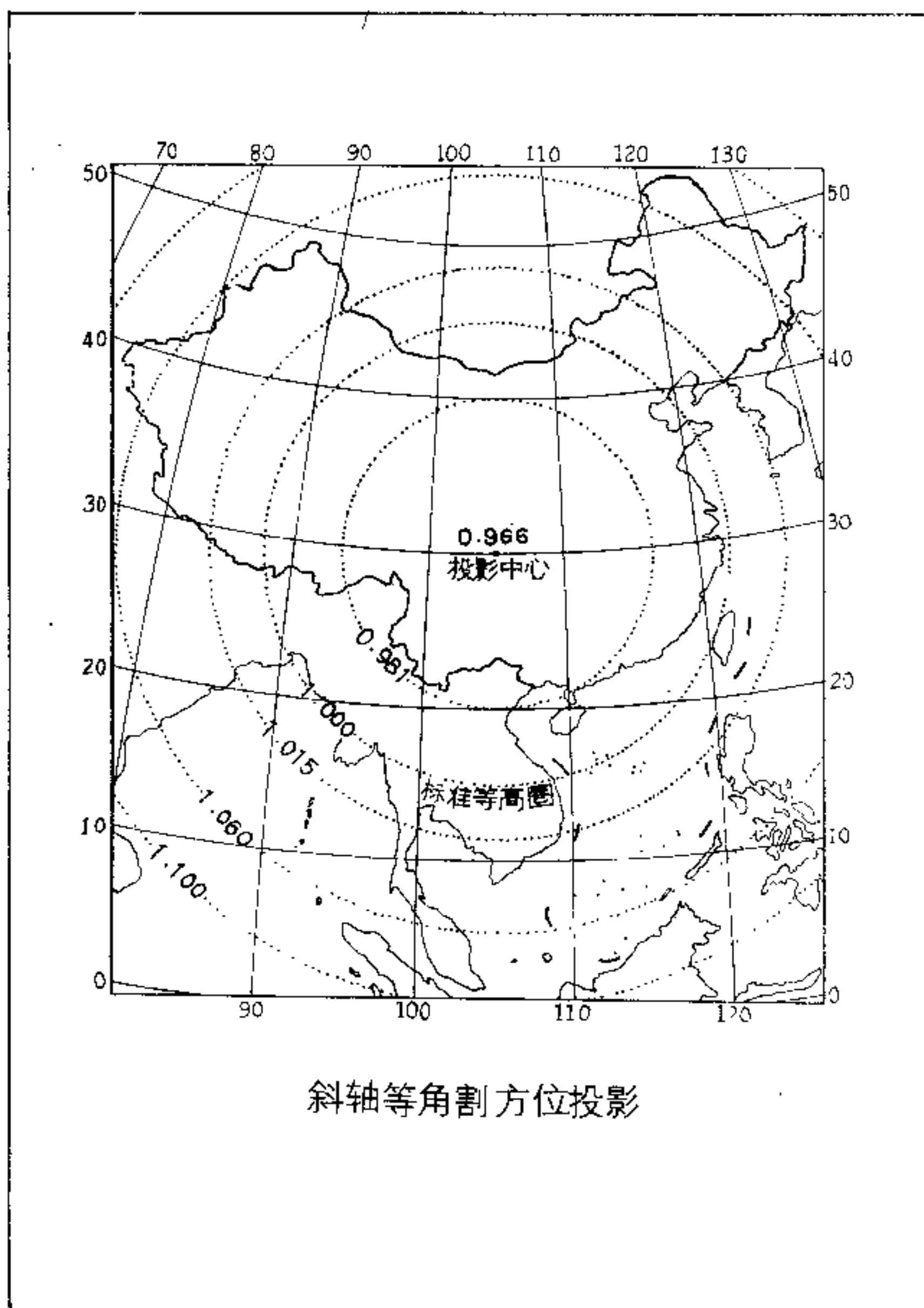
正轴球面（等角）方位投影



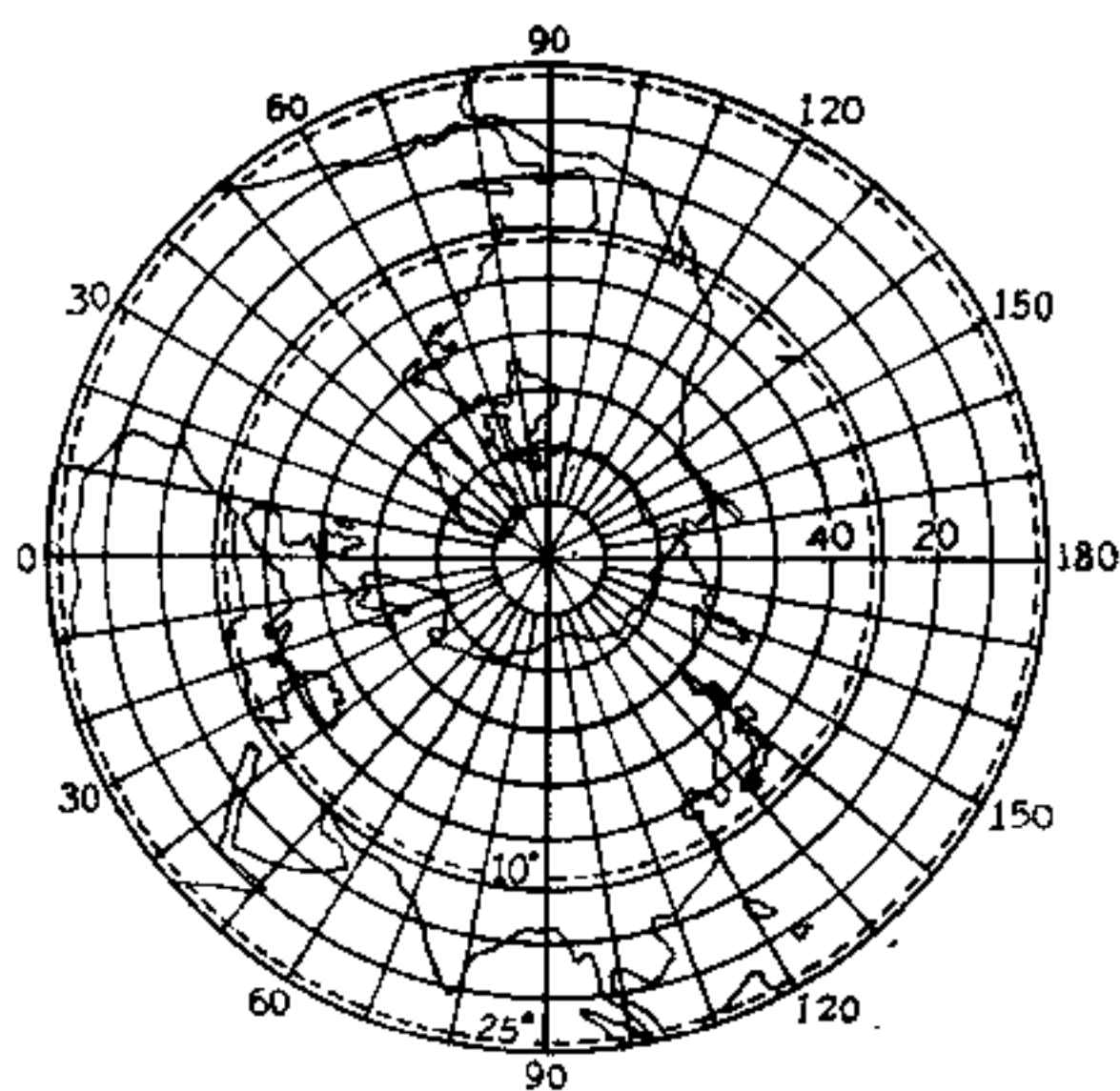
横轴球面（等角）方位投影



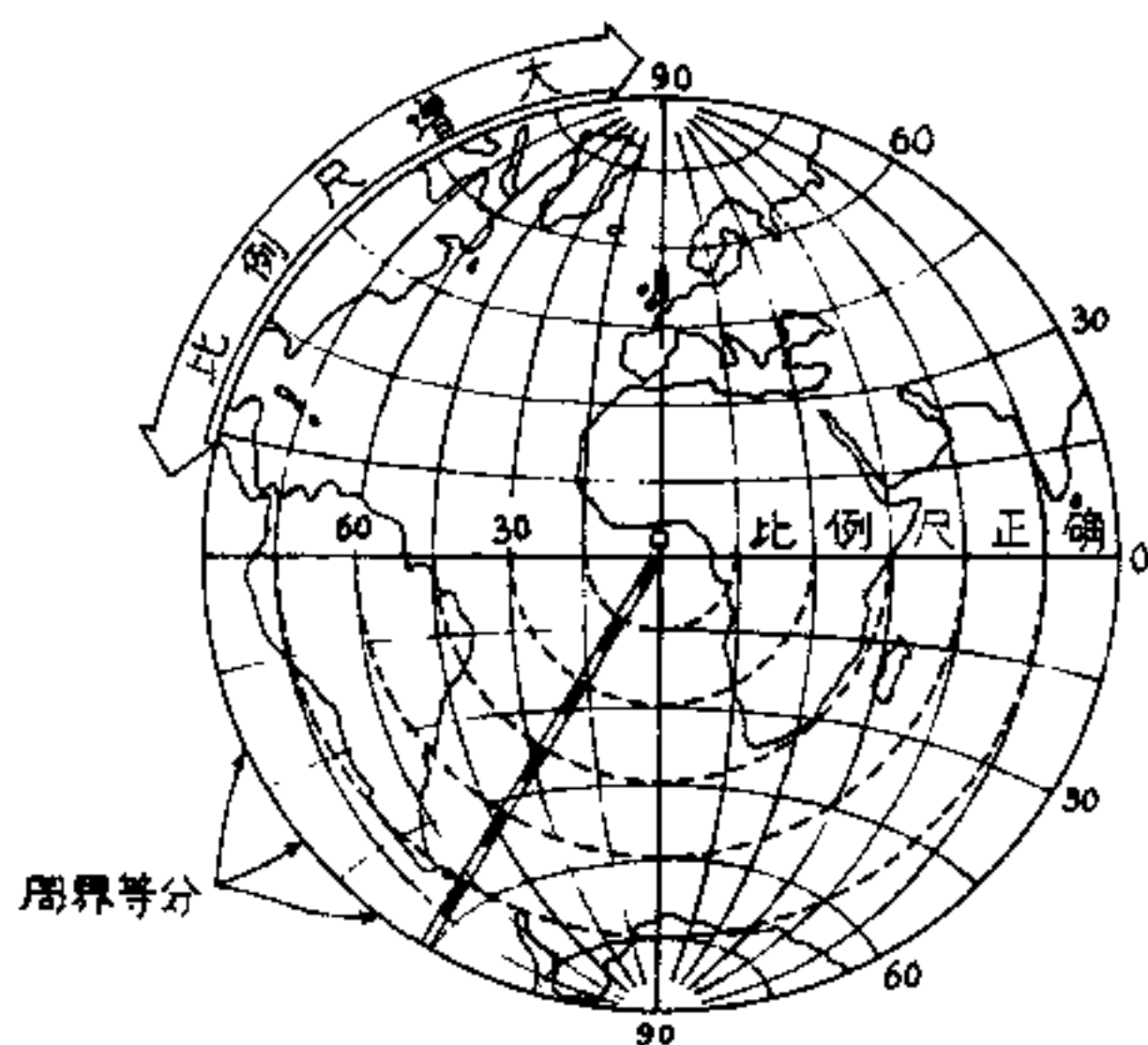
斜轴球面（等角）方位投影



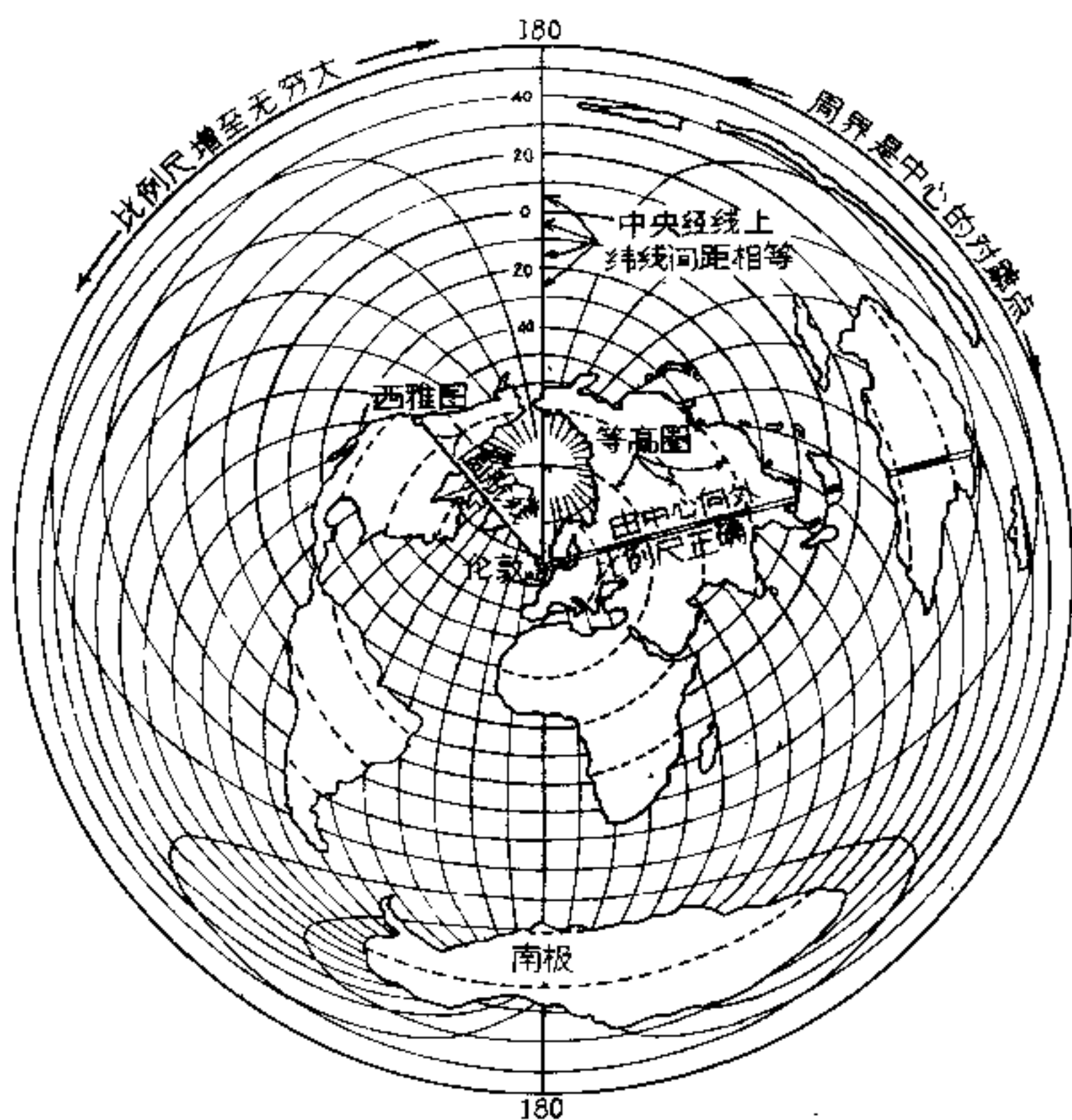
斜轴等角割方位投影



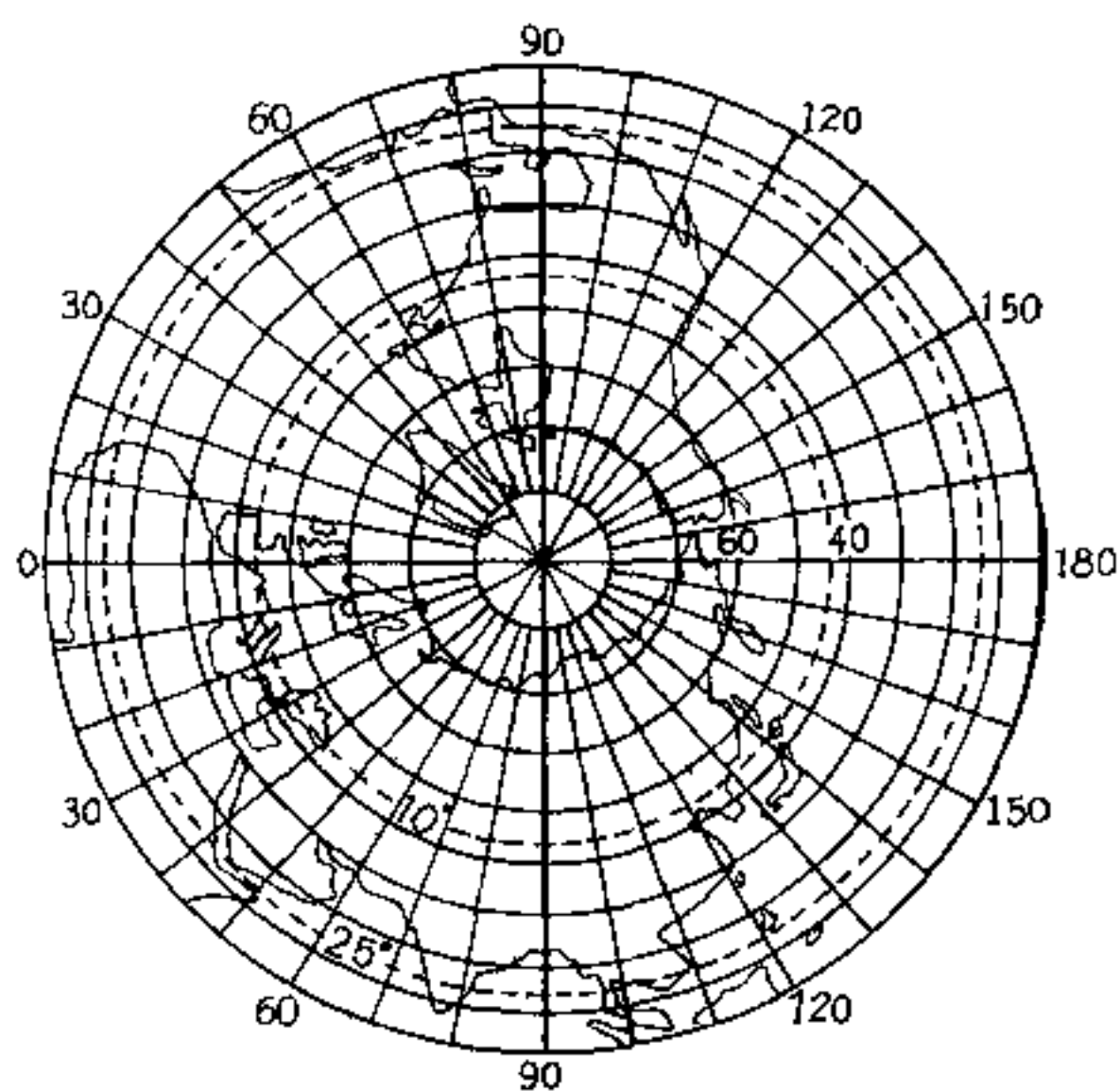
正轴等距离方位投影



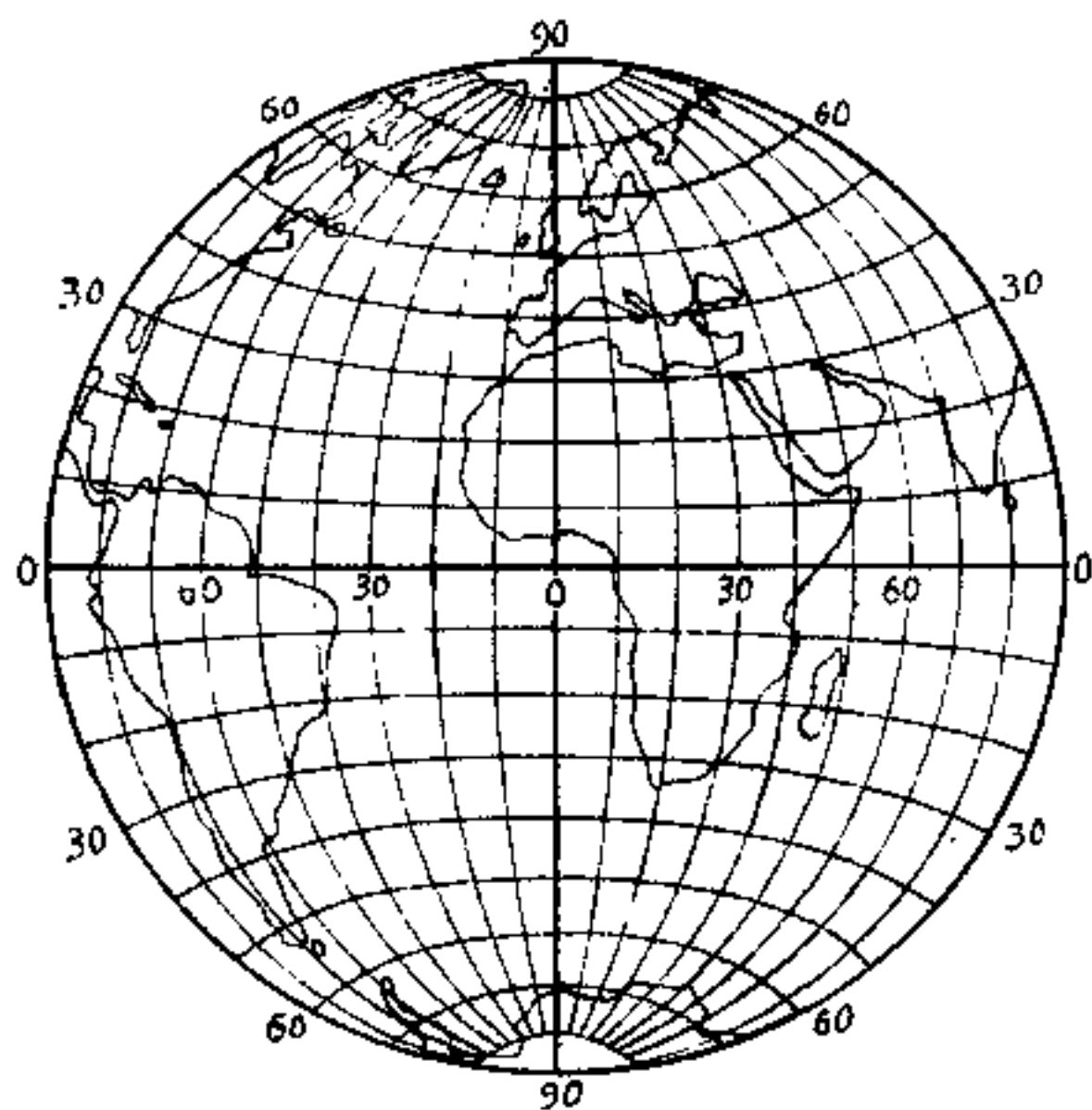
横轴等距离方位投影



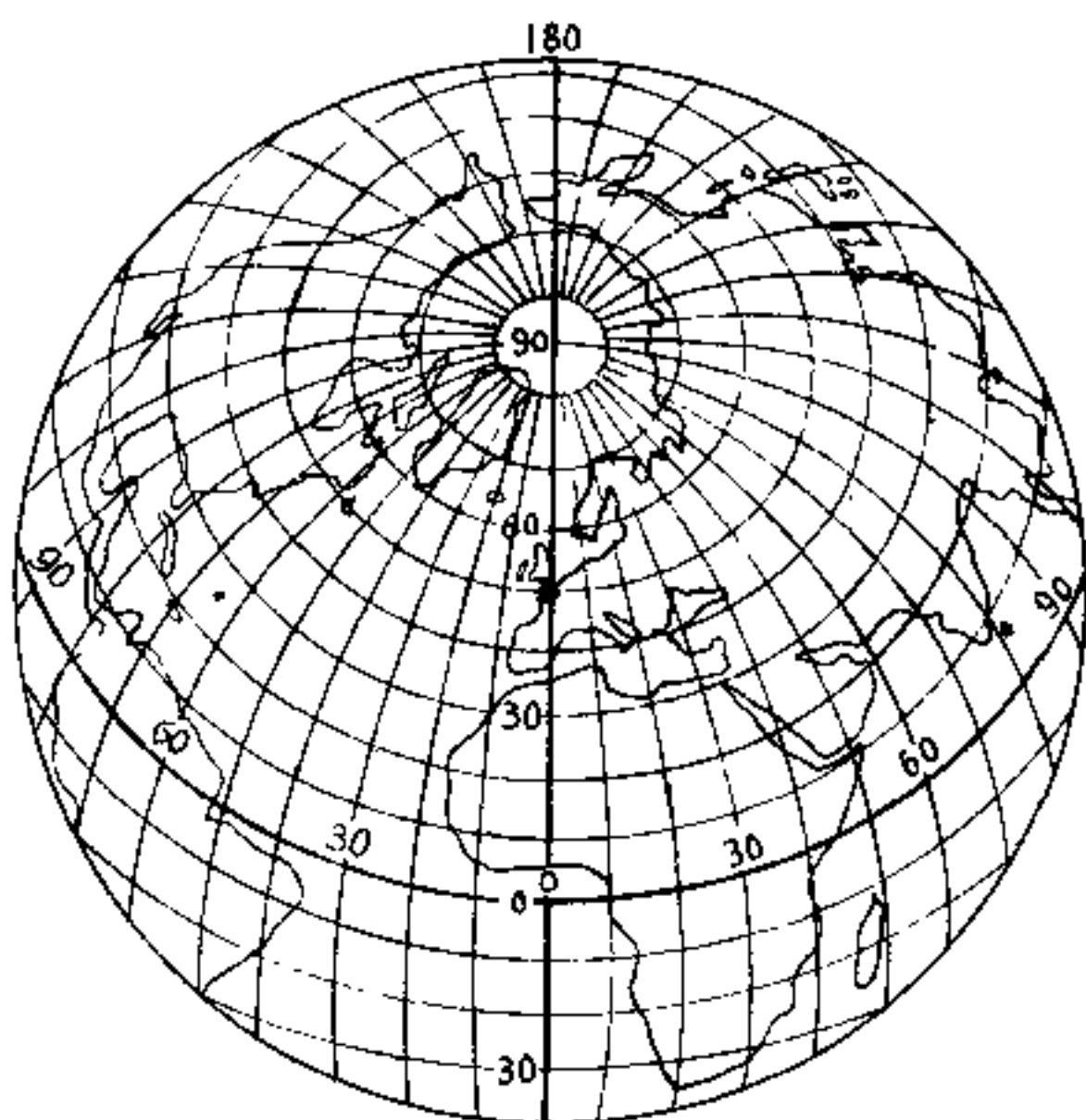
斜轴等距离 方位投影



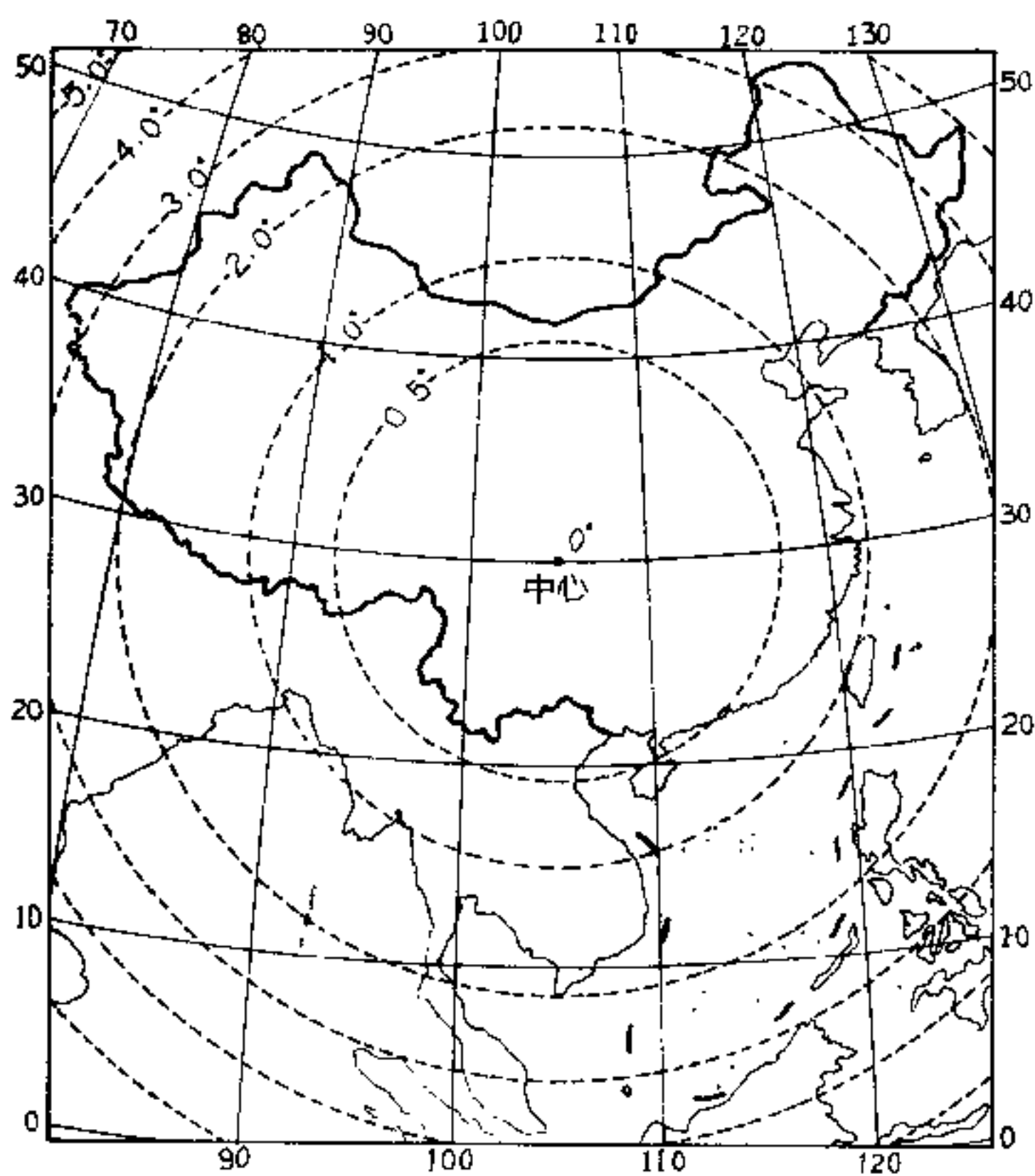
正轴等面积方位投影



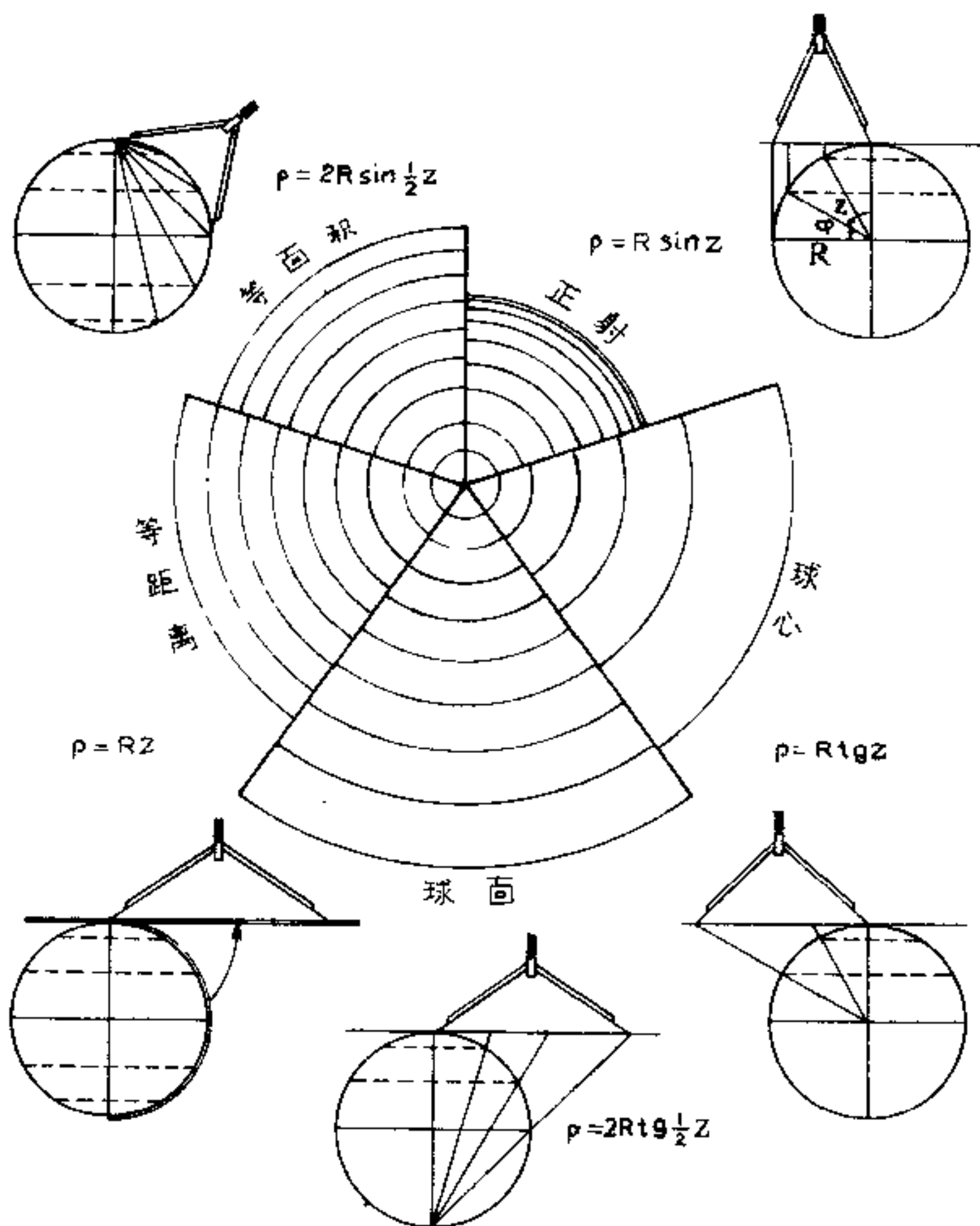
横轴等面积方位投影



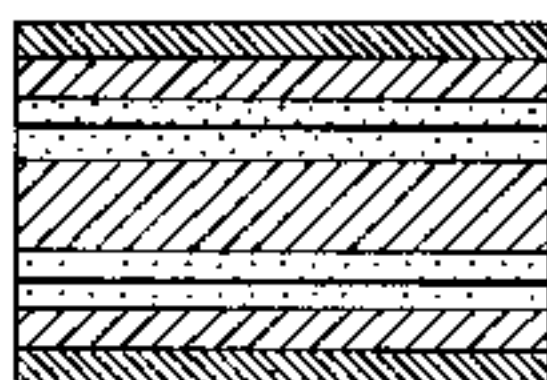
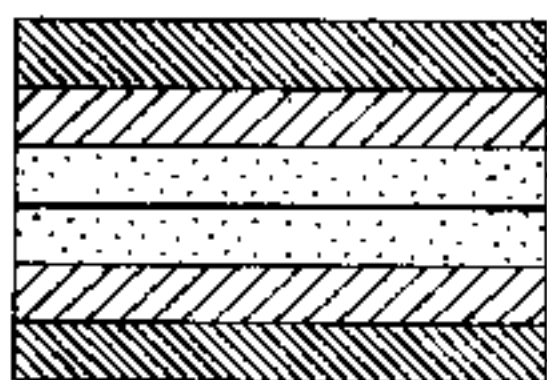
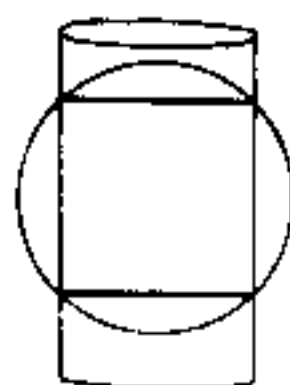
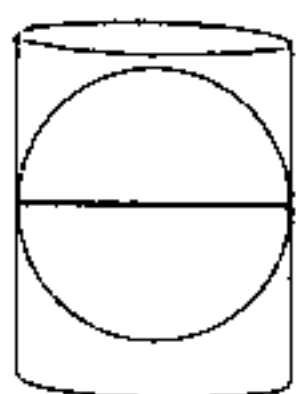
斜轴等面积方位投影



