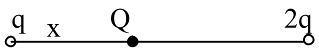
《电磁学》作业答案一

1.1-7 两个点电荷带电 2q 和 q，相距 l，第三个点电荷放在何处所受的合力为零？

解：设所放的点电荷电量为 Q。若 Q 与 q 同号，则三者互相排斥，不可能达到平衡；故 Q 只能与 q 异号。当 Q 在 2q 和 q 联线之外的任何地方，也不可能达到平衡。由此可知，只有 Q 与 q 异号，且处于两点荷之间的联线上，才有可能达到平衡。设 Q 到 q 的距离为 x.



$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{x^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Qq}{(l-x)^2} = 0$$

$$x = (\sqrt{2}-1)l$$

1.1-10 两小球质量都是 m，都用长为 l 的细线挂在同一点，若它们带上相同的电量，平衡时两线夹角为 2θ。设小球的半径都可以略去不计，求每个小球上的电量。

解：小球静止时，作用其上的库仑力和重力在垂直于悬线方向上的分量必定相等。

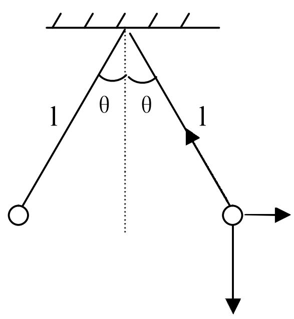
$$T\cos\theta = mg$$

$$T\sin\theta = F_e$$

$$F_e = mg\tan\theta$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(2l\sin\theta)^2} = mg\tan\theta$$

$$q = \pm 2l\sin\theta\sqrt{4\pi\varepsilon_0 mg\tan\theta}$$



1.2-5 两个点电荷，q_1=+8 微库仑，q_2=-16 微库仑（1 微库仑=10^{-6}库仑），相距 20 厘米。求离它们都是 20 厘米处的电场强度。

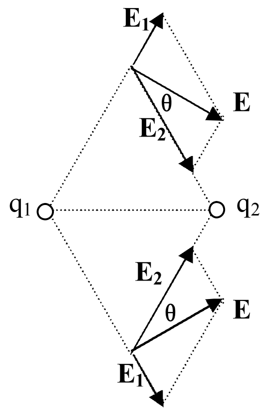
$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} = 1.8\times10^6(N/C)$$

$$E_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} = 3.6\times10^6(N/C)$$

解：$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

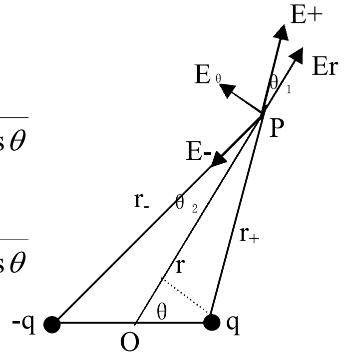
$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos60^0} = 3.1\times10^6(N/C)$$

$$\theta = \arcsin(\frac{E_1}{E}\sin60^0) = \arcsin(\frac{1}{2}) = 30^0$$



1.2-6 如图所示，一电偶极子的电偶极矩 P=ql.P 点到偶极子中心 O 的距离为 r ,r 与 l 的夹角为。在 r>>l 时，求 P 点的电场强度 E 在 r=OP 方向的分量 E_r 和垂直于 r 方向上的分量 E_θ。

解：



$$E_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_+^{\ 2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2+(\frac{l}{2})^2 - rl\cos\theta} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2 - rl\cos\theta}$$

$$E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_-^{\ 2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2+(\frac{l}{2})^2 + rl\cos\theta} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2 + rl\cos\theta}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

$$E_r = E_{+r} + E_{-r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\cos\theta_+}{r_+^2} - \frac{\cos\theta_-}{r_-^2}\right) = \frac{2ql}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cos\theta}{r^3} = \frac{2p}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cos\theta}{r^3}$$

