

专业课强化精讲课程

第7讲

第八章 齿轮传动（三）

(三) 直齿圆柱齿轮传动的设计

1. 齿轮传动的强度设计

1) 齿轮的许用应力

$$[\sigma_F] = \frac{\sigma_{F \lim} Y_{ST}}{S_{F \lim}} Y_N \quad [\sigma_H] = \frac{\sigma_{H \lim}}{S_{H \lim}} Z_N$$

$\sigma_{F \lim}$ 、 $\sigma_{H \lim}$ 为试验齿轮的弯曲疲劳应力极限和接触疲劳应力极限

$S_{F \lim}$ 、 $S_{H \lim}$ 为弯曲疲劳强度和接触疲劳强度的最小安全系数

Y_{ST} 为试验齿轮的应力修正系数，等于2.0

Y_N 、 Z_N 按应力循环系数查表可得

$$N = 60n\gamma L_h$$

N: 应力循环次数;

n: 齿轮的转速;

γ : 齿轮每转一圈时, 同一齿面啮合的次数;

L_h : 齿轮的工作寿命。

2) 直齿圆柱齿轮传动的强度设计

一对相互啮合的齿轮, 其轮齿所承受的弯曲疲劳应力大小不同, 并且由于两齿轮的材料、热处理后的齿面硬度一般也不一样, 因而其许用弯曲疲劳应力也不相等;

另一方面，虽然两轮齿面的接触应力相等，但同样由于两齿面硬度不同的原因，其许用接触应力也是不相等的。所以，轮齿的疲劳强度条件可以表示为：

$$\sigma_{F1} \leq [\sigma_{F1}]$$

$$\sigma_{F2} \leq [\sigma_{F2}]$$

$$\sigma_H \leq [\sigma_H]$$

式中， $[\sigma_{F1}]$ 、 $[\sigma_{F2}]$ 分别为相啮合的两齿轮的许用弯曲疲劳应力； $[\sigma_H]$ 为两齿轮的许用接触疲劳应力 $[\sigma_{H1}]$ 、 $[\sigma_{H2}]$ 中的较小者。

进而，我们得到强度校核公式：

$$\sigma_F = \frac{2000KT_1}{d_1bm} Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\varepsilon \leq [\sigma_F]$$

$$\sigma_H = \frac{Z_E Z_H Z_\varepsilon}{a} \sqrt{\frac{500KT_1(u \pm 1)^3}{bu}} \leq [\sigma]_H$$

相应设计公式：

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2000KT_1Y_\varepsilon}{\phi_d z_1^2} \cdot \frac{Y_{Fa} \cdot Y_{Sa}}{[\sigma]_F}} \quad mm$$

$$a \geq (u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{500KT_1}{\phi_a u} \left(\frac{Z_\varepsilon Z_E Z_H}{[\sigma_H]} \right)^2} \quad mm$$

注意：

- (1) 式中 $\frac{Y_{Fa} \cdot Y_{Sa}}{[\sigma]_F}$ 的计算值以两齿轮中的较大者代入；
- (2) 齿宽系数及小齿轮齿数由设计者选定；
- (3) 由设计公式求得模数后需按国家标准取成标准值。对于动力传动齿轮，模数不小于1.5~2mm。

2. 设计参数的选择

1) 齿数选择

在分度圆直径一定的条件下，增加齿数则模数减小。齿数多则重合度大，提高了传动的平稳性；模数减小，可减小齿高，从而减小齿轮加工时的金属切削量，并能降低齿面间的相对滑动速度，进而减小磨损，提高抗胶合能力。

因此，对于软齿面闭式齿轮传动，在满足轮齿弯曲疲劳强度的条件下，可适当增加齿数，通常取 z_1 为20~40。对于硬齿面闭式齿轮传动和开式齿轮传动，为保证齿根有足够的弯曲疲劳强度，应适当减小齿数，使齿轮有较大的模数。

2) 齿宽系数的选择

在齿面接触疲劳强度设计公式中，我们引入了齿宽系数 ϕ_a

在轮齿弯曲疲劳强度设计公式中，引入了齿宽系数 ϕ_d

$$\frac{\phi_a}{\phi_d} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{b}{d_1}} = \frac{d_1}{a} = \frac{2}{u+1}$$

如果齿宽系数取的较大，承载能力可以提高，但是齿宽大，会增大载荷沿齿宽分布的不均匀性，对轮齿强度不利；如果齿宽系数取得小，则会有相反的利弊。

3) 齿数比 u

一对齿轮的齿数比不宜过大，否则会使传动装置的结构过大，且两轮的工作负担差别也过大。一般直齿圆柱齿轮传动，可取 $u \leq 5 \sim 8$ ，齿数比超过8时，宜采用二级或多级传动。

3. 设计计算路线

- 1) 软齿面闭式齿轮传动；
- 2) 硬齿面闭式齿轮传动；
- 3) 开式传动。

十三、 渐开线斜齿圆柱齿轮传动

(一) 斜齿轮齿廓曲面的形成及其主要啮合特点

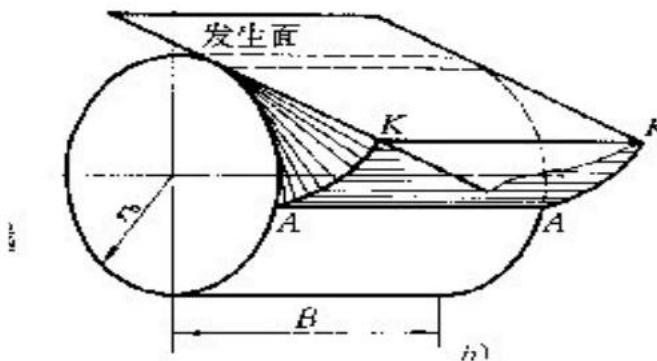
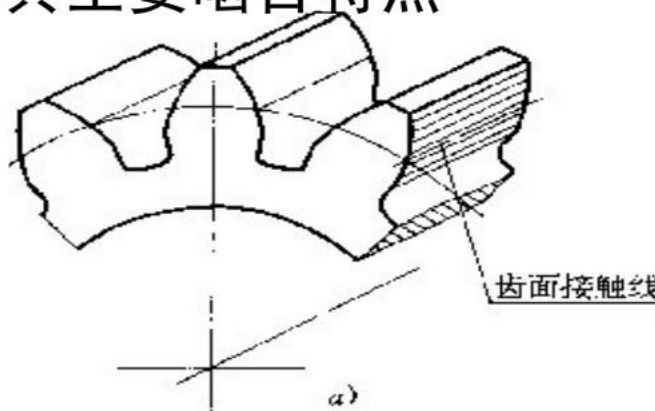
1. 一对直齿轮相啮合时，其轮齿沿整个齿宽同时进入接触或同时分离。