斜轴等面积切方位投影



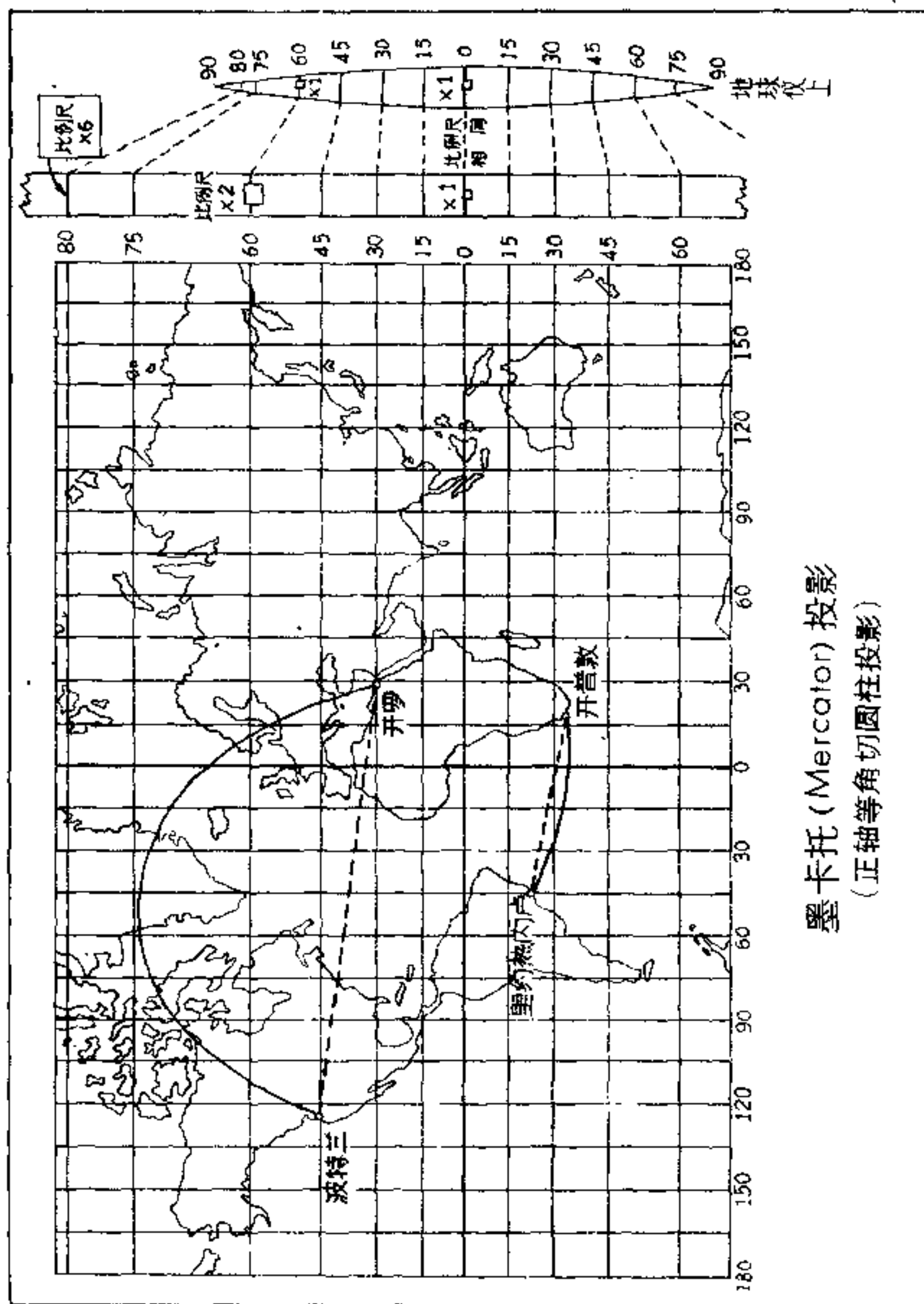
五种正轴方位投影的比较



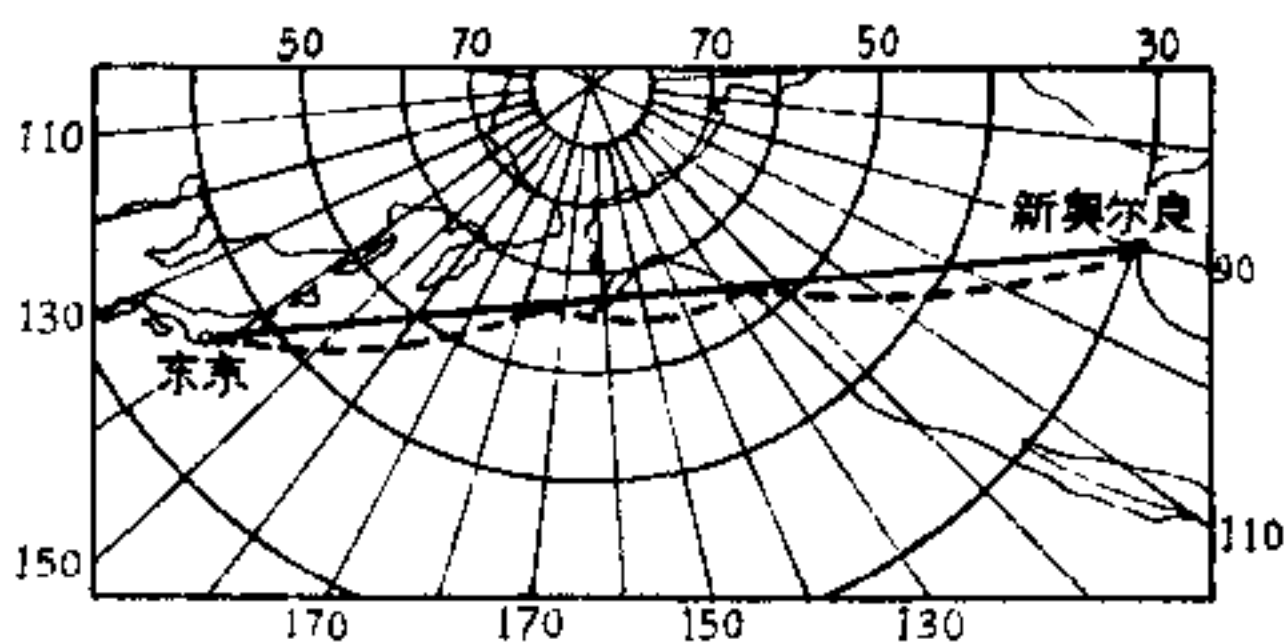
切圆柱投影

割圆柱投影

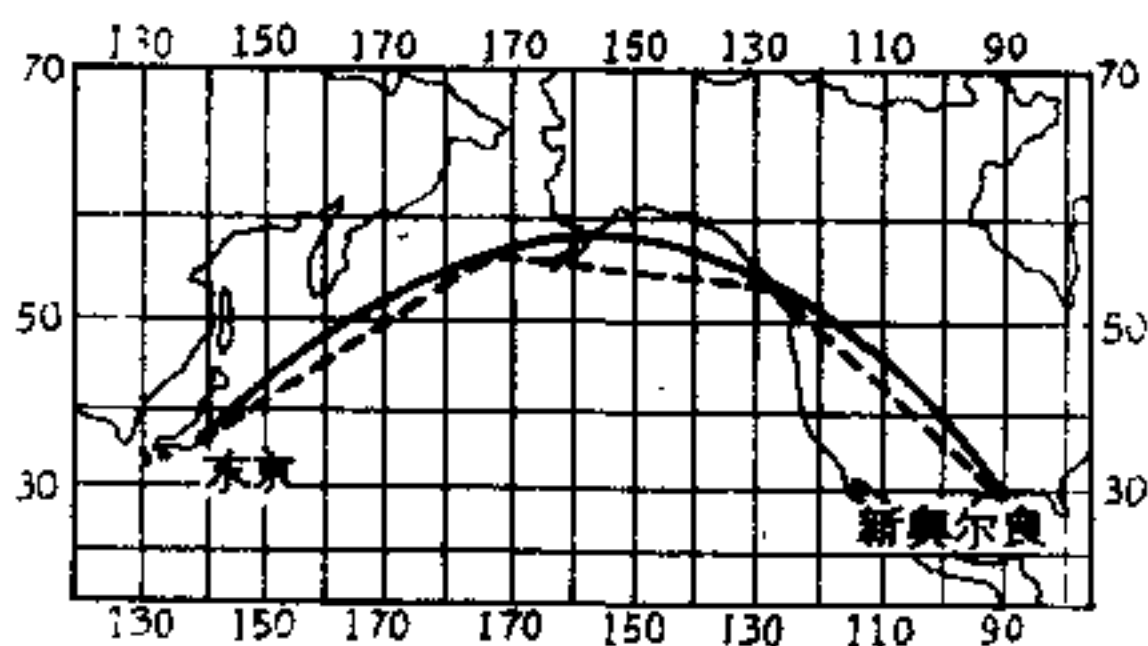
圆柱投影 变形分布系统



墨卡托 (Mercator) 投影
(正轴等角切圆柱投影)

