微波技术与天线

绪论&第一章

- 简答、填空题
- 1. 什么是微波? 微波有什么特点?

微波是电磁波谱中介于超短波与红外线之间的波段,属于无线电波中波长最短的波段,频率范围300MHz~3000GHz。 微波具有似光性、穿透性、宽频带特性、热效应特性、散射特性、抗低频干扰、视距传播特性、分布参数的不确定性、 电磁兼容与电磁环境污染等特性

2. 试解释一下长线的物理概念,说明以长线为基础的传输线理论的主要物理现象有哪些? 一般是采用哪些物理量来描述?

长线是指传输线几何长度与工作波长相比拟的传输线;以长线为基础的物理现象:传输线的反射和衰落;主要描述的物理量:输入阻抗、反射系数、传输系数和驻波系数;

- 3. 均匀传输线如何建立等效电路, 等效电路中各个等效原件如何定义?
- 1. 将均匀传输线组成的导波系统等效为均匀平行双导线系统,将长线近似看成短线,将代数方程转换成微分方程,通过基尔霍夫定律建立任一位分线元的电压、电流的恒等方程。 其中。

电阻R△Z、电感L△Z、电容C△Z、漏电导G△Z (R、L、C、G均为对应的线密度)

4. 简述均匀传输先方程的通解的含义。

$$U(z) = A_1 e^{\gamma z} + A_2 e^{-\gamma z}$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_0} (A_1 e^{\gamma x} - A_2 e^{-\gamma z})$$
(1)

传输线上的电压和电流以波的形式传播,再任一点点点呀活电流均由沿某一z方向传播的行波(入射波)和沿+z方向传播的行波(称为反射波)叠加而成。

5. 如何求得传输线方程的解?

将常见的边界条件代入上述的通解,确定传输线的各种工作特性参数,常见的三种边界:

- 1. 终端电压、终端电流
- 2. 始端电压、始端电流
- 3. 信源电动势、内阻、负载阻抗
- 6. 试解释传输线的工作特性参数 (特性阻抗、传播常数、相速和波长)

$$Z_{0} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta$$

$$v_{p} = \frac{\omega}{\beta} \qquad \lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{\lambda_{0}}{\sqrt{\varepsilon_{r}}}$$

$$(2)$$

特性阻抗z0:传输线上导行波的电压与电流的比值,用z0表示,由传输线自身特性决定

传播常数γ: 描述传输线上导行波沿导波系统传播过程中衰减和相移的参数, 实数部分α称为衰减常数、虚数部分β称为

相移常数。

相速v: 电压、电流入射波等相位面沿着传输方向的传播速度。

传输线波长与实际方程满足下列关系:

7. 传输线状态参量输入阻抗、反射系数、驻波比是如何定义的,有何特点,分析三者关系?\

$$Z_{in}(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = Z_0 \frac{Z_1 + jZ_0 \tan \beta z}{Z_0 + jZ_1 \tan \beta z}$$

$$\Gamma(z) = \frac{U_-(z)}{U_+(z)} = \frac{A_2 e^{-j\beta z}}{A_1 e^{i\beta z}} = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} e^{-i2\beta z} = \Gamma_1 e^{-i2\beta z}$$

$$\rho = \frac{|U|_{\text{max}}}{|U|_{\text{min}}} = \frac{1 + |\Gamma_1|}{1 - |\Gamma_1|}$$
(3)

输入阻抗z: 传输线上任一点的阻抗zin定义为该点的电压和电流比,与导行波的状态特性无关

反射系数: 传输线上任意点反射电压与入射电压的比值。

驻波比: 传输线上波腹点电压振幅与波节点电压振幅比值

反射系数与输入阻抗的关系: 当传输线的特性阻抗一定时, 输入阻抗与发射系数——对应, 输入阻抗可以测量反射系数

得到。Z1=Z0时,反射系数为零,对应负载匹配。

驻波比与反射系数的关系:线上无反射时,驻波比为1,传输线全反射时,驻波比趋于无穷大,驻波比越大显示传输驻波 越严重。

上 上。

• 转换关系

$$\Gamma(z) = \frac{Z_{in}(z) - Z_0}{Z_{in}(z) + Z_0}$$

$$|\Gamma_1| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1} = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0}$$

$$(4)$$

8. 均匀传输线输入阻抗的特性与哪些参数有关?