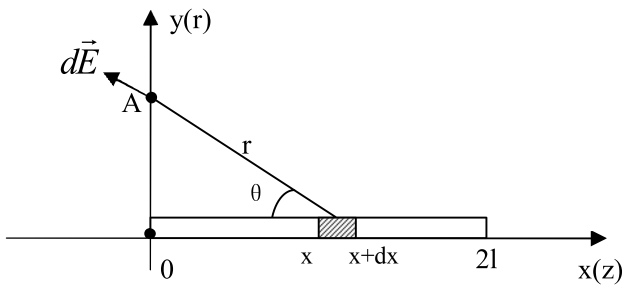
$$E_\theta = E_{+\theta} + E_{-\theta} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\sin\theta_+}{r_+^2} + \frac{\sin\theta_-}{r_-^2}\right) = \frac{ql}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sin\theta}{r^3} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sin\theta}{r^3}$$

其中 $\cos\theta_1 = \dfrac{r - \frac{l}{2}\cos\theta}{r_+}$ $\qquad \sin\theta_1 = \dfrac{\frac{l}{2}\sin\theta}{r_+}$

$os\theta_2 = \dfrac{r + \frac{l}{2}\cos\theta}{r_-}$ $\qquad \sin\theta_2 = \dfrac{\frac{l}{2}\sin\theta}{r_-}$

1.2-10 均匀带电细棒（1）在通过自身端点的垂直面上和（2）在自身的延长线上的场强分布，设棒长为 2l，带电总量为 q .

解：（1）一端的垂直面上任一点 A 处，A 点到棒的距离为 y



$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{x^2+y^2}$$

$$dE_x = dE\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda x dx}{[(x^2+y^2]^{3/2}}$$

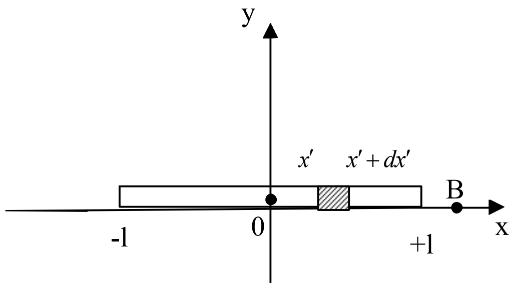
$$dE_y = dE\sin\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda y dx}{[x^2+y^2]^{3/2}}$$

$$E_x = \pm\int_0^{2l} dE_x = \pm\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{\sqrt{y^2+4l^2}}\right)$$

$$E_y = \int_0^{2l} dE_y = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 y}\frac{1}{\sqrt{y^2+4l^2}}$$

(用到积分公式：$\displaystyle\int\frac{dx}{(x^2+a^2)^n} = \frac{x}{2a^2(n-1)(x^2+a^2)^{n-1}} + \frac{2n-3}{2(n-1)a^2}\int\frac{dx}{(x^2+a^2)^{n-1}}$)

（2）延长线上任一点 B 处，B 的坐标为 x

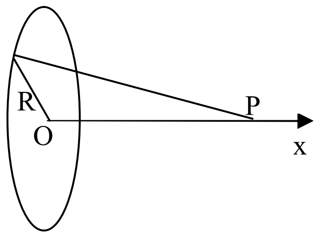


$$dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{(x-x')^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx'}{(x-x')^2}$$

$$E_x = \pm\int_{-l}^{+l} dE_x = \pm\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x^2-l^2}$$

1.2-12 如图所示，一半径为 **R** 的均匀带电圆环，电荷总量为 **q**。**（1）**求轴线上离环中心 **O** 为 **x** 处的场强 **E**；**（2）**画出 **E—x** 曲线；**（3）**轴线上什么地方场强最大？其值是多少？