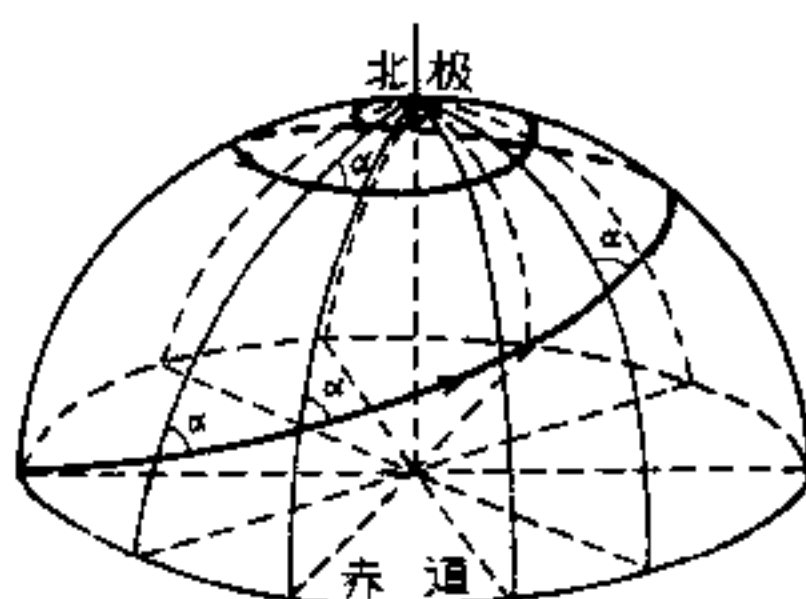


在正轴球心方位投影上

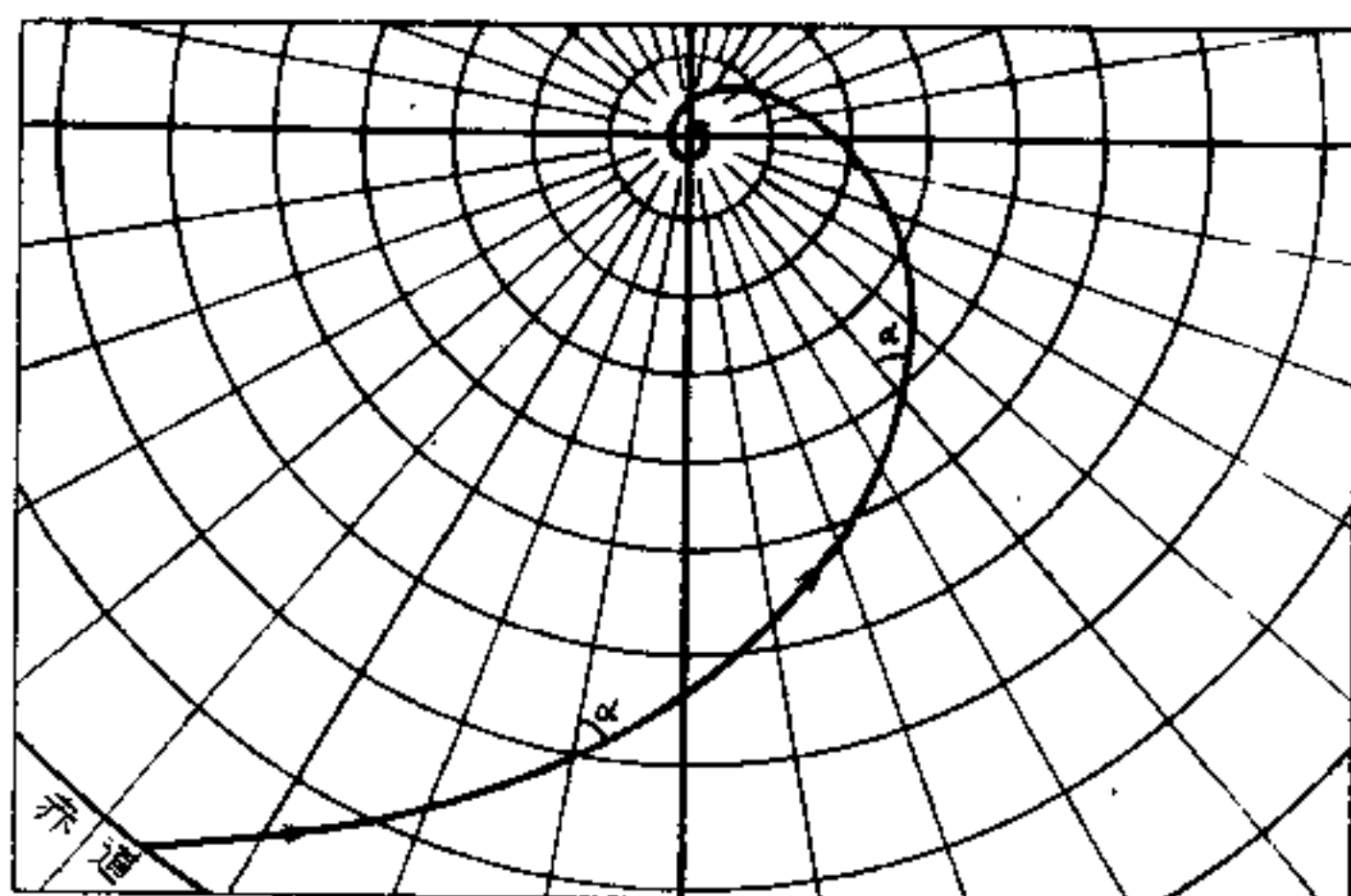


在正轴等角圆柱投影上

大圆航线和等角航线

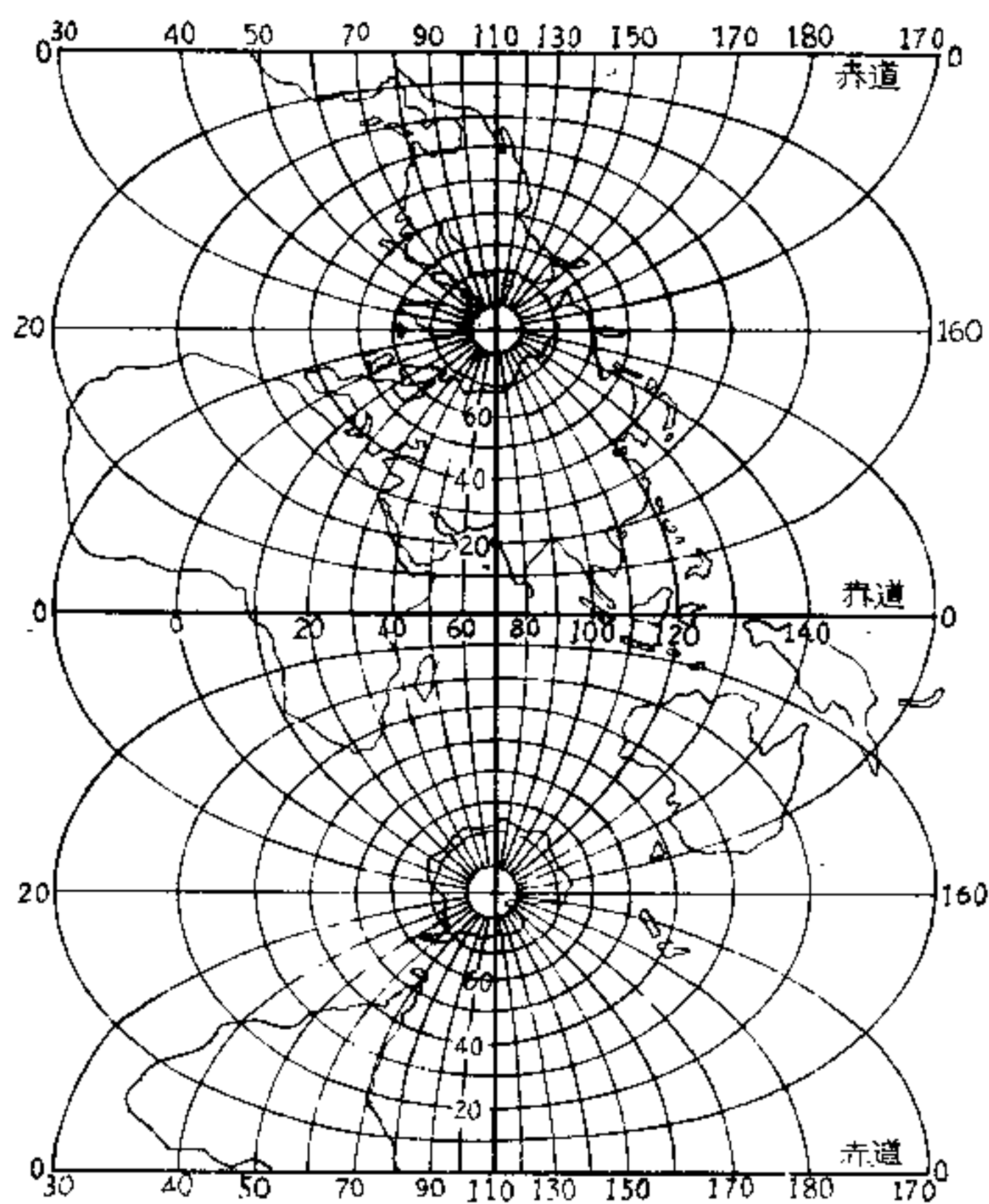


在地球上的等角航线

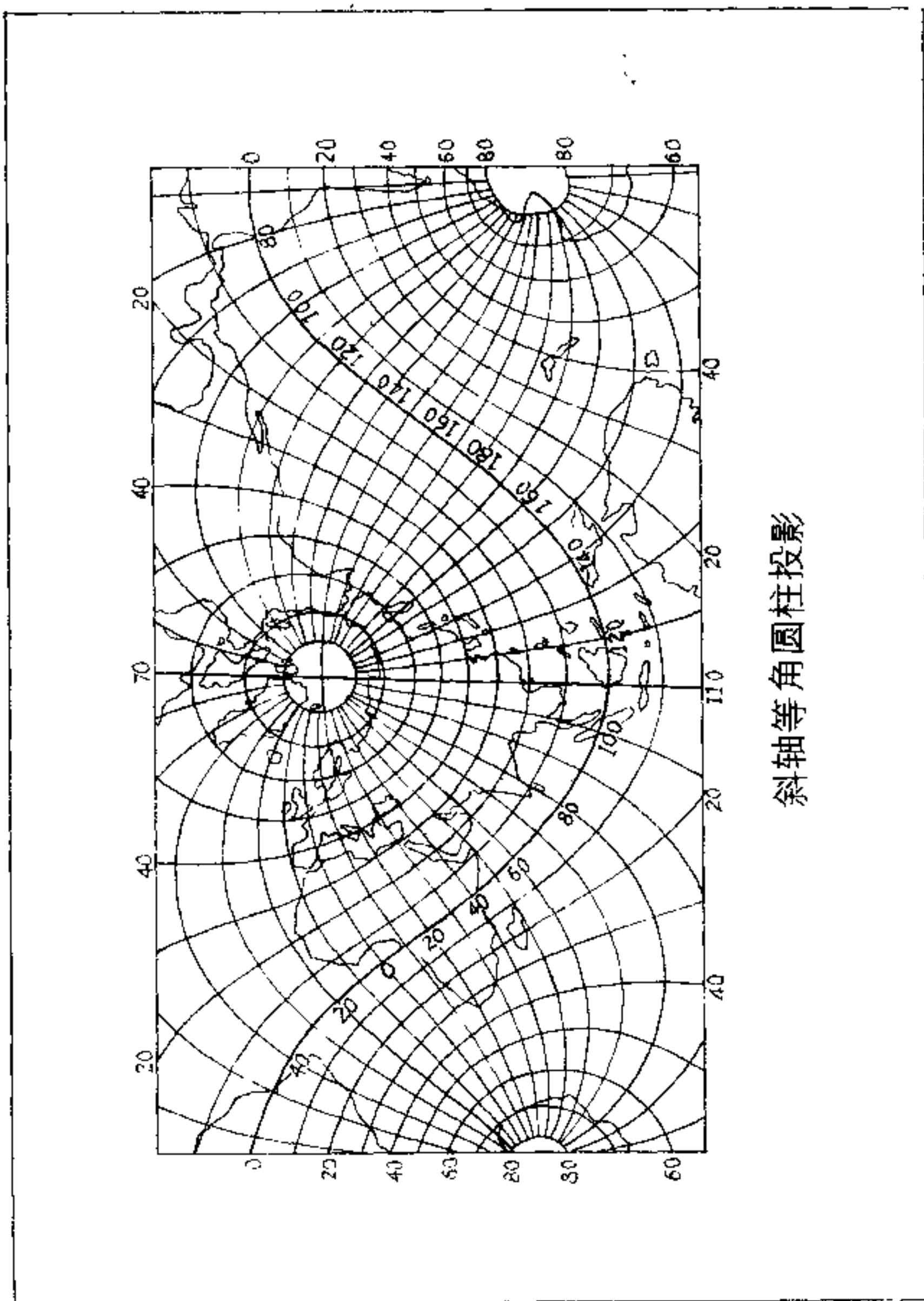


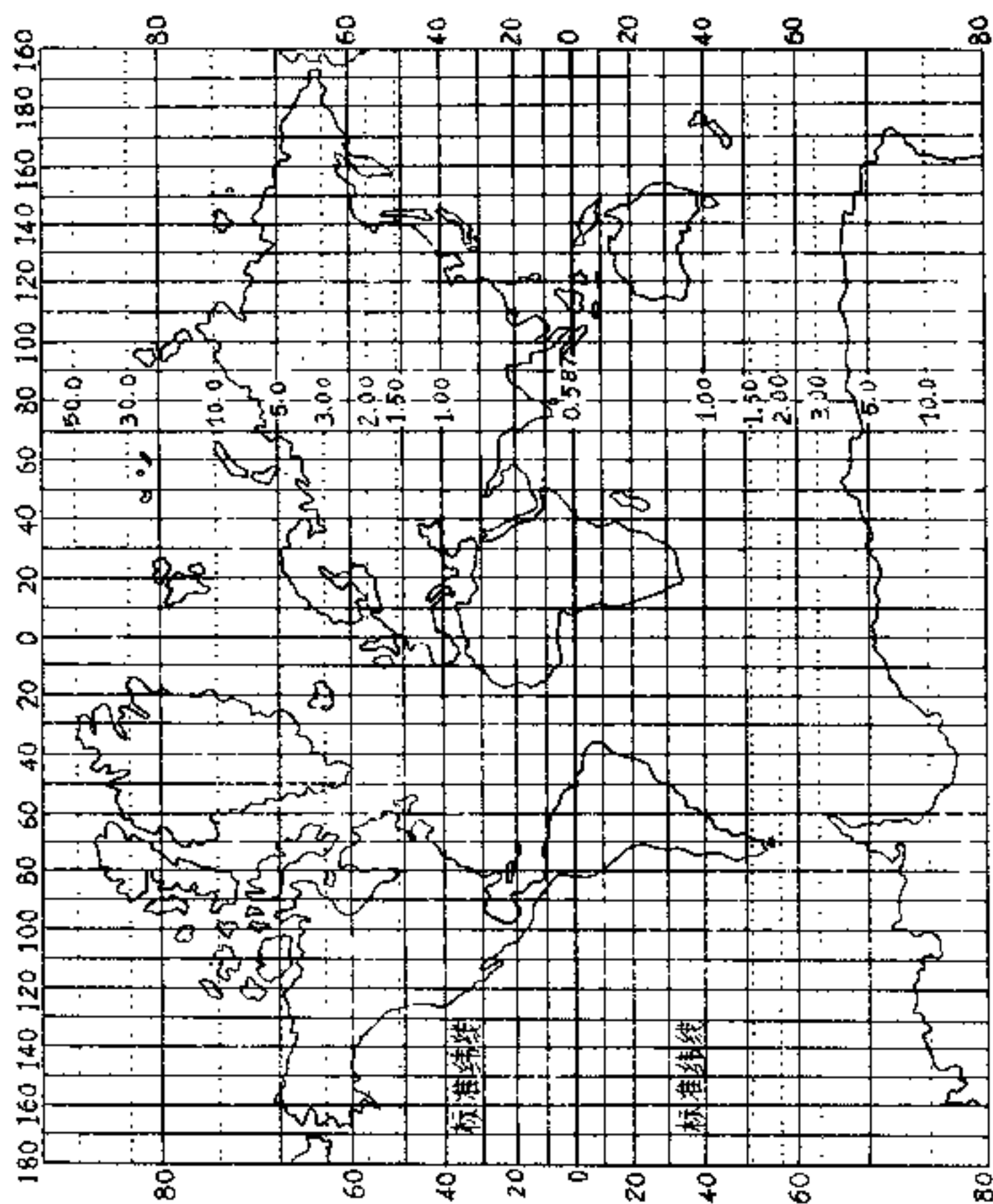
在正轴等角方位投影图上的等角航线

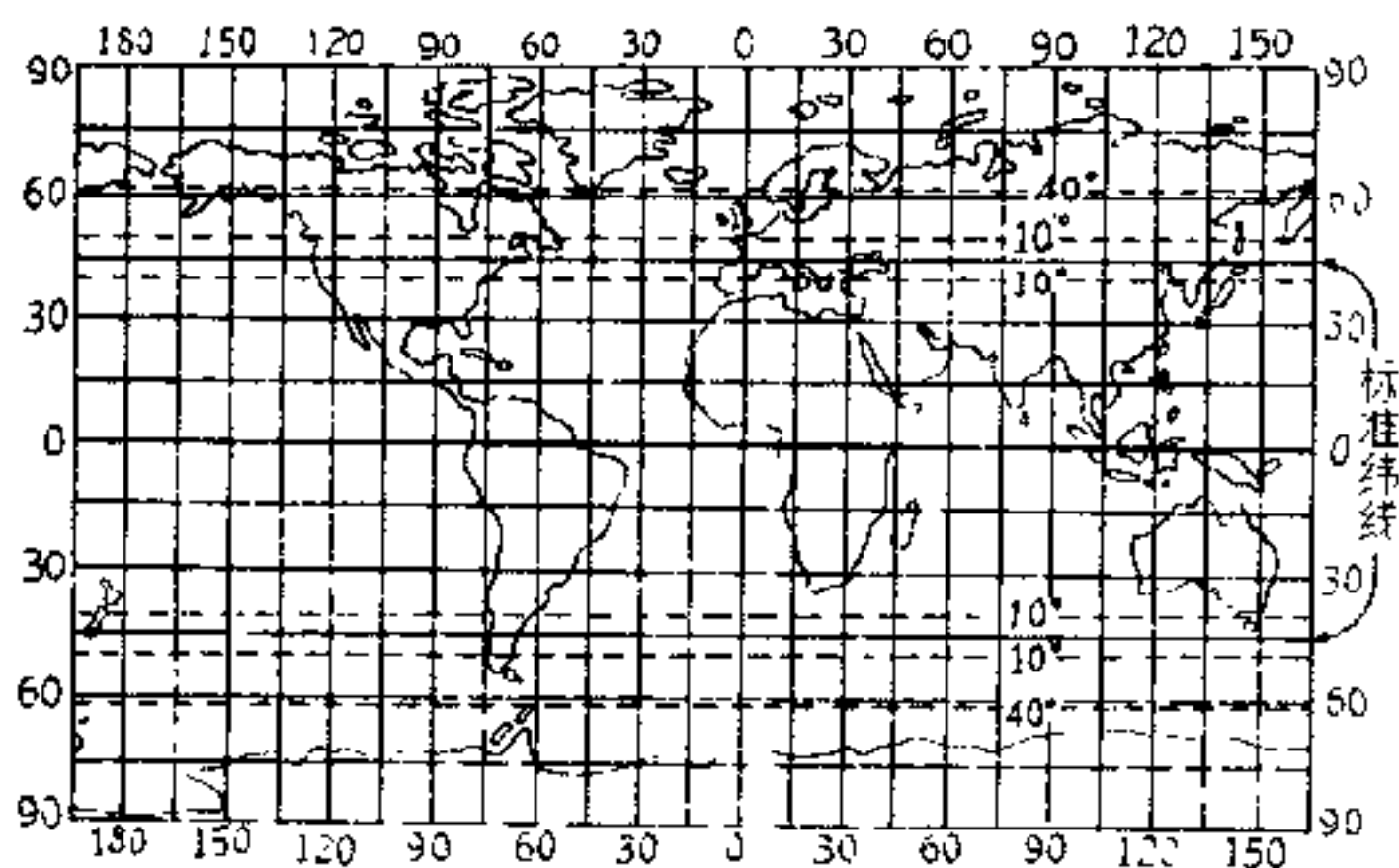
等角航线的特性



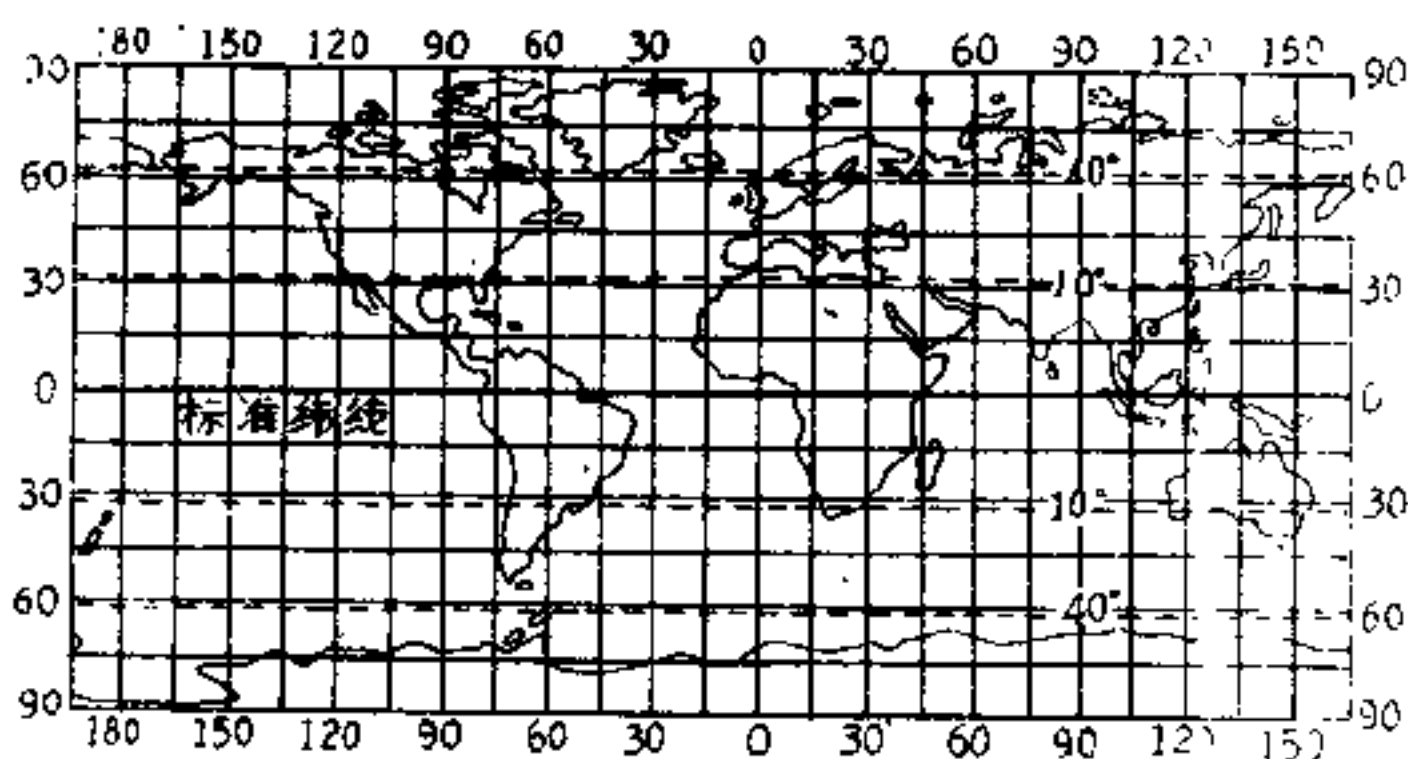
横轴等角圆柱投影





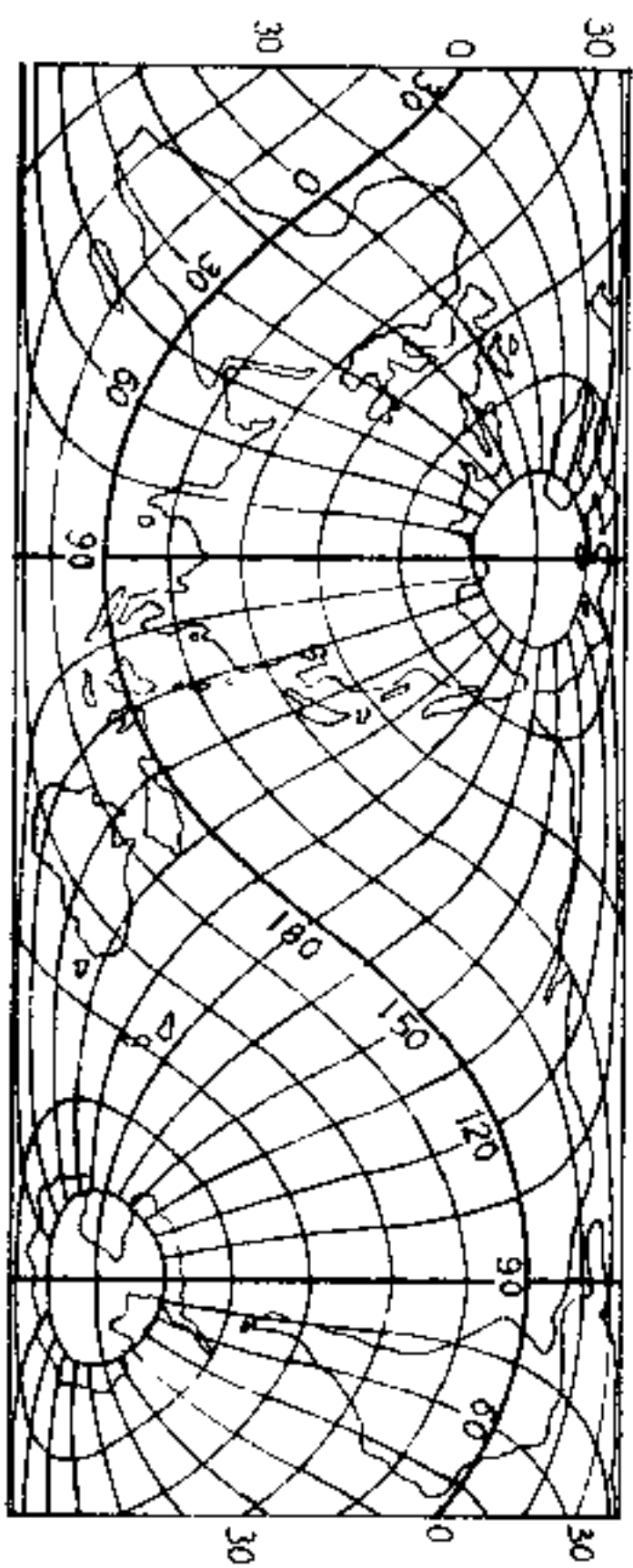
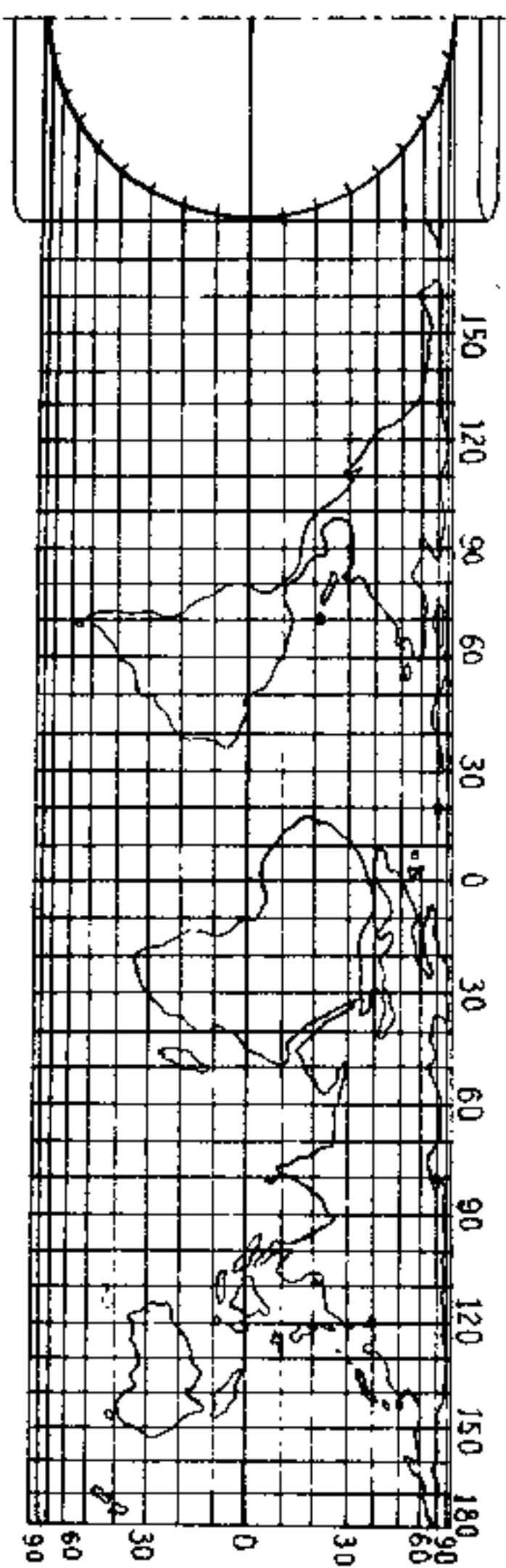


正轴等距离割圆柱投影

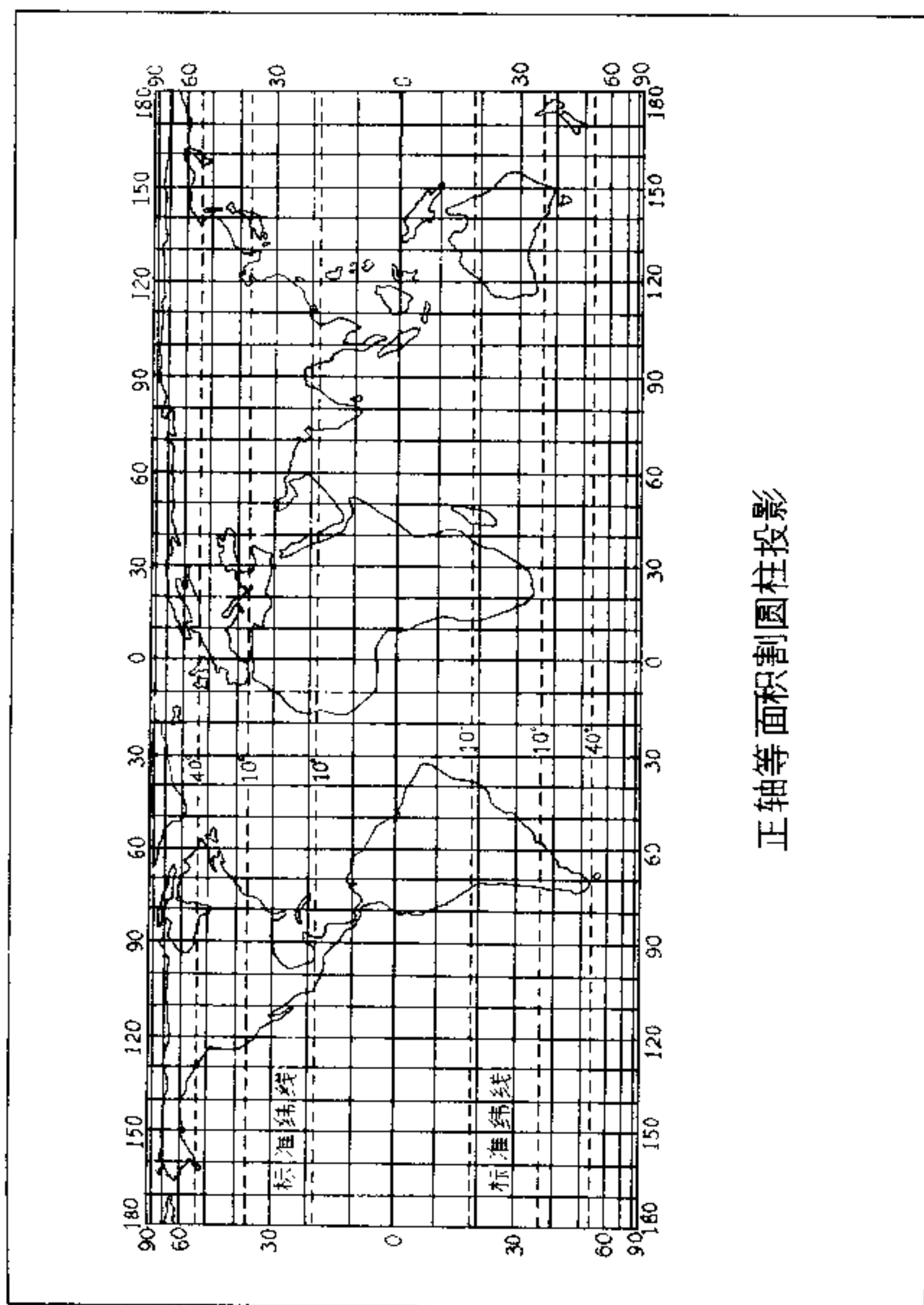