➡ 容易引起冲击、振动和噪音。

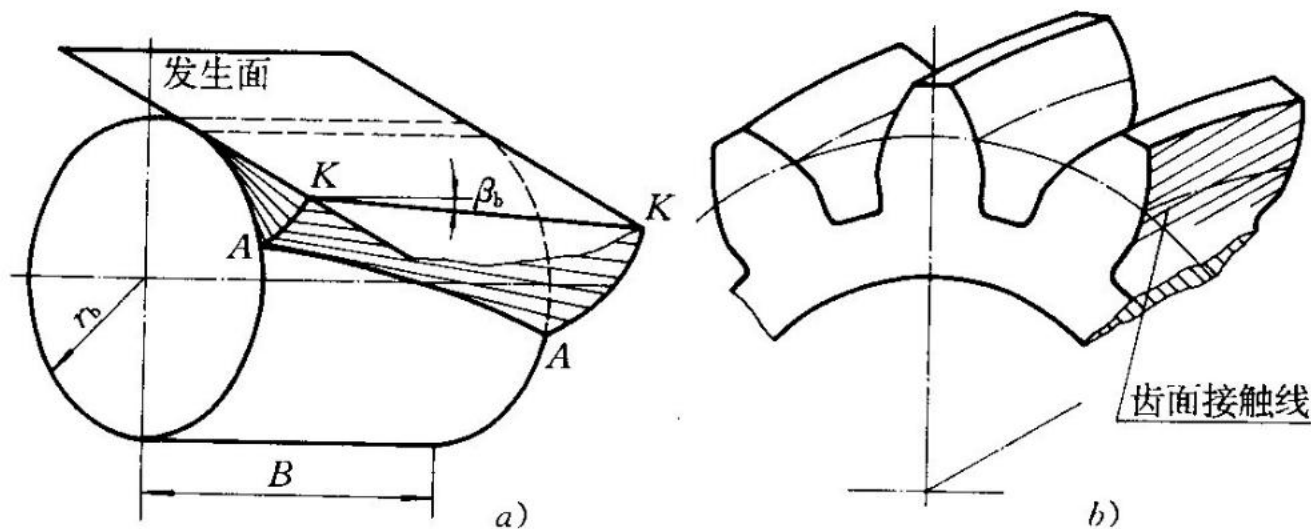
2. 直齿轮传动的重合度小。

➡

- 每对轮齿的负荷大；
- 传动不够平稳；
- 不适用于高速重载的传动。



3. 斜齿轮齿廓曲面的形成



1) 斜齿轮的齿廓曲面：当发生面绕基圆柱作纯滚动时，发生面上与齿轮的轴线成一交角 b_b 的直线 $K-K$ 上各点轨迹的集合。

■斜齿轮的端面齿廓为精确的渐开线。

2) 直线 KK 所形成的曲面为一渐开螺旋面。

■斜齿轮分度圆柱上的螺旋角（斜齿轮的螺旋角）：

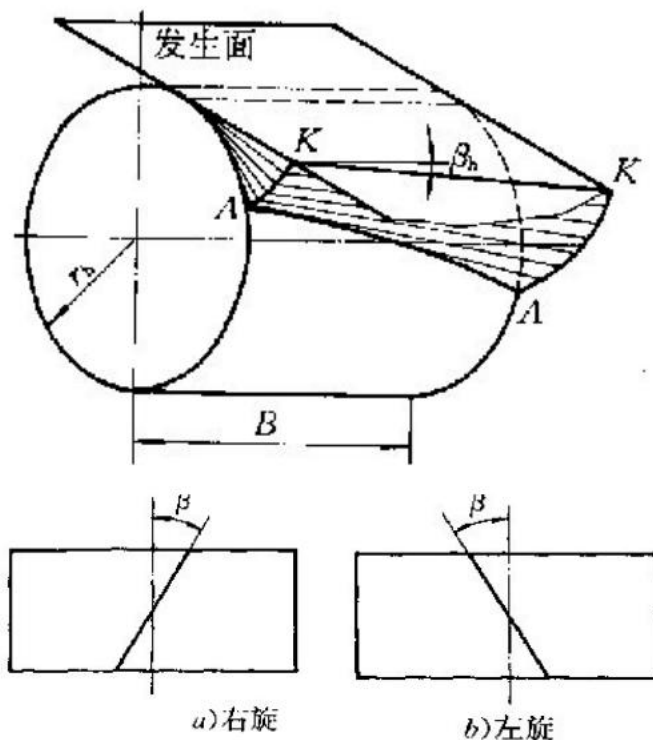
指斜齿轮的齿廓曲面与分度圆柱面相交的螺旋线的切线与齿轮轴线之间所夹的锐角，用 b 表示。

■螺旋角有正、负之分

4. 啮合特点

斜齿轮传动适合高速传动

- 齿面上的接触线为一斜直线→重合度↑；
- 两轮轮齿逐渐进入啮合→冲击、振动↓，传动的平稳性↑。



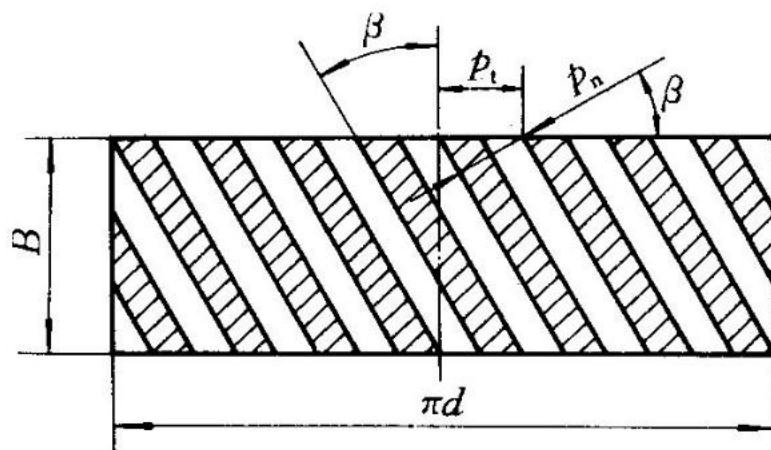
(二) 斜齿圆柱齿轮的基本参数与几何尺寸计算

斜齿轮法面上的参数(模数、压力角、齿顶高系数等)为标准值,但在计算斜齿轮的几何尺寸时却需按端面的参数进行计算。

1. 斜齿轮的螺旋角

- 斜齿轮的螺旋角 β ,表示斜齿轮轮齿的倾斜程度。

$$\tan \beta = \pi d / l \quad (l \text{ 为导程})$$



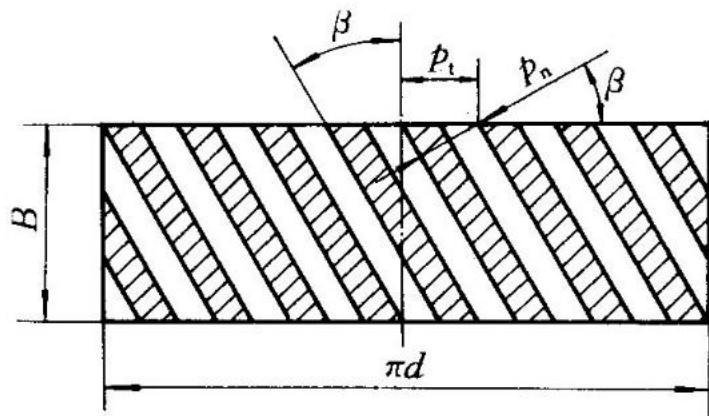
- 基圆柱上的螺旋角: $\tan \beta_b = \pi d_b / l$