解：（1）由对称性可知，所求场强 E 的方向平行于圆环的轴线

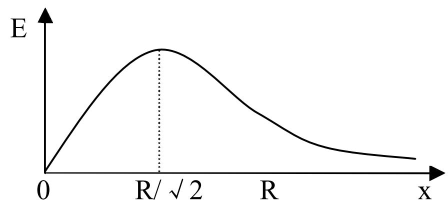


$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x^2+R^2} = \frac{q}{8\pi^2\varepsilon_0 R}\frac{1}{x^2+R^2}dl$$

$$E = \oint dE\cos\theta = \oint \frac{q}{8\pi^2\varepsilon_0 R}\frac{1}{x^2+R^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}dl$$

$$= \frac{q}{8\pi^2\varepsilon_0 R}\frac{x}{(x^2+R^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi R} dl = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

（2）由场强表达式得到 E-X 曲线如图所示



（3）求极大值：

$$\frac{dE}{dx} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d}{dx}\frac{x}{(x^2+R^2)^{3/2}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{R^2-2x^2}{(x^2+R^2)^{5/2}}$$

$$\text{当}r = R/\sqrt{2}\text{处}E\text{有极值}$$

$$E_m = \frac{qR/\sqrt{2}}{4\pi\varepsilon_0(R^2/2+R^2)^{3/2}} = \frac{\sqrt{3}q}{18\pi\varepsilon_0 R^2}$$

$$\because \frac{d^2E}{dx^2} = -\frac{3qx}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3R^2-2x^2}{(x^2+R^2)^{7/2}} \xrightarrow{\text{当}r = R/\sqrt{2}\text{时}} \frac{d^2E}{dx^2} < 0$$

$$\therefore E_m\text{为极大值}$$

$$E_{\max} = \frac{q}{6\sqrt{3}\pi\varepsilon_0 R^2}$$

1.2-13 半径为 **R** 的圆面上均匀带电，电荷面密度为 σ_e，**（1）**求轴线上离圆心的坐标为 **x** 处的场强；**（2）**在保持 σ_e 不变的情况下，当 **R→0** 和 **R→∞** 时结果各如何？**（3）**在保持总电荷 **Q=**$\pi R^2\sigma_e$ 不变的情况下，当 **R→0** 和 **R→∞** 时结果各如何？

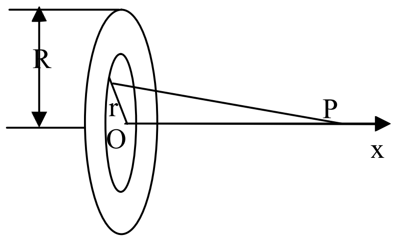
解：（1）由对称性可知，场强 E 沿轴线方向

利用上题结果

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\sigma_e 2\pi r dr}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{(x^2+r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma_e x}{2\varepsilon_0}\frac{rdr}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$E = \int_0^R dE = \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}})$$



（2）保持σ e不变时，

$$R \to 0时, E = 0; R \to \infty时, E = \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}$$

（3）保持总电量不变时，

$$E = \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}) = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}})$$

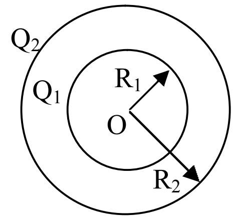
$$R \to 0时, E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}; R \to \infty时, E = 0$$

《电磁学》作业答案二

1.3-3 如附图所示，在半径为Ｒ₁和Ｒ₂的两个同心球面上，分别均匀地分布着电荷Ｑ₁和Ｑ₂，求：

（１）Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ三个区域内的场强分布；

（２）若Ｑ₁＝－Ｑ₂，情况如何？画出此情形的Ｅ－**r** 曲线。



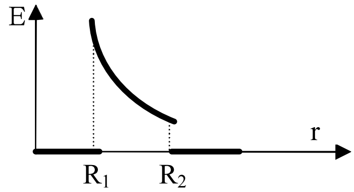
解：（１）应用高斯定理可求得三个区域内的场强为

E－r 曲线 $\vec{E}_1 = 0$ (r<R$_1$); $\vec{E}_2 = \dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{e}_r$ (R$_1$<r<R$_2$)