正轴等距离切圆柱投影

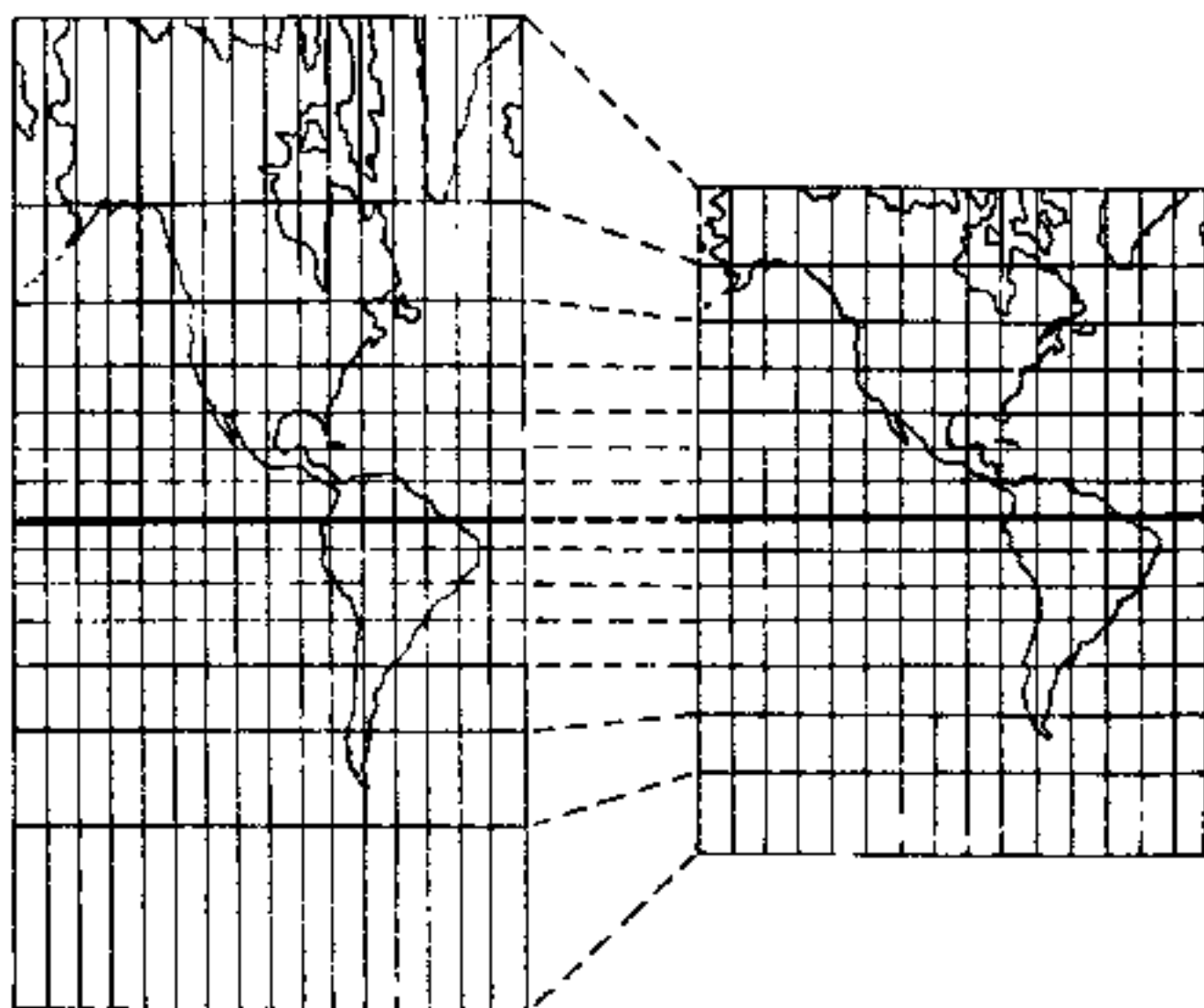
正轴等距离圆柱投影



正轴(上)和斜轴(下)等面积切圆柱投影



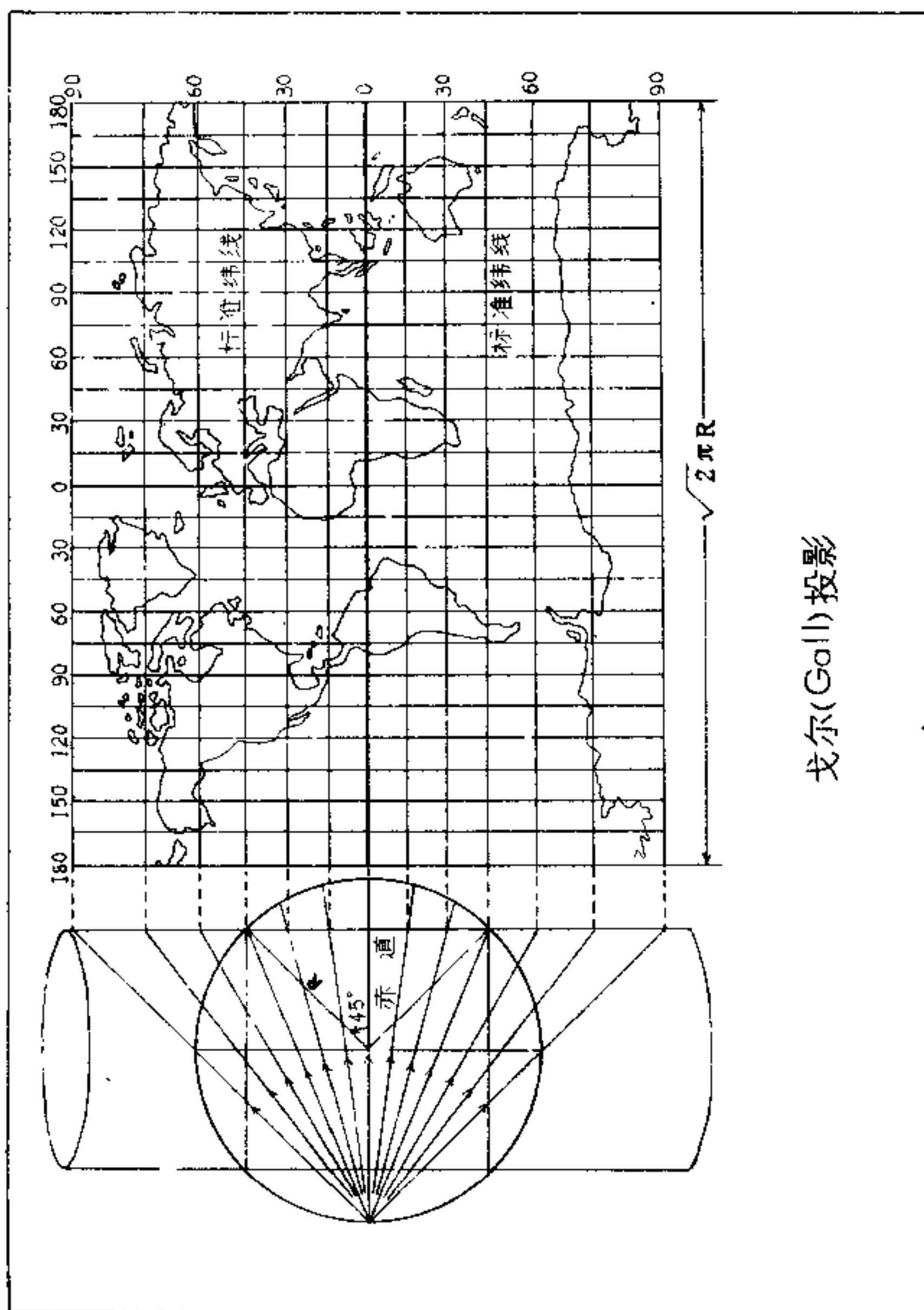
正轴等面积割圆柱投影



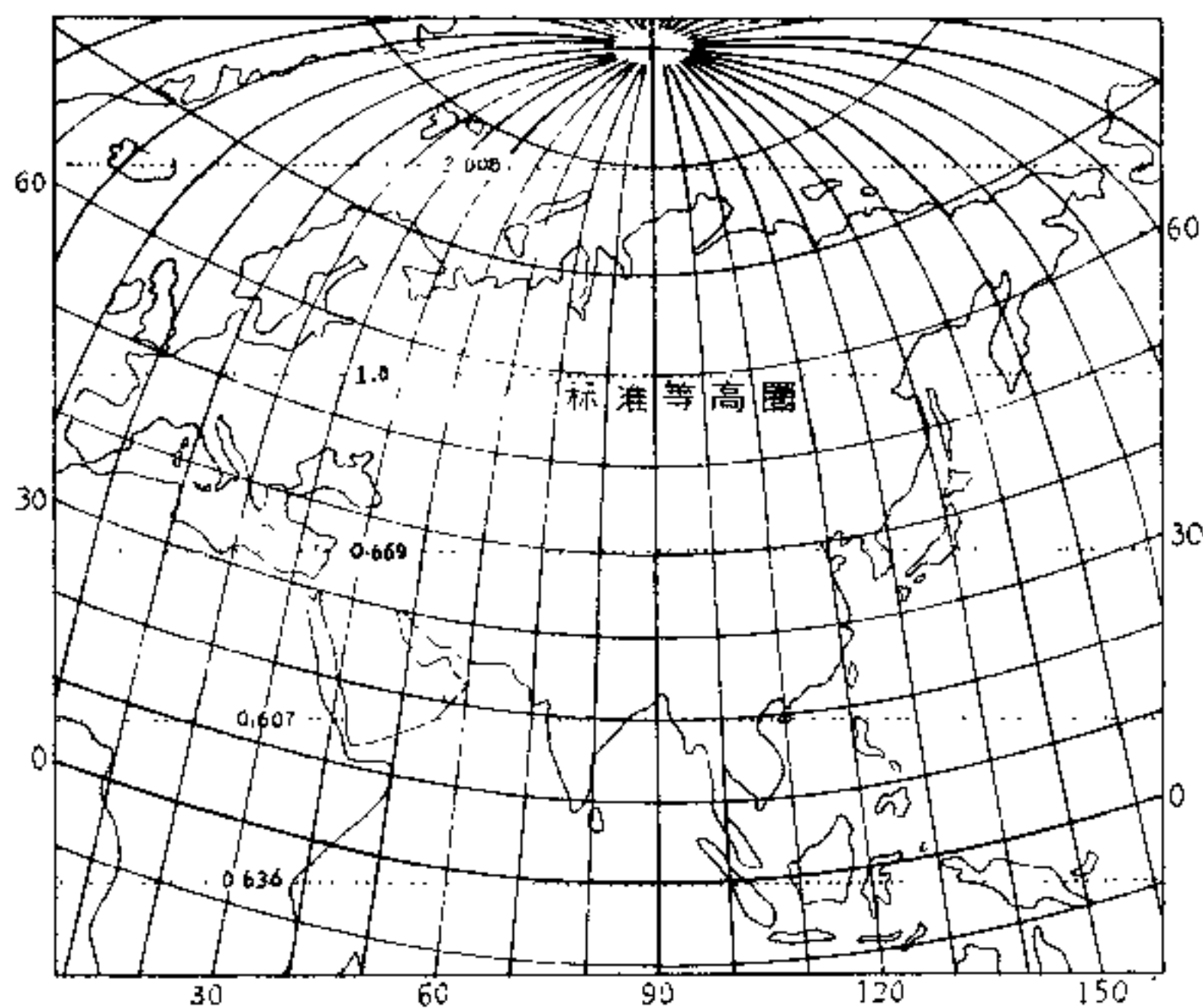
正轴球心切圆柱投影

正轴等角切圆柱投影

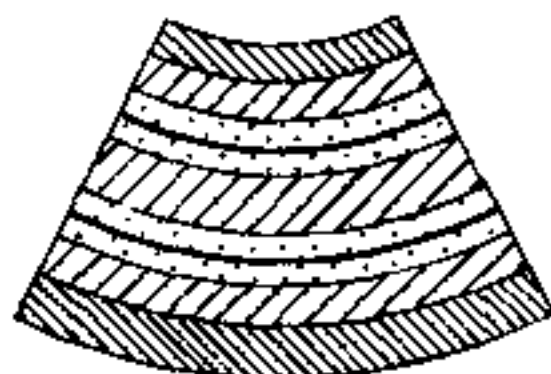
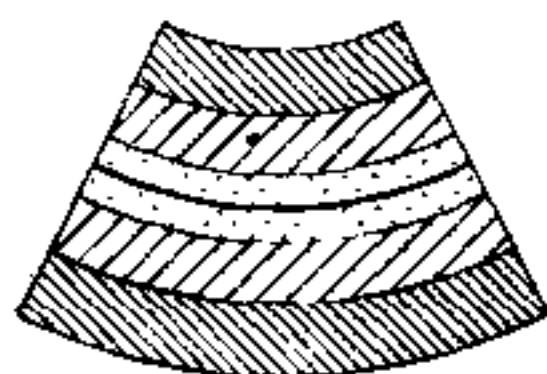
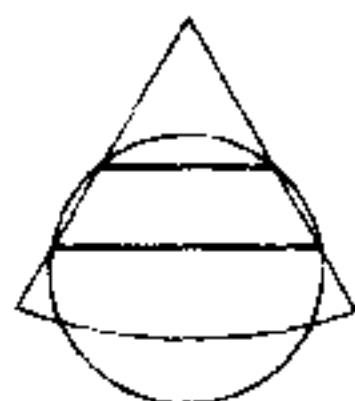
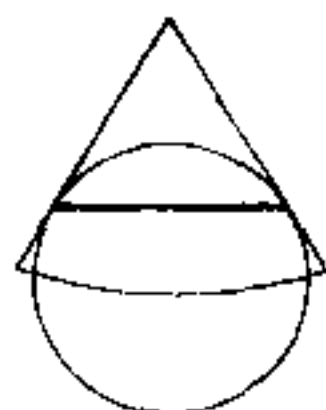
等角圆柱投影与球心圆柱投影的比较



戈尔(Gall)投影



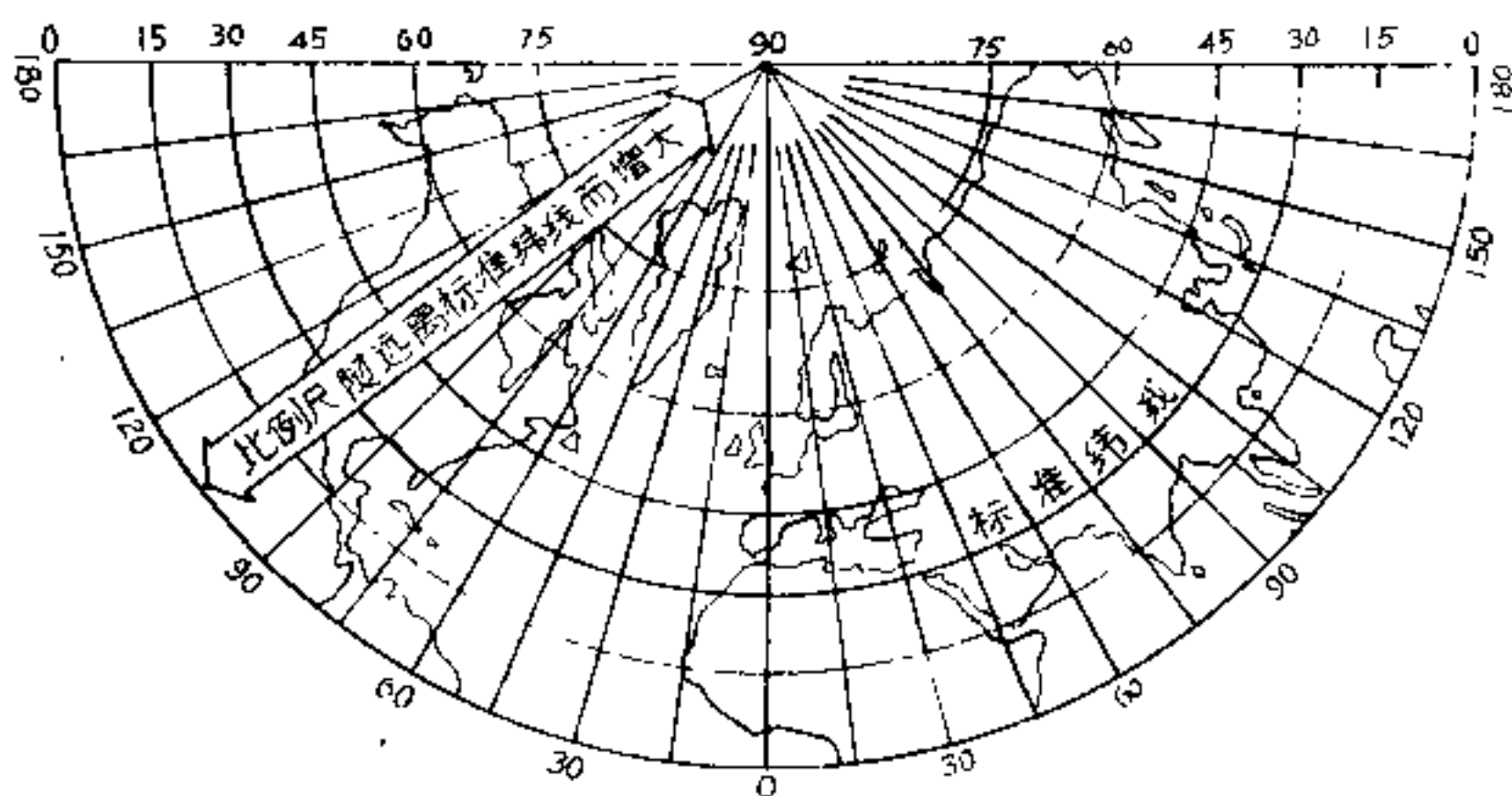
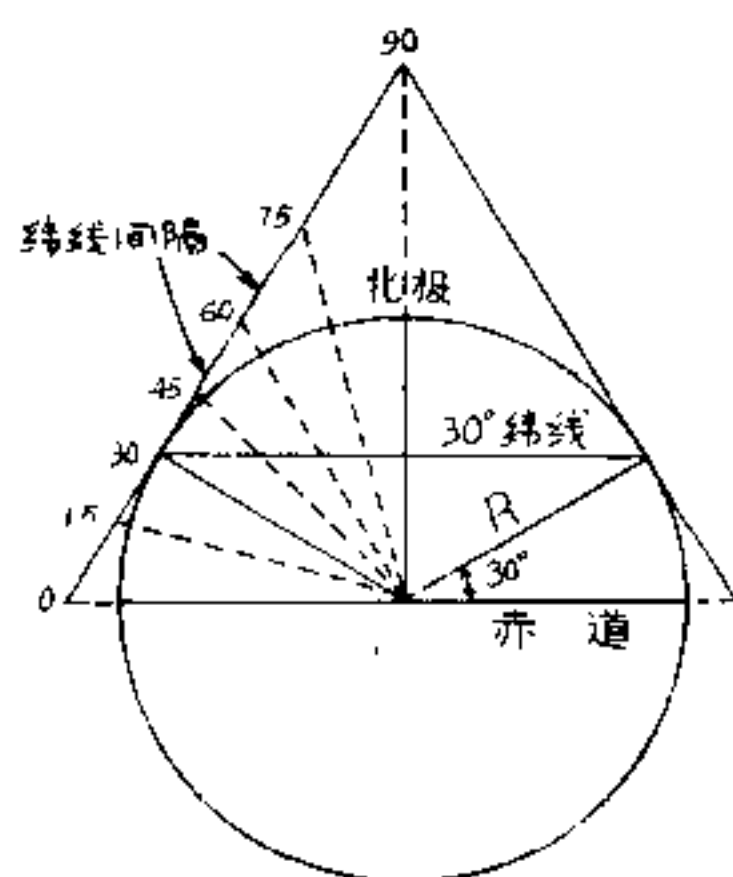
索洛维耶夫 (Соловьев) 投影
(斜轴透视圆柱 投影)