➡ $\tan \beta_b = \tan \beta \cos \alpha_t$

2. 齿距和模数

$$p_n = p_t \cos \beta$$

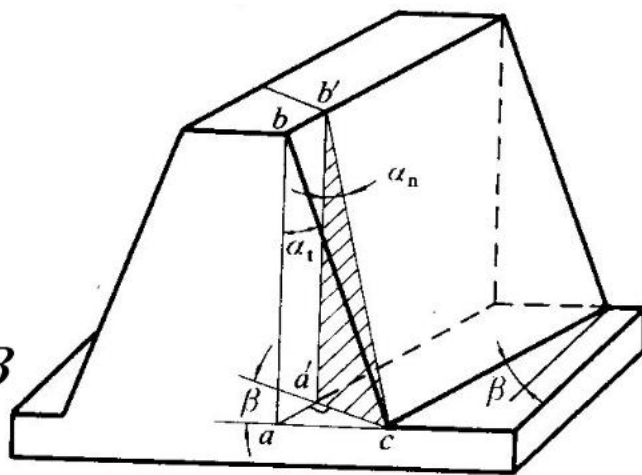
$$\rightarrow m_n = m_t \cos \beta$$



3. 法面压力角 α_n 和端面压力角 α_t

$$\overline{ac} / \tan \alpha_t = \overline{a'c} / \tan \alpha_n$$

$$\xrightarrow[\overline{a'c} = \overline{ac} \cos \beta]{\triangle aa'c \text{ 中}} \tan \alpha_n = \tan \alpha_t \cos \beta$$



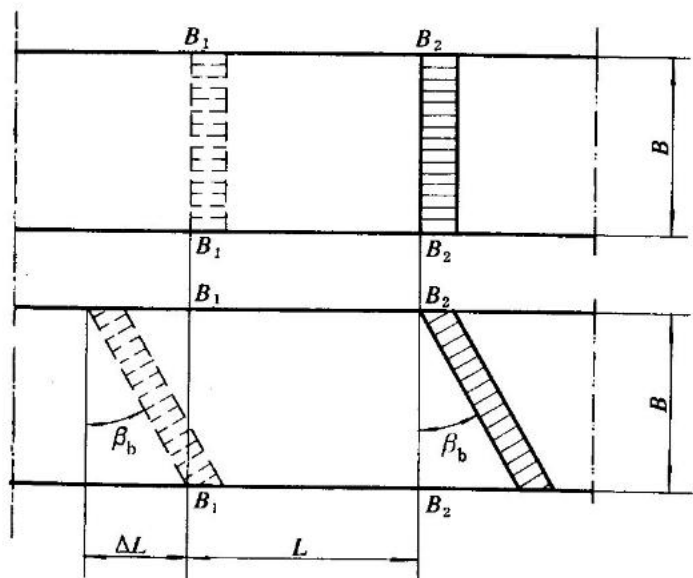
(三) 斜齿圆柱齿轮的啮合传动及其重合度

$$1. \text{斜齿轮的正确啮合条件} \left\{ \begin{array}{l} m_{t1} = m_{t2} \text{ 或 } m_{n1} = m_{n2} \\ \alpha_{t1} = \alpha_{t2} \text{ 或 } \alpha_{n1} = \alpha_{n2} \\ \beta_1 = -\beta_2 (\text{外啮合}) \quad \beta_1 = \beta_2 (\text{内啮合}) \end{array} \right.$$

2. 斜齿轮传动的重合度

■斜齿轮传动的实际啮合区比直齿轮增大了

→斜齿轮传动的重合度较直齿轮传动增加了 e_b



$$\varepsilon_\beta = \frac{\Delta L}{p_{bt}} = \frac{B \tan \beta_b}{p_{bt}} = \frac{B \tan \beta \cos \alpha_t}{p_t \cos \alpha_t} = \frac{B \sin \beta / \cos \beta}{p_n / \cos \beta} = \frac{B \sin \beta}{\pi m_n}$$

■斜齿轮的重合度 ε_r $\varepsilon_r = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta$

e_a --- 端面重合度

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\tan \alpha_{at1} - \tan \alpha'_t) + z_2 (\tan \alpha_{at2} - \tan \alpha'_t)]$$

(四) 斜齿圆柱齿轮的当量齿轮和当量齿数

1. 当量齿轮

是指与斜齿轮法面齿形相当的直齿轮。

2. 当量齿数 z_v ：指当量齿轮的齿数。

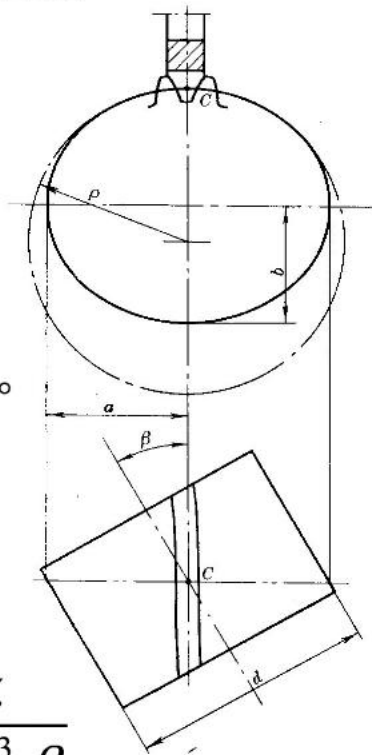
■ 齿轮铣刀的刀号需根据当量齿数来选取。

■ 当量齿数的确定

$$\rho = \frac{a^2}{b} = \frac{(d/2 \cos \beta)^2}{d/2} = \frac{d}{2 \cos^2 \beta}$$
$$\Rightarrow z_v = \frac{2\rho}{m_n} = \frac{d}{m_n \cos^2 \beta} = \frac{m_t z}{m_n \cos^2 \beta} = \frac{z}{\cos^3 \beta}$$

■ 斜齿标准齿轮不发生根切的最少齿数： $z_{\min} = z_{v\min} \cos^3 \beta$

■ \Rightarrow 斜齿轮的最少齿数较直齿轮少



(五) 斜齿圆柱齿轮传动的强度计算及设计

1. 轮齿上的受力分析:

不计摩擦力

$$F_n \begin{cases} F_t \text{ (圆周力)} \\ F_r \text{ (径向力)} \\ F_a \text{ (轴向力)} \end{cases}$$