$\vec{E}_3 = \dfrac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{e}_r$ (r> R$_2$)

（２）若Ｑ₁＝－Ｑ₂，E$_1$=E$_3$=0, $\vec{E}_2 = \dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{e}_r$

E－r 曲线如图所示。



1.3-5 实验表明：在靠近地面处有相当强的电场，Ｅ垂直于地面向下，大小约为１００Ｎ／Ｃ；在离地面 **1.5** 千米高的地方，Ｅ也是垂直地面向下的，大小约为２５Ｎ／Ｃ。

（１） 试计算从地面到此高度大气中电荷的平均密度；

（２） 如果地球上的电荷全部均匀分布在表面，求地面上电荷的面密度。

解：（１）以地心为圆心作球形高斯面，恰好包住地面，由对称性和高斯定理得

$$\oiint_S \vec{E}_1\cdot d\vec{S} = \oiint_S E_1\cos\theta dS = -E_1\cdot 4\pi R^2 = \frac{Q_1}{\varepsilon_0}(Q_1\text{是}S_1\text{包围电荷代数和})$$

再以$R+h$为半径作同心球面

$$\oiint_S \vec{E}_2\cdot d\vec{S} = \oiint_S E_2\cos\theta dS = -E_2\cdot 4\pi(R+h)^2 = \frac{Q_2}{\varepsilon_0}(Q_2\text{是}S_2\text{包围电荷代数和})$$

相减$4\pi\left[R^2(E_1-E_2) - h(2R+h)E_2\right] = (Q_2-Q_1)/\varepsilon_0$

$$Q_2 - Q_1 \approx 4\pi\varepsilon_0 R^2(E_1-E_2) \Rightarrow \rho \approx \frac{Q_2-Q_1}{4\pi R^2 h} = \frac{\varepsilon_0(E_1-E_2)}{h} = 4.4\times10^{-13}(C/m^3)$$

（２） 以地球表面作高斯面

$$\oiint_S \vec{E}_1\cdot d\vec{S} = \oiint_S E_1\cos\theta dS = -E_1\cdot 4\pi R^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\iint_S \sigma dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sigma 4\pi R^2$$

$$\sigma = \varepsilon_0 E = -8.85\times10^{-10}C/m^2$$

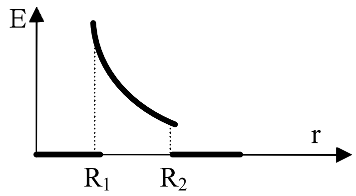
1.3-7 一对无限长的共轴直圆筒，半径分别为Ｒ₁和Ｒ₂，筒面上都均匀带电。沿轴线单位长度的电量分别为λ₁和λ₂，

（３） 求各区域内的场强分布；

（４） 若λ₁＝－λ₂，情况如何？画出此情形的 **E－r** 曲线。

解：（1）由高斯定理，求得场强分布为

$r<R_1$　　　$E_1=0$



$R_1<r<R_2$　　$\vec{E}_2=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{e}_r$

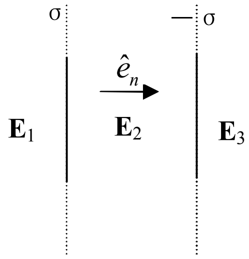
$r>R_3$　　$\vec{E}_3=\dfrac{\lambda_1+\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{e}_r$

（2）若 $\lambda_1=-\lambda_2$，$E_1=E_3=0$，E_2不变。此情形的 E－r 曲线如图所示。

1.3-10 两无限大的平行平面均匀带电，电荷的面密度分别为±σ，求各区域的场强分布。

解：无限大均匀带电平面所产生的电场强度为

$$\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{e}_n$$



根据场强的叠加原理，各区域场强分别为

$$\vec{E}_1=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(-\hat{e}_n)+\frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}(-\hat{e}_n)=0$$

$$\vec{E}_2=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{e}_n+\frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}(-\hat{e}_n)=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{e}_n$$

$$\vec{E}_3=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{e}_n+\frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{e}_n=0$$