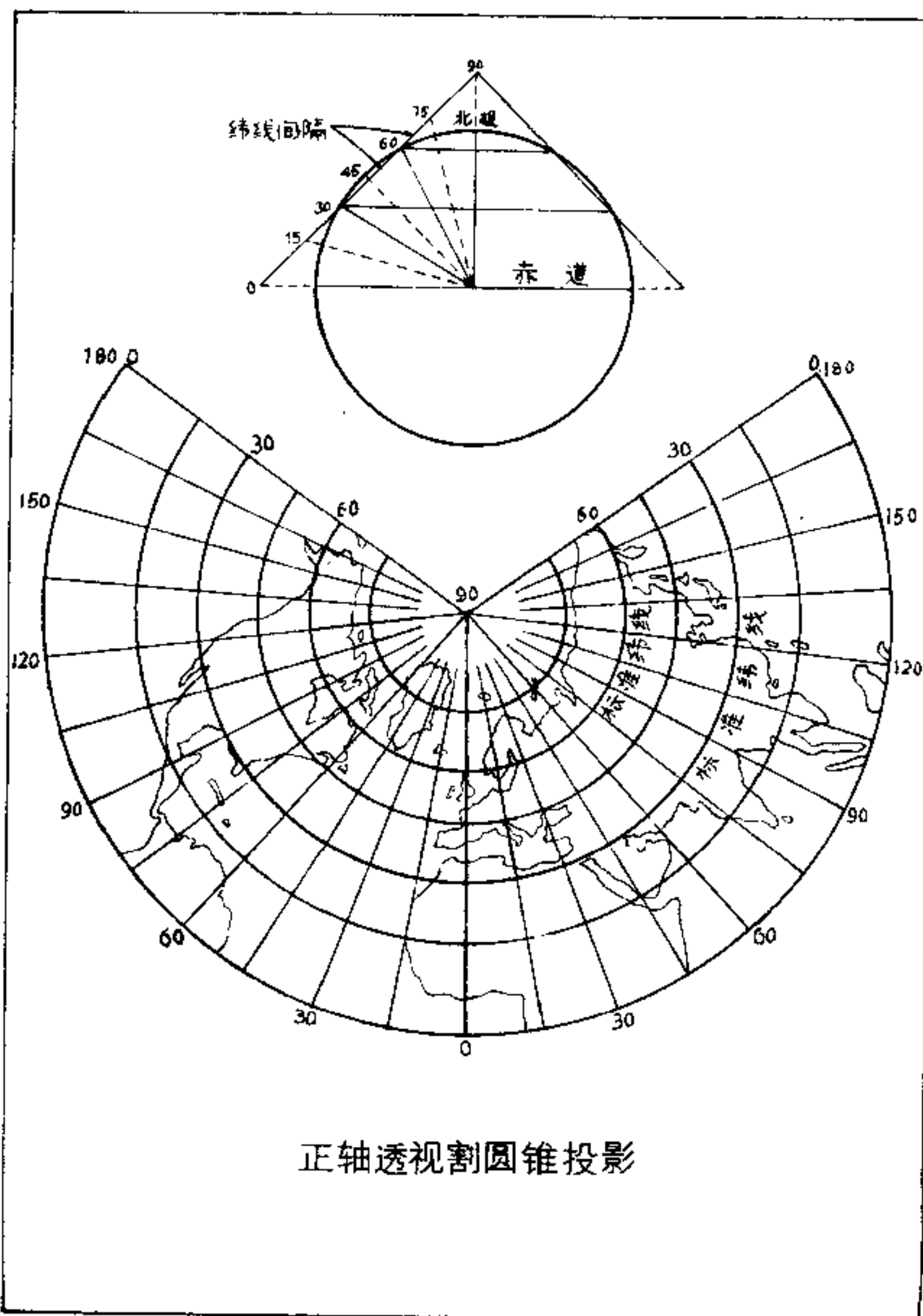
切圆锥投影

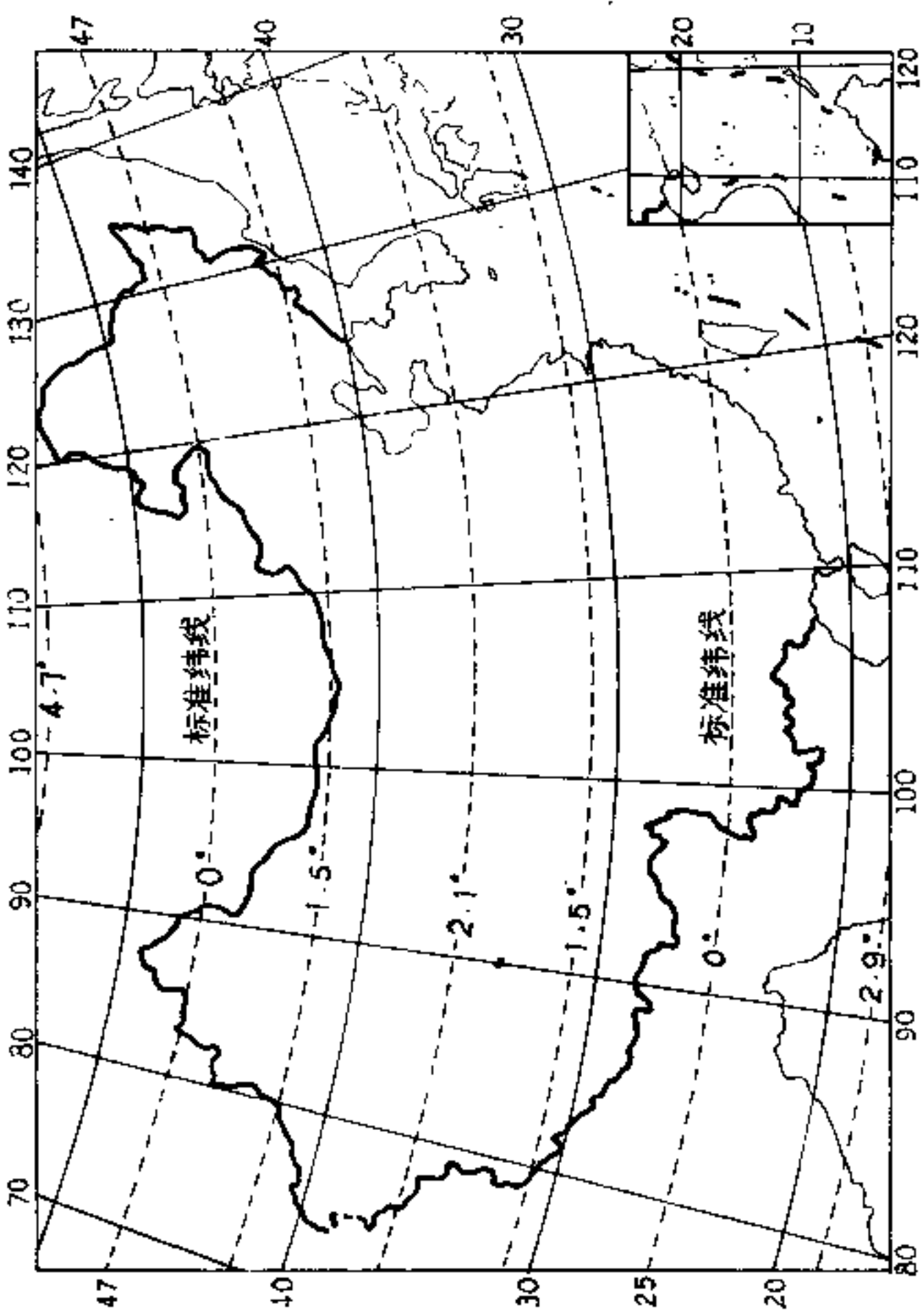
割圆锥投影

圆锥投影变形分布系统

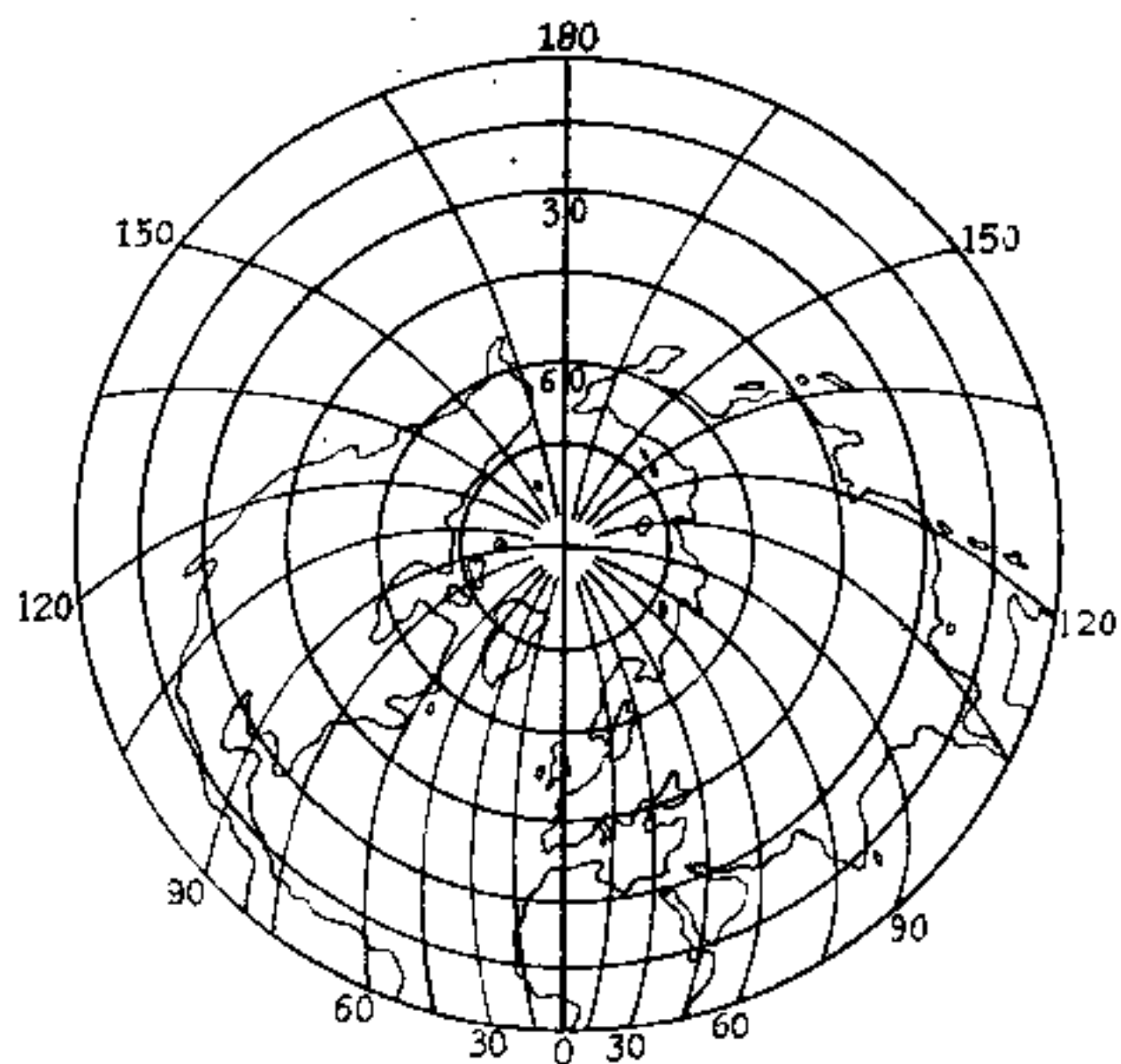


正轴透视切圆 锥投影

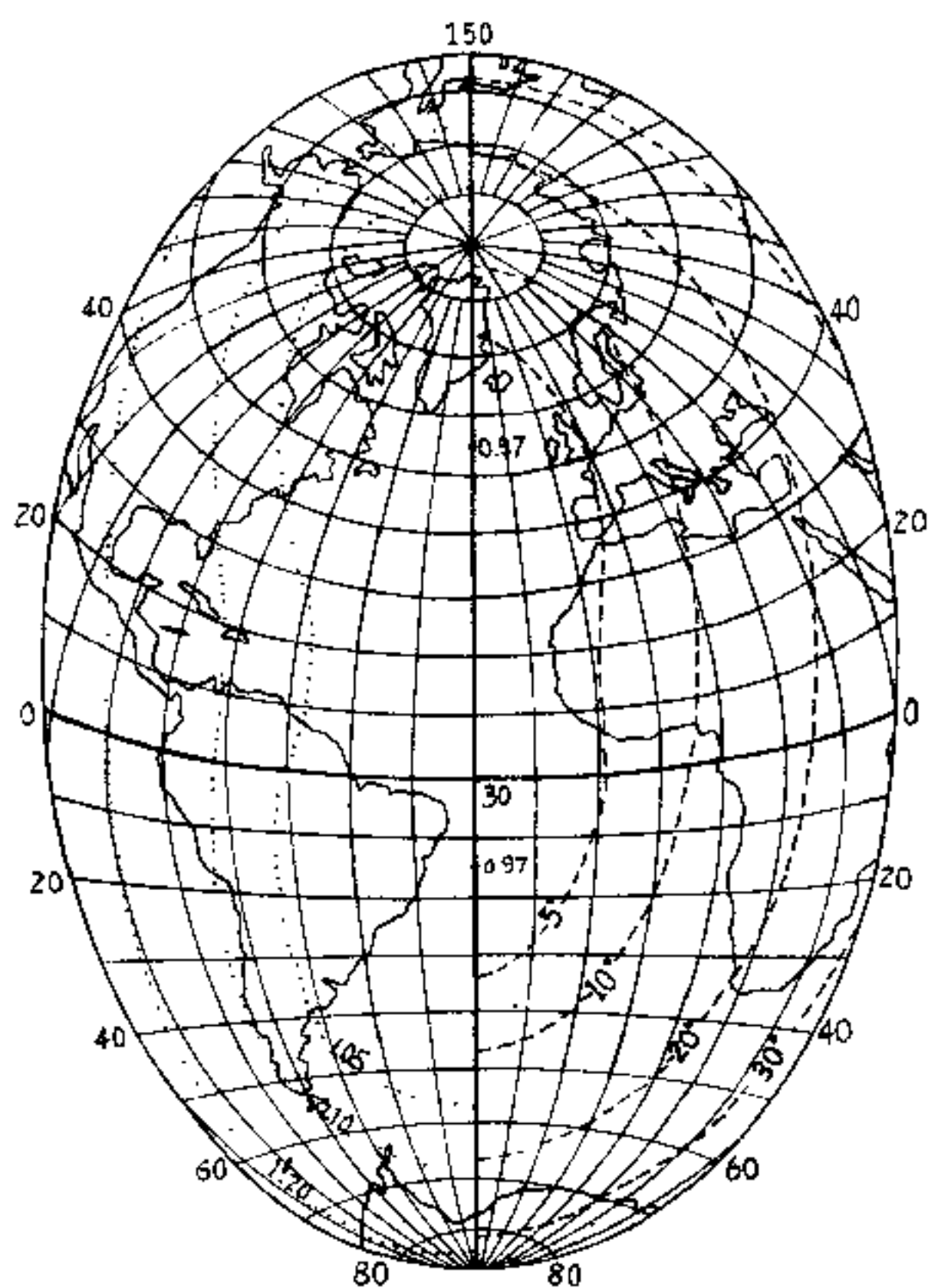




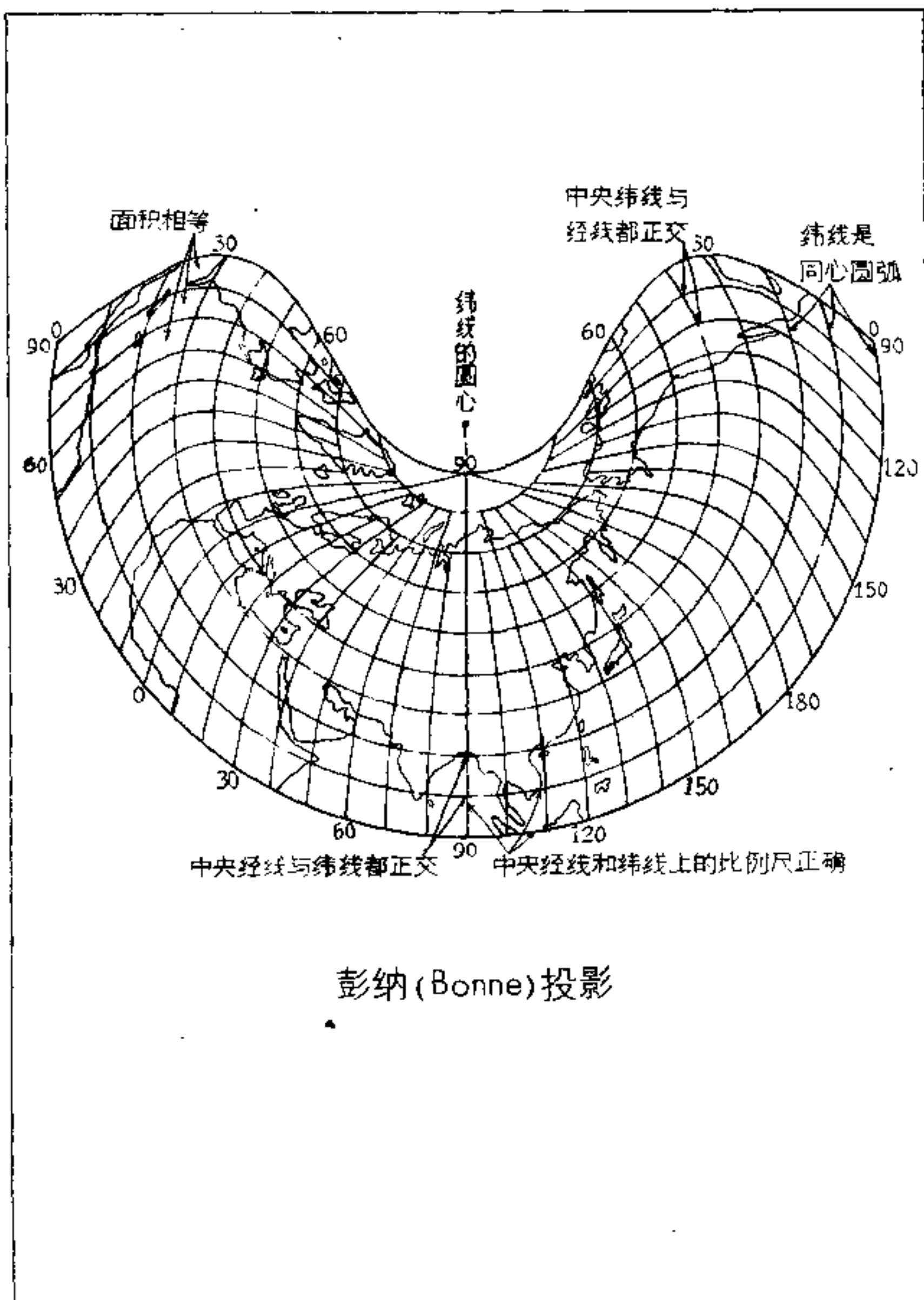
正轴等面积割圆锥投影

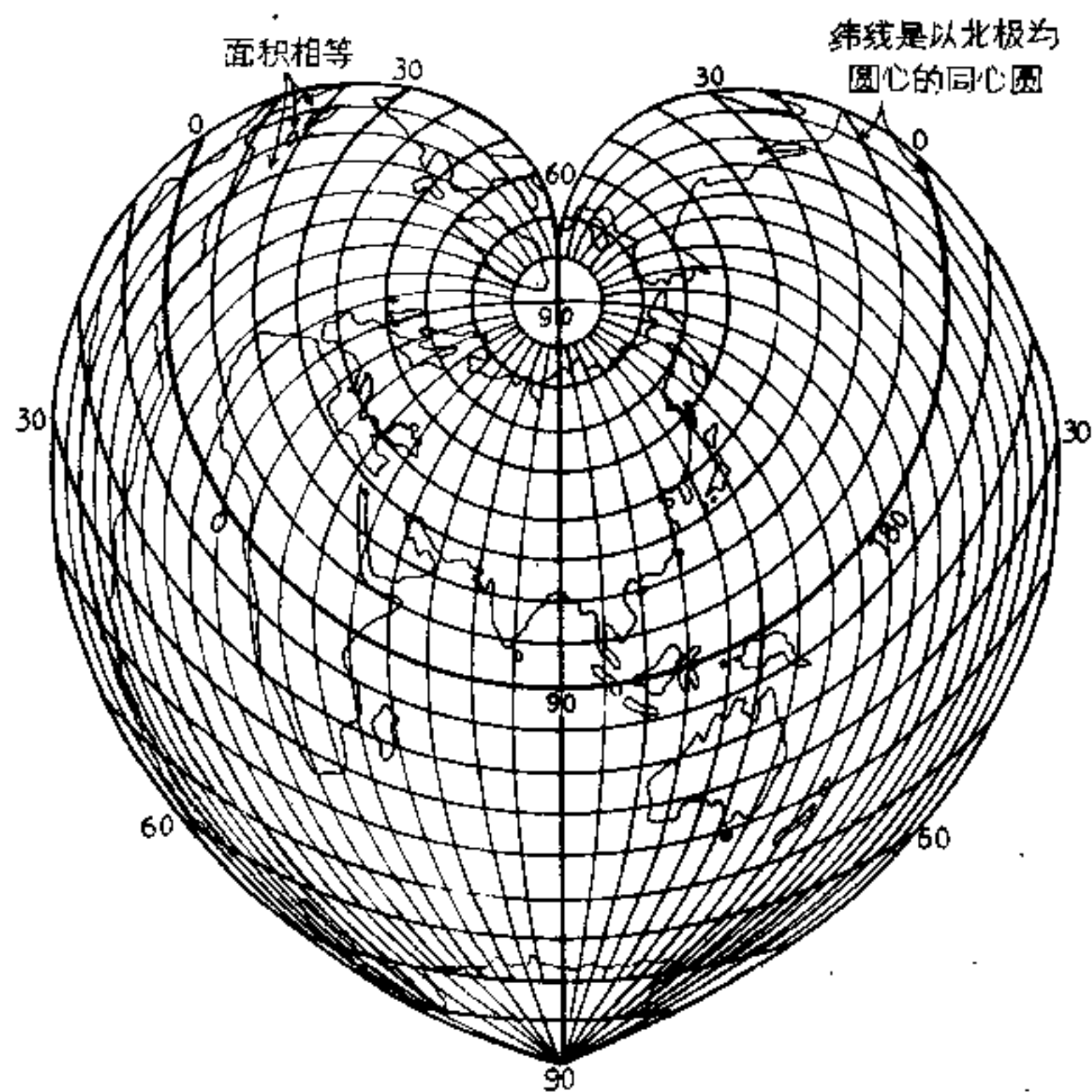


正轴伪方位投影

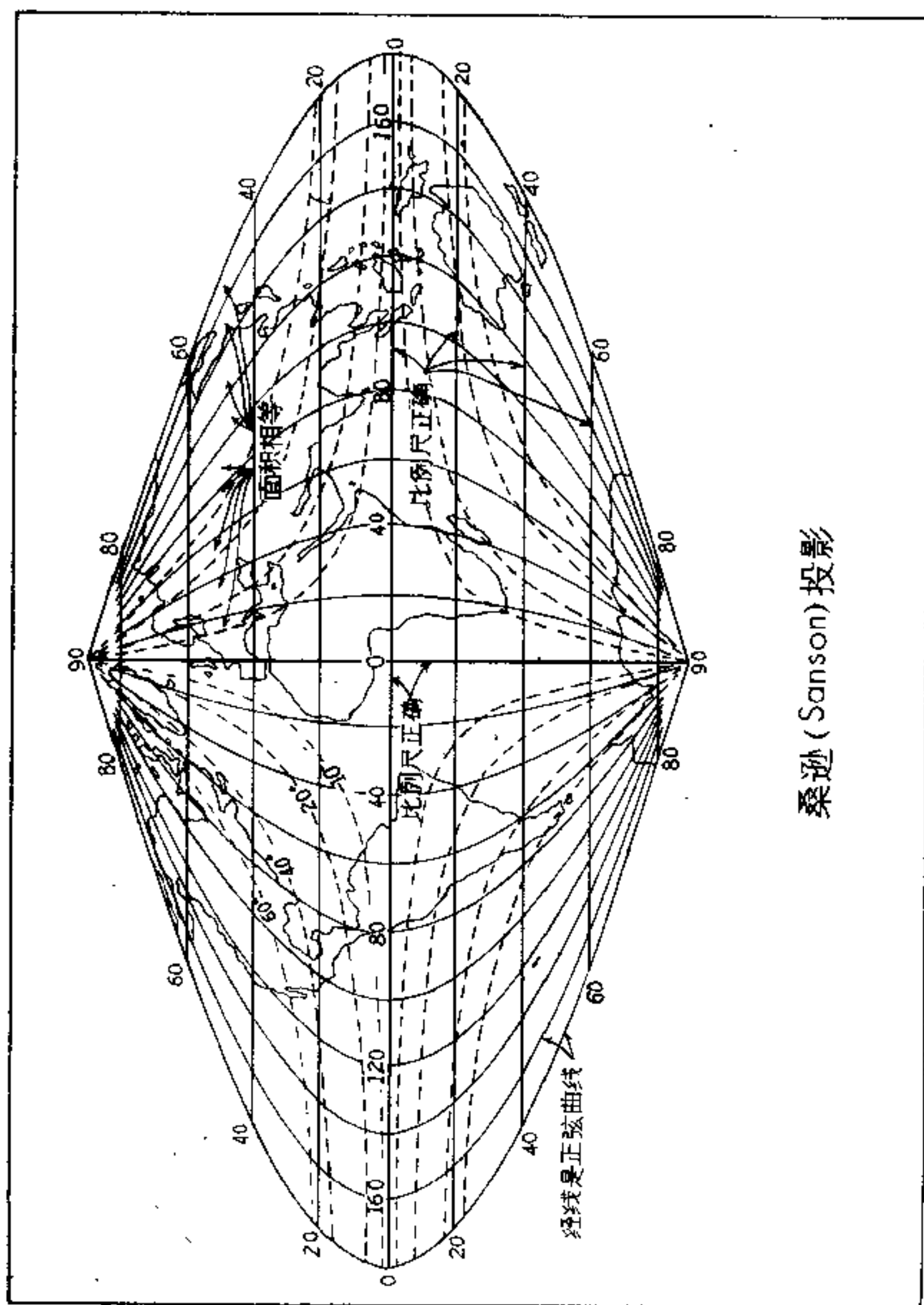


斜轴伪方位投影

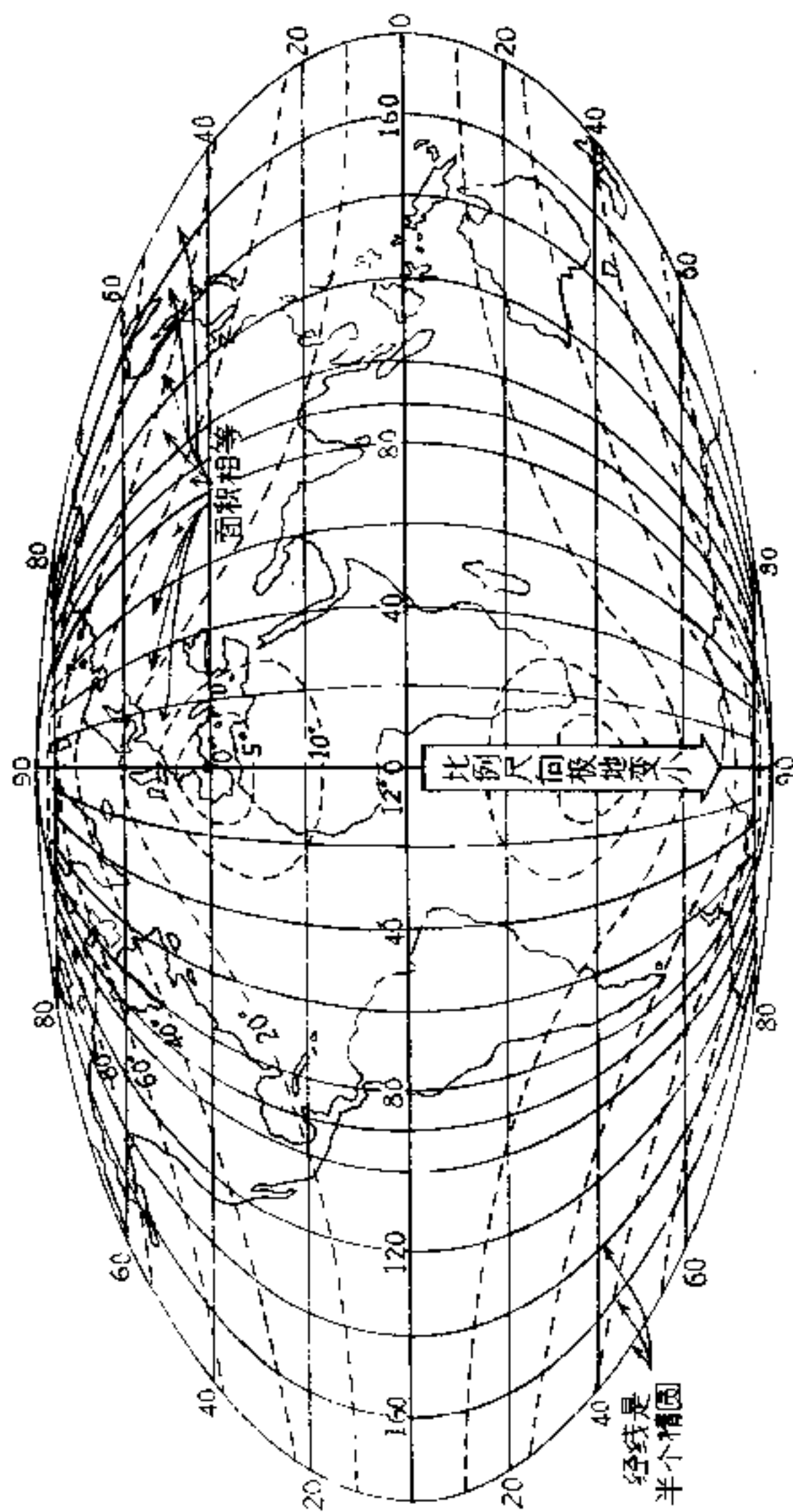




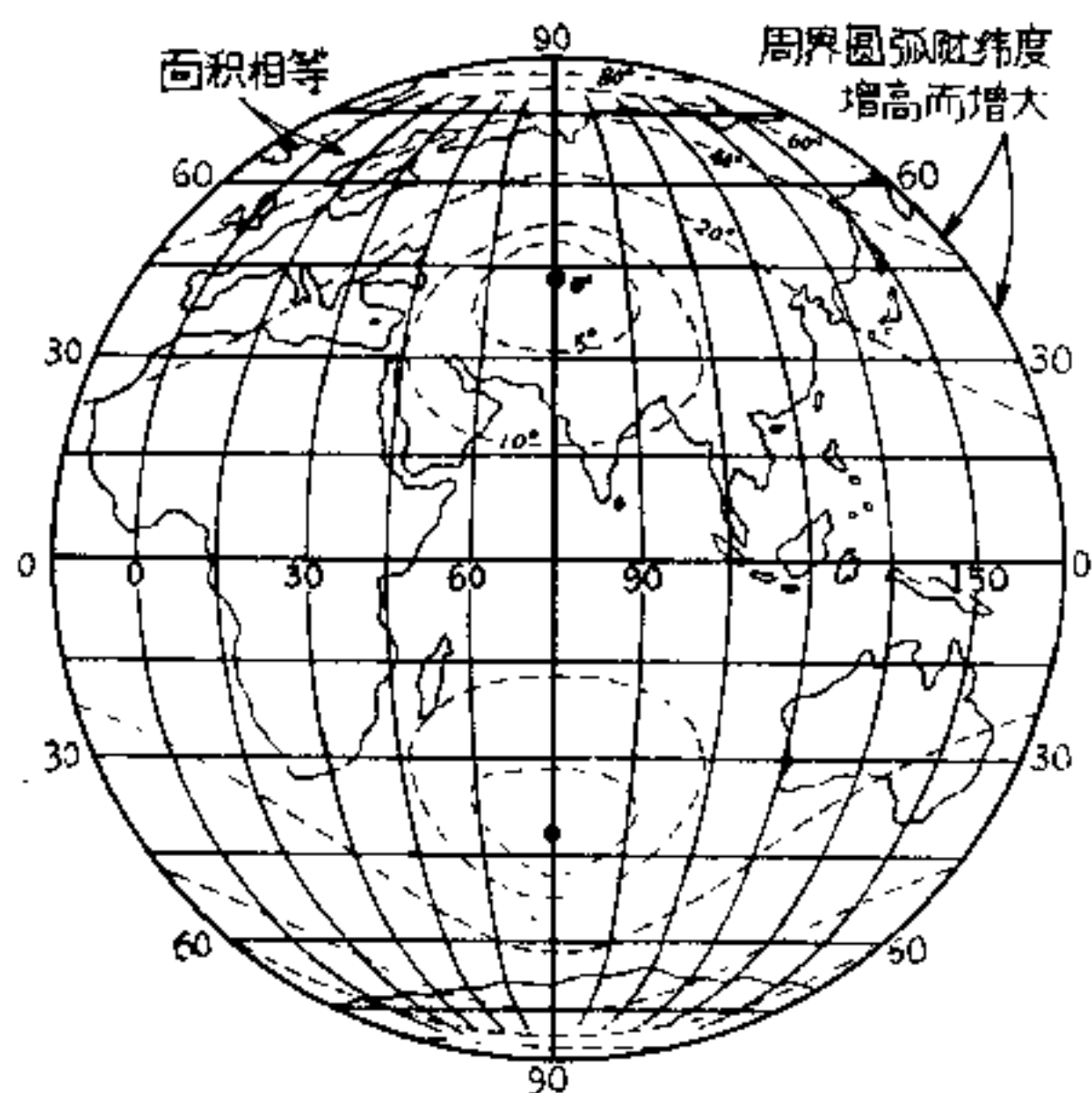
威纳 (Werner) 投影



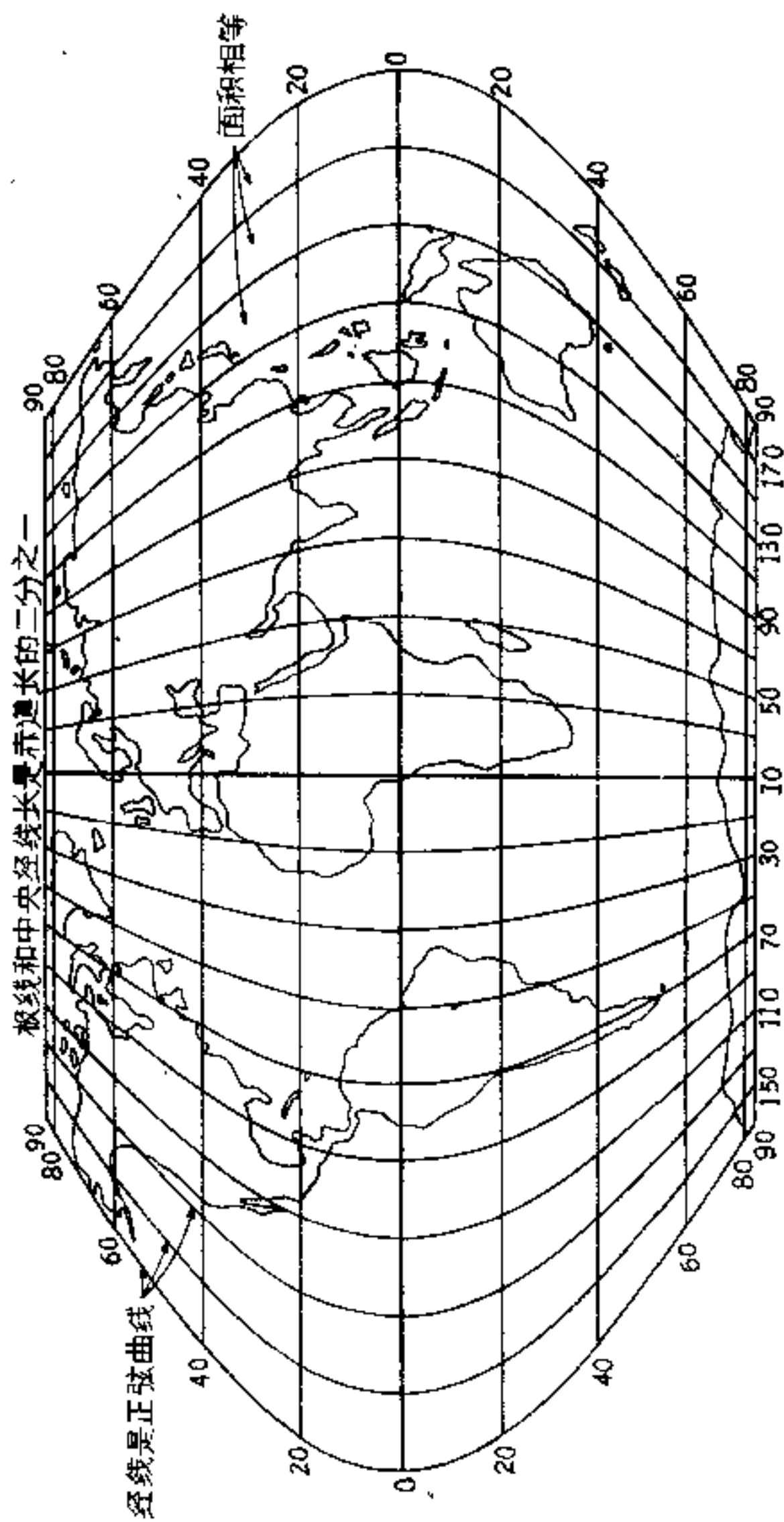
桑逊 (Sanson) 投影



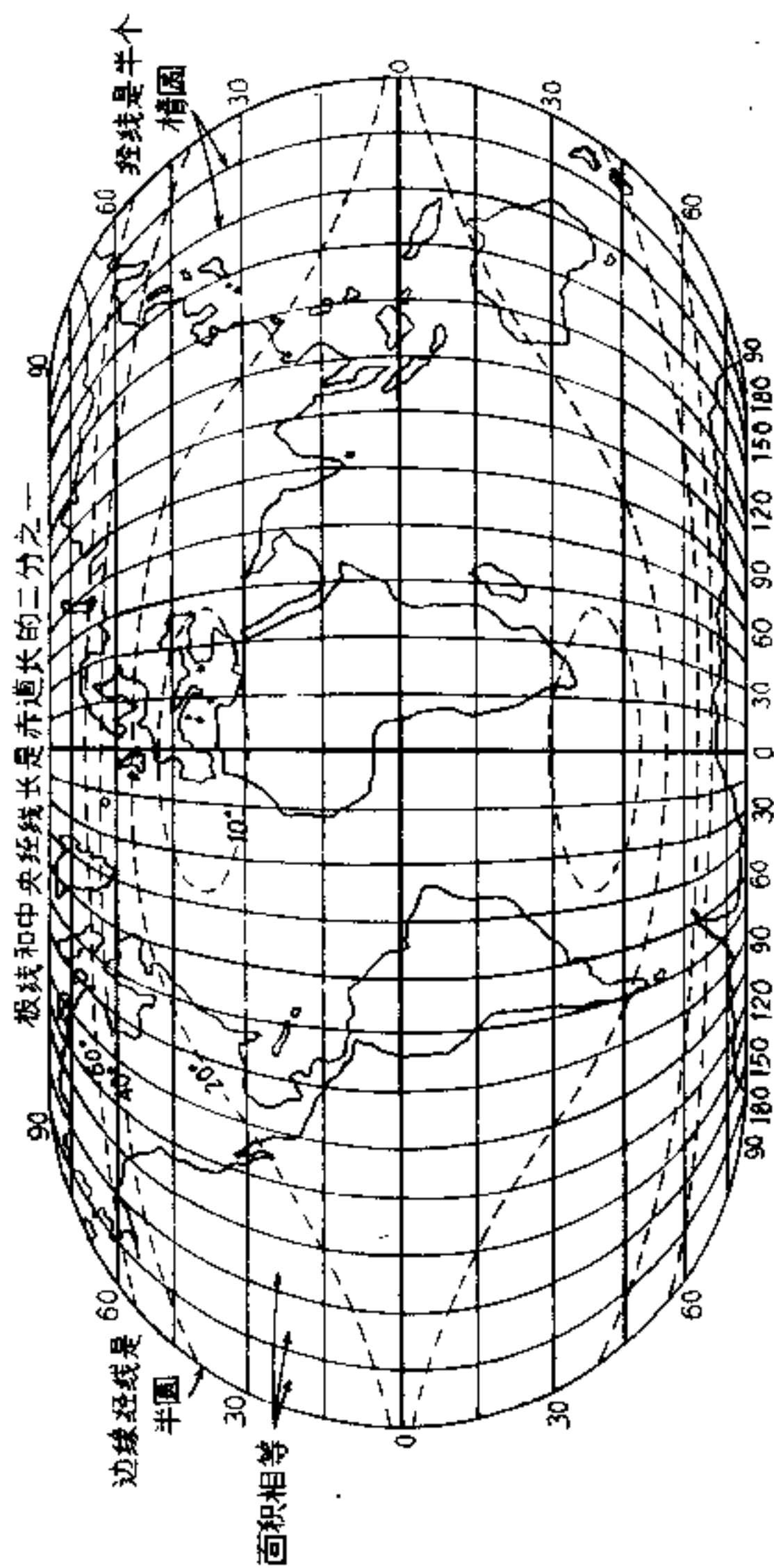
摩尔威特 (Mollweide) 投影



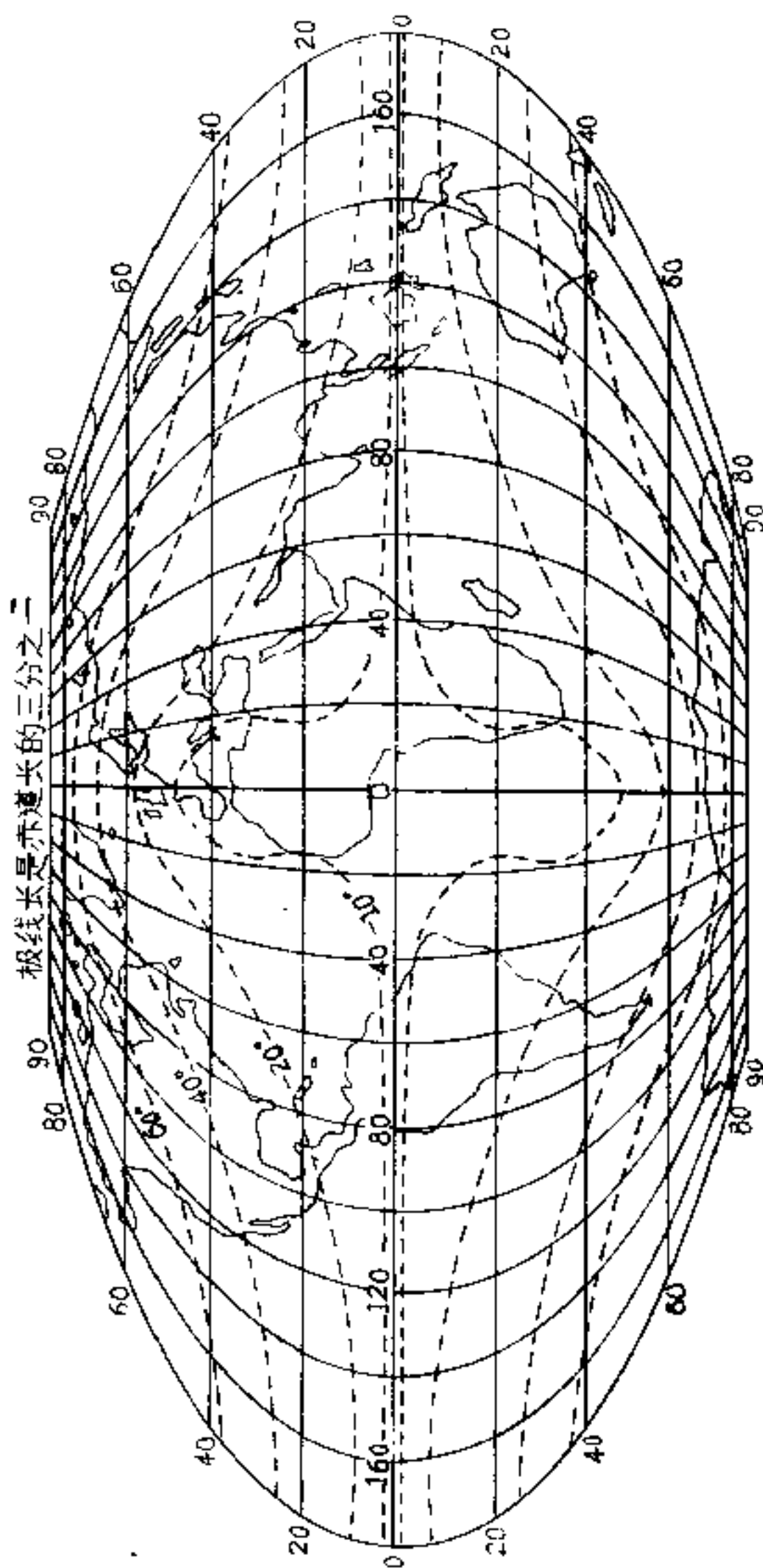
摩尔威特半球投影



爱凯特 (Eckert) 正弦投影

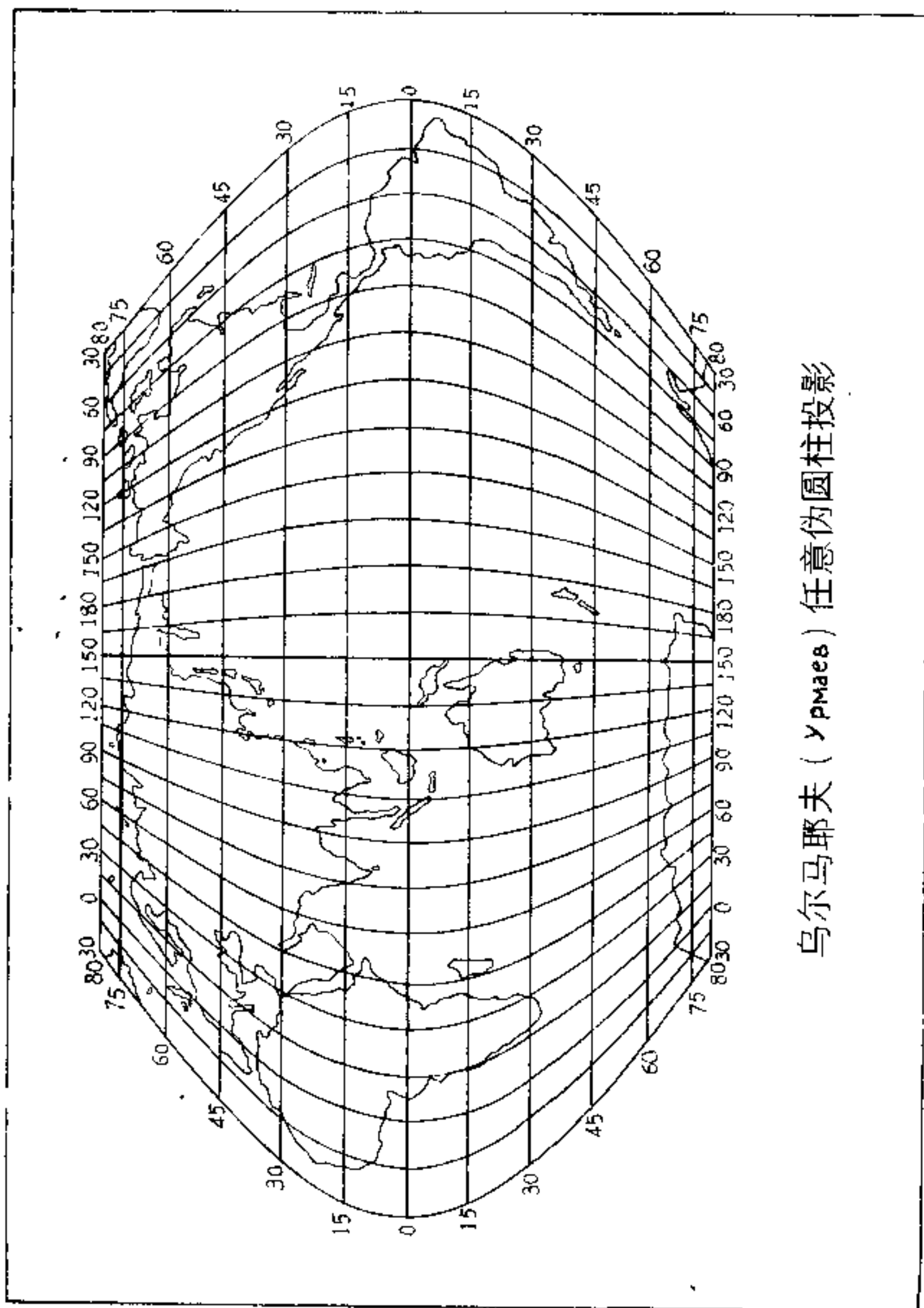


爱凯特椭圆投影

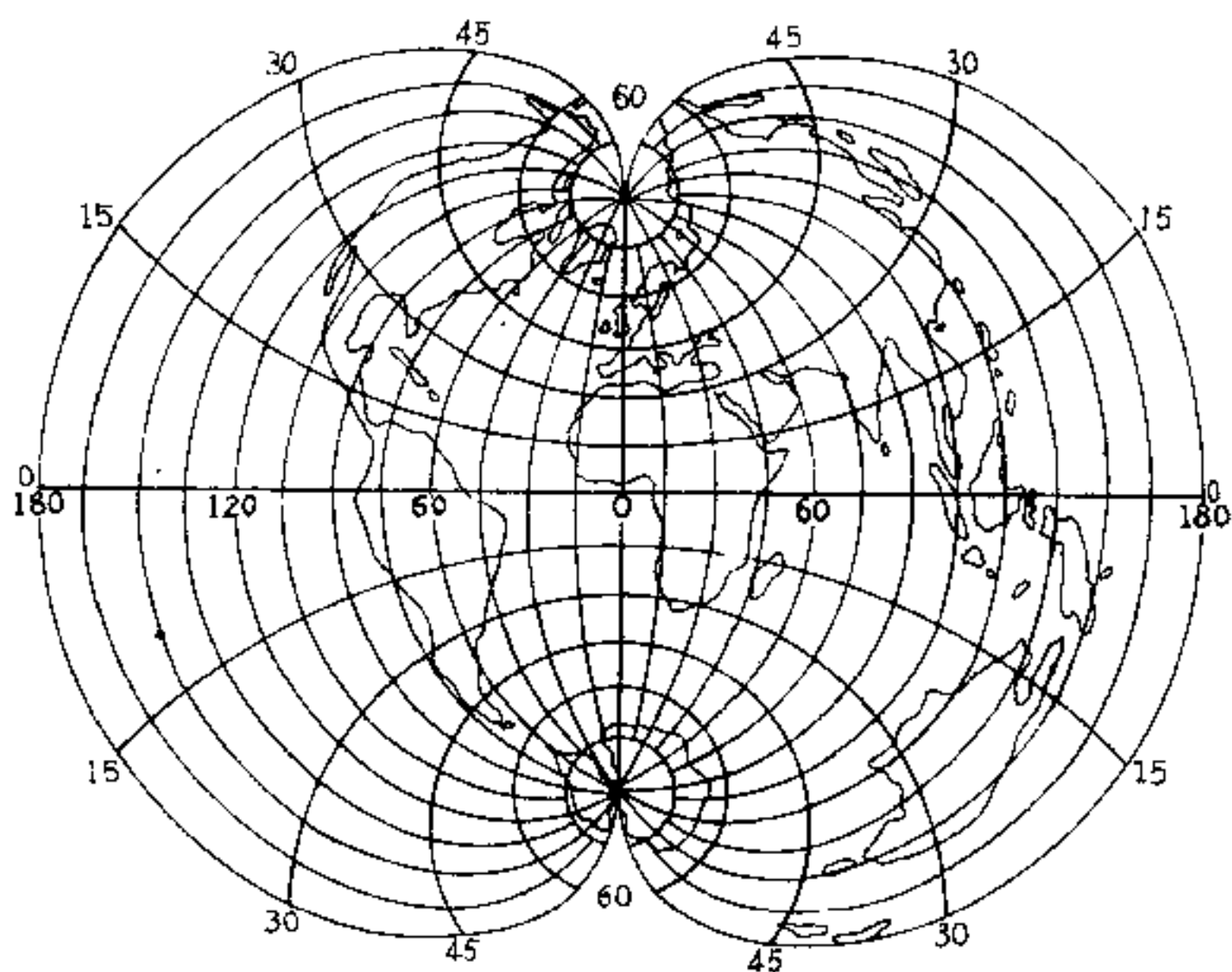


平极四次等面积投影

(Flat polar quartic equal-area projection)