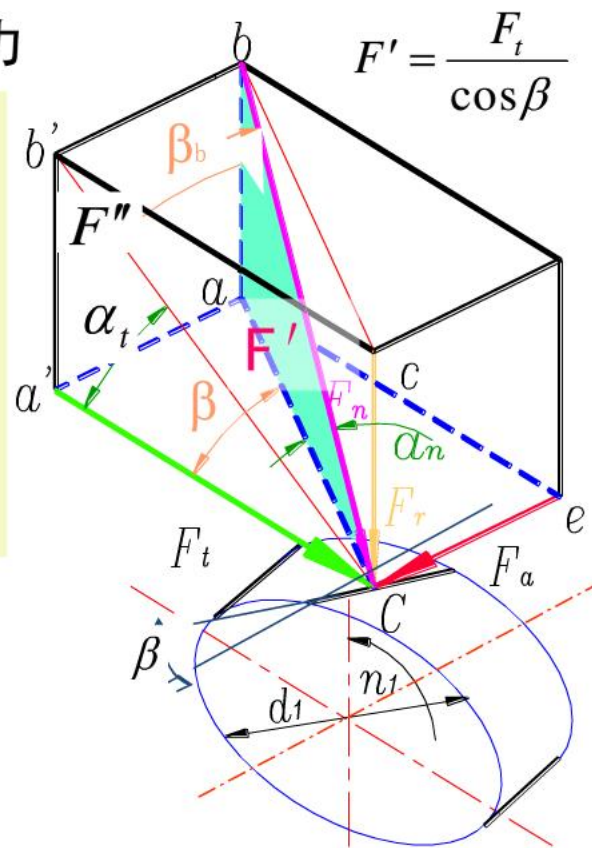
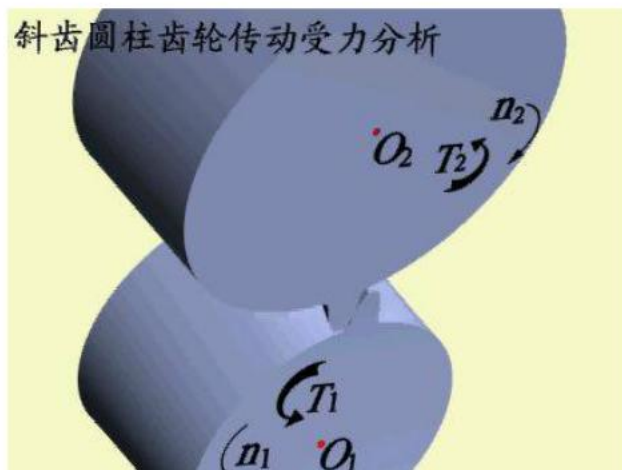
1. 大小:

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1}$$

$$F_r = F'_t \tan \alpha_n = \frac{F_t \tan \alpha_n}{\cos \beta}$$

$$F_a = F_t \tan \beta$$

$$F_n = \frac{F'_t}{\cos \alpha_n} = \frac{F_t}{\cos \alpha_n \cos \beta} = \frac{F_t}{\cos \alpha_t \cos \beta_b}$$



2. 方向:

圆周力: 主动轮上 F_{t1} 与转向相反

从动轮上 F_{t2} 与转向相同

同直
齿轮

径向力: F_{r1} 和 F_{r2} 指向各自的轮心

轴向力: 主动轮上 F_{a1} 用左右手法则判定:

左旋齿轮用左手法则

右旋齿轮用右手法则

弯曲四指为转动方向、大指为 F_{a1} 方向

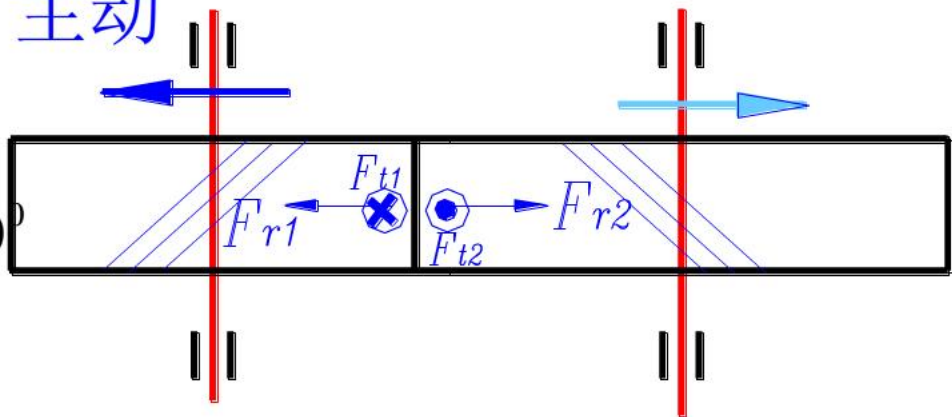
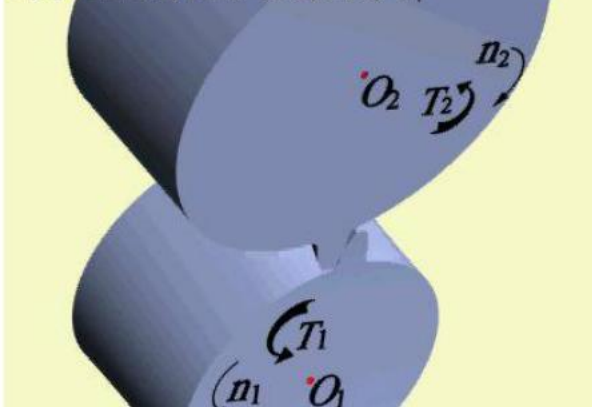
主、从动轮上各对应力 **主动**

