第七章 自旋与全同粒子

Monday, June 17, 2019 13:18

1、电子自旋

Stern-Gerlach 实验发现；

Uhlenbeck 和 Goudsmit 提出。

每个电子具有自旋角动量，其在空间任何方向上的投影只能取两个值：

$$S_z = \pm\frac{\hbar}{2}$$

自旋磁矩：$\vec{M}_s = -\frac{e}{m_e}\vec{S}$ ； Z 分量：$M_{s_z} = \pm\frac{e\hbar}{2m_e} = \pm M_B$

2、自旋算符

$$\hat{\vec{S}} \times \hat{\vec{S}} = i\hbar\hat{\vec{S}}$$

$$\begin{cases} [\hat{S}_x, \hat{S}_y] = \hat{S}_x\hat{S}_y - \hat{S}_y\hat{S}_x = i\hbar\hat{S}_z \\ [\hat{S}_y, \hat{S}_z] = \hat{S}_y\hat{S}_z - \hat{S}_z\hat{S}_y = i\hbar\hat{S}_x \\ [\hat{S}_z, \hat{S}_x] = \hat{S}_z\hat{S}_x - \hat{S}_x\hat{S}_z = i\hbar\hat{S}_y \end{cases}$$

$\hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z$ 的本征值均为 $\pm\frac{\hbar}{2}$

$\hat{S}^2$ 的本征值是 $\frac{3}{4}\hbar^2$

$S^2 = s(s+1)\hbar^2 \quad (s=\frac{1}{2})$

3. Pauli 算符 $\hat{\vec{\sigma}}$

$$\hat{\vec{S}} = \frac{\hbar}{2}\hat{\vec{\sigma}}$$

$$\hat{\vec{\sigma}} \times \hat{\vec{\sigma}} = 2i\hat{\vec{\sigma}}$$

对易关系：

$$\begin{cases} \hat{\sigma}_x\hat{\sigma}_y - \hat{\sigma}_y\hat{\sigma}_x = 2i\hat{\sigma}_z \\ \hat{\sigma}_y\hat{\sigma}_z - \hat{\sigma}_z\hat{\sigma}_y = 2i\hat{\sigma}_x \\ \hat{\sigma}_z\hat{\sigma}_x - \hat{\sigma}_x\hat{\sigma}_z = 2i\hat{\sigma}_y \end{cases}$$

反对易关系：$\{\hat{A}, \hat{B}\} = \hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A}$

$\{\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y\} = 0$

$\{\hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z\} = 0$

$\{\hat{\sigma}_z, \hat{\sigma}_x\} = 0$

$$\begin{cases} \hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \\ \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{S}_x = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \hat{S}_y = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \\ \hat{S}_z = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$\Psi(x,y,z,S_z,t) = \begin{pmatrix} \Psi_1(x,y,z,t) \\ \Psi_2(x,y,z,t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi(x,y,z,+\frac{\hbar}{2},t) \\ \Psi(x,y,z,-\frac{\hbar}{2},t) \end{pmatrix}$$

$$= \Psi(x,y,z,t)\,\chi(S_z)$$

$\begin{cases} \chi_{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{是 } \hat{S}_z \text{ 的本征值为 } \frac{\hbar}{2} \text{ 的本征函数} \\ \chi_{-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{是 } \hat{S}_z \text{ 的本征值为 } -\frac{\hbar}{2} \text{ 的本征函数} \end{cases}$

4、全同性原理

全同粒子所组成的体系中，两全同粒子相互代换不引起物理状态的改变。