乌尔马耶夫 (Урмаев) 任意伪圆柱投影



普通多圆锥投影

因高纬地区变形太大，常不予表示。

经纬线都是同轴圆弧，
圆心分别在赤道和中央经线上。

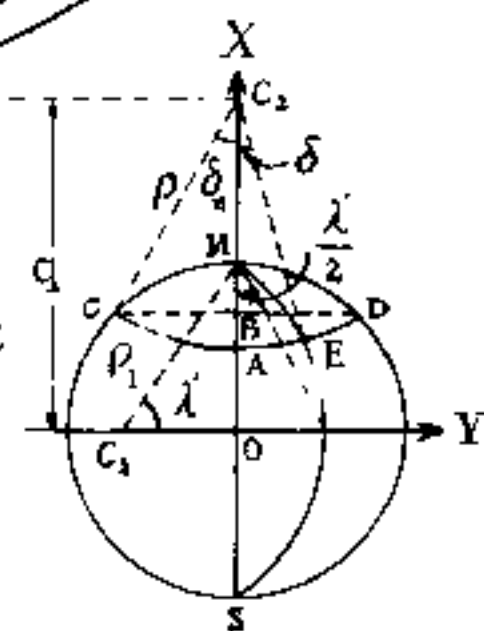
X
C₂

因高纬地区变形太大，常不予表示。

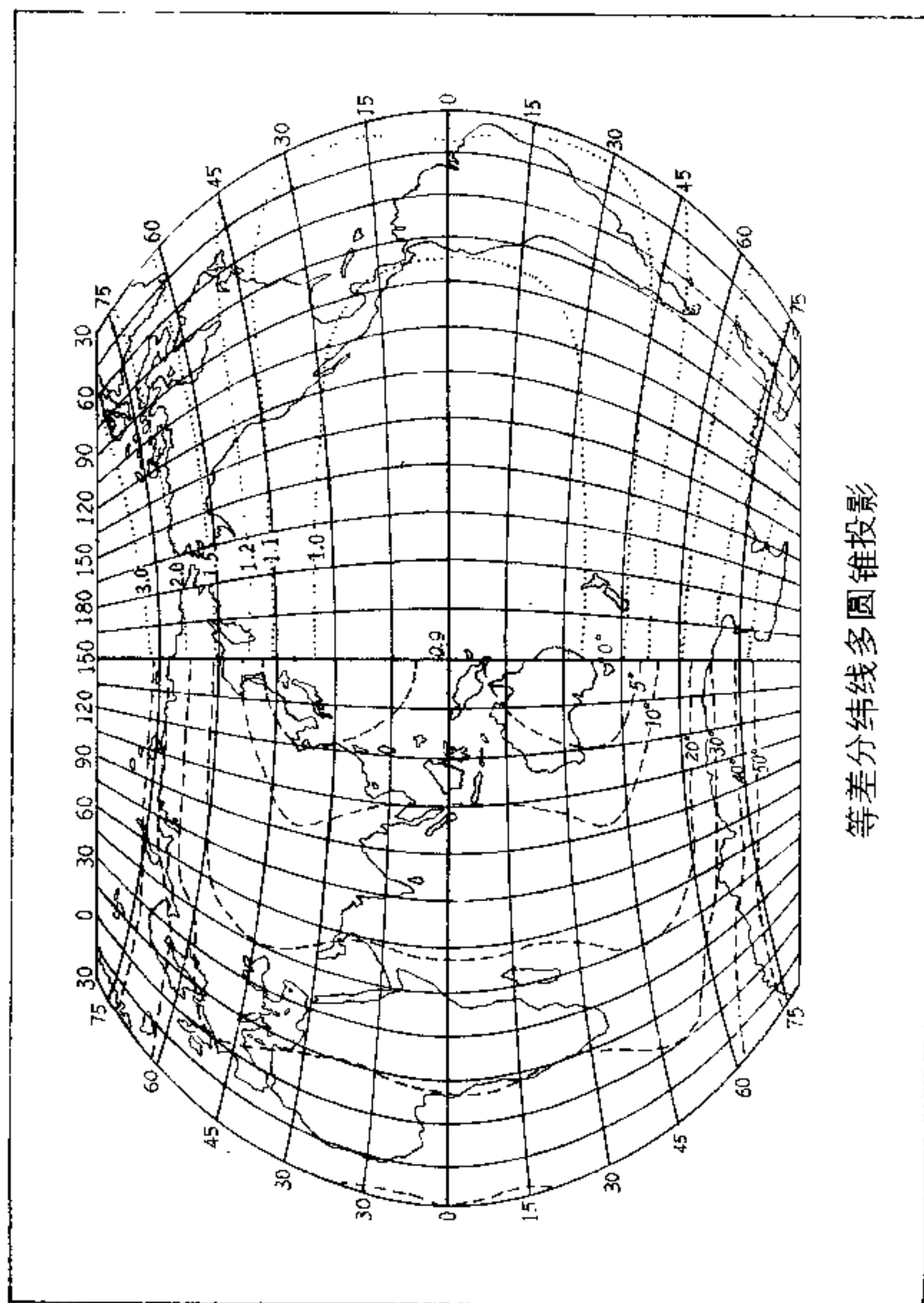
经纬线都是同轴圆弧，
圆心分别在赤道和中央经线上。

X
C₂

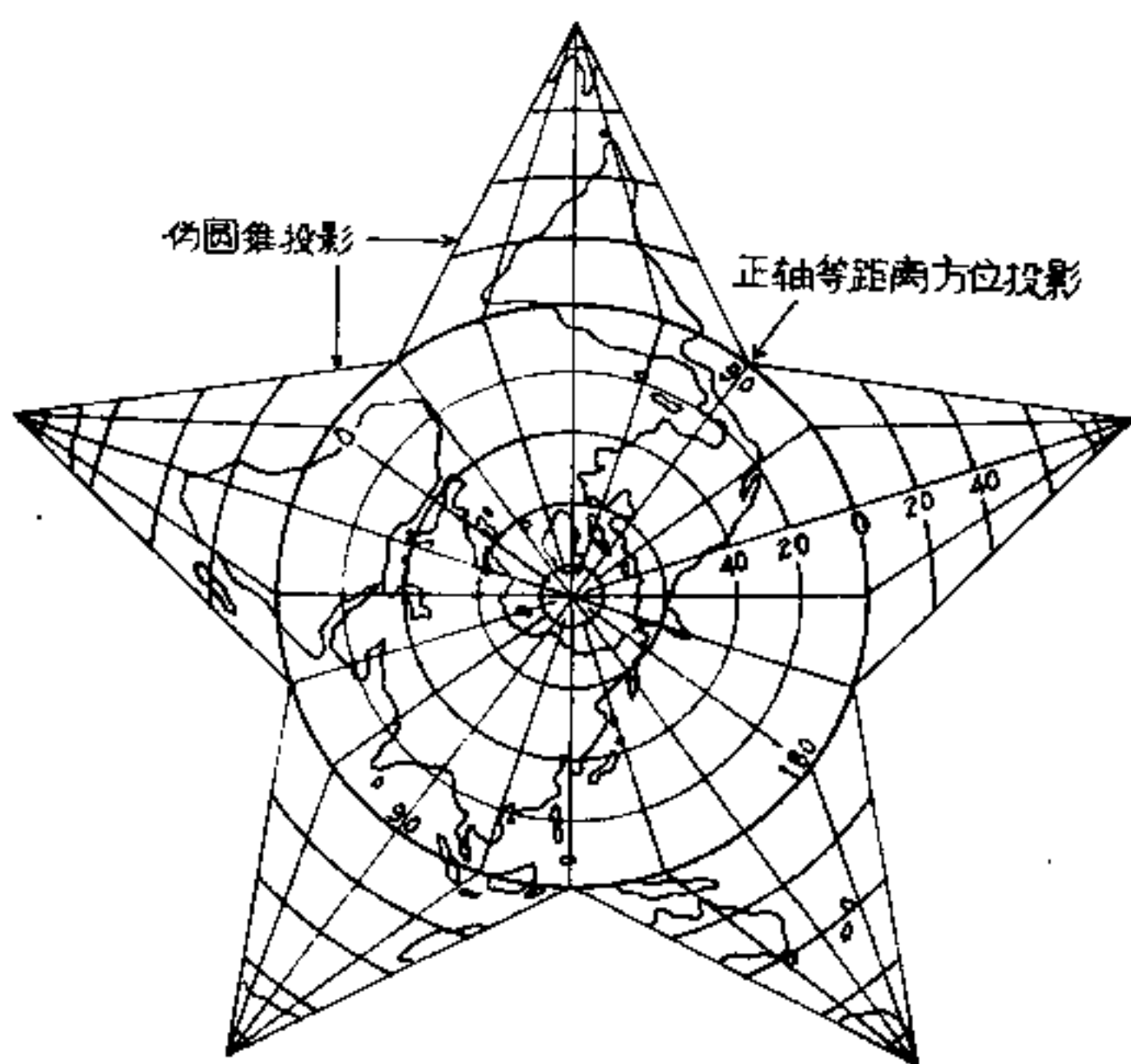
格灵顿 (Grinten) 投影



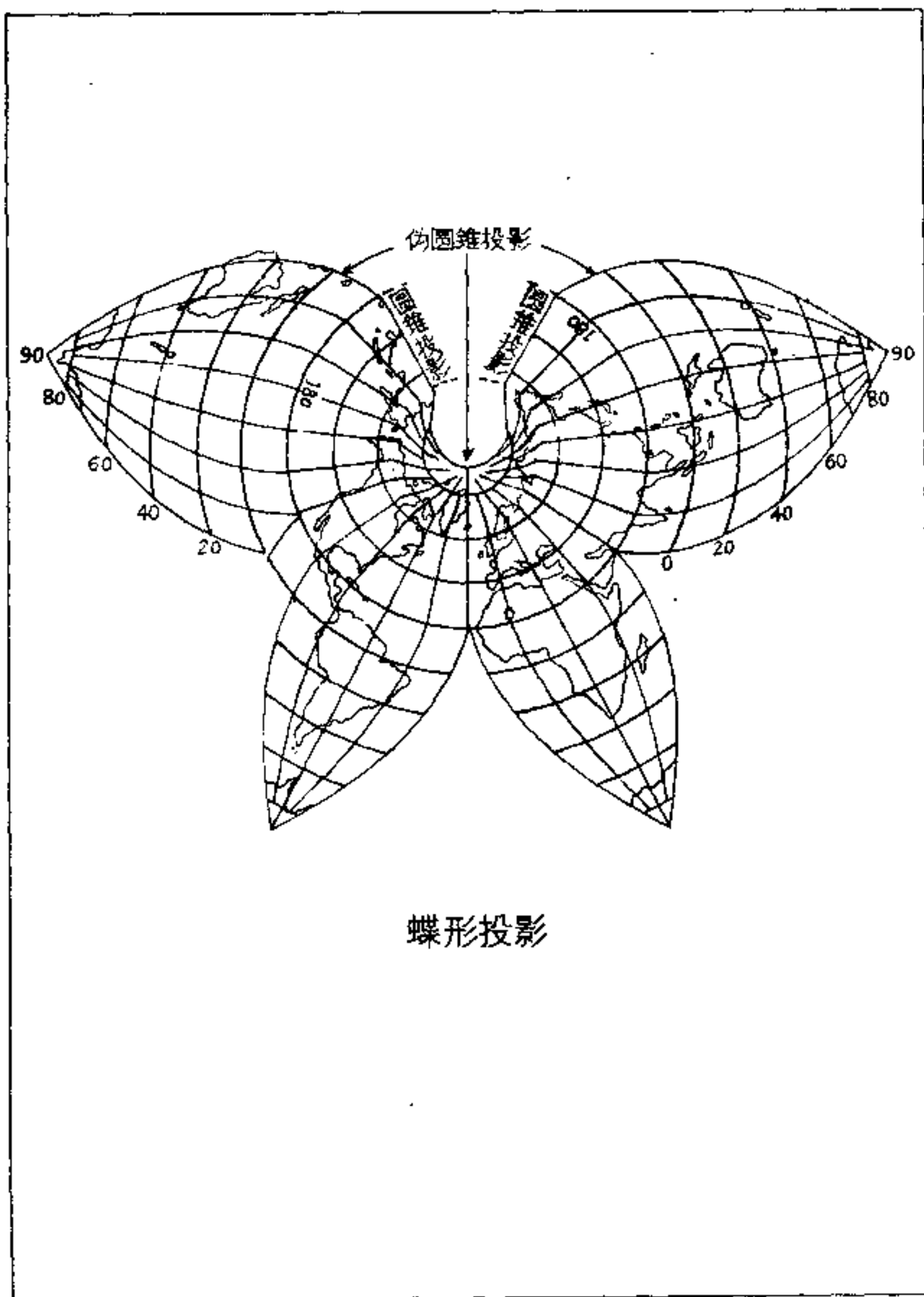
格灵顿投影示意图



等差分纬线多圆锥投影

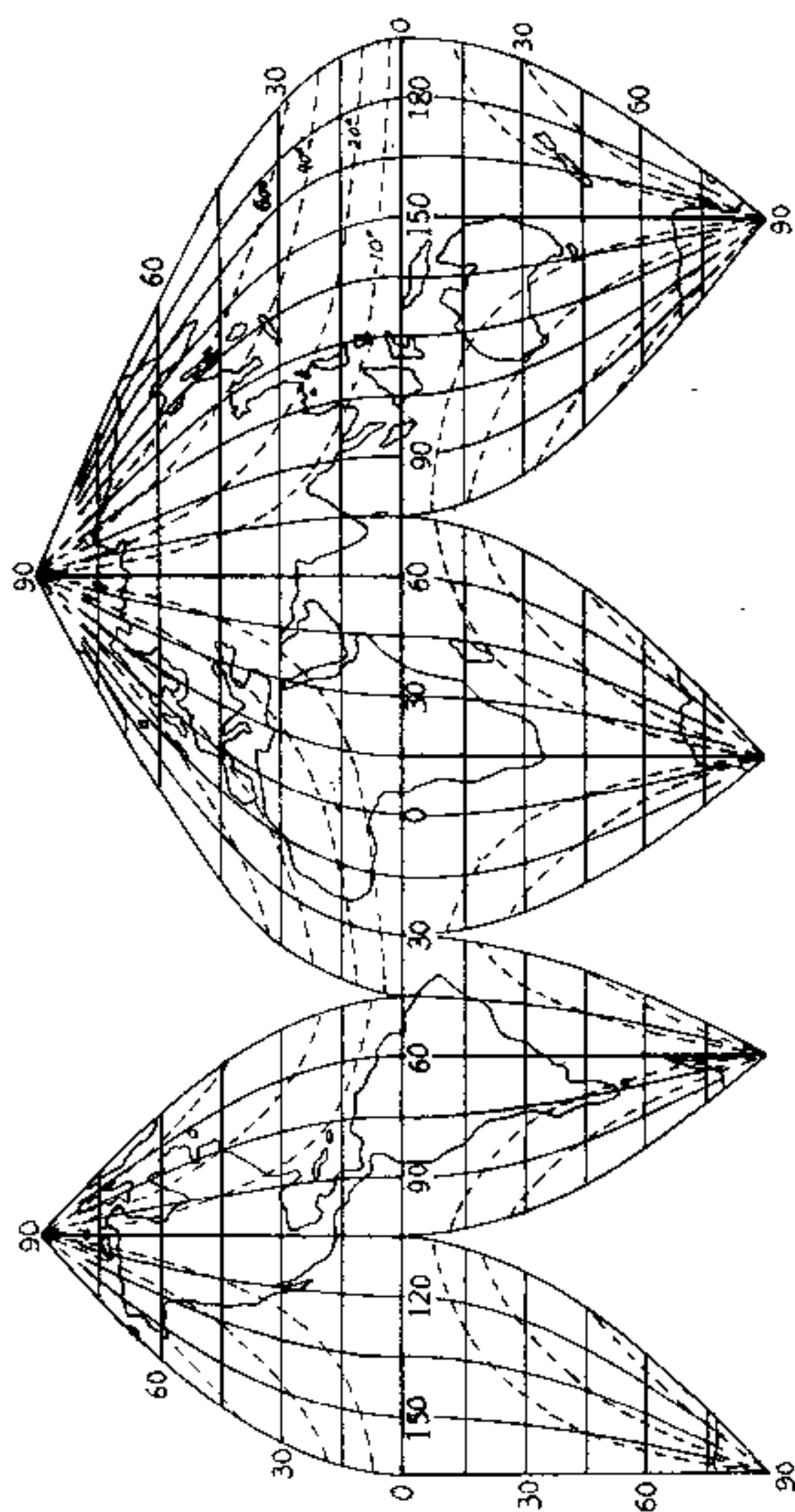


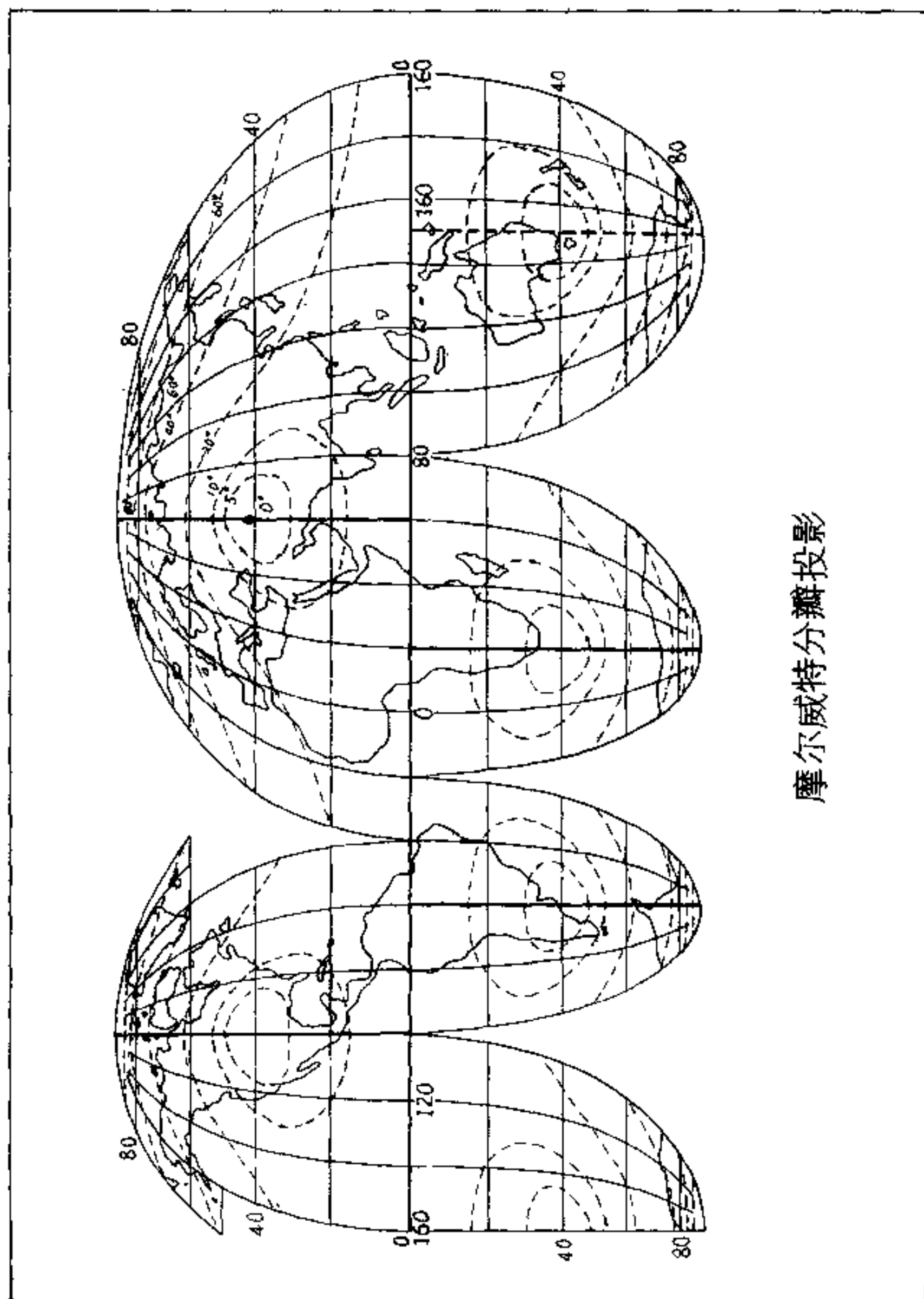
星形投影



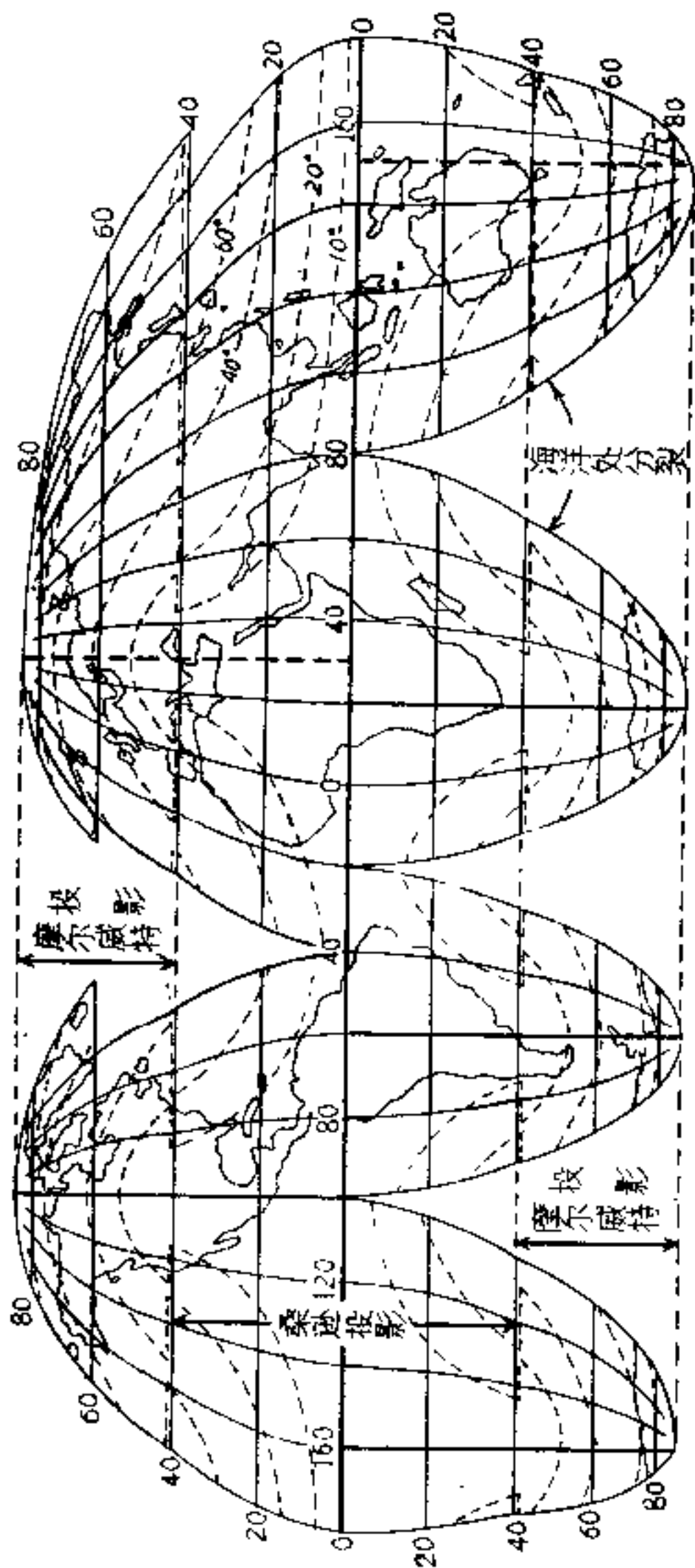
蝶形投影

桑逊分瓣投影

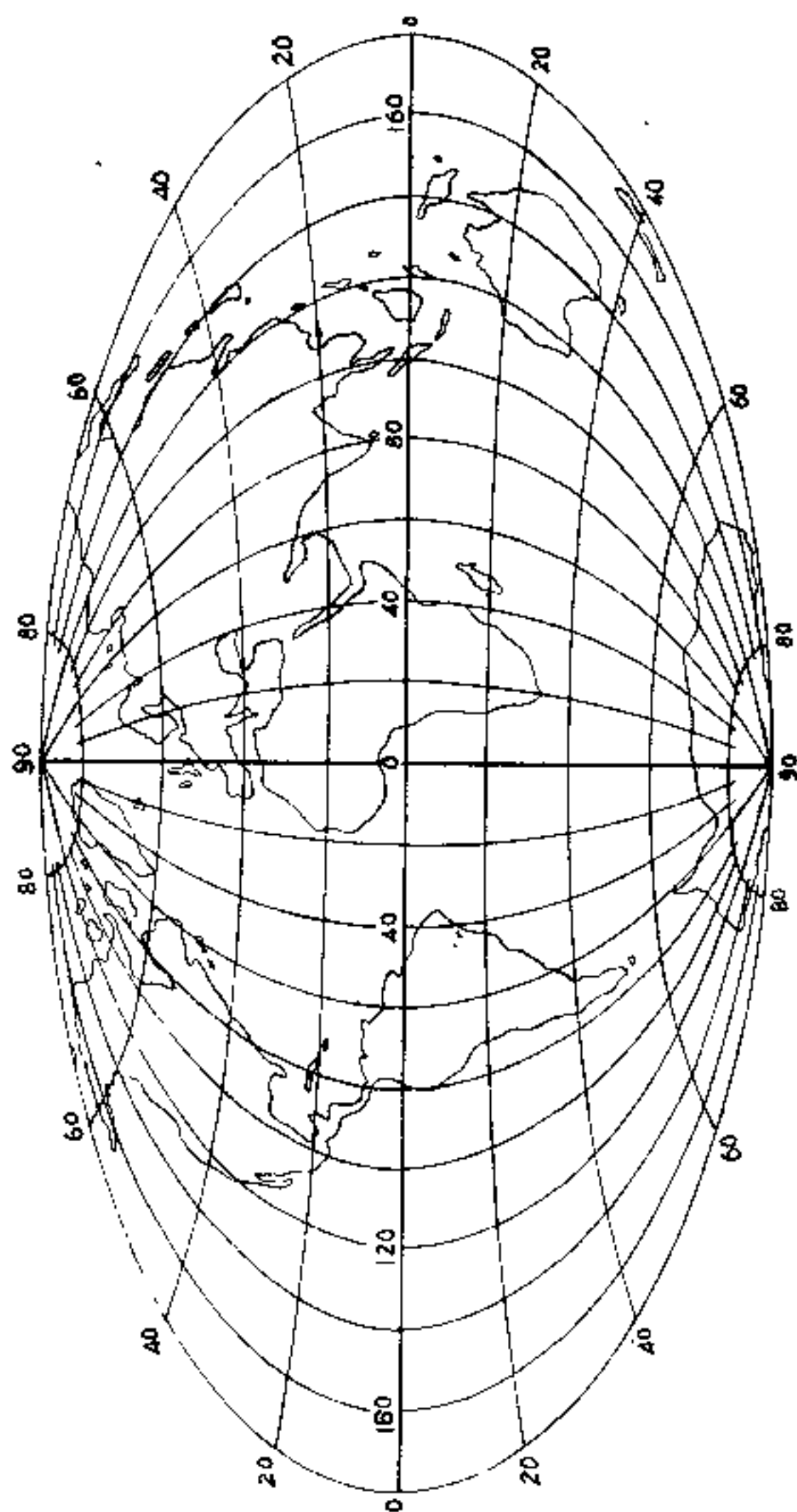




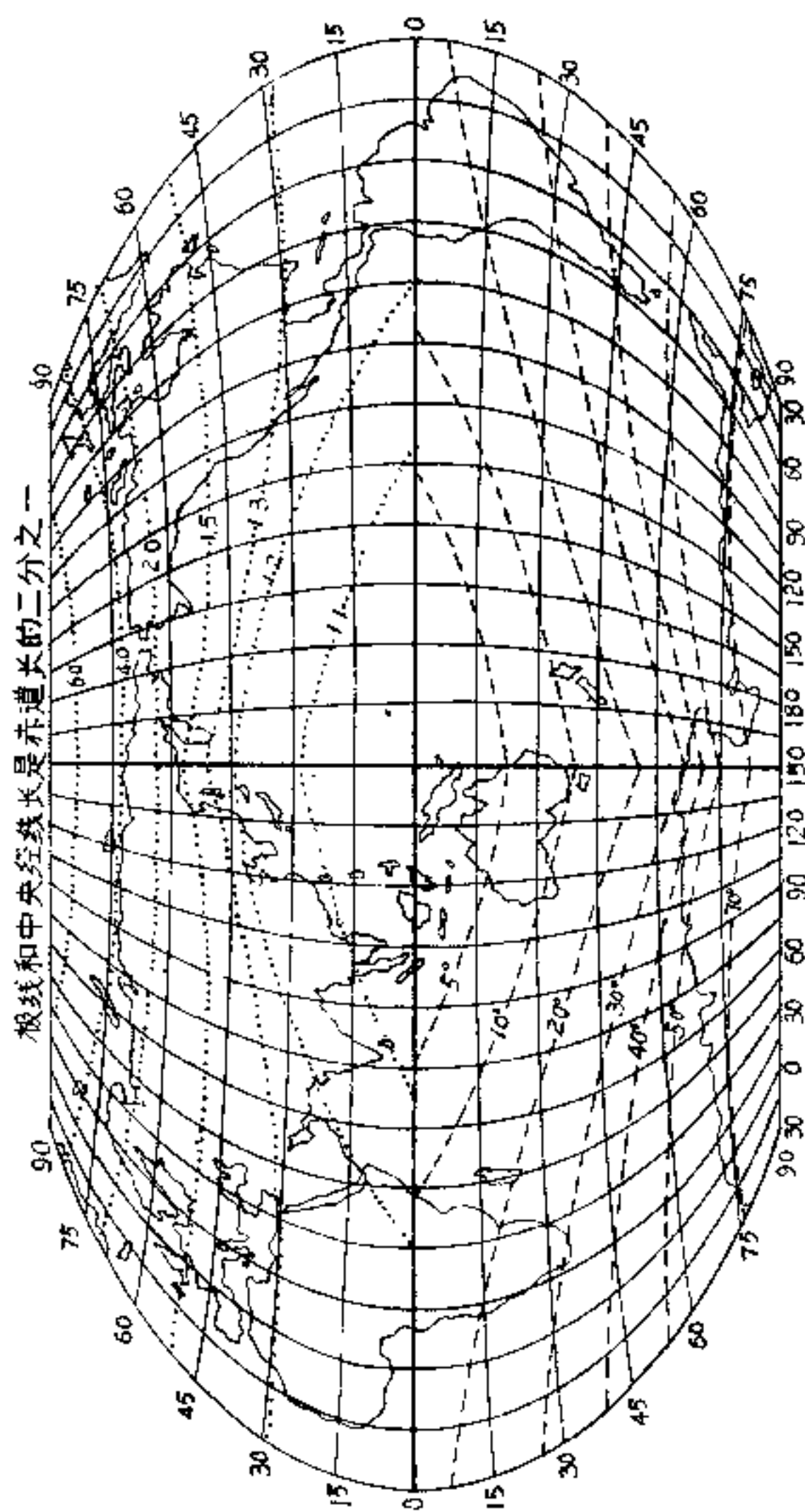
摩尔威特分瓣投影



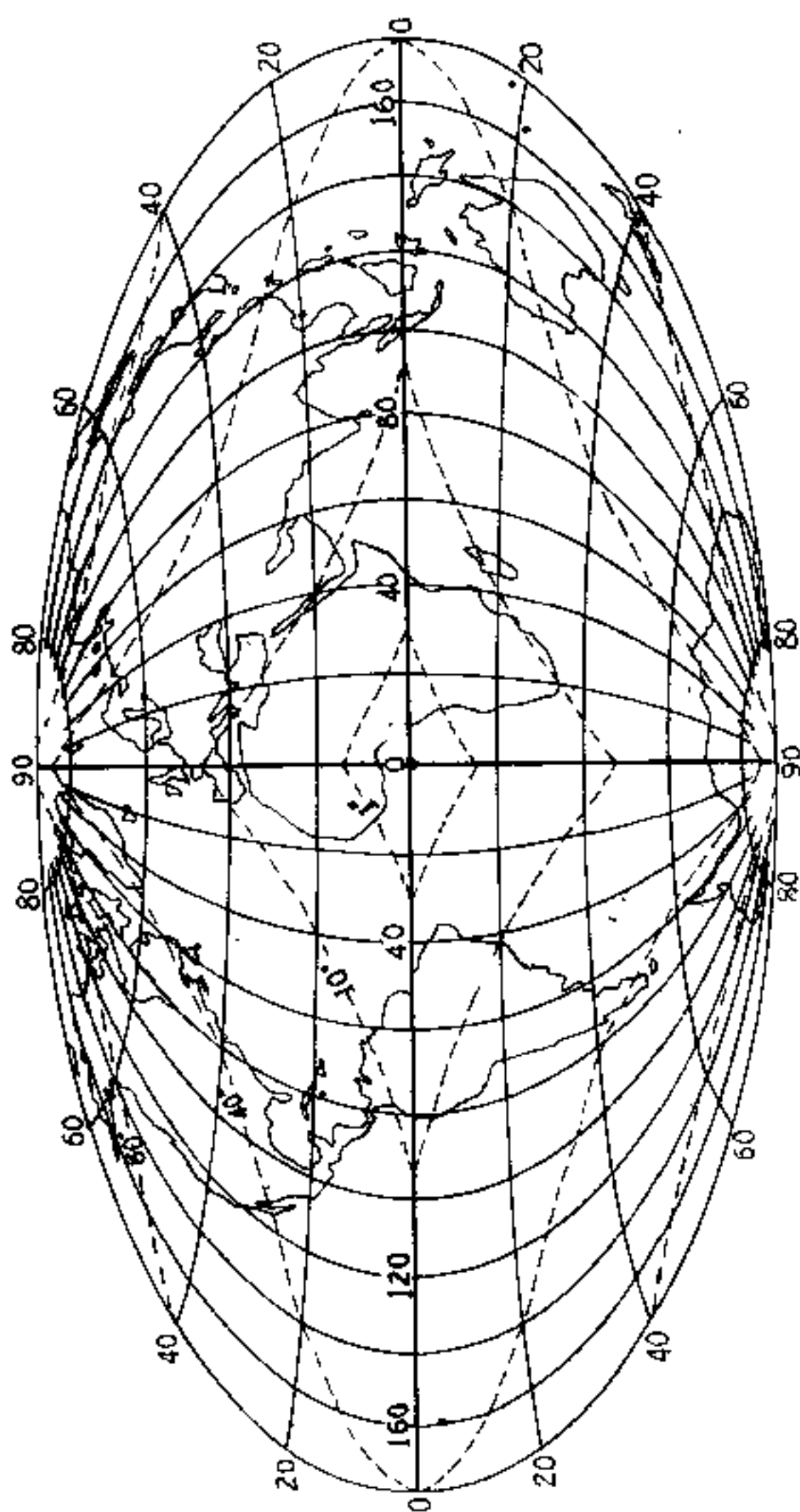
古德 (Goode) 投影



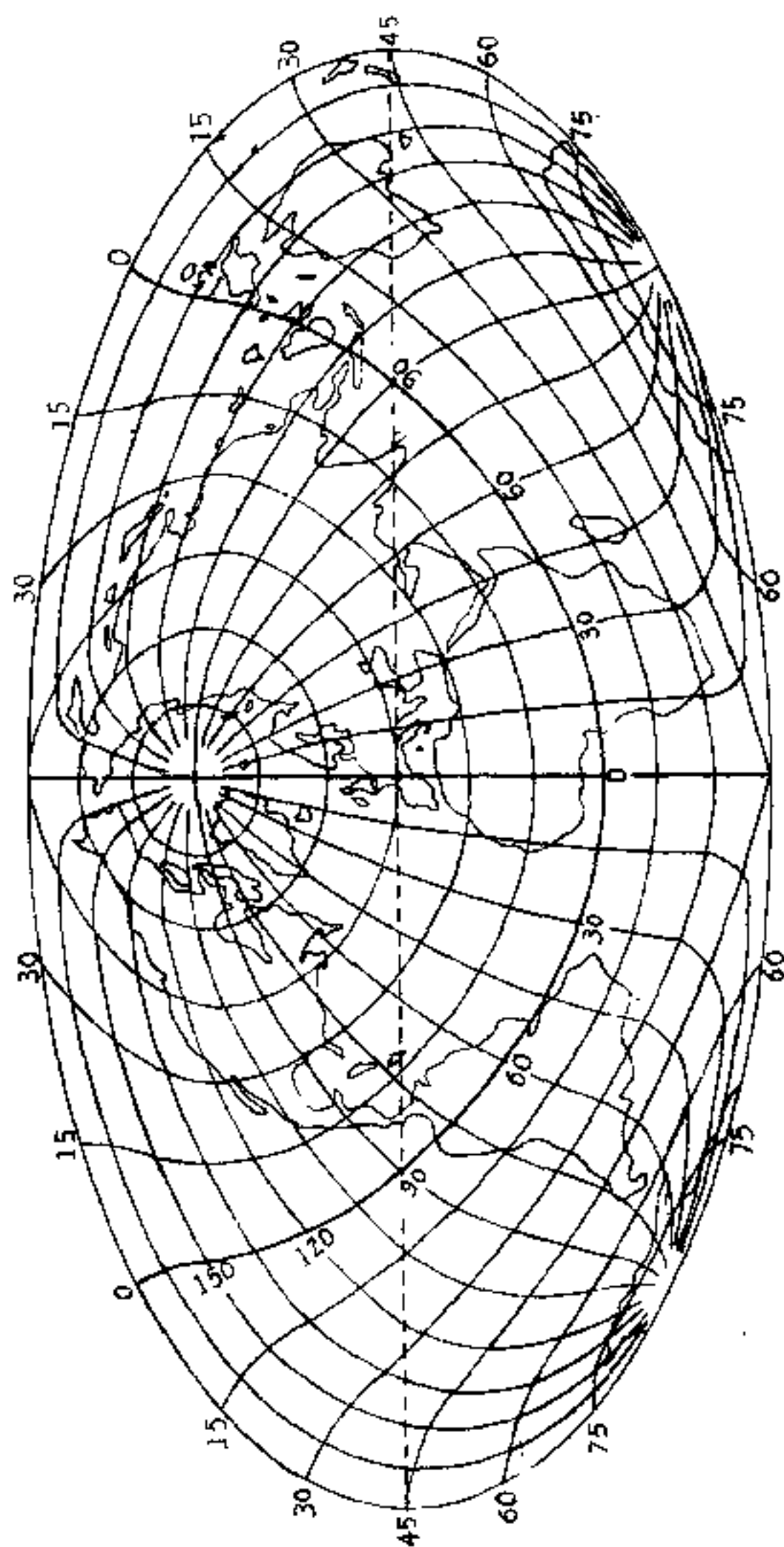
爱托夫 (Aitoff) 投影

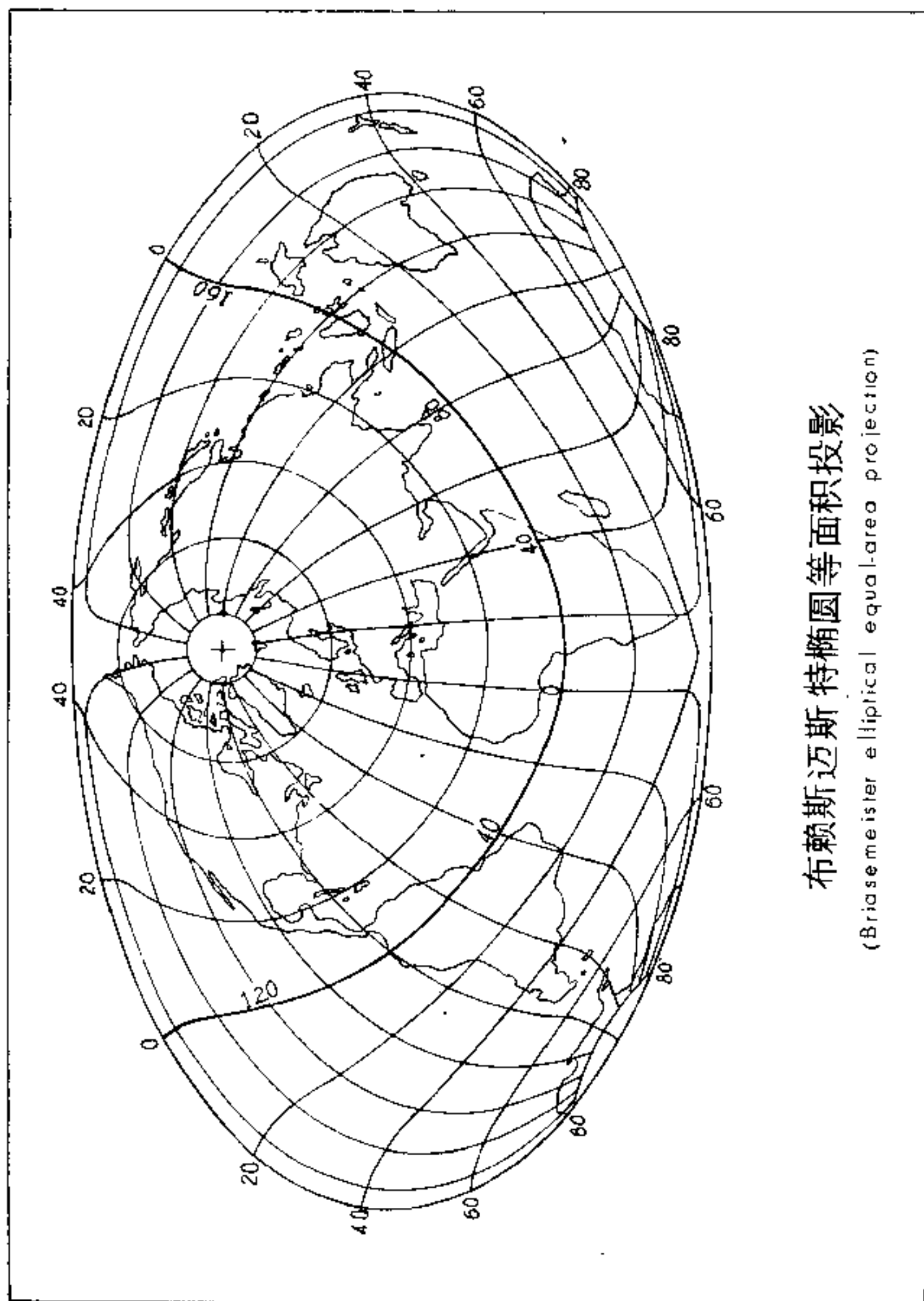


温克尔 (Winkel) 投影



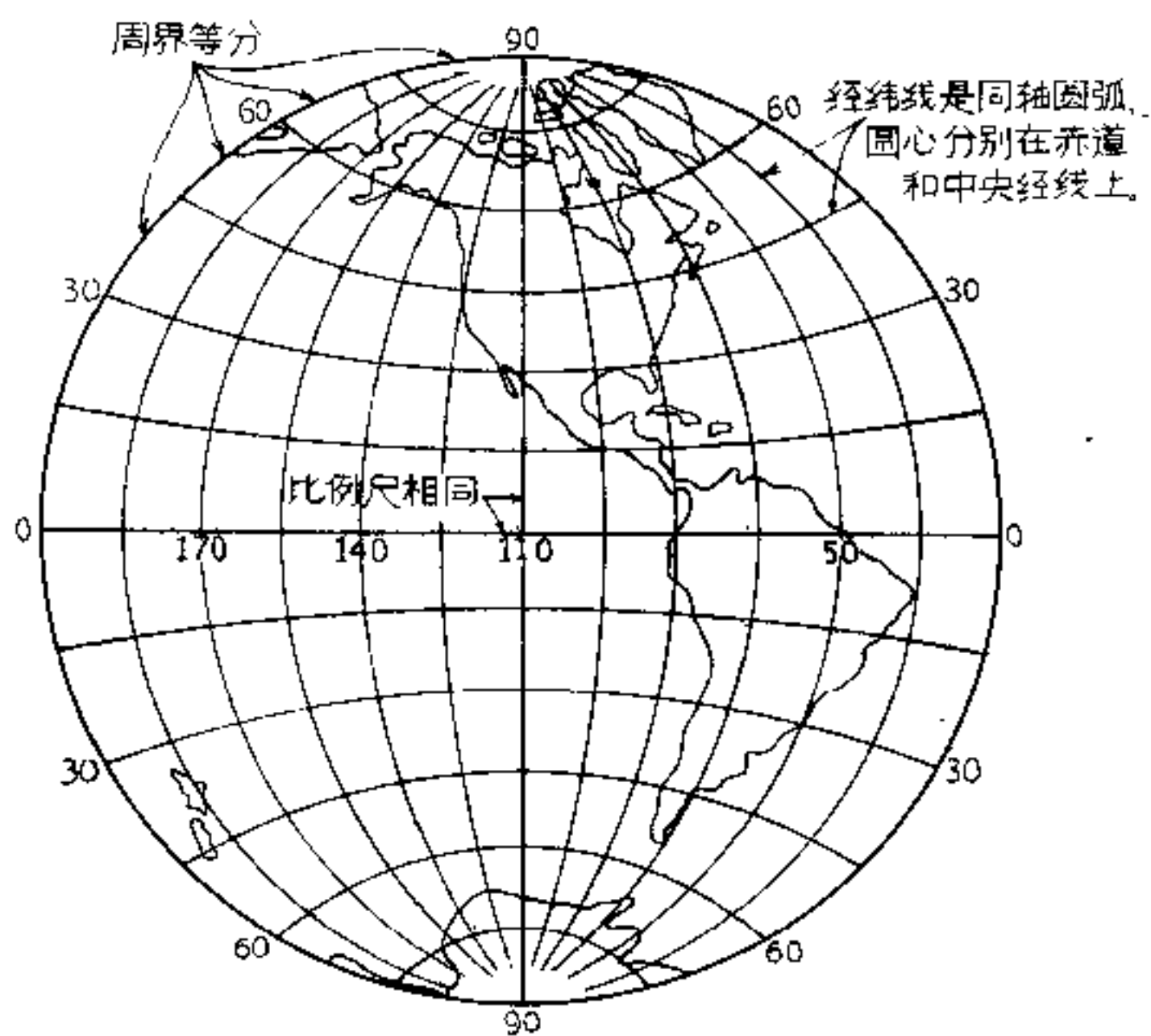
哈默—爱托夫 (Hammer-Aitoff) 投影



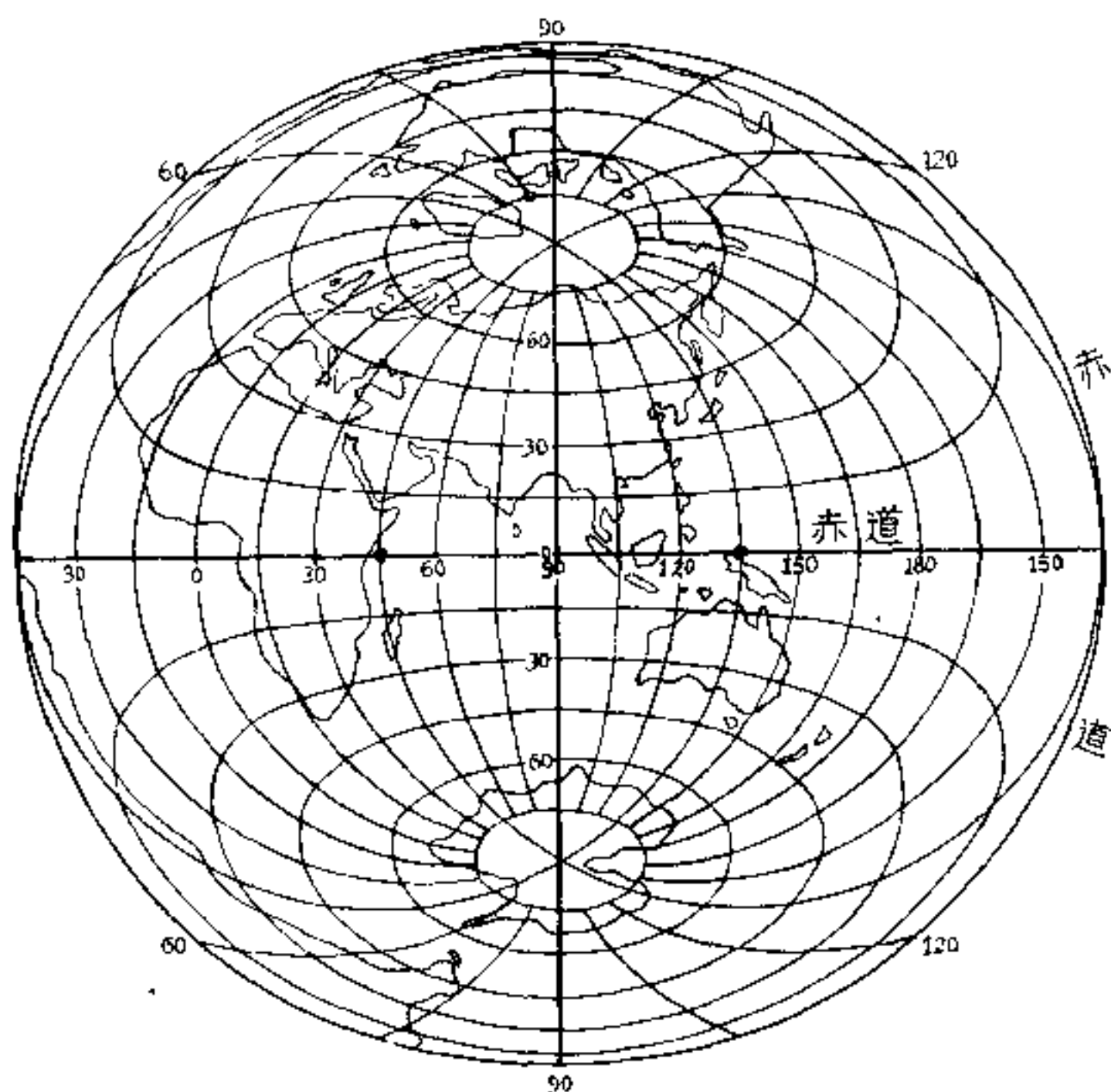


布赖斯迈斯特椭圆等面积投影

(Briasemeister elliptical equal-area projection)



