第四章

> 用网络的观点研究微波系统问题的优点是什么？

将微波元件等效为网络进行分析，就是用等效电路网络参数代替原微波元件对原系统的影响。它可将复杂的场分析变成简单易行的路分析，为复杂的微波系统提供一种简单便捷的分析工具。

> 微波网络基础中，如何将波导管等效成平行传输线的？

为定义任意传输系统某一参考面上的电压和电流，作以下规定：

①电压$U(z)$和电流$I(Z)$分别与E_t和H_t成正比；

②电压$U(z)$和电流$I(z)$共轭乘积的实部应等于平均传输功率；

③电压和电流之比应等于对应的等效特性阻抗值。

对任一导波系统，不管其横截面形状如何，也不管传输哪种波形，其横向电磁场总可以表示为：

$$\begin{aligned}\vec{E}_t(x,y,z)=\sum \vec{e}_k(x,y)U_k(z)\\ \vec{H}_t(x,y,z)=\sum \vec{h}_k(x,y)I_k(z)\end{aligned} \tag{1}$$

式中，$\overline{e}_k(x,y),\vec{h}_k(x,y)$是二维实函数，代表了横向场的模式横向分布函数；$U_k(z),I_k(z)$是一维标量函数，它们反映了横向电磁场各模式沿传播方向的变化规律。

> 列出微波等效电路网络常用有4种等效电路的矩阵表示，并说明矩阵中的参数是如何测量得到的。

- 阻抗参量

  $$Z=\begin{bmatrix}Z_{11} & Z_{12}\\ Z_{21} & Z_{22}\end{bmatrix} \tag{2}$$

  当端口②开路时，$I_2=0$，网络阻抗参量方程变为$U_1=Z_{11}I_1 \quad U_2=Z_{21}I_1$,则

  $$Z_{11}=\frac{U_1}{I_1}\bigg|_{I_2=0} \quad Z_{21}=\frac{U_2}{I_1}\bigg|_{U_2=0} \tag{3}$$

  当端口①开路时，$I_1=0$，网络阻抗参量方程变为$U_1=Z_{12}I_2 \quad U_2=Z_{22}I_2$, 则

  $$Z_{12}=\frac{U_1}{I_2}\bigg|_{I_1=0} \quad Z_{22}=\frac{U_2}{I_2}\bigg|_{I_1=0} \tag{4}$$

- 导纳参量

  $$Y=\begin{bmatrix}Y_{11} & Y_{12}\\ Y_{21} & Y_{22}\end{bmatrix} \tag{5}$$

  当端口②短路时，U2＝0，网络导纳参量方程变为:$I_1=Y_{11}U_1 \quad I_2=Y_{21}U_1$, 则

  $$Y_{11}=\frac{I_1}{U_1}\bigg|_{U_2=0} \quad Y_{21}=\frac{I_2}{U_1}\bigg|_{U_2=0} \tag{6}$$

  当端口①短路时，U1＝0，网络导纳参量方程变为：$I_1=Y_{12}U_2 \quad I_2=Y_{22}U_2$,则

$$Y_{12}=\left.\frac{I_1}{U_2}\right|_{U_1=0} Y_{22}=\left.\frac{I_2}{U_2}\right|_{U_1=0} \tag{7}$$

- 转移参量

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}=A\begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \tag{8}$$

当端口②开路时，*I*2=0，网络转移参量方程变为：$U_1=A_{11}U_2 \quad I_1=A_{21}U_2$,则

$$A_{11}=\left.\frac{U_1}{U_2}\right|_{I_2=0} \quad A_{21}=\left.\frac{I_1}{U_2}\right|_{I_2=0} \tag{9}$$

当端口②短路时，*U*2=0，网络转移参量方程变为：$U_1=A_{12}\left(-I_2\right) \quad I_1=A_{22}\left(-I_2\right)$,则

$$A_{12}=\left.\frac{U_1}{\left(-I_2\right)}\right|_{U_2=0} \quad A_{22}=\left.\frac{I_1}{\left(-I_2\right)}\right|_{U_2=0} \tag{10}$$

*A*11：端口②开路时，端口①到端口②电压传输系数的倒数；

*A*21：端口②开路时，端口①与端口②之间的转移导纳；

*A*22：端口②短路时，端口①到端口②电流传输系数的倒数；

*A*12：端口②短路时，端口①与端口②之间的转移阻抗。

- 散射矩阵

$$\mathrm{S}=\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \tag{11}$$

端口②接匹配负载时，*a*2=0，网络散射参量方程变为：$b_1=S_{11}a_1 \quad b_2=S_{21}a_1$,则

$$S_{11}=\left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0} \quad S_{21}=\left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0} \tag{12}$$

当端口①接匹配负载时，*a*1=0，网络散射参量方程变为：$b_1=S_{12}a_2 \quad b_2=S_{22}a_2$,则

$$S_{12}=\left.\frac{b_1}{a_2}\right|_{a_1=0} \quad S_{22}=\left.\frac{b_2}{a_2}\right|_{a_1=0} \tag{13}$$