特性方程见公式(3)

特性: ឿλ/2重复性 ②阻抗变换特性

均匀无耗传输线上任意一点的输入阻抗与观察点的位置、传输线的特性阻抗、终端负载阻抗及工作频率有关,且一般为复数,故不宜直接测量。

9. 简述均匀传输线反射系数的特性

反射系数方程形式见公式(3)

对均匀无耗传输线来说,任意点反射系数Γ大小均相等,沿线只有相位按周期变化,其周期为λ/2,即反射系数 也具有λ/2重复性。

- 10. 简述传输线的行波状态, 驻波状态和行驻波状态等概念
 - 1. 行波状态:

行波状态就是无反射的传输状态,此时反射系数γ=0,而负载阻抗等于传输线的特性阻抗,即z1=z0。

2. 驻波状态:

驻波状态就是全反射状态,也即终端反射系数 | Γ | = 1。

3.行驻波状态:

当微波传输线终端接任意复数阻抗负载时,由信号源入射的电磁波功率一部分被终端负载吸收,另一部分则被反射,因此传输线上既有行波也有纯驻波,构成混合波状态,故称之为行驻波状态。

11. 什么是行波状态, 简述行波状态等特点

行波状态:

行波状态就是无反射的传输状态,此时反射系数Γ=0,而负载阻抗等于传输线的特性阻抗,即Z1=Z0。 无耗传输线的行波状态有以下特点:

- 1. 沿线电压和电流振幅不变, 驻波比Y=1。
- 2. 电压和电流在任意点上都同相。
- 3. 传输线上各点阻抗均等于传输线特性阻抗。

12. 什么是驻波状态,简述驻波状态的特性

驻波状态就是全反射状态,也即终端反射系数 | Γ | = 1。

特性·

- 1.产生全反射,沿线电压和电流的幅值随位置变化,具有波节点(零值点)和波腹点(入射波的两倍):短路线终端为电压波节点、电流波腹点;开路线终端为电压波腹点、电流波节点;端接纯感(容)抗的无耗线,向源方向第一个出现的是电压波腹(节)点;
- 2.沿线各点的电压和电流在时间和距离位置上都有π/2的相位差,因此在驻波状态下,线上既无能量损耗,也不传输能量;
 - 3.线上波节点两侧沿线各点电压(或电流)反相,相邻两波节点之间各点电压(或电流)同相;
 - 4. 沿线各点的输入阻抗为纯电抗。
- 13. 简述无耗传输线呈行驻波状态时终端可接哪几种负载,各自对应的电压电流分布特点

终端负载为短路、开路或纯阻抗三种情况之一。

- 1.终端负载短路时, z=(2n+1)λ/4(n=0,1,2,...)处为电压波腹点。
- 2.终端负载开路时, z=nλ/2(n=0,1,2,...)处为电压波腹点。
- 3.终端负载为纯阻抗时,对应该z点为波腹点。

$$Z=jX_l($$
电感) $z=rac{2n+1}{4}\lambda-rac{\lambda}{2\pi}arctan(rac{X_L}{Z_0})(n=0,1,2,\dots)$ (5) $Z=-jX_C($ 电容) $z=rac{n\lambda}{2}-rac{\lambda}{2\pi}arccot(rac{X_C}{Z_0})(n=0,1,2,\dots)$

- 14. 简述传输效率、回波损耗、插入损耗的定义
 - 1. 当Γ1 = 0时, 传输效率达到最高, 传输效率取决于传输线的损耗和终端匹配情况。
 - 2. 回波损耗定义为反射波功率与入射波功率之比
 - 3. 插入损耗定义为传输波功率与入射波功率之比