大小相等、方向相反

一般取: $\beta = 8^\circ \sim 20^\circ$

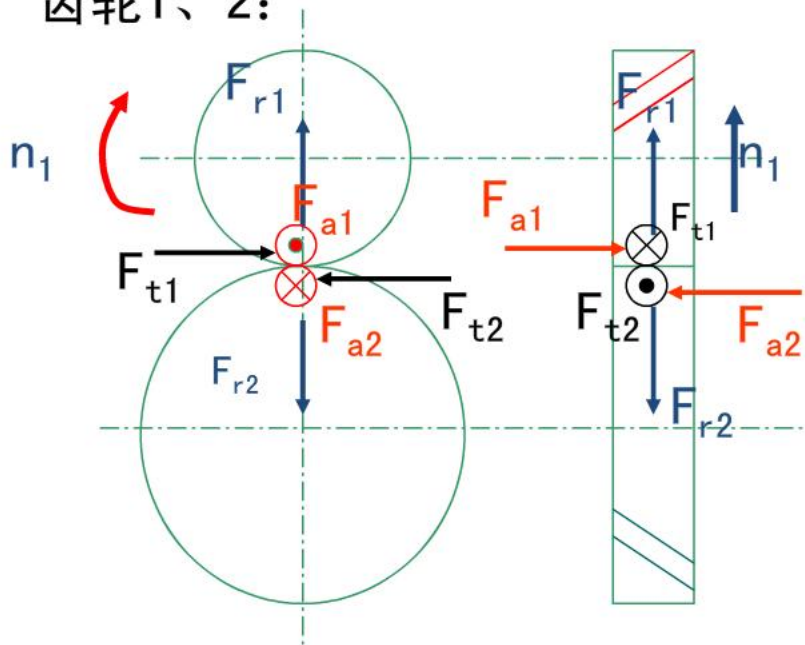
人字齿轮: $\beta = 15^\circ \sim 40^\circ$

斜齿圆柱齿轮传动受力分析

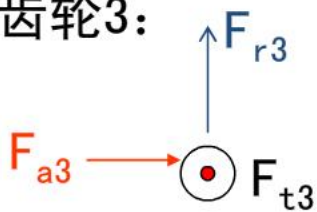


例：圆柱齿轮的受力分析

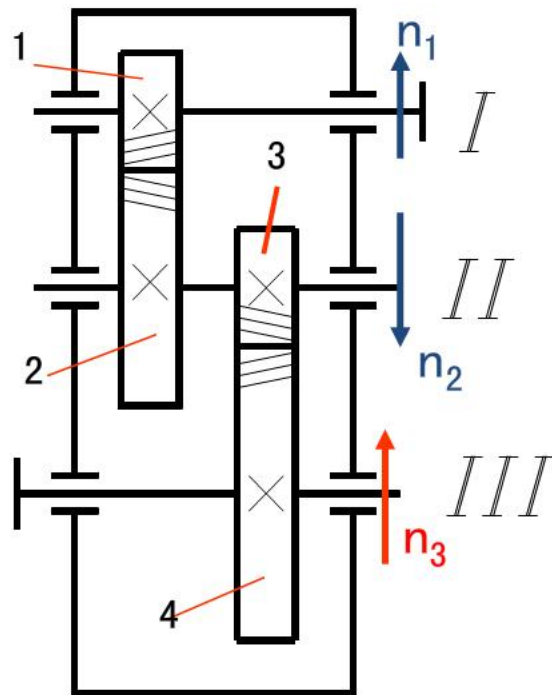
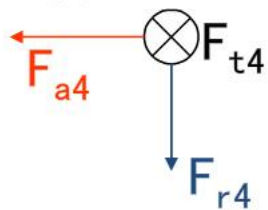
齿轮1、2：



齿轮3：



齿轮4：



2. 斜齿圆柱齿轮传动的应力计算

1) 齿根弯曲疲劳应力计算

用当量直齿圆柱齿轮代替原来的斜齿轮

$$\sigma_F = \frac{2000KT_1}{d_1 b m_n} Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\varepsilon Y_\beta$$

(1) 取齿形系数 Y_{Fa} 及应力修正系数 Y_{Sa} 时，按图查取，但应按当量齿数查取；

(2) 重合度系数仍用之前直齿圆柱齿轮的重合度系数计算公式计算，但应用 ε_α 代替 ε ；

(3) 螺旋角系数是考虑由齿轮螺旋角造成的接触线倾斜对齿根弯曲疲劳应力的影响，其数值查表可得。

2) 齿面接触疲劳应力计算

与直齿圆柱齿轮公式推导方法相似:

$$\sigma_H = Z_E Z_H Z_\varepsilon Z_\beta \sqrt{\frac{KF_t}{bd_1} \cdot \frac{u+1}{u}}$$

- (1) 齿廓啮合点的曲率半径应按法面内的曲率半径计算;
- (2) 斜齿轮的接触线长度L大于直齿轮, 它受端面重合度和轴向重合度的共同影响;
- (3) 斜齿轮的接触线是倾斜的, 这会给齿面接触疲劳强度带来有利的影响, 因此在斜齿轮齿面接触疲劳应力计算中引入了螺旋角系数来考虑这一影响。

其中, Z_ε 为节点区域系数 $Z_H = \frac{1}{\cos \alpha_t} \sqrt{\frac{2 \cos \beta_b}{\tan \alpha_t}}$

Z_β 为螺旋角系数, $Z_\beta = \sqrt{\cos \beta}$

Z_ε 为重合度系数。当轴向重合度 ε_β 小于1时,

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3} (1 - \varepsilon_\beta) + \frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\alpha}}$$

当轴向重合度 $\varepsilon_\beta \geq 1$ 时, $Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}}$

3. 斜齿圆柱齿轮传动的强度设计

校核公式和设计公式分别为:

$$\sigma_F = \frac{2000KT_1}{d_1 b m_n} Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\varepsilon Y_\beta \leq [\sigma_F]$$

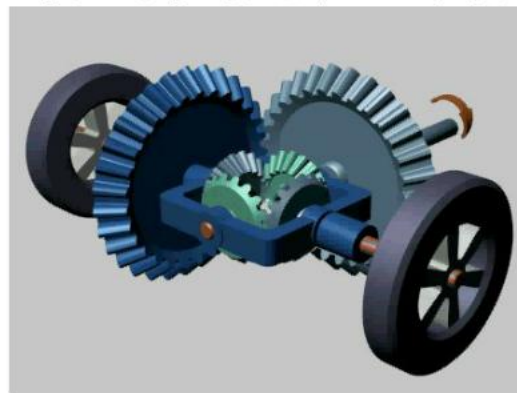
$$\sigma_H = \frac{Z_E Z_H Z_\varepsilon Z_\beta}{a} \sqrt{\frac{500 K T_1 (u+1)^3}{b u}} \leq [\sigma]_H$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2000 K T_1 Y_\varepsilon Y_\beta \cos^2 \beta}{\phi_d z_1^2} \cdot \frac{Y_{Fa} \cdot Y_{Sa}}{[\sigma]_F}} \quad mm$$

$$a \geq (u+1) \sqrt[3]{\frac{500 K T_1}{\phi_a u} \left(\frac{Z_\varepsilon Z_E Z_H Z_\beta}{[\sigma_H]} \right)^2} \quad mm$$

十四、 锥齿轮传动

圆锥齿轮传动用来传递两相交轴之间的运动和动力

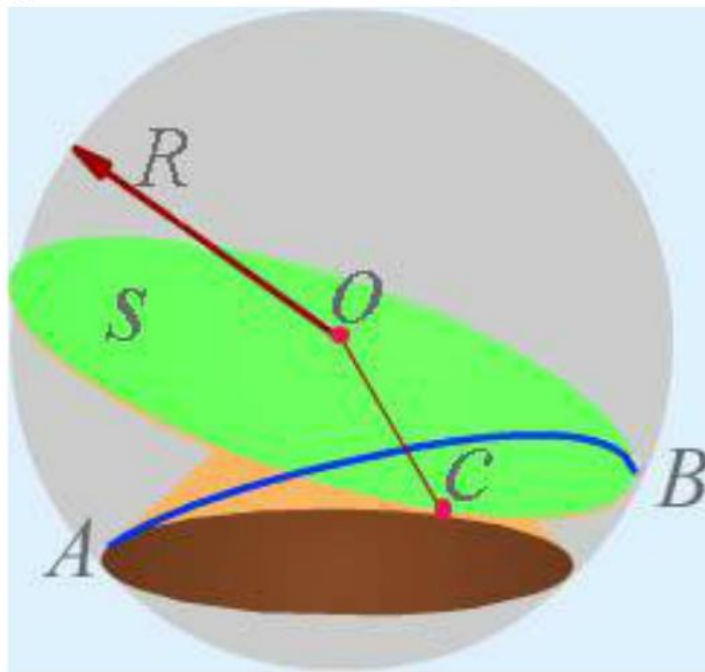


特点：圆锥齿轮的轮齿分布在一个圆锥体上。圆锥齿轮大端的参数为标准值。一对圆锥齿轮两轴之间的交角可根据传动的需要来确定。在一般机械中多采用 $\Sigma=90^\circ$ 的圆锥齿轮。