可见两面外电场强度为零，两面间电场是均匀电场。平行板电容器充电后，略去边缘效应，其电场就是这样的分布。

1.3-13 一厚度为 d 的无限大平板，平板体内均匀带电，电荷的体密度为ρ，求板内、板外场强的分布。

解：根据对称性，板内外的电场强度方向均垂直于板面，并对中心对称。

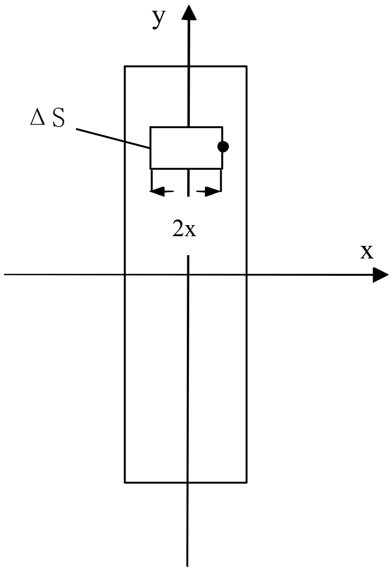
过 P 点取封闭的圆柱面为高斯面，应用高斯定理：

板内（x<d/2）: $2E\cdot\Delta S=\dfrac{\sum\limits_{(S内)}q}{\varepsilon_0}=\dfrac{\rho\cdot\Delta S\cdot 2x}{\varepsilon_0}$

$$\vec{E}=\frac{\rho x}{\varepsilon_0}\hat{i}$$

板外（x>d/2）: $2E\cdot\Delta S=\dfrac{\sum\limits_{(S内)}q}{\varepsilon_0}=\dfrac{\rho\cdot\Delta S\cdot d}{\varepsilon_0}$

$$\vec{E}=\pm\frac{\rho d}{2\varepsilon_0}\hat{i}$$


y
Δ S
2x
x

电磁学作业答案三

1.4-6　求一对等量同号电荷联线中点的场强和电位，设电荷都是 q ,两者之间距离为 21.

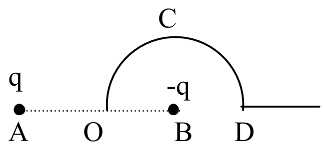
解：
$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l^2}-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l^2}=0$$
$$U=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l}$$

1.4-8 如图所示，AB=21,OCD 是以 B 为中心，1 为半径的半圆，A 点有正点电荷+q，B 点有负点电荷-q。

（1） 把单位正电荷从 O 点沿 OCD 移到 D 点，电场力对它作了多少功？

（2） 把单位负电荷从 D 点沿 AB 的延长线移到无穷远去，电场力对它作了多少功？

解：电荷在电场中移动时，电场力作功等于电势能减少的值。



（1）
$$W=\int_O^D\vec{F}\cdot d\vec{l}=-\Delta E_p=q_0U_O-q_0U_D=0-U_D$$
$$=-\left[\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(3l)}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 l}\right]=\frac{q}{6\pi\varepsilon_0 l}$$

（2）
$$W=\int_D^\infty\vec{F}\cdot d\vec{l}=-\Delta E_p=q_0U_D-q_0U_\infty=-U_D-0$$
$$=-\left[\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(3l)}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 l}\right]=\frac{q}{6\pi\varepsilon_0 l}$$

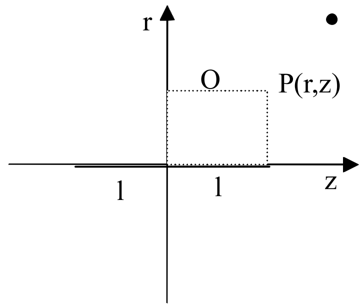
1.4-25 如图所示，电量 q 均匀地分布在长为 21 的细直线上，

（1） 求空间