圆球投影



双等距离投影

(在两点上, 向任意方向的比例尺都正确)

地图投影图集文字说明

一、经纬线和地理坐标

为确定地面点的位置，需建立一种坐标系。通常，这种坐标系是以地理极（北极和南极）为极，以经线和纬线为坐标线构成的，称为地理坐标系。现将与这种坐标系有关的地球椭球的各元素简介如下：

地心——地球椭球体的中心。

地轴——地球椭球体的自转轴。它是通过地心的。

极——地轴与地球椭球体表面的交点。位于北端的称北极，位于南端的称南极。北极和南极统称为地理极。

经圈（或称子午圈）——通过地轴的平面与地球椭球体面的交线。它们都是大小相等的椭圆，所以，也称为子午椭圆。椭圆的长半径就是地球椭球体的长半径，椭圆的短半径就是地球椭球体的短半径。经圈被南、北极所平分，称为经线。经线指示南北方向。

纬圈（或称纬线、平行圈）——垂直于地轴的平面与地球椭球体面的交线，它们是大小不等的圆。通过地心并与地轴垂直的平面与地球椭球体面的交线是最大的纬线圈，称为赤道。赤道的半径等于地球椭球体的长半径。

经度——过英国格林威治（Greenwich）天文台原址的子午面与过某点的子午面的两面角，称为该点的经度。在地图投影学中常以 λ 表示。过格林威治天文台原址的经线就是经度的起算线，称为起始经线，或本初子午线，首子午线。起

始经线的经度为 0° 。向东 0° — 180° 的经度称为东经，以正号表示。向西 0° — 180° 的经度称为西经，以负号表示。

纬度——过地球椭球体表面上某点的法线（与地球椭球体表面垂直的线）与赤道平面的交角，称为该点的纬度，在地图投影学中以 φ 表示。赤道的纬度为 0° 。由赤道向南、北至极点各分成 90° 。赤道以北的纬度称北纬，以正号表示，赤道以南的纬度称南纬，以负号表示。

经差——地球椭球面上两点经度之差。

纬差——地球椭球面上两点纬度之差。

地球表面上任一点的位置，即可由该点的纬度和经度来确定，纬度和经度各称为地理坐标。

二、地球仪沿经线分裂后在极地四周展开

将地球仪表面按一定的经差沿经线切开，然后在北极四周展开在平面上，地球仪就会分裂成若干瓣条，形如切开的西瓜皮。这些瓣条只有在北极这一点上相连接。离北极点越远，瓣条裂开得越大。本图表示的是地球仪按经差 15° 分切展开时的情形。

三、地球仪沿经线分裂后在赤道上展开

上图：表示将地球仪表面，每隔经度 15° 沿经线切开，然后在纬度 $\pm 45^{\circ}$ 处连接，展开在平面上的情形。这样，在南北纬 45° — 90° 的地方裂开，在南北纬 45° 之间就发生重叠。

下图：表示将地球仪表面在纬度 0° — 90° 间，每隔经度 15° 沿经线切开，然后沿赤道展开在平面上的情形。这样展

开后，地球仪表面分裂成12个瓣条。这些瓣条只在赤道处相连接。

四、地球仪沿纬线分裂后 在中央经线两侧展开

如果将地球仪在某一经线（中央经线）的两侧，每隔一定的纬差沿纬线切开，然后在中央经线两侧展开成平面。这时，地球仪就分裂成若干条纬度带和两个球冠（两极附近）。

本图表示地球仪沿南北纬 15° 、 45° 、 75° 纬线切开。在 0° 经线两侧展开的情形。纬度 75° 以上的极地部分就是两个球冠。其余五条带状的纬度带，除南北纬 15° 间一条，沿赤道展成一个直条外，另外四条都是呈凸向赤道的圆弧状的。

从以上2、3、4图说明，地球表面是不可展曲面，也就是说，地球表面是不可能无破裂，无重叠地直接展开成为平面的。

五、地面的微分圆及其表象

我们知道，地图是用符号将地球表面各种自然现象和社会经济现象的分布、状况和联系表示在平面上的图形。地球表面既是不可展曲面，展开后就必然会象把剥开的橘子皮铺成平面一样，产生缺口和重叠。要使地图符合实用要求，必须把缺口处均匀地“拉伸”，把重叠处均匀地“压缩”，使缺口和重叠消除。把地球表面无缺口、无重叠地表示在平面上是通过数学方法实现的。将地球椭球表面转到平面上的各种数学表达方法，叫做地图投影。由于“拉伸”和“压缩”，使地球表面上原来的长度，面积、角度等几何特性发生改变。这

种因地图投影引起的地球表面几何特性的改变，称为地图投影变形，或称地图投影误差。任何一种地图投影都有变形。只有在个别的点或线上无变形，如图 1 中的北极点，图 2 中上图的南北纬 45° 纬线，下图的赤道，图 3 中的 0° 经线和赤道，是无变形的。这种无变形的点或线称为标准点或标准线。标准点或标准线上的比例尺是正确的，称为主比例尺，或普通比例尺，标准比例尺。图中其他地方的比例尺或者大于主比例尺，或者小于主比例尺，都称为局部比例尺。地图上所注明的是主比例尺。

假定在地球仪的同一经线上有两个等大的微小圆。沿此经线把地球仪表面切开展平，这两个微小圆就被切成相等的两半(上左图)。假定在地球仪的同一纬线上也有两个等大的微小圆，如果沿此纬线将地球仪表面切开展平，两个微小圆也被分裂成两个半圆(下左图)。经“拉伸”将裂口弥合，原来两个等大的微小圆就会变成两个大小形状不同的微小椭圆(上、下右图)。由此可知，地球上的微小圆，投影到平面上后，由于投影变形，都变成了大小、形状不同的微小椭圆。只有在标准点或标准线上，图中各条瓣相连接的地方，如上图中的赤道，下图中左边的经线，才可保持大小和形状与原来微小圆一致而不变。离标准线越远，椭圆被拉得越长，也就是变形越大。这种椭圆可用来表示地图投影的各种变形，称为变形椭圆或底索(Tissot)指线。

变形椭圆各个方向的半径代表各个方向的长度比。不同位置的变形椭圆大小，形状都不同，说明变形是随着位置的改变而改变的，变形椭圆各方向的半径是不相等的，说明长度比和长变变形在同一点上，随方向不同而不同。变形椭圆的长半径 a 和短半径 b ，代表椭圆中心所在点的最大和最小

长度比。变形椭圆长轴和短轴的方向是地面上互相垂直，经投影后仍保持垂直的两个方向，称为主方向。

六、投 影 变 形

地图投影变形有长度变形、面积变形和角度变形三种。现将有关概念介绍如下：

长度比（或称量度） μ ——投影面上的微分（无穷小）线段 ds' 与地球椭球面上相应微分线段 ds 之比。即 $\mu = \frac{ds'}{ds}$ 。

长度变形 V_μ ——长度比与 1 之差。或 $(ds' - ds)$ 与 ds 之比，也就是 $V_\mu = \frac{ds' - ds}{ds} = \mu - 1$

面积比 P ——投影面上微分面积 dF' 与地球椭球面上相应微分面积 dF 之比。即 $P = \frac{dF'}{dF}$ 。

面积变形 V_p ——是 $(dF' - dF)$ 与 dF 之比，或面积比与 1 之差。即 $V_p = \frac{dF' - dF}{dF} = P - 1$ 。

角度变形——投影面上任意两方向之夹角 β' 与地球椭球面上相应两方向夹角 β 之差。即 $(\beta' - \beta)$ 。

一般说长度比不仅随点的位置而变化，而且在同一点上还随方向而变化。

当长度比等于 1 时，长度变形等于 0，表明长度没有变化，比例尺与主比例尺一致；当长度比小于 1 时，长度变形小于 0，称长度负向变形，表明长度缩短，比例尺小于主比例尺；当长比大于 1 时，长度变形大于 0，称长度正向变

形，表明长度增长，比例尺大于主比例尺。

面积比随点的位置而变化。面积比与面积变形的关系类似于长度变形的关系。

角度变形一般随两线段的方向而变化。角度变形以一点上可能出现的最大角度变形 ω 来衡量。

三种变形中，长度变形是最基本的变形，面积变形和角度变形都由长度变形而引起，并可由长度比来表述：

$$P = a/b$$

$$\sin \frac{\omega}{2} = \frac{a-b}{a+b}$$

地球仪是将地球表面正射投影到球体上的地图图形，可看作是地球的真实模型，因而无论长度、面积和角度都是没有变形的。地图投影大致的变形情况，可通过将地图上的经纬网与地球仪上的经纬网进行比较去进行了解。地球仪上经纬网有如下特征：

1、经线都是大圆线（过球心的平面与地球面相交的线），并向南北两极收敛。经线都等长，纬差相等的经线段也等长。（若将地球看作椭球体时，则不相等，随纬度增高，等纬差经线段略有增长，但甚微。）

2、纬线互相平行。除赤道为大圆外，其余纬线都是小圆。它们随纬度增高而变小，到纬度 90° （南北极）处，纬线缩小成点。

3、经线与纬线都垂直相交，构成球面梯形。在同一纬度带上，经差相同的球面梯形形状相同，面积相等。在同一经度带上，纬差相同的球面梯形的面积，由低纬向高纬逐渐减小，在极点周围，球面梯形变成以极点为共同顶点的球面三角形。

本图表示四种不同的情况：

图A——表示在地球仪上的情况。任何地点，任何方向都无长度变形。

图B——表示投影的一种情况。沿纬线方向无长度变形，而沿经线方向有长度变形，其比例尺随远离无变形的中央经线（是其它经线的对称轴，图中只画出投影右侧的部分经纬线）而增大。

图C——表示投影的另一种情况。沿经线方向无长度变形，而沿纬线方向有长度变形，其比例尺随远离标准点（或线）而增大。

图D——表示投影的又一种情况。无论沿经线方向和沿纬线方向都有长度变形。纬线比例尺随远离中央经线而增大，经线比例尺也处处都有变化。

七、经纬线正交的识别

经线和纬线是构成地理坐标系的两组互相正交的线。所谓正交，就是垂直相交，两线的交角成 90° 角。不正交，即斜交，两线相邻的两交角成互补的锐角和钝角。

地球椭球体上原为正交的经纬线投影到投影面上后，由于发生角度变形，往往不成正交。但有两种情况仍可保持正交：一种情况投影是等角投影，经纬线当然保持正交的关系；另一种情况，经线方向和纬线方向是主方向。识别经纬线是否正交对判别投影是否为等角投影以及了解角度变形的分布规律是很重要的。

当经纬线都是直线时，判别经纬线是否正交，只要看经纬线的夹角是否为直角就可确定。当经纬线都是曲线时，经纬线正交的判别是，过经纬线交点分别作经线和纬线的切线，然后看它们的切线的交角是不是直角就可确定；是直

角的，经纬线正交，邻角是互补的锐角和钝角，就不正交。

八、依辅助几何面的投影分类

地图平面必须是无重叠或撕裂现象的平面。这个平面不可能直接由地球表面展开得到。在地图投影学发展的初期，地图投影是建立在透视的几何原理基础上的。地图上的经纬网是将地球仪上的经纬网按一定的条件采用透视或几何的方法投射到平面上或投射到可展成平面的曲面(称可展面)上而得到的。平面和可展面就是籍以建立地图投影的辅助几何面。

可展面有两种：一是圆柱面，一是圆锥面。它们都可沿一条母线切开后既无重叠也无撕裂地展开成平面。因此可作地图投影的辅助几何面有三种：平面、圆柱面和圆锥面。

依投影的辅助几何面的种类进行投影分类，在一定程度上可揭示建立投影的几何方法，有助学习地图投影学时理解建立投影的几何原理。但是，地图投影学发展到今天，为了尽可能地减小投变形或满足某一特定要求，产生了一系列用解析法建立的投影，它们已不存在球面与投影面之间的透视关系。为了将这些投影也能归入地图投影的一定类别，现在多把依辅助面的投影分类改为依标准网形状的投影分类。所谓标准网，是指正轴时投影的经纬线网，是同类投影中形状最简单的经纬线网。

依标准网形状投影可分为八类：

方位投影——纬线是同心圆，经线是相交于纬线圆心的辐射直线，其交角等于相应的经差。

圆锥投影——纬线是同心圆弧，经线为相交于纬线圆心的直线束，其夹角与相应的经差成正比例。

圆柱投影——经线是一组间隔相等的平行直线。纬线是

与经线垂直的另一组平行直线。

伪方位投影——纬线为同心圆，中央经线为过圆心的直线。其余经线是交于纬线圆心并以中央直经线为对称轴的曲线。

伪圆锥投影——纬线为同心圆弧，中央经线为过圆心的直线，其余经线是以中央直经线为对称轴的曲线。

伪圆柱投影——纬线为一组平行直线。其余经线为对称于中央直经线的曲线。

多圆锥投影——纬线为同轴圆圆弧，圆心位于中央直经线或其延长线上，其余经线为对称于中央直经线的曲线。

其他投影——上述七类投影以外的投影。

以上各种投影按投影面与地球的相关位置或球面极坐标极点位置可分为三类：

正轴投影（或称极投影）——投影面的中心线与地轴一致，球面极坐标的极点在地极上，即 $\varphi_0 = 90^\circ$ 。

横轴投影（或称赤道投影）——投影面的中心线在赤道面上与地轴垂直，球面极坐标的极点在赤道上，即 $\varphi_0 = 0^\circ$ 。

斜轴投影（或称水平投影）——投影面的中心线与地轴斜交，球面极坐标的极点既不在地极，也不在赤道上，即 $0^\circ < \varphi_0 < 90^\circ$ 。

在按投影面与地球的相关位置的分类中，投影面与地球表面相切的称切投影，投影面与地球表面相割的称割投影。

地图投影根据变形性质可分为三类：

等角投影——能保持无穷小图形相似的投影，故又称正形投影、相似投影。其条件是角度无变形，因而经纬线正交，在一点上任何方向的长度比相等。

等（面）积投影——能保持面积比不变的投影。

任意投影——既不等角也不等积的投影。其中如果沿某一主方向的长度比保持不变的投影，称为等距（离）投影。正轴时，沿经线长度比 $m = 1$ ，横轴和斜轴时，沿垂直圈长度比 $\mu_1 = 1$ 。

地图投影常用组合法命名，以使人从名称就可获知投影的基本性质和特征。一般“正轴”、“切”可省略不说。

本图所表示的仅是有真实的投影面可循的三种投影的分类，即方位投影（投影面为平面）、圆锥投影（投影面是圆锥面）、圆柱投影（投影面为圆柱面）及它们在正轴、横轴、斜轴、相切、相割时投影面与地球表面的相互关系。

九、方位投影的特性

地理坐标系是确定地面点位的最基本的坐标系。在正轴投影中，经纬线形状简单，用地理坐标为参数进行投影计算也方便。为了改善投影变形和满足某些特定要求，也常采用横轴和斜轴投影。横轴和斜轴投影的经纬网形状复杂，以地理坐标为参数进行的投影计算也很复杂。若以球面极坐标系代替地理坐标系，横轴、斜轴投影特性就与正轴投影一样地易于理解，并可使投影计算大为简化。

为以后叙述的方便，先介绍一下球面极坐标系。

与平面极坐标系一样，球面极坐标系也是以一个定点和一个定方向为基础的（见上图）。这个定点就是球面极坐标系的极点 P ，为与地理极（ N 、 S ）区别，称它为新极。这个定方向就是过新极的经线 $NP S$ 称为极轴，投影成为中央经线。地面上任一点 Q 的位置，由该点到新极的大圆弧距 Z （ \widehat{PQ} ）和该弧与极轴的夹角 α 来表示。 Z 就是球面某点（ Q ）到新极的距离称为极距或天顶距， α 是球面上某点

(Q) 的方位角。用天顶距 Z 和方位角 α 确定地面点位的方法就称为球面极坐标系。(Z, α) 就是地面点的球面极坐标。球面极坐标系的坐标网也由两族曲线组成:

$Z = \text{常数}$ 的曲线, $Z = 90^\circ - h$, h 可称为高度, 同一曲线上 h 都相等, 故称等高圈, 与地理坐标系的纬圈相当;
 $\alpha = \text{常数}$ 的曲线, 是过新极 P 与等高圈相垂直的大圆, 故称垂直圈, 与地理坐标系中的经圈相当。

一般情况下, 新极位置可根据投影条件任意选择。在特殊情况下, 新极可与地理极重合一致。这就是正轴投影。在正轴投影中, 垂直圈与经线一致, 等高圈与纬线一致。

确定了新极 P 的地理坐标 (φ_0, λ_0) 后, 就可根据点 Q 的地理坐标 (φ, λ) 换算成球面极坐标 (Z, α)。△ NPQ 为球面三角形, 根据球面几何得由 φ, λ 换算成 Z, α 的公式:

$$\cos Z = \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos(\lambda - \lambda_0)$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi \cos \varphi_0 \operatorname{csc}(\lambda - \lambda_0) - \sin \varphi_0 \operatorname{ctg}(\lambda - \lambda_0)$$

算出经纬线交点的球面极坐标 (Z, α) 后, 只须以 α 代 λ , ($90^\circ - Z$) 代 φ , 就可按正轴投影的公式计算横轴、斜轴投影的坐标。

在横轴和斜轴方位投影中, 新极是投影中心, 它相当于正轴投影时的地极。极轴投影成中央经线, 是计算方位角的起始方向线, 等高圈与正轴投影中的纬线相当, 投影成以新极为圆心的同心圆, 垂直圈与正轴投影时的经线相当, 投影成过投影中心的辐射直线, 其交角等于地球上相应的方位角差。因此, 方位投影可概括出下列特性:

1、由投影中心至任意点的方位角保持正确。这是方位投影名称的由来。

2、过投影中心的直线都是地球上的大圆, 反之, 地球上

过投影中心的大圆都投影成为直线。

3、由投影中心至同一等高圈的距离相等，即等高圈是以投影中心为圆心的同心圆。

十、方位投影变形分布系统

地图投影变形的大小是随点的位置而改变的。变形值相等各点的连线称为等变形线。表示面积变形用面积比 P 等值线，表示角度变形用最大角度变形 ω 等值线。等变形线和标准点或标准线构成变形分布系统。在投影略图中绘上等变形线，就能较直观地说明该投影的主要特征和变形的大小和分布。

等变形线是根据投影的变形公式计算出各点的变形值后用内插法绘出来的。

方位投影变形的一般公式为：

$$\text{垂直圈的长度比 } \mu_1 = \frac{d\rho}{R dZ}$$

$$\text{等高圈的长度比 } \mu_2 = \frac{\rho}{R \sin Z}$$

因为垂直圈与等高圈是正交的，所以是主方向， μ_1 、 μ_2 就是极值长度比，大的为 a 、小的为 b 。

$$\text{面积比 } P = a \cdot b = \mu_1 \cdot \mu_2 = \frac{\rho \cdot d\rho}{R^2 \sin Z dZ}$$

$$\text{最大角度变形 } \sin \frac{\omega}{2} = \frac{a-b}{a+b} = \left| \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} \right|$$

最大角度变形也可用下列两公式：

$$\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\omega}{4} \right) = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} \quad (\text{当 } \mu_1 > \mu_2 \text{ 时用})$$

$$\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\omega}{4} \right) = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \quad (\text{当 } \mu_2 > \mu_1 \text{ 时用})$$

式中 ρ 为平面极坐标的极径，在方位投影图中是等高圈

的半径，它是天顶距 Z 的函数。从变形的一般公式可知，方位投影的各种变形仅为天顶距 Z 的函数。所以，方位投影的等变形线是与等高圈一致的同心圆，正轴时，等变形线与纬线相一致。因为等变形线为同心圆，所以适宜于用来编制圆形区域的地图。

在切方位投影中，投影面与地球表面的切点是标准点，变形随着与该点距离的增大而增大。在割方位投影中，投影面与地球表面相割的等高圈是标准线，变形随与这个等高圈的距离的增大而增大。

图中颜色由浅到深表示变形由小变大的方向（后同）。

十一、透视方位投影的种类

透视方位投影就是以平面为投影面，通过几何透视方法获得经纬线网的投影。透视投影通常把地球当作以半径为 R 的正球体。视点位置不同，地球表面同一点的投影位置就不同，如图中当视点取 1 、 3 、 5 的位置时，球面上 A 点相应的投影为 A'_1 、 A'_3 、 A'_5 。设视点离球心的距离为 D ，则根据 D 的大小，透视方位投影可分为：

- 1、正射方位投影—— $D = \infty$ ，视点位于离球心无穷远处。
 - 2、外心方位投影—— $D > R$ ，视点在球面外。
 - 3、球面方位投影—— $D = R$ ，视点位于球面上。
 - 4、内心方位投影—— $0 < D < R$ ，视点位于球面与球心之间。
 - 5、球心方位投影—— $D = 0$ ，视点在球心。
- 较有意义和有实用价值的是 1 、 3 、 5 三种。

∴ 投影平面在某一固定轴上移动，使与地球相切、相割、相离，只改变比例尺和变形配赋，投影形状不变。

切透视方位投影的一般公式：

1、平面极坐标公式：

$$\rho = \frac{L R \sin Z}{D + R \cos Z}$$

$$\delta = \alpha$$

式中 ρ 为等高圈的投影半径。 δ 为地面点的方位角 α 的投影，称为极角。 $L = (R + D)$ ，为视点离投影面的距离。

2、平面直角坐标公式：

$$X = \rho \cos \delta = \frac{L R \sin Z \cos \alpha}{D + R \cos Z}$$

$$y = \rho \sin \delta = \frac{L R \sin Z \sin \alpha}{D + R \cos Z}$$

以中央经线为 X 轴，过投影中心与中央经线的垂直线为 Y 轴。

3、变形公式：

$$\mu_1 = -\frac{L(D \cos Z + R)}{(D + R \cos Z)^2}$$

$$\mu_2 = \frac{L}{D + R \cos Z}$$

$$P = \mu_1 \cdot \mu_2 = -\frac{L^2(D \cos Z + R)}{(D + R \cos Z)^3}$$

$$\sin \frac{\omega}{2} = \frac{a - b}{a + b} = \left| \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} \right|$$

将不同透视投影的 D、L 代入上列公式，即可得相应的投影公式。

适当选择视点位置，不仅可改变投影性质，还可改变制图区域内变形的配赋。

十二、正轴正射方位投影

正射方位投影就是视点(或光源)离球心无穷远($D=\infty$)时的透视方位投影。是任意投影。在正轴正射方位投影中,纬线是以投影中心为圆心的同心圆,圆半径 $\rho = R \cos \varphi$,经线投影成为过投影中心的辐射直线、经线夹角等于实际经差 λ , R 为按主比例尺缩小的地球半径(后同)。

正轴正射切方位投影的公式如下:

$$\rho = R \cos \varphi$$

$$\delta = \lambda \quad (\lambda \text{ 为与中央经线的经差, 即 } \lambda_0 = 0^\circ, \text{ 后同})$$

$$x = -R \cos \varphi \cos \lambda$$

$$y = R \cos \varphi \sin \lambda$$

$$m = \mu_1 = b = \sin \varphi \quad (m \text{ 为沿经线长度比})$$

$$n = \mu_2 = a = 1 \quad (n \text{ 为沿纬线长度比})$$

$$P = m \cdot n = \sin \varphi$$

$$\sin \frac{\omega}{2} = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$$

由于视点位于无穷远处,其最大的制图区域范围为半个地球。长度比、面积比和最大角度变形都只是纬度 φ 的函数,所以等变形线与纬线一致,沿纬线长度比为 1,沿经线长度比 m 由投影中心(本图中为北极)至投影最边缘(图中为赤道)由 1 \rightarrow 0 变小,面积比 P 与经线长度比 m 变化一致。

正射方位投影都有一个共同特性:凡圆面与投影面垂直的圆都投影成为直线。因此,正射投影对解算球面几何问题有一定的意义。由于正射方位投影视点位于离球体无穷远处。与人们观察天体情况相似,易于确定星球表面任一点与星球中心的坐标,所以常用来编制星球图。

十三、横轴正射方位投影

横轴正射方位投影的平面直角坐标公式为：

$$x = R \sin \varphi$$

$$y = R \cos \varphi \sin \lambda$$

因为横轴正射方位投影，中央经线的经线面和纬线面都是与投影面垂直的，所以，中央经线是直线、纬线是与中央经线垂直的平行直线。在中央经线上的纬线间隔和在赤道上的经线间隔由投影中心向边缘迅速减小。经线是以中央经线为长轴的半个椭圆，与中央经线经差为 $\pm \lambda$ 的两经线合为一个椭圆，离中央经线差为 $\pm 90^\circ$ 的经线合成一个圆构成投影周界，圆心位于投影中心，圆半径为地球半径 R 。边缘经线的长度比 $m=1$ 。纬线与中央经线交点的纵坐标值 $x = R \sin \varphi$ ；经线与赤道交点的横坐标值 $y = R \sin \lambda$ 。在中央经线上的纬线间隔和在赤道上的经线间隔都随远离投影中心而迅速减小。

十四、斜轴正射方位投影

斜轴正射方位投影的平面直角坐标公式：

$$x = R (\sin \varphi \cos \varphi_0 - \cos \varphi \sin \varphi_0 \cos \lambda)$$

$$y = R \cos \varphi \sin \lambda$$

在斜轴正射方位投影中，出现一个（地）极：当投影中心位于北半球时，出现北极；投影中心位于南半球时，出现南极。此极点在中央经线上，离投影中心的距离为 $R \cos \varphi_0$ 。只有中央经线投影成为直线，其余经线是交于极点并以中央

经线为对称轴的椭圆弧。纬线投影成为椭圆或椭圆弧。赤道与中央经线的交点位于距投影中心 $R \sin \varphi_0$ 处，其余纬线与中央经线交点离投影中心距离为 $R \sin z$ ；在中央经线上纬线间距随远离投影中心迅速减小。斜轴正射方位投影的经纬线网有很强的球体感，常用作表示地球形体的图案。

正射（切）方位投影的长度比，面积比和最大角度变形值表：

| Z | $\mu_1 = P$ | ω | | Z | $\mu_1 = P$ | ω | |
|------------|-------------|----------|----|---------------|-------------|----------|----|
| | | 0 | ' | | | 0 | ' |
| 0° | 1.0000 | 0 | 00 | 40° | 0.7660 | 15 | 14 |
| 5° | 0.9962 | 0 | 13 | 50° | 0.6428 | 25 | 07 |
| 10° | 0.9848 | 0 | 53 | 60° | 0.5000 | 38 | 57 |
| 15° | 0.9659 | 1 | 59 | 70° | 0.3420 | 58 | 43 |
| 20° | 0.9397 | 3 | 34 | 80° | 0.1736 | 89 | 31 |
| 25° | 0.9063 | 5 | 38 | 90° | 0.0000 | 180 | |
| 30° | 0.8660 | 8 | 14 | $(\mu_2 = 1)$ | | | |

表中若以 $\varphi = (90^\circ - Z)$ 代 Z，以 m 代 μ_1 ，n 代 μ_2 即为正轴时的长度比，面积比和最大角度变形值表。后均同此。

十五、正轴球心方位投影

球心方位投影又名日晷投影、中心投影。是视点位于球心 ($D = 0$) 的透视方位投影。属任意投影。正轴球心切方位投影的公式为：

$$\rho = R \operatorname{ctg} \varphi$$

$$\delta = \lambda$$

$$x = -R \operatorname{ctg} \varphi \cos \lambda$$

$$y = R \operatorname{ctg} \varphi \sin \lambda$$

$$m = \mu_1 = a = \operatorname{csc}^2 \varphi$$

$$n = \mu_2 = b = \operatorname{csc} \varphi$$

$$P = m \cdot n = \operatorname{csc}^3 \varphi$$

$$\sin \frac{\omega}{2} = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$$

大圆是过球心的平面与球面的交线。而球心方位投影视点就位于球心。因为，大圆面必定通过视点，大圆面延伸与投影面的交线必为直线，所以在球心方位投影中，凡地球上的大圆都投影为直线，或者说，在球心方位投影图上的直线都表示地球上的大圆。球心方位投影的这一重要特性使该投影具有重要的实用价值：图解大圆航线各点的坐标和编制航行图。地面上任意两点间最短的距离是这两点间的大圆弧距，称为大圆航线或正航线。在用球心方位投影编制的地图上，只要用直线连接两点，就得到了这两点间的大圆航线。将该大圆航线与经纬线交点的坐标转到其他投影（如墨卡托投影）的图上，用曲线连接这些点就得该图上相应的大圆航线。

正轴球心方位投影的纬线是以投影中心为圆心，以 $R \operatorname{ctg} \varphi$ 为半径的同心圆，经线是过投影中心的辐射直线。纬线间隔由中心向外迅速增大。

十六、横轴球心方位投影

横轴球心切方位投影的平面直角坐标公式为：

$$x = R \operatorname{tg} \varphi \sec \lambda$$

$$y = R \operatorname{tg} \lambda$$

横轴球心方位投影的经线是与赤道垂直的一组平行直线。纬线是以中央经线（实轴）和赤道（虚轴）为对称轴的双曲线。经线与赤道交点的横坐标值 $y = R \operatorname{tg} \lambda$ ；纬线与中央经线的交点的纵坐标值 $x = R \operatorname{tg} \varphi$ 。在中央经线上的纬线间隔和在赤道上的经线间隔都随远离投影中心而迅速增大。

十七、斜轴球心方位投影

斜轴球心切方位投影的平面直角坐标公式：

$$x = \frac{R(\sin \varphi \cos \varphi_0 - \cos \varphi \sin \varphi_0 \cos \lambda)}{\sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos \lambda}$$

$$y = \frac{R \cos \varphi \sin \lambda}{\sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos \lambda}$$

斜轴球心方位投影经线是交于一点的直线，投影中心位于北半球时，交点为北极，投影中心位于南半球时，交点为南极。该交点在中央经线上，其纵坐标值 $x = R \operatorname{ctg} \varphi_0$ 。赤道总是被投影成为直线，它与中央经线交点的纵坐标值 $x = R \operatorname{tg} \varphi_0$ 。其余纬线是二次曲线：椭圆、抛物线、双曲线。可按下列法则判别：