（一）轮齿曲面的形成及几何关系

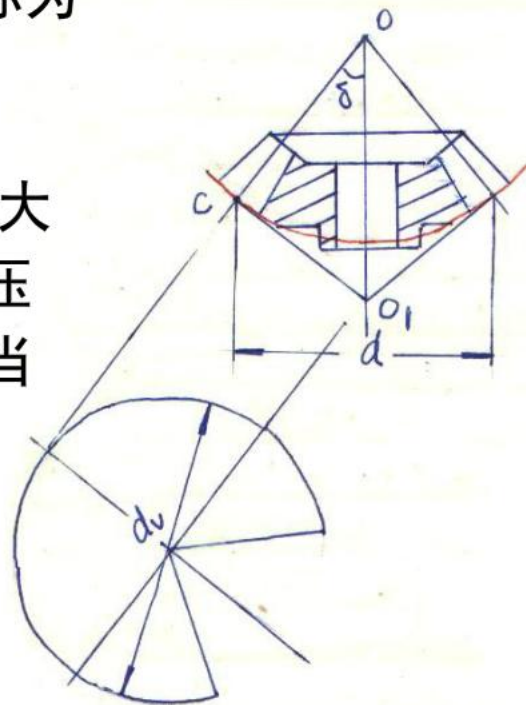
1. 轮齿曲面的形成

如图，一个圆平面 S 与一个基圆锥切于直线 OC ，圆平面半径与基圆锥锥距 R 相等，且圆心与锥顶重合。当圆平面绕圆锥作纯滚动时，该平面上任一点 B 将在空间展出一条渐开线 AB 。渐开线必在以 O 为中心、锥距 R 为半径的球面上，成为球面渐开线。



2. 背锥和当量齿数

- 过分度圆锥C点作垂直于CO的 CO_1
- 以 OO_1 为轴、 O_1C 为母线的圆锥称为该圆锥的背锥
- 以 O_1C 为分度圆半径，以锥齿轮大端模数 m 为直齿轮模数，取标准压力角 α ，该直齿轮为锥齿轮的当量直齿轮



当量齿数的计算

$$r_{v2} = r_2 / \cos \delta_2 = m z_2 / (2 \cos \delta_2)$$

δ_2 为轮2的分度圆锥角（简称为分锥角），即分度圆锥母线与轴线的夹角。

而 $r_{v2} = m z_{v2} / 2$

$$\therefore z_{v2} = z_2 / \cos \delta_2$$

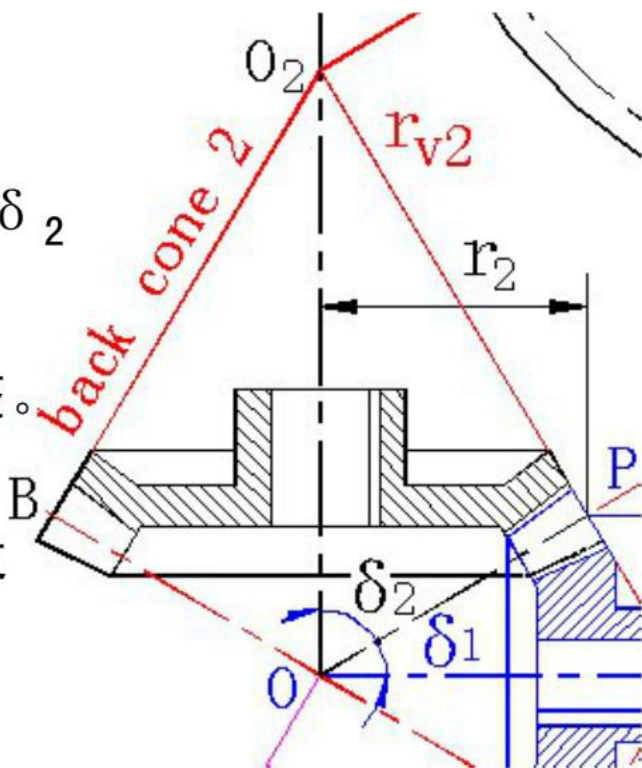
同理： $z_{v1} = z_1 / \cos \delta_1$

注： z_v 一般不是整数，不要圆整。

当量齿数 z_v 是选择刀号、计算轮齿的强度、确定不发生根切的最少齿数的依据。

不发生根切的最少齿数

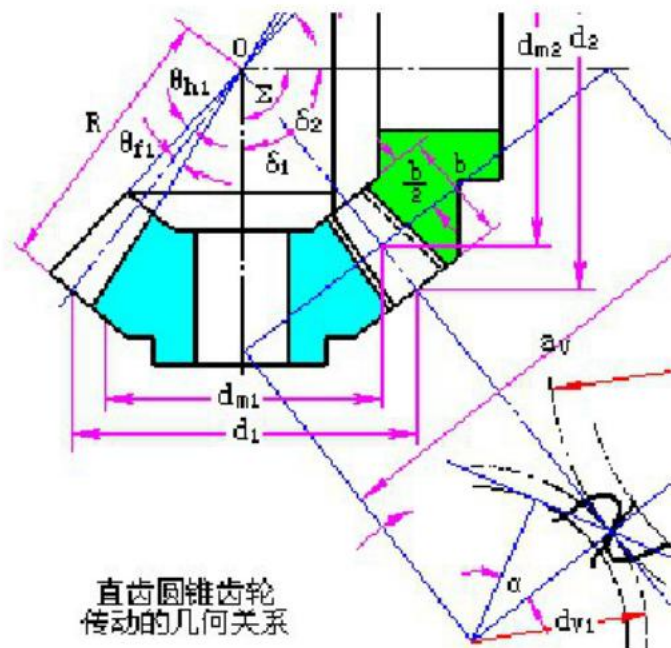
$$z_{\min} = z_{v\min} \cos \delta \quad (=17 \cos \delta)$$



3. 平均当量齿轮

锥齿轮齿宽中点处的当量齿轮称为平均当量齿轮，用于强度计算

$$\phi_R = b/R \quad d_{m1} = d_1 - b \sin \delta_1 = d_1 - \frac{b}{2} \cdot \frac{d_1}{R} = (1 - 0.5\phi_R)d_1$$



$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{\tan \delta_2}{\tan \delta_1} = \frac{\cot \delta_1}{\cot \delta_2}$$

$$\cos \delta_1 = \frac{1}{\sqrt{(\tan \delta_1)^2 + 1}} = \frac{u}{\sqrt{1 + u^2}}$$

$$d_{v1} = \frac{d_{m1}}{\cos \delta_1} = (1 - 0.5\phi_R)d_1 \frac{\sqrt{1 + u^2}}{u}$$

$$u_v = \frac{z_{v2}}{z_{v1}} = \frac{\frac{z_2}{\cos \delta_2}}{\frac{z_1}{\cos \delta_1}} = \frac{z_2}{z_1} \frac{\cos \delta_1}{\cos \delta_2} = u$$

$$\frac{d_1}{d_{m1}} = \frac{R}{R - 0.5b} = \frac{m}{m_m}$$

$$m = \frac{m_m}{1 - 0.5\phi_R}$$

(二) 直齿锥齿轮传动强度计算

1. 轮齿的受力分析:

大小及关系

$$F_{t1} = 2T_1/d_{m1} = 2T_1/(d_1(1-0.5\phi_R))$$

$$F_{r1} = F' \cos \delta_1 = F_{t1} \tan \alpha \cos \delta_1 = -F_{a2}$$

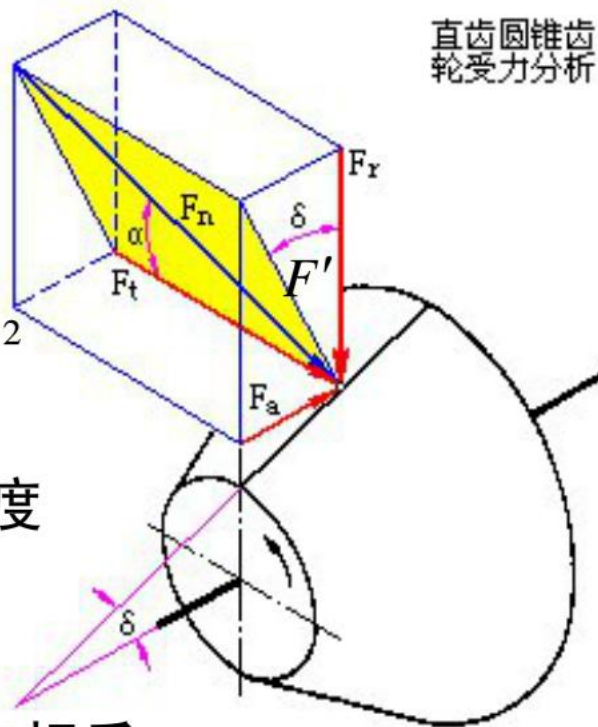
$$F_{r2} = F' \sin \delta_1 = F_{t1} \tan \alpha \sin \delta_1 = -F_{a1}$$

式中: d_{m1} 为小齿轮齿宽中点的分度圆直径

方向 径向力: 指向圆心;

圆周力: 主动轮上 F_{t1} 与转向相反
从动轮上 F_{t2} 与转向相同

轴向力: 指向大端。



2. 齿根弯曲疲劳强度计算

直齿锥齿轮轮齿弯曲疲劳强度是按平均当量圆柱齿轮进行计算的，因此我们可得校核和设计公式为：

$$\sigma_F = \frac{4706KT_1}{\phi_R(1-0.5\phi_R)z_1^2m^3\sqrt{u^2+1}}Y_{Fa}Y_{sa}Y_{\varepsilon} \leq [\sigma_F]$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{4706KT_1}{\phi_R(1-0.5\phi_R)^2z_1^2\sqrt{1+u^2}}\left(\frac{Y_{Fa}Y_{sa}Y_{\varepsilon}}{[\sigma_F]}\right)}$$

3. 齿面接触疲劳强度计算

$$\sigma_H = Z_H Z_E Z_{\varepsilon} \sqrt{\frac{4706KT_1}{\phi_R(1-0.5\phi_R)^2d_1^3u}} \leq [\sigma_H]$$

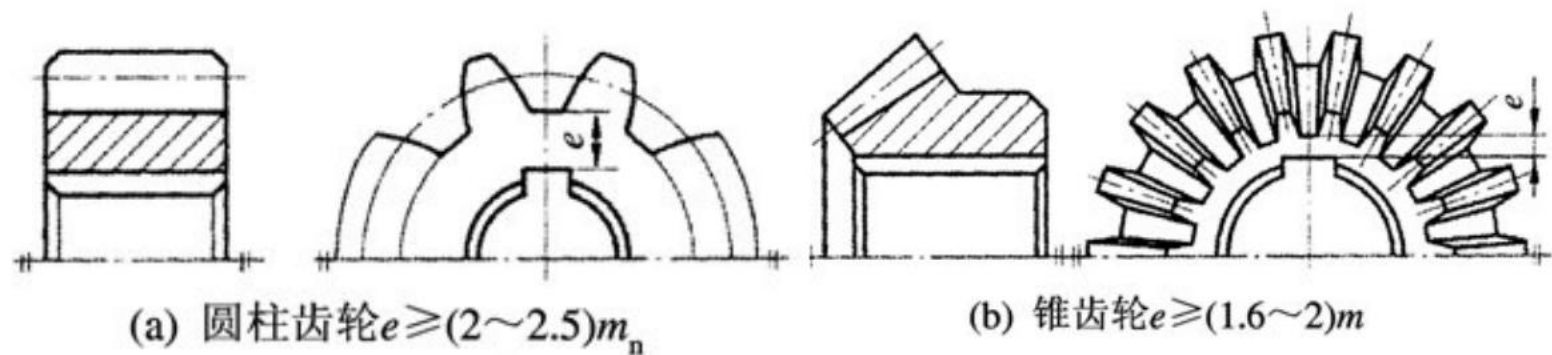
$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{4706KT_1}{\phi_R(1-0.5\phi_R)^2u}\left(\frac{Z_H Z_E Z_{\varepsilon}}{[\sigma_H]}\right)^2}$$

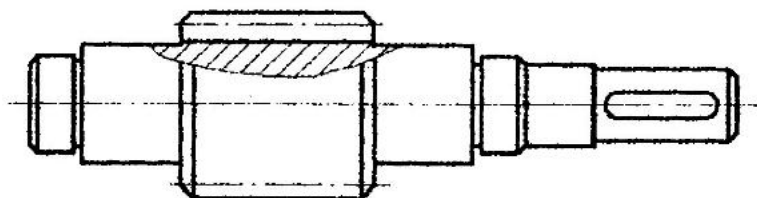
十五、 齿轮的结构

齿轮一般由轮缘、轮辐和轮毂三部分组成。

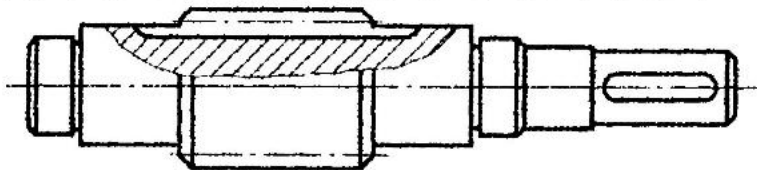
1. 锻造齿轮

如果圆柱齿轮的齿根圆到键槽底面的径向距离 $e \leq 2.5m$ (或 m_n)，圆锥齿轮小端齿根圆到键槽底面的径向距离 $e < 1.6m$ ，则可将齿轮与轴做成一体，称为齿轮轴， 如图所示。

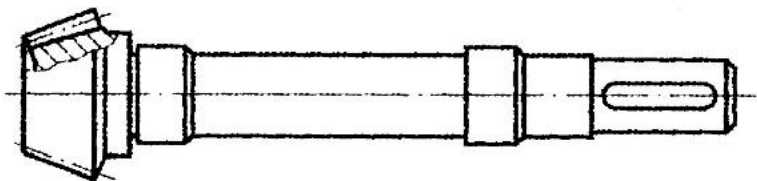




(a) 圆柱齿轮轴(齿根圆直径大于轴径)



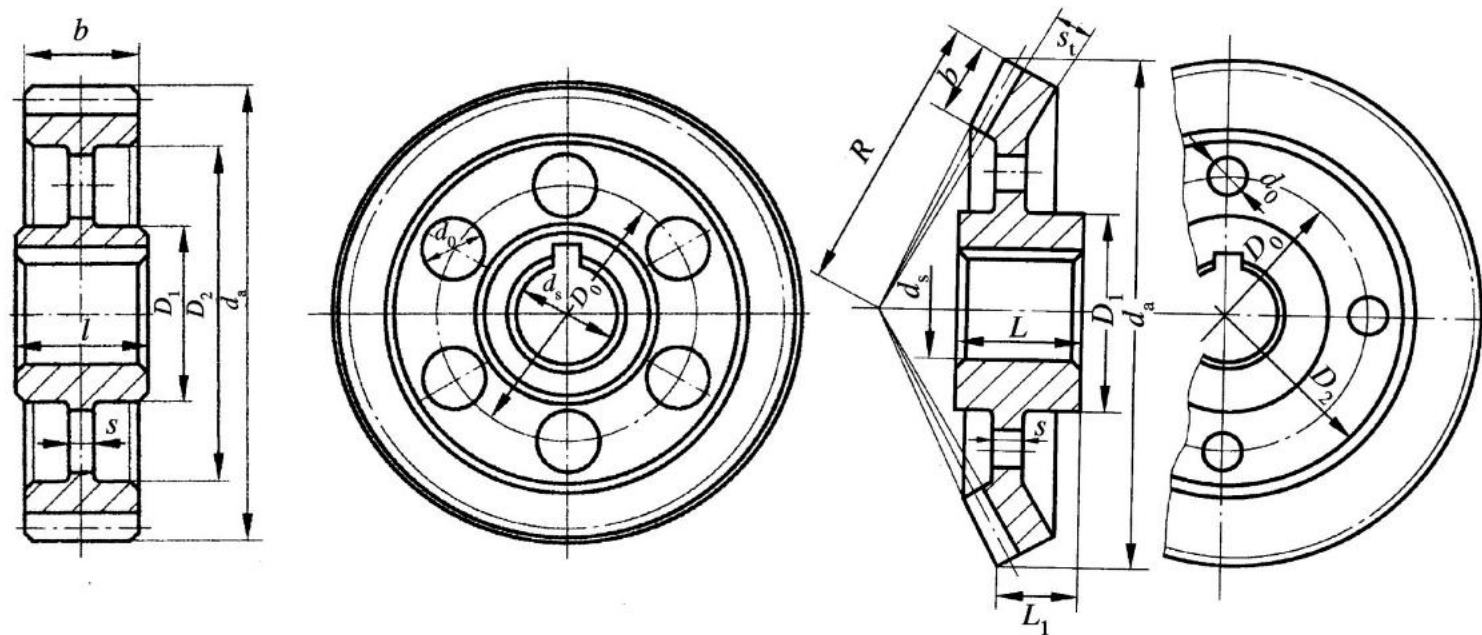
(b) 圆柱齿轮轴(齿根圆直径小于轴径)



(c) 锥齿轮轴

齿轮轴

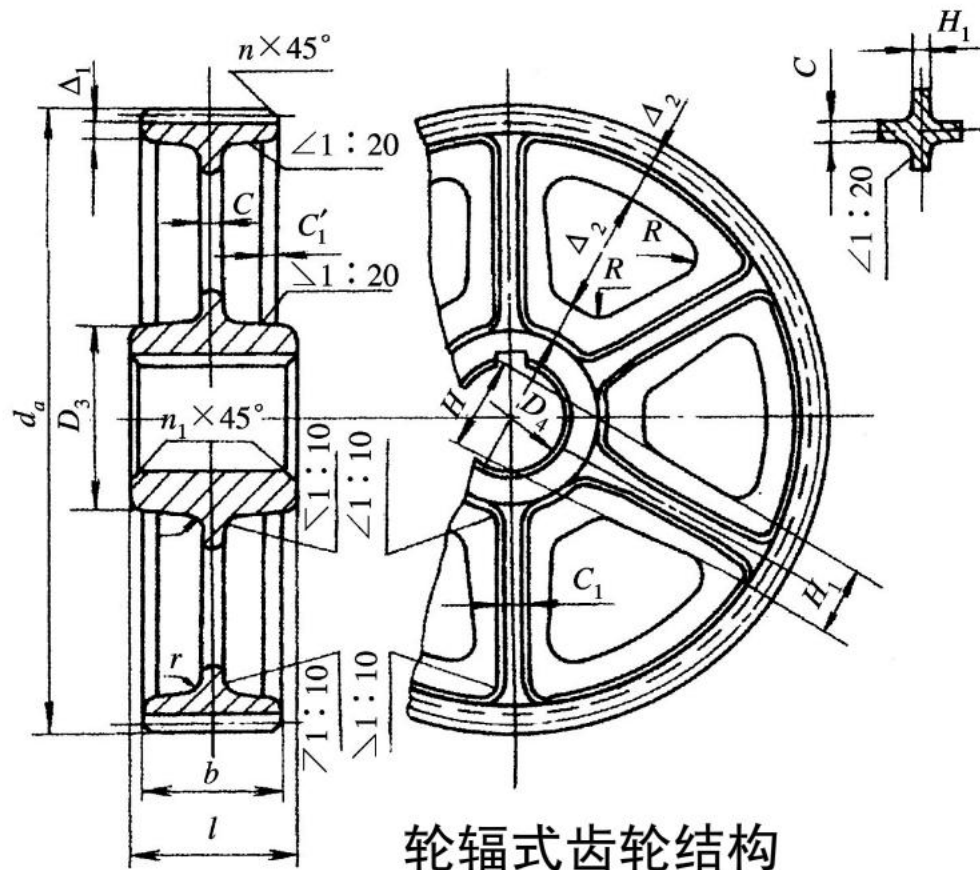
齿顶圆直径 $d_a \leq 200mm$ 的齿轮，可以做成实心式结构，
当 $200mm < d_a \leq 500mm$ 时，为减轻质量和节约材料，常采用辐板式结构，如下图：



辐板式锻造齿轮

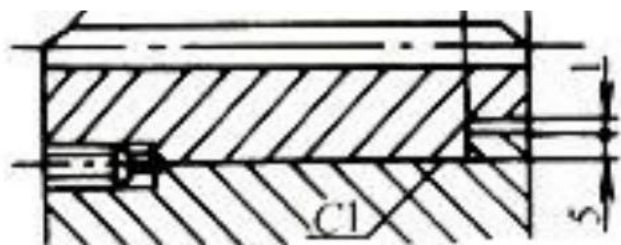
2. 铸造齿轮

若齿轮直径较大（ $d_a > 500mm$ ），锻造比较困难，这时应采用铸造齿轮，一般铸成轮辐式或辐板式结构，如下图所示：

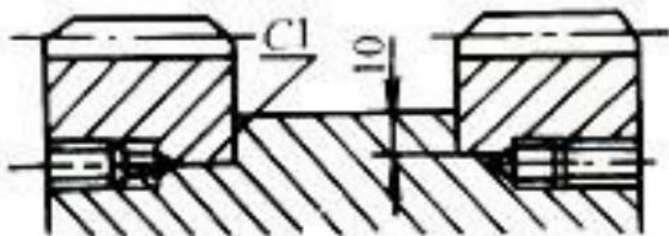


3. 镶圈齿轮

当齿轮直径很大，为节约贵重金属，可将齿轮做成镶圈结构，将优质材料制成齿圈用过盈配合的方法装在铸铁或铸钢的轮心上，并在配合面处加装4~8个紧定螺钉。



a)



4. 焊接齿轮

当单件或小批量生产或尺寸过大不便铸造时，可采用焊接齿轮结构。