总之,回波损耗和插入损耗虽然都与反射信号即反射系数有关,但回波损耗取决于反射信号本身的损耗, 越大,则 越小;而插入损耗则表示反射信号引起的负载功率的减小, 越大,则 也越大。

$$\left\{egin{aligned} \eta = rac{$$
负载吸收功率 $P_t(0) }{$ 始端传输功率 $P_t(l) } = rac{1-\left|\Gamma_1
ight|^2}{e^{2al}[1-\left|\Gamma_1
ight|^2e^{-4al}]} \ & \ L_r(z) = 10\lgrac{P_r}{P_{in}}dB \ & \ L_i(z) = 10\lgrac{P_t}{P_{in}}dB \end{aligned}
ight.$

15. 阻抗匹配的意义,阻抗匹配有哪三种类型,并说明这三种匹配如何实现

阻抗匹配的意义:

对一个由信号源、传输线和负载构成的系统,希望信号源在输出最大功率时,负载全部吸收,以实现高效稳定的传输,阻抗匹配有三种类型,分别是:负载阻抗匹配、源阻抗匹配和共轭阻抗匹配。

负载阻抗匹配:

- 1. 负载阻抗等于传输线的特性阻抗称之为负载阻抗匹配。此时,传输线上只有从信号源到负载方向传输的入射波,而无从负载向信号源方向的反射波。
- 2. 源阻抗匹配: 电源内阻等于传输线的特性阻抗称之为源阻抗匹配。源阻抗匹配常用的方法是在信号源之后加一个去耦衰减器或隔离器。
- 3. 共轭阻抗匹配:对于不匹配电源,当负载阻抗折合到电源参考面上的输入阻抗等于电源内阻的共轭值时,称之为共轭阻抗匹配。
- 16. 负载获得最大输出功率时,负载与源阻抗之间的关系:

$$Z_{in} = Z_a^* \tag{6}$$

17. 史密斯圆图是求解均匀传输线有关 _ _ 和 _ _ 问题的一类曲线坐标图,图上有两组坐标线,即归一化阻抗或导纳的 _ _ 的等值线簇与 _ _ 的等值线簇,所有这些等值线都是圆或圆弧,故也称阻抗圆图或导纳圆图。导纳圆图可以通过对 _ _ 旋转180°得到。阻抗圆图的上半部分呈 _ _ 性,下半部分呈 _ _ 性。Smith圆图与实轴左边的交点为 _ _ 点,与横轴右边的交点为 _ _ 点。Smith圆图实轴上的点代表 _ _ 点,左半轴上的点为电压波 _ _ 点。在传输线上负载向电源方向移动时,对应在圆图上应 _ _ 旋转,反之在传输线上电源向负载方向移动时,对应在圆图上应 _ _ 旋转。

[答案]

史密斯圆图是求解均匀传输线有关 阻抗匹配 和 功率匹配 问题的一类曲线坐标图,图上有两组坐标线,即归一化阻抗或导纳的 实部和虚部 的等值线簇与 反射系数 的 幅和模角 等值线簇,所有这些等值线都是圆或圆弧,故也称阻抗圆图或导纳圆图。导纳圆图可以通过对 阻抗圆图 旋转180°得到。阻抗圆图的上半部分呈 感 性,下半部分呈 容 性。Smith圆图与实轴左边的交点为 短路 点,与横轴右边的交点为 开路 点。Smith圆图实轴上的点代表 纯电阻 点,左半轴上的点为电压波 节 点,右半轴上的点为电压波 腹 点。在传输线上负载向电源方向移动时,对应在圆图上应 顺时针 旋转,反之在传输线上电源向负载方向移动时,对应在圆图上应 逆时针 旋转。

[计算题]

• [1.4]