S参量各参数的物理意义为：

*S*11：端口②接匹配负载时，端口①的反射系数；

*S*21：端口②接匹配负载时，端口①到端口②波的传输系数；

*S*22：端口①接匹配负载时，端口②的反射系数；

*S*12：端口①接匹配负载时，端口①与端口②波的传输系数。

- 传输矩阵

当用*a*1、 *b*1作为输入量, *a*2、*b*2作为输出量, 此时有以下线性方程:

$$\begin{aligned} a_1&=T_{11}b_2+T_{12}a_2 \\ b_2&=T_{21}b_2+T_{22}a_2 \end{aligned} \tag{14}$$

> 简述S参数如何测量？

对于互易双端口网络，$S_{12}=S_{21}$，故只要测量求得S_{11},S_{22},S_{12}三个量就可以了。设终端负载阻抗为Z_l，终端反射系数为Γ_l，则有 $a_2=\Gamma_l b_2$，代入

$$\begin{cases} b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \\ b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}\Gamma_l b_2 \\ b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}\Gamma_l b_2 \end{cases} \tag{15}$$

输入端参考面处的反射系数为$\Gamma_{in} = \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + \frac{S_{12}^2\Gamma_l}{1-S_{22}\Gamma_l}$令终端短路、开路和接匹配负载时，测得的输入端反射系数分别为Γ_s、Γ_o、Γ_m ，代入上式解得：

$$\begin{gathered} S_{11} = \Gamma_m \\ S_{12}^2 = \frac{2(\Gamma_m-\Gamma_s)(\Gamma_o-\Gamma_m)}{\Gamma_o-\Gamma_s} \\ S_{22} = \frac{\Gamma_o-2\Gamma_m+\Gamma_s}{\Gamma_o-\Gamma_s} \end{gathered} \tag{16}$$

```
二端口网络的S参数（S11，S12，S21，S22）的物理意义。
```

S11：端口②接匹配负载时，端口①的反射系数；S21：端口②接匹配负载时，端口①到端口②波的传输系数；S22：端口①接匹配负载时，端口②的反射系数； S12：端口①接匹配负载时，端口①与端口②波的传输系数。

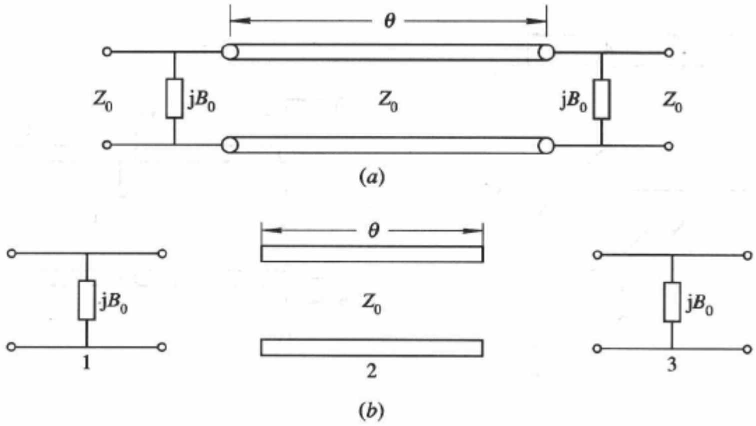
```
33.多口网络[S]矩阵的性质：网络互易有________，网络无耗有______，网络对称时有______。
```

1. $[S]^T = [S]$
2. $[S]^+[S] = [I]$
3. $[S]_i = [S]_{ij}$

计算

- 4.2

【4.2】 试求题 4.2 图(a)所示网络的[A]矩阵，并求不引起附加反射的条件。



题 4.2 图

解　题 4.2 图(b)所示网络可分解为以下三个网络的级联：

网络 1 和 3 的 A 矩阵为

$$[A_1]=\begin{bmatrix}1 & 0\\ jB_0 & 1\end{bmatrix}$$

网络 2 的 A 矩阵为

$$[A_2]=\begin{bmatrix}\cos\theta & jZ_0\sin\theta\\ \dfrac{j\sin\theta}{Z_0} & \cos\theta\end{bmatrix}$$

网络的 A 矩阵为

$$[A]=[A_1][A_2][A_3]=\begin{bmatrix}\cos\theta-B_0Z_0\sin\theta & jZ_0\sin\theta\\ 2jB_0\cos\theta+\dfrac{j\sin\theta}{Z_0}-jB_0^2Z_0\sin\theta & \cos\theta-B_0Z_0\sin\theta\end{bmatrix}$$

