

140元

南京邮电大学 2015 /2016 学年第 一 学期

《数学物理方法》期末试卷 (A)

院(系) _____ 班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

自觉遵守考试规则,诚信考试,绝不作弊

得分

一、填空题 (每空 2 分, 共 32 分)

1. 定解问题的适定性包含解的存在性、_____和 解的稳定性; 分离变量法的思想是_____。
2. 以勒让德多项式为基本函数; 在区间 $(-1, 1)$ 上把 $f(x) = x^2 + x + 2$ 展开为广义傅立叶级数为 _____; 计算积分: $\int_1^x x P_k(x) P_l(x) dx$ (k, l 为自然数) _____。
3. 偏微分方程 $\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = u^2(x, t)$ _____ (填“是”或“不是”) 线性的, 它 _____ (填“是”或“不是”) 齐次的, 是 _____ 阶的。
4. 设物理场的边界条件为: $u|_{x=0} = \mu_1(t)$; $u|_{x=l} = \mu_2(t)$, 若令 $u(x, t) = v(x, t) + w(x, t)$, 取 $w(x, t) =$ _____ 则可使新的场函数满足齐次边界 $v|_{x=0} = 0, v|_{x=l} = 0$ 。
5. $r^2 R'' + rR' + (5r^2 - 4)R = 0$ 的通解为 $y =$ _____, 其满足 $R(0) = 0, R(1) = 3$ 的特解为 $y =$ _____。
6. 零阶球 Bessel 函数 $j_0(x) =$ _____, 半奇数阶 Bessel 函数 $J_{1/2}(x) =$ _____ (要求用初等函数表示)
7. 第一类柱函数 $J_n(x)$ 的幂级数表示式为: _____ 第二类柱函数 $Y_n(x) =$ _____; 第三类柱函数 $H_n^{(2)}(x) =$ _____。

8. 一维波动方程 $\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, (-\infty < x < \infty)$ 满足初始条件 $u(x,0) = \varphi(x)$,

$u_t(x,0) = \psi(x)$ 的解 $u(x,t) =$ _____

得分

二、求解均匀弦的自由横振动，弦长为 l ，两端固定，初始时刻位移为零，初始速度为 x ，写出数学定解问题并求解。 (10分)

得分

三、求一半径为 R 的扇形薄板稳恒状态下的温度分布问题，设板上下面绝热，圆周边界上的温度为 $u(R,\theta) = f(\theta)$ ，而两个直径边界的温度保持为零度，求稳恒状态下的温度分布规律 $u(r,\theta)$ 。(12分)

得分

四、判断 $x_0 = 0$ 是 Euler 型常微分方程 $x^2 y'' + xy' - m^2 y = 0$ (m^2 为常数) 的常点还是奇点, 并用级数解法求解此方程在 $x_0 = 0$ 的邻域上的解。 (12 分)

得分

五、二个同心球壳, 半径分别为 a, b ($b > a$), 内球壳电势为 $\cos \theta$, 外壳为导体并接地, 求球壳之间的电势分布。 (12 分)

得分

六、半径为 R 的均匀弹性圆膜边缘固定，初始位移为 ρ ，初始速度为零，试解膜的振动，其中 ρ 为圆膜上一点到圆心的距离。(12 分)

得分
.....

七、用格林函数法求解三维半无限大空间 Laplace 方程的 Dirichlet 边界问题：
$$\begin{cases} \Delta u = 0 & (z > 0) \\ u|_{z=0} = f(x, y) \end{cases} \quad (10 \text{ 分})$$

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