【1.4】 有一特性阻抗为 $Z_0 = 50$ Ω 的无耗均匀传输线,导体间的媒质参数为 $\epsilon_r = 2.25$, $\mu_r = 1$, 终端接有 $R_1 = 1$ Ω 的负载。当 f = 100 MHz 时,其线长度为 $\lambda/4$ 。试求:① 传输线实际长度:② 负载终端反射系数;③ 输入端反射系数;④ 输入端阻抗。

解 传输线上的波长为

$$\lambda_{\rm g} = \frac{c/f}{\sqrt{\varepsilon_{\rm r}}} = 2 \text{ m}$$

因而,传输线的实际长度为

$$l = \frac{\lambda_g}{4} = 0.5 \text{ m}$$

终端反射系数为

$$\Gamma_1 = \frac{R_1 - Z_0}{R_1 + Z_0} = -\frac{49}{51}$$

输入端反射系数为

$$\Gamma_{\rm in}=\Gamma_1\,{\rm e}^{-{\rm j}2eta t}=rac{49}{51}$$

根据传输线的 λ/4 的阻抗变换性,输入端阻抗为

$$Z_{\rm in} = 2500 \ \Omega$$

• [1.6]

【1.6】 设某一均匀无耗传输线特性阻抗为 Z_0 = 50 Ω ,终端接有未知负载 Z_1 ,现在传输线上测得电压最大值和最小值分别为 100 mV 和 20 mV,第一个电压波节的位置离负载 $l_{\min} = \lambda/3$,试求该负载阻抗 Z_1 。

解 根据驻波比的定义:

$$\rho = \frac{\mid U_{\text{max}} \mid}{\mid U_{\text{min}} \mid} = \frac{100}{20} = 5$$

反射系数的模值

$$\mid \Gamma_1 \mid = \frac{\rho - 1}{\rho + 1} = \frac{2}{3}$$

由

$$l_{\min} = \frac{\lambda}{4\pi} \phi_1 + \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{3}$$

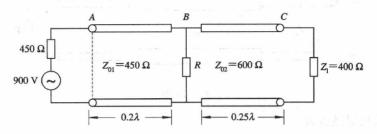
求得反射系数的相位 $\phi_1 = \frac{\pi}{3}$, 因而复反射系数为

$$\Gamma_1 = \frac{2}{3} e^{j\frac{\pi}{3}}$$

负载阻抗为

$$Z_1 = Z_0 \frac{1 + \Gamma_1}{1 - \Gamma_1} = 82.4 \angle 64.3^{\circ}$$

【1.8】 设某传输系统如题 1.8 图所示, 画出 AB 段及 BC 段沿线各点电压、电流和阻抗的振幅分布图, 并求出电压的最大值和最小值。(图中 $R=900~\Omega$)



题 1.8 图

解 传输线 AB 段为行波状态,其上电压大小不变,幅值等于 450 V; 阻抗等于 450 Ω ,电流大小不变,幅值等于 1。

BC 段为行驻波状态, C 点为电压波节点, B 为电压波腹点, 其终端反射系数为

$$\Gamma_1 = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} = -0.2$$

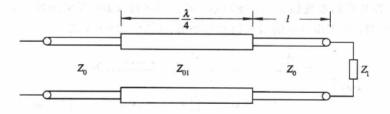
BC段传输线上电压最大值和最小值分别为

$$|U_{\text{max}}| = |A_1| (1+|\Gamma_1|) = 450 \text{ V}$$

 $|U_{\text{min}}| = |A_1| (1-|\Gamma_1|) = 300 \text{ V}$

• [1.10]

【1.10】 特性阻抗为 Z_0 = 150 Ω 的均匀无耗传输线,终端接有负载 Z_1 = 250+j100 Ω 所示,用 $\lambda/4$ 阻抗变换器实现阻抗匹配如题 1.10 图所示,试求 $\lambda/4$ 阻抗变换器的特性阻抗 Z_{01} 及离终端距离。



题 1.10 图

解 负载反射系数为

$$\Gamma_1 = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} = 0.343 \angle 0.54$$

第一个波腹点离负载的距离为

$$l_{\text{max}1} = \frac{\lambda}{4\pi} 0.54 = 0.043\lambda$$

即在距离负载 $l=0.043\lambda$ 处插入一个 $\lambda/4$ 的阻抗变换器,即可实现匹配。

此处的等效阻抗为 $R_{\text{max}} = Z_0 \rho$, 而驻波比

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma_1|}{1 - |\Gamma_1|} = 2.0441$$

所以, λ/4 阻抗变换器的特性阻抗

$$Z_{01} = \sqrt{\rho Z_0^2} = 214.46 \ \Omega$$

【例 1】 在一均匀无耗传输线上传输频率为 3 GHz 的信号,已知其特性阻抗 $Z_0 = 100 \Omega$,终端接 $Z_1 = 75 + j100 \Omega$ 的负载,试求:

- ① 传输线上的驻波系数。
- ② 离终端 10 cm 处的反射系数。
- ③ 离终端 2.5 cm 处的输入阻抗。
- 解 ① 终端反射系数为

$$\Gamma_1 = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} = \frac{75 + j100 - 100}{75 + j100 + 100} = \frac{-1 + j4}{7 + j4} = \frac{9 + j32}{65} = 0.51 \angle 74.3^{\circ}$$

因此,驻波系数为

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma_1|}{1 - |\Gamma_1|} = 3.08$$

② 已知信号频率为 3 GHz,则其波长为

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{3 \times 10^9} = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

所以, 离终端 10 cm 处恰好等于离终端一个波长, 根据 λ/2 的重复性, 有

$$\Gamma(10 \text{ cm}) = \Gamma_1 = 0.51 \angle 74.3^{\circ}$$

③ 由于 $2.5 \text{ cm} = \lambda/4$,根据传输线 $\lambda/4$ 的变换性,即

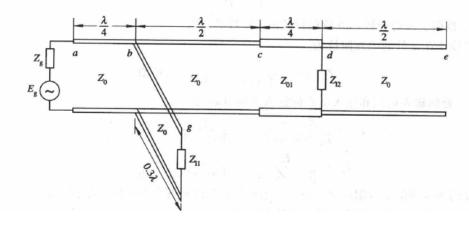
$$Z_{\rm in}\left(rac{\lambda}{4}
ight) \cdot Z_1 = Z_0^2$$

所以,有

$$Z_{\rm in}\left(\frac{\lambda}{4}\right) = \frac{100 \times 100}{75 + \mathrm{j}100} = 48 - \mathrm{j}64 \ \Omega$$

【例 2】 由若干段均匀无耗传输线组成的电路如图 1-17 所示。已知 $E_{\rm g}=50~{
m V}$, $Z_0=Z_{\rm g}=Z_{11}=100~\Omega$, $Z_{01}=150~\Omega$, $Z_{12}=225~\Omega$, 试:

- ① 分析各段的工作状态并求其驻波比。
- ② 画出 ac 段电压、电流振幅分布图并标出极值。
- ③ 求各负载吸收的功率。



解 根据传输线 $\lambda/2$ 的重复性, 开路传输线 de 段在 d 处等效为开路, 因此 d 处的负载仍然等于 Z_{12} ; 然后, 根据传输线 $\lambda/4$ 的变换性, 可求得 c 处的等效阻抗, 再根据 $\lambda/2$ 的重复性求得 bc 段在 b 处的等效阻抗, 将 bc 段与 bg 段等效阻抗并联得 b 处的等效阻抗, 最后根据 $\lambda/4$ 的变换性求得 ab 段在 a 处的等效阻抗。下面具体分析。

① 由于 e 端开路, 因此 de 段上为纯驻波, 其驻波比为 $\rho=\infty$ 。

由于 d 处的等效阻抗 $Z_{12}=225$ Ω 与传输线的特性阻抗 $Z_{01}=150$ Ω 不匹配,因此传输线 cd 段上载行驻波,d 处的反射系数为

$$\Gamma_d = \frac{Z_{12} - Z_{01}}{Z_{12} + Z_{01}} = \frac{225 - 150}{225 + 150} = \frac{1}{5}$$

所以,在cd段上的驻波比为

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma_d|}{1 - |\Gamma_d|} = 1.5$$

由于c处的等效阻抗为

$$Z_{\rm in}(c) = \frac{150 \times 150}{225} = 100 \ \Omega$$

它等于传输线 bc 段的特性阻抗,或者说传输线 bc 段是匹配的,所以,传输线 bc 段上载行波,其上的驻波比 $\rho=1$ 。

bg 段接负载阻抗等于传输线的特性阻抗, 所以 bg 段上载行波, 其上的驻波比 $\rho=1$ 。

bc 段在 b 处的等效阻抗为 $Z_{inl}=100~\Omega$, bg 段在 b 处的等效阻抗为 $Z_{in2}=100~\Omega$,两者并联得 b 处的等效阻抗为

$$Z_{i}(b) = 50 \Omega$$

显然,它并不等于传输线的特性阻抗 Z_0 ,所以 ab 段上载行驻波,b 处的反射系数为

$$\Gamma_{b} = \frac{Z_{\rm in}(b) - Z_{\rm 0}}{Z_{\rm in}(b) + Z_{\rm 0}} = -\frac{1}{3}$$

其驻波比为

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma_b|}{1 - |\Gamma_b|} = 2$$

② 根据上面的分析, ab 段载行驻波, bc 段载行波。

传输线在a处的等效阻抗为

$$Z_{\rm in}(a) = \frac{Z_{\rm o}^2}{Z_{\rm o}(b)} = \frac{100^2}{50} = 200 \ \Omega$$

因此, a 处的输入电压和流入 a 点的输入电流分别为

$$U_{\text{in}}(a) = \frac{Z_{\text{in}}(a)}{Z_{\text{g}} + Z_{\text{in}}(a)} E_{\text{g}} = \frac{200}{100 + 200} \times 50 = \frac{100}{3} \text{ V}$$

$$I_{\text{in}} = \frac{E_{\text{g}}}{Z_{\text{g}} + Z_{\text{in}}(a)} = \frac{50}{100 + 200} = \frac{1}{6} \text{ A}$$

又因为 b 处的等效阻抗 $Z_{\rm in}(b)=50$ $\Omega < Z_0$,所以 b 点为电压波节点、电流波腹点;a 点为电压波腹点、电流波节点。而 a 点处电压为

$$\mid U\mid_{\mathrm{max}} = \mid A_{\mathrm{l}}\mid (1+\mid \varGamma_{\mathrm{b}}\mid) = \mid U_{\mathrm{in}}(a)\mid = \frac{100}{3}\;\mathrm{V}$$

求得

$$|A.| = 25 \text{ V}$$

a 点处的电流为

$$\mid I\mid_{\min} = \frac{\mid A_{1}\mid}{Z_{0}} (1-\mid \varGamma_{b}\mid) = \frac{1}{6} \text{ A}$$

6点即波节点处的电压和电流分别为

$$|U|_{\min} = |A_1| (1 - |\Gamma_b|) = \frac{50}{3} \text{ V}$$
 $|I|_{\max} = \frac{|A_1|}{Z_0} (1 + |\Gamma_b|) = \frac{1}{3} \text{ A}$

bc 段载行波, 所以其上的电压和电流均为常数,即

$$|U| = \frac{50}{3} \text{ V}$$

$$|I| = \frac{1}{3} \text{ A}$$

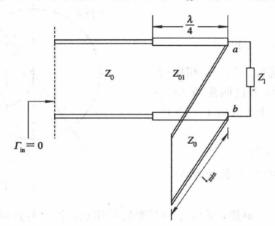
③ 由教材 $^{\odot}$ 中式(1-5-2)并考虑到电源内阻及等效输入阻抗均为纯电阻,故可得 a 处等效负载所获得的功率为

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_{\rm g}^2}{\left[Z_{\rm g} + Z_{\rm in}(a)\right]^2} Z_{\rm in}(a) = \frac{25}{9} \text{ W}$$

由于两个负载等效到 b 处的阻抗相等,并考虑到传输线是无耗的,故两负载获得相同的功率,即

$$P_{11} = P_{12} = \frac{25}{18} \text{ W}$$

【例 3】 一均匀无耗传输线的特性阻抗为 500 Ω ,负载阻抗 $Z_1=200-\mathrm{j}250~\Omega$,通过 $\lambda/4$ 阻抗变换器及并联支节线实现匹配,如图 1-18 所示。已知工作频率 f=300 MHz,试用公式与圆图两种方法求 $\lambda/4$ 阻抗变换段的特性阻抗 Z_0 及并联短路支节线的最短长度 l_{\min} 。



解 方法一 由于 $\lambda/4$ 阻抗变换段只能对纯电阻负载实现匹配,而现负载为电容性负载,所以并联短路支节线的作用就是将电容性负载变换为电阻性负载。

为了分析方便,将负载用导纳来表示,即

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{200 - j250} = \frac{2}{1025} + j\frac{1}{410}$$

传输线的工作频率 f=300 MHz, 其对应的波长为

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{300 \times 10^6} = 1 \text{ m}$$

相移常数为

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi$$

长度为 lmin 的并联短路支节线在 ab 端口的输入导纳为

$$Y_{\rm in} = -jY_{\rm o} \cot \beta l_{\rm min}$$

由 Im(Y_{in}+Y₁)=0 得并联短路支节线的最短长度为

$$l_{\min} = \frac{1}{2\pi} \arctan\left(\frac{1}{Z_0 \cdot \operatorname{Im}(Y_1)}\right) = \frac{1}{2\pi} \arctan\left(\frac{41}{50}\right) \approx 0.11 \text{ m}$$

此时,端口ab 处的等效电阻为

$$R' = \frac{1}{\text{Re}(Y_1)} = 512.5 \ \Omega$$

根据传输线的 $\lambda/4$ 阻抗变换性, 得 $\lambda/4$ 阻抗变换段的特性阻抗为

$$Z_{01} = \sqrt{500 \times 512.5} = 506.2 \Omega$$

可见,当 $\lambda/4$ 阻抗变换器的特性阻抗为 $Z_{01}=506.2~\Omega$ 及并联短路支节线的最短长度为 $l_{min}=0.11~\mathrm{m}$ 时,实现了传输线与负载阻抗的匹配。

方法二 解题思路与方法一相同。

用圆图来解这个问题时,需要先求出 归一化负载阻抗

$$\bar{z}_1 = \frac{Z_1}{Z_0} = 0.4 - j0.5$$

并在圆图中找到其对应的位置 A,相应的 归一化导纳在圆图上位于过匹配点 O 与 OA 相对称的位置点 B 上,如图 1-19 所示,其导纳值为

$$\bar{y}_1 = 0.98 + j1.22$$

因此,短路支节对应的归一化导纳应为 $\bar{y}_1 = jb = -j1.22$ 。

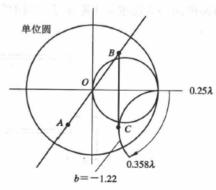


图 1-19

由于短路支节负载为短路,对应导纳圆图的右端点,将短路点顺时针旋转至单位圆与 b=-1.22 的交点,旋转的长度为

$$0.358\lambda - 0.25\lambda = 0.108\lambda \approx 0.11 \text{ m}$$

也即短路支节的长度为 0.11 m。

由于短路支节的导纳与负载导纳的虚部相抵消,端口 ab 处的等效导纳为纯电导

$$\bar{\nu}_{cb} = 0.98$$

也即端口 ab 处等效纯电阻 R_{ab} = 500/0.98 = 510.2,根据传输线的 λ /4 阻抗变换性,得 λ /4 阻抗变换段的特性阻抗为

$$Z_{01} = \sqrt{500 \times 510.2} = 505.1 \Omega$$