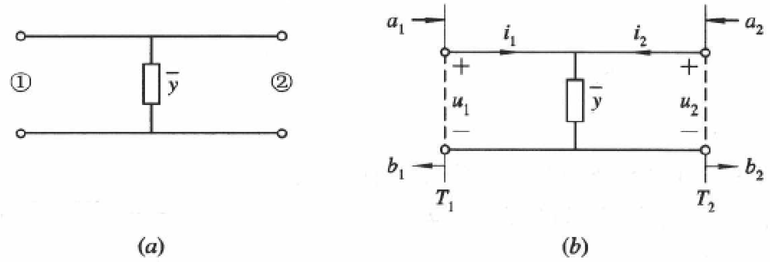
不引起反射的条件为

$$Z_{in}=\frac{AZ_0+B}{CZ_0+D}=Z_0$$

可求得

$$B_0=2Y_0\cot\theta$$

【4.6】　试求如题 4.6 图(a)所示并联网络的[S]矩阵。



题 4.6 图

解　如题 4.6 图(b)的 A 参数方程为

$$u_1=u_2$$

$$i_1=\bar{y}u_2+(-i_2)$$

根据入射波、反射波与电压、电流的关系：

$$u_1 = a_1 + b_1, \qquad u_2 = a_2 + b_2$$
$$i_1 = a_1 - b_1, \qquad i_2 = a_2 - b_2$$

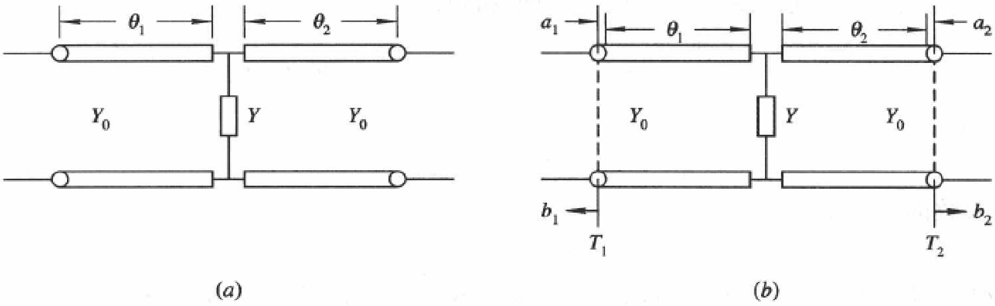
经过变换得

$$b_1 = -\frac{\bar{y}}{2+\bar{y}}a_1 + \frac{2}{2+\bar{y}}a_2$$
$$b_2 = \frac{2}{2+\bar{y}}a_1 - \frac{\bar{y}}{2+\bar{y}}a_2$$

即 S 参数为

$$[S] = \begin{bmatrix} -\frac{\bar{y}}{2+\bar{y}} & \frac{2}{2+\bar{y}} \\ \frac{2}{2+\bar{y}} & -\frac{\bar{y}}{2+\bar{y}} \end{bmatrix}$$

【4.7】 求如题 4.7 图(a)所示网络的[S]矩阵。



题 4.7 图

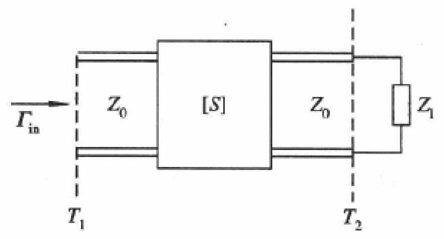
解 如题 4.7 图(b)所示网络的归一化 A 矩阵为

$$[a] = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & \mathrm{j}\sin\theta_1 \\ \mathrm{j}\sin\theta_1 & \cos\theta_1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bar{y} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \cos\theta_2 & \mathrm{j}\sin\theta_2 \\ \mathrm{j}\sin\theta_2 & \cos\theta_2 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \cos(\theta_1+\theta_2) + \mathrm{j}\bar{y}\sin\theta_1\cos\theta_2 & \mathrm{j}\sin(\theta_1+\theta_2) - \bar{y}\sin\theta_1\sin\theta_2 \\ \bar{y}\cos\theta_1\cos\theta_2 + \mathrm{j}\sin(\theta_1+\theta_2) & \cos(\theta_1+\theta_2) + \mathrm{j}\bar{y}\cos\theta_1\sin\theta_2 \end{bmatrix}$$

根据 A 参数与 S 参数之间的关系得

$$[S] = \begin{bmatrix} -\frac{\bar{y}}{2+\bar{y}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\theta_1} & \frac{2}{2+\bar{y}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\theta_1+\theta_2)} \\ \frac{2}{2+\bar{y}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\theta_1+\theta_2)} & -\frac{\bar{y}}{2+\bar{y}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\theta_1} \end{bmatrix}$$

【4.8】 设双口网络[S]已知，终端接有负载Z_l，如题4.8图所示，求输入端的反射系数。



题4.8图

解 由[S]参数定义：

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2$$

根据终端反射系数的定义：$a_2 = b_2\Gamma_l = b_2\dfrac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0}$，将其代入上式并整理得

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}\Gamma_l\frac{S_{21}a_1}{1 - S_{22}\Gamma_l}$$

因而输入端反射系数为

$$\Gamma_{in} = \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_l}{1 - S_{22}\Gamma_l}$$