$\varphi > 90^\circ - \varphi_0$ 时，纬线为椭圆；

$\varphi = 90^\circ - \varphi_0$ 时，纬线为抛物线；

$\varphi < 90^\circ - \varphi_0$ 时，纬线为双曲线。

纬线与中央经线交点的纵坐标值 $x = R \operatorname{tg} Z$ ，在中央经线上的纬线间隔随远离投影中心迅速增大。

球心（切）方位投影的长度比、面积比和最大角度变形

值表:

| Z | μ_1 | μ_2 | P | ω | | Z | μ_1 | μ_2 | P | ω | |
|-----|---------|---------|--------|----------|--------|-----|----------|----------|----------|----------|--------|
| | | | | δ | ρ | | | | | δ | ρ |
| 0° | 1 | 1 | 1 | 0 | 00 | 40° | 1.7041 | 1.3054 | 2.2245 | 15 | 14 |
| 5° | 1.0077 | 1.0038 | 1.0115 | 0 | 13 | 50° | 2.4203 | 1.5557 | 3.7653 | 25 | 07 |
| 10° | 1.0311 | 1.0154 | 1.0470 | 0 | 53 | 60° | 4.0000 | 2.0000 | 8.0000 | 38 | 57 |
| 15° | 1.0718 | 1.0353 | 1.1096 | 1 | 59 | 70° | 8.5486 | 2.9238 | 24.9945 | 58 | 43 |
| 20° | 1.1325 | 1.0642 | 1.2052 | 3 | 34 | 80° | 33.1634 | 5.7588 | 190.98 | 89 | 31 |
| 25° | 1.2174 | 1.1034 | 1.3433 | 5 | 38 | 90° | ∞ | ∞ | ∞ | 180 | |
| 30° | 1.3333 | 1.1547 | 1.5396 | 8 | 14 | | | | | | |

十八、正轴球面(等角)方位投影

球面方位投影是视点位于球面上, 即 $D = R$ 时的透视方位投影, 又称平射投影, 是等角投影。

正轴球面切方位投影的公式:

$$\rho = 2 R \operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\delta = \lambda$$

$$x = 2 R \operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \cos \lambda$$

$$y = 2 R \operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \sin \lambda$$

$$m = n = \mu_1 = \mu_2 = \sec^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$P = m \cdot n = \sec^4(45^\circ - \frac{\varphi}{2})$$

$$\omega = 0^\circ$$

正轴球面方位投影的纬线是以投影中心为圆心，以 $2R \operatorname{tg}(45^\circ - \frac{\varphi}{2})$ 为半径的同心圆，纬线间隔由投影中心向外逐渐增大。经线是过圆心的辐射直线，其交角等于实际经差。等变形线与纬线一致。

球面方位投影有一特性：地球表面任何大圆或小圆，投影后仍为圆。这一特性不仅有助于该投影的几何作图，并可在其上用图解解析法解算球面三角方面的问题。

球面方位投影因是等角的，曾被欧洲一些国家用作地形图的投影。美国的通用极球面投影(The Universal Polar stereographic grid system)简称“UPS”投影，是把地球看作椭球体的正轴等角割方位投影，投影中心位于地极，其长度比被指定为0.994，标准线的纬度约为 81° ，所以 80° 纬线的长度比增大至1.0016。该投影用于两极地区的地形图。

十九、横轴球面(等角)方位投影

横轴球面切方位投影的平面直角坐标公式：

$$x = \frac{2R \sin \varphi}{1 + \cos \varphi \cos \lambda}$$

$$y = \frac{2R \cos \varphi \sin \lambda}{1 + \cos \varphi \cos \lambda}$$

在横轴球面方位投影中，中央经线和赤道是互相垂直的直线，其余经线是凹向中央经线并以中央经线为对称轴的同

轴圆弧，圆心位于赤道或其延长线上。离中央经线经差为 $\pm 90^\circ$ 的经线合为一个圆，构成投影的周界，圆心位于投影中心，半径为 $2R$ 。纬线是凸向赤道的同轴圆弧，圆心位于中央经线的延长线上。经线与赤道交点的横坐标值 $y = 2R \operatorname{tg} \frac{\lambda}{2}$ 。纬线与中央经线的交点纵坐标值 $X = 2R \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$ 。

在中央经线上的纬线间隔和在赤道上的经线间隔都随远离投影中心而逐渐增大。经纬线正交。

二十、斜轴球面(等角)方位投影

斜轴球面切方位投影的平面直角坐标公式：

$$x = \frac{2R(\sin \varphi \cos \varphi_0 - \cos \varphi \sin \varphi_0 \cos \lambda)}{1 + \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos \lambda}$$

$$y = \frac{2R \cos \varphi \sin \lambda}{1 + \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos \lambda}$$

在该投影中，中央经线是直线，其余经线是以中央经线为对称轴的圆弧。这些圆弧与中央经线有一个共同交点，即地极的投影。投影中心位于北半球时，经线交点就是北极；投影中心位于南半球时，经线交点就是南极。经线交点纵坐标值 $x = 2R \operatorname{tg}(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2})$ 。纬线是同轴圆或同轴圆弧，圆心位于中央经线或其延长线上，纬线与中央经线交点的纵坐标值 $x = 2R \operatorname{tg} \frac{Z}{2}$ ，赤道与中央经线交点的纵坐标值 $x = -2R \operatorname{tg} \frac{\varphi_0}{2}$ 。在中央经线上的纬线间隔随远离投影中心而逐渐增大。经纬线互相正交。

球面（切）方位投影的长度比，面积比表：

| Z | $\mu_1 = \mu_2$ | $P = \mu^2$ | Z | $\mu_1 = \mu_2$ | $P = \mu^2$ |
|-----|-----------------|-------------|-----|-----------------|-------------|
| 0° | 1.0000 | 1.0000 | 40° | 1.1325 | 1.2825 |
| 5° | 1.0019 | 1.0038 | 50° | 1.2174 | 1.4822 |
| 10° | 1.0077 | 1.0154 | 60° | 1.3333 | 1.7778 |
| 15° | 1.0173 | 1.0350 | 70° | 1.4903 | 2.2210 |
| 20° | 1.0311 | 1.0631 | 80° | 1.7041 | 2.9039 |
| 25° | 1.0491 | 1.1007 | 90° | 2.0000 | 4.0000 |
| 30° | 1.0718 | 1.1487 | | | |

二十一、斜轴等角割方位投影

斜轴等角割方位投影就是投影平面与地球相割于某一小圆时的球面方位投影。投影中心位于相割小圆的天顶点，与投影面相割的等高圈的天顶距常以 Z_K 表示。

等角割方位投影的一般公式为：

$$\rho = 2R \cos^2 \frac{Z_K}{2} \operatorname{tg} \frac{Z}{2}$$

$$\delta = \alpha$$

$$x = \rho \cos \delta = 2R \cos^2 \frac{Z_K}{2} \operatorname{tg} \frac{Z}{2} \cos \alpha$$

$$y = \rho \sin \delta = 2R \cos^2 \frac{Z_K}{2} \operatorname{tg} \frac{Z}{2} \sin \alpha$$

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu = \cos^2 \frac{Z_K}{2} \sec^2 \frac{Z}{2}$$

$$P = \mu^2 = \cos^4 \frac{Z_K}{2} \sec^4 \frac{Z}{2}$$

$$\omega = 0^\circ$$

本图是用于编制中国全图的斜轴等角割方位投影的经纬网略图,投影中心的地理坐标是 $\varphi_0 = 30^\circ$ 、 $\lambda_0 = 105^\circ$ 、 $Z_K = 15^\circ$,该等高圈与投影平面相割,是标准等高圈。由标准等高圈向内,长度比、面积比都小于1,有负的变形;由标准等高圈向外,长度比面积比都大于1,变形为正。等变形线是以投影中心为圆心的同心圆。经线是凹向中央经线(东经 105°)并以它为对称轴的圆弧。纬线是同轴圆弧。圆心在中央经线的延长线上。在中央经线上的纬线间隔随远离投影中心而逐渐增大。该投影常用于编制要求方向正确的中国自然地图和中国其他专题地图。该投影的长度比和面积比表:

| Z | $\mu_1 = \mu_2$ | $P = \mu^2$ | Z | $\mu_1 = \mu_2$ | $P = \mu^2$ |
|------------|-----------------|-------------|------------|-----------------|-------------|
| 0° | 0.9829 | 0.9661 | 25° | 1.0312 | 1.0634 |
| 5° | 0.9848 | 0.9698 | 30° | 1.0534 | 1.1096 |
| 10° | 0.9903 | 0.9807 | 35° | 1.0806 | 1.1677 |
| 15° | 1.0000 | 1.0000 | 40° | 1.1131 | 1.2390 |
| 20° | 1.0133 | 1.0268 | | | |

二十二、正轴等距离方位投影

等距离方位投影是沿垂直圈长度比 $\mu_1 = 1$ 的方位投影。属非透视方位投影。是数学家波斯托(Postel)于

1581年在巴黎提出，所以又称为波斯托投影。

正轴等距离切方位投影的公式：

$$\rho = R \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right)$$

$$\delta = \lambda$$

$$x = \rho \cos \delta = R \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) \cos \lambda$$

$$y = \rho \sin \delta = R \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) \sin \lambda$$

$$m = \mu_1 = b = 1$$

$$n = \mu_2 = a = \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right)}{\cos \varphi}$$

$$\rho = m \cdot n = \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right)}{\cos \varphi}$$

$$\begin{aligned} \sin \frac{\omega}{2} &= \frac{n - m}{n + m} \\ &= \frac{\frac{\pi}{2} - \varphi - \cos \varphi}{\frac{\pi}{2} - \varphi + \cos \varphi} \end{aligned}$$

式中 φ 以弧度计。

正轴等距离方位投影的纬线，是以投影中心为圆心的同心圆，半径为 $R \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right)$ ，等纬差的纬线间隔相等。经线是过投影中心的辐射直线，可延伸至表示全球，经线夹角等于相应的经差。

该投影多用来编制北冰洋和南极洲地图，也可用来编制南北半球图和世界图。

二十三、横轴等距离方位投影

横轴等距离方位投影的平面直角坐标公式：

$$x = \rho \cos \alpha = \frac{R \sin \varphi \arccos(\cos \varphi \cos \lambda)}{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi \cos^2 \lambda}}$$

$$y = \rho \sin \alpha = \frac{R \cos \varphi \sin \lambda \arccos(\cos \varphi \cos \lambda)}{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi \cos^2 \lambda}}$$

式中 $\arccos(\cos \varphi \cos \lambda) = Z$ ，以弧度为单位。

该投影的中央经线和赤道是互相垂直的直线，为投影的两条对称轴。其他经线是凹向中央经线并以它为对称轴的曲线，与中央经线经差为 $\pm 90^\circ$ 的经线合为一个圆，圆心在投影中心，半径为 $\frac{\pi}{2} R$ 。经线与赤道交点的横坐标值 $y = R \lambda$ 。纬线是向赤道微凸的曲线。纬线与中央经线交点的纵坐标值 $x = R \varphi$ 。沿垂直圈长度比 $\mu_1 = 1$ ，所以赤道、中央经线和由中心向外的任一方向上都无长度变形。边缘经线被纬线等分，但其比例尺大于主比例尺。

该投影可用来编制东、西半球地图。

二十四、斜轴等距离方位投影

斜轴等距离投影中央经线是直线并为整个经纬网的对称轴。其余经线和纬线都是复杂的曲线。两极在图中都可出现，它们在中央经线上，与投影中心的距离分别为 $R(\frac{\pi}{2} - \varphi_0)$ 和 $R(\frac{\pi}{2} + \varphi_0)$ ，式中 φ_0 以弧度计。投影中心是标准点，

沿垂直圈比例尺正确。中央经线被纬线等分并且距离正确。中央经线与纬线交点的纵坐标值 $X = R Z$ 。

斜轴方位投影可表示全球，这时，周界是投影中心的对跖点，沿周界比例尺为无穷大。对跖点也称为对踵点，就是地球上正相反的两个地方，即地球直径的两端点。确实的对跖点，其经差为 180° 。纬度相反（一处为北纬 n° ，另一处必为南纬 n° ），时间和季节也相反（一处为中午，另一处为子夜；一处是冬季，另一处为夏季）。本图投影中心为英国伦敦。周界则为伦敦的对跖点，它相当于新西兰的安提波德斯岛（Antipodes Island）。

由于等距离方位投影由投影中心到任意点的直线是大圆，并保持其方位角和距离都正确，所以用来编制供确定由某地（将它作为投影中心）至任何一地的距离和方位角的地图是十分有用的。

等距离方位投影的长度比、面积比和最大角度变形表：

| Z | $\mu_2 = P$ | ω | | Z | $\mu_2 = P$ | ω | |
|------------|-------------|----------|----|------------|-------------|----------|----|
| | | 0 | ' | | | 0 | ' |
| 0° | 1.0000 | 0 | 00 | 40° | 1.0861 | 4 | 44 |
| 5° | 1.0013 | 0 | 04 | 50° | 1.1392 | 7 | 28 |
| 10° | 1.0051 | 0 | 17 | 60° | 1.2092 | 10 | 52 |
| 15° | 1.0115 | 0 | 39 | 70° | 1.3001 | 15 | 00 |
| 20° | 1.0206 | 1 | 10 | 80° | 1.4178 | 19 | 54 |
| 25° | 1.0325 | 1 | 50 | 90° | 1.5708 | 25 | 40 |
| 30° | 1.0472 | 2 | 39 | | | | |

二十五、正轴等面积方位投影

等面积方位投影是能保持面积比保持不变的方位投影。它是德国数学家兰勃脱 (J · H Lambert) 于1772年创拟的，所以又名兰勃脱等面积方位投影。

正轴等面积切方位投影的公式：

$$\rho = 2 R \sin(45^\circ - \frac{\varphi}{2})$$

$$\delta = \lambda$$

$$x = 2 R \sin(45^\circ - \frac{\varphi}{2}) \cos \lambda$$

$$y = 2 R \sin(45^\circ - \frac{\varphi}{2}) \sin \lambda$$

$$m = \frac{l}{n} = \mu_1 = -\frac{l}{\mu_2} = \cos(45^\circ - \frac{\varphi}{2})$$

$$P = m \cdot n = l$$

$$\operatorname{tg}(45^\circ + \frac{\omega}{4}) = \sec(45^\circ - \frac{\varphi}{2})$$

正轴等面积方位投影的纬线是以投影中心为圆心的同心圆，圆半径为 $2 R \sin(45^\circ - \frac{\varphi}{2})$ 。纬线间隔由投影中心向外逐渐减小。经线是交于投影中心的辐射直线，经线夹角等于相应的实际经差。

在等面积方位投影中，等高圈半径 ρ 恰好等于球体中天顶距 Z 的弦长。在正轴等面积投影里， ρ 就是纬线半径，等于球体中由纬度 φ 至纬度 90° (作为投影中心的地极) 经线大圆弧的弦长。这使正轴等面积方位投影的作图，用几何方法确定纬线半径 ρ 十分便捷：1、将地球半径按主比例尺

· 缩小画一圆代表地球。2、在圆周上任取一点代表投影中心的地极。3、按纬差等分圆周，并注明纬度。4、用直线连接该地极与圆周上某纬度的分点，这直线就是其纬线半径。

该投影常用于编制南、北半球地图。

二十六、横轴等面积方位投影

横轴等面积切方位投影的平面直角坐标公式：

$$x = \frac{\sqrt{2} R \sin \varphi}{\sqrt{1 + \cos \varphi \cos \lambda}}$$

$$y = \frac{\sqrt{2} R \cos \varphi \sin \lambda}{\sqrt{1 + \cos \varphi \cos \lambda}}$$

横轴等面积方位投影的中央经线和赤道是互相正交的直线。经线是凹向中央经线并以中央经线为对称轴的曲线，与中央经线经差 $\lambda = \pm 90^\circ$ 的经线合为一个圆，圆心在投影中心，半径为 $\sqrt{2} R$ 。纬线是凸向赤道并以赤道为对称轴的曲线。纬线与中央经线交点的纵坐标值 $x = \frac{\sqrt{2} R \sin \varphi}{\sqrt{1 + \cos \varphi}}$ 。

经线与赤道交点的横坐标值 $y = \frac{\sqrt{2} R \sin \lambda}{\sqrt{1 + \cos \lambda}}$ ，在中央经线上的纬线间隔和在赤道上的经线间隔都由投影中心向外逐渐缩小。

该投影常用于编制东、西半球地图。东半球图投影中心取 $\varphi_0 = 0^\circ$ ， $\lambda_0 = 70^\circ$ 。西半球图投影中心取 $\varphi_0 = 0^\circ$ ， $\lambda_0 = -110^\circ$ 。

二十七、斜轴等面积方位投影

斜轴等面积方位投影，只有中央经线是直线，经线和纬

线都是以中央经线为对称轴的曲线。当投影中心位于北半球时，可出现北极，位于南半球时可出现南极。极点与投影中心的距离为 $2R \sin(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2})$ 。纬线与中央经线交点的纵坐标值 $X = 2R \sin \frac{Z}{2}$ 。在中央经线上的纬线间距由投影中心向外逐渐缩小。

凡等面积投影，在同一纬度带上经差相等的各块面积都是相等的。

斜轴等面积方位投影常用来编制水、陆半球地图，分洲图和地区图。水半球的投影中心取 $\varphi_0 = -45^\circ$ 、 $\lambda_0 = 180^\circ$ 陆半球的投影中心取 $\varphi_0 = 45^\circ$ 、 $\lambda_0 = 0^\circ$ 。

等面积（切）方位投影的长度比，最大角度变形表：

| Z | μ_1 | μ_2 | ω | | Z | μ_1 | μ_2 | ω | |
|------------|---------|---------|----------|----|------------|---------|---------|----------|----|
| | | | 0 | ' | | | | 0 | ' |
| 0° | 1.0000 | 1.0000 | 0 | 00 | 40° | 0.9397 | 1.0642 | 7 | 08 |
| 5° | 0.9995 | 1.0005 | 0 | 07 | 50° | 0.9063 | 1.1033 | 11 | 15 |
| 10° | 0.9962 | 1.0038 | 0 | 26 | 60° | 0.8660 | 1.1547 | 16 | 26 |
| 15° | 0.9914 | 1.0086 | 0 | 59 | 70° | 0.8192 | 1.2208 | 22 | 43 |
| 20° | 0.9848 | 1.0154 | 1 | 45 | 80° | 0.7660 | 1.3054 | 30 | 11 |
| 25° | 0.9763 | 1.0243 | 2 | 45 | 90° | 0.7071 | 1.4142 | 38 | 57 |
| 30° | 0.9659 | 1.0353 | 3 | 58 | | | | | |

二十八、斜轴等面积切方位投影

这是用于编制中国全图的斜轴等面积切方位投影，投影中心取 $\varphi_0=30^\circ$ 、 $\lambda_0=105^\circ$ ，该点无变形。离此点越远，变形越大。面积无变形。广大地区的长度变形为 $\pm 2\%$ ，最大角度变形为 $2^\circ.5$ ，局部边缘地区的长度变形为 $\pm 3.5\%$ 。最大角度变形为 4° 。中央经线是直线，其余经纬线是以中央经线为对称轴的曲线。在中央经线上的纬线间隔随远离投影中心而逐渐减小。

二十九、五种正轴方位投影的比较

前面主要介绍了五种方位投影：正射、球心、球面、等距离、等面积方位投影。前三种属透视方位投影，后二种是非透视方位投影。正轴方位投影各种变形仅为纬度 φ 的函数，等变形线与纬线一致，是同心圆。为了比较，将这五种正轴切方位投影的纬线半径 ρ ，经线长度比 m ，纬线长度比 n ，面积比 P ，最大角度变形 ω 以纬度为引数列表于下：

| φ | 投影名称 比较项目 | 球心方位 | 球面方位 投 影 (等角) $m = n$ | 等距方位 投 影 $m = 1$ | 等积方位 投 影 $m = \frac{1}{n}$ | 正射方位 投 影 |
|------------|--------------|---------------------|--------------------------------|------------------------|----------------------------------|---------------------|
| | | 投 影 | | | | |
| 90° | ρ | 0.0000 R | 0.0000 R | 0.0000 R | 0.0000 R | 0.0000 R |
| | m | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| | n | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| | P | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| | ω | $0^\circ 00'$ | $0^\circ 00'$ | $0^\circ 00'$ | $0^\circ 00'$ | $0^\circ 00'$ |
| 75° | ρ | 0.2680 R | 0.2633 R | 0.2618 R | 0.2611 R | 0.2588 R |
| | m | 1.0718 | 1.0173 | 1.0000 | 0.9914 | 0.9659 |
| | n | 1.0353 | 1.0173 | 1.0115 | 1.0086 | 1.0000 |
| | P | 1.1096 | 1.0350 | 1.0115 | 1.0000 | 0.9659 |
| | ω | $1^\circ 59'$ | $0^\circ 00'$ | $0^\circ 39'$ | $0^\circ 59'$ | $1^\circ 59'$ |
| 60° | ρ | 0.5774 R | 0.5359 R | 0.5236 R | 0.5176 R | 0.5000 R |
| | m | 1.3333 | 1.0718 | 1.0000 | 0.9659 | 0.8660 |
| | n | 1.1547 | 1.0718 | 1.0472 | 1.0353 | 1.0000 |
| | P | 1.5396 | 1.1487 | 1.0472 | 1.0000 | 0.8660 |
| | ω | $8^\circ 14'$ | $0^\circ 00'$ | $2^\circ 39'$ | $3^\circ 58'$ | $8^\circ 14'$ |
| 45° | ρ | 1.0000 R | 0.8284 R | 0.7854 R | 0.7654 R | 0.7071 R |
| | m | 2.0000 | 1.1716 | 1.0000 | 0.9239 | 0.7071 |
| | n | 1.4142 | 1.1716 | 1.1107 | 1.0824 | 1.0000 |
| | P | 2.8284 | 1.3726 | 1.1107 | 1.0000 | 0.7071 |
| | ω | $19^\circ 55' 31''$ | $0^\circ 00'$ | $6^\circ 01'$ | $9^\circ 04'$ | $19^\circ 55' 31''$ |
| 30° | ρ | 1.7321 R | 1.1547 R | 1.0472 R | 1.0000 R | 0.8660 R |
| | m | 4.0000 | 1.3333 | 1.0000 | 0.8660 | 0.5000 |
| | n | 2.0000 | 1.3333 | 1.2092 | 1.1547 | 1.0000 |
| | P | 8.0000 | 1.7778 | 1.2092 | 1.0000 | 0.5000 |
| | ω | $38^\circ 56' 33''$ | $0^\circ 00'$ | $10^\circ 52'$ | $16^\circ 26'$ | $38^\circ 56' 33''$ |
| 15° | ρ | 3.7321 R | 1.5347 R | 1.3090 R | 1.2175 R | 0.9659 R |
| | m | 14.9282 | 1.5888 | 1.0000 | 0.7934 | 0.2588 |
| | n | 3.8637 | 1.5888 | 1.3552 | 1.2605 | 1.0000 |
| | P | 57.6780 | 2.5243 | 1.3552 | 1.0000 | 0.7071 |
| | ω | $72^\circ 09'$ | $0^\circ 00'$ | $17^\circ 21'$ | $26^\circ 17'$ | $72^\circ 09'$ |
| 0° | ρ | ∞ | 2.0000 R | 1.5708 R | 1.4142 R | 1.0000 R |
| | m | ∞ | 2.0000 | 1.0000 | 0.7071 | 0.0000 |
| | n | ∞ | 2.0000 | 1.5708 | 1.4142 | 1.0000 |
| | P | ∞ | 4.0000 | 1.5708 | 1.0000 | 0.0000 |
| | ω | 180° | $0^\circ 00'$ | $25^\circ 40'$ | $38^\circ 57'$ | 180° |

由上表可得其间的一些变化规律，列表如下：

| 规律 比较项目 | 投影名称 | 球心方位 | 球面方位 | 等距方位 | 等积方位 | 正射方位 |
|------------------------------------|------|---|-------------------|-------------------|------------------------|-------------------|
| | | 投影 | 投影 | 投影 | 投影 | 投影 |
| 纬线间距 | | 迅速增大 | 逐渐增大 | 相等 | 逐渐减小 | 迅速减小 |
| $90^{\circ} \rightarrow 0^{\circ}$ | | $1 \rightarrow \infty$ | $1 \rightarrow 2$ | $1 \rightarrow 1$ | $1 \rightarrow 0.7071$ | $1 \rightarrow 0$ |
| ρ | | 长 \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow 短 | | | | |
| m | | 大 \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow 小 | | | | |
| n | | 大 \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow 小 | | | | |
| P | | 大 \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow 小 | | | | |
| ω | | 大 $\longrightarrow 0^{\circ} \longrightarrow$ \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow 大 | | | | |

以上两表中，如果纬度 φ 改为天顶距 Z ，并以 $(90^{\circ} - \varphi)$ 代替原来的纬度 φ 的度数，将经线长度比 m 改为垂直圈长度比 μ_1 ，将纬线长度比 n 改为等高圈长度比 μ_2 ，纬线间距 $(90^{\circ} \rightarrow 0^{\circ})$ 改为等高圈间距 $(0^{\circ} \rightarrow 90^{\circ})$ 就完全适用于横轴和斜轴的方位投影了。但这时， ρ 已不再是纬线半径而是等高圈半径了，各种变形仅为天顶距 Z 的函数，等变形线是与等高圈一致的同心圆。等高圈半径在横轴方位投影中表现为中央经线与纬线的交点的纵坐标（离投影中心的距离）和赤道与经线交点的横坐标（离投影中心的距离）。在斜轴方位投影中，表现为中央经线与纬线交点的纵坐标（离投影中心的距离）。

本图表示五种方位投影纬差 10° 时的纬线（或等高圈）间隔不同的变化情况；在它们所在象限的相应方向还分别附一小图和纬线（或等高圈）半径 ρ 的解析公式。对照着看，便于理解 ρ 的几何意义及其图解确定方法，以利几何法作图。

三十、圆柱投影变形分布系统

圆柱投影是正轴时纬线投影为一组平行直线，经线投影为与纬线垂直的另一组平行直线，经线间隔与相应经差成正比例的一类投影。其几何意义可理解为，将一个圆柱面与地球表面相切或相割，使圆柱的轴与地轴重合，按一定条件，将经纬线投影在圆柱面上，纬线投影成大小相等互相平行的圆，经线投影成与纬线垂直的平行直线，将圆柱面沿一母线切开展平即得正轴圆柱投影。

正轴圆柱投影以中央经线作为X轴，赤道为Y轴，中央经线与赤道交点为坐标原点。所以，x坐标仅为纬度 φ 的函数，Y坐标与经差成正比。因此，正轴圆柱投影的平面直角坐标一般公式为：

$$x = f(\varphi)$$

$$y = C \lambda$$

正轴圆柱投影变形的一般公式为：

$$m = \frac{dx}{M d\varphi}$$

$$n = \frac{C}{r} = \frac{C}{N \cos \varphi}$$

$$P = m \cdot n$$

$$\sin \frac{\omega}{2} = \left| \frac{m - n}{m + n} \right|$$

$$M = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}}$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{1}{2}}}$$

M为地球椭球体经线曲率半径，N为地球椭球体卯酉圈曲率半径，a、b分别为地球椭球体的长、短半径，e为地球椭球体子午圈第一偏心率。当把地球视作以R为半径的球体时 $a = b = M = N = R$ 。 $e = 0$ ，r为地球椭球体纬圈半径。C为取决于圆柱与地球相切或相割及切割位置的常数。当圆柱面与地球上纬度为 φ_K 的纬线相割时， $C = r_K = N_K \cos \varphi_K$ 。当圆柱面切于地球赤道时， $C = a$ 。

由公式可知，各种变形仅为纬度 φ 的函数，因此等变形线是与纬线一致的平行线。在正轴切圆柱投影中，赤道为标准纬线，变形随纬度的增高而增大，因此，适用于编制低纬区域沿纬线伸展地区的地图。在正轴割圆柱投影中，圆柱与地球相割的两条纬线是标准纬线。由两标准纬线向内，纬线长度比 $n < 1$ ，由两标准纬线向外， $n > 1$ ，离标准纬线越远，变形越大。经线视投影性质而异。

在横轴和斜轴圆柱投影中，垂直圈是互相平行的直线，其间隔相等。等高圈是与垂直圈正交的一组平行直线，等变形线与等高圈一致，经线和纬线一般为曲线。只有极轴（过球面极坐标极点的经线）投影成为直线，并为其它经线和纬线的对称轴。

三十一、墨卡托投影

(正轴等角切圆柱投影)

等角圆柱投影是以圆柱面作投影面，以等角条件决定 $x=f(\varphi)$ 函数形式的投影。正轴等角圆柱投影，由16世纪制图学家墨卡托 (Gerhard Mercator) 于1569年所创，所以常称它为墨卡托投影。正轴切圆柱投影，常数 $C=a$ ，投影公式为：

$$x = \frac{a}{\text{Mod}} \lg U$$

$$y = a \lambda \quad (\lambda \text{ 以弧度计})$$

$$m = n = -\frac{a}{r} = -\frac{a}{N \cos \varphi}$$

$$P = m^2$$

$$\omega = 0^\circ$$

$$U = \lg \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \left(-\frac{1 - e \sin \varphi}{1 + e \sin \varphi} \right)^{\frac{e}{2}}$$

$$\text{Mod} = 0.43429448$$

$$\frac{1}{\text{Mod}} = 2.30258509$$

在正轴等角切圆柱投影中，纬线是平行直线，赤道是标准纬线，纬度越高，纬线间隔愈大。经线是与纬线正交的平行直线，经线间隔等于相应经差的赤道弧长。因是等角投影，一点上各方向的长度比相等，地球面上的微分圆投影后仍保持为圆。等变形线与纬线一致，变形随纬度增高增加很快，这从图右两个条带的比较可看出，当 $\varphi = 90^\circ$ 时， $m = n = \infty$ 。所以，两极地区无法表示出来，用该投影编制世界地图，一般只表示到南北纬 80° 附近，在 80° 以上的极地区域常

用正轴等角方位投影表示以资补充。

正轴等角圆柱投影有一重要特性：等角航线投影成为直线。因此，常用于编制航海图和航空图。

正轴等角切圆柱投影的 x 坐标称为“经长”或“渐长纬度”，常用 D 表示。在航海上常用浬表示。因为1浬等于赤道上一弧分， $a = \frac{360 \times 60}{2\pi} = 3437.747$ 浬(3427'.747)这时：

$$x = D = \frac{a}{\text{Mod}} \lg U = 7915'.705 \lg U$$

本投影的长度比，面积比表：

| φ | $m = n$ | $P = m^2$ | φ | $m = n$ | $P = m^2$ |
|------------|---------|-----------|------------|----------|-----------|
| 0° | 1.000 | 1.000 | 40° | 1.304 | 1.699 |
| 5° | 1.004 | 1.008 | 50° | 1.553 | 2.411 |
| 10° | 1.015 | 1.031 | 60° | 2.000 | 4.000 |
| 15° | 1.035 | 1.072 | 70° | 2.915 | 8.498 |
| 20° | 1.064 | 1.132 | 80° | 5.740 | 32.948 |
| 25° | 1.103 | 1.216 | 90° | ∞ | ∞ |
| 30° | 1.155 | 1.333 | | | |

三十二、大圆航线和等角航线

大圆航线或大环航线，又称正航线，为地球表面两地间的大圆弧线，也是两地间的最短距离。

等角航线又称恒向线，斜航线，是地球表面上两地间的一条等方位线，该线与所有经线都保持相等的方位角。在航行中，由起点至终点，沿等角航线航行，理论上可不改变某一固定的方位角就可达到。但等角航线并不是两地间的最短距离线，与经线的交角也不是两地的方位角。

大圆航线在球心方位投影中投影成直线，而在墨卡托投影中投影成曲线。如果在墨卡托投影图上加绘了大圆航线。那末，沿这条航线航行，既经济（航程最短），又方便（可根据等角航线确定和改变航向）。

在墨卡托图上加绘大圆航线可借助球心方位投影，用图解方法求得：先在球心方位投影图上用直线连接航行起止点，即得该两地的大圆航线。（上图）。然后将该直线与经纬线交点的坐标转到墨卡托投影图上，用平滑曲线连接起来就得在墨卡托投影图上相应的大圆航线（下图）。沿大圆航线航行需要时时改变航向，甚为不便。为方便计，可在大圆航线上任取若干点，即把整个航程分成若干航段。把这些点的位置按坐标转到墨卡托投影图上，相邻两点用直线连接，即得每一航行段的等角航线。航行时，每一航段可循等角航线航行，可不再时时改变航向，只要进入次一航段时改变一下航向就行。这样，就全航程来说，又是比较接近于大圆航线的，既经济又方便。

三十三、等角航线的特性

设等角航线与经线夹角为 α ，起点的地理坐标为 $\varphi_1 = 0^\circ$ ， $\lambda_1 = 0^\circ$ ，并视地球为 R 的球体，则有：

$$\lambda = \operatorname{tg} \alpha \cdot \ln U = \operatorname{tg} \alpha \cdot \ln \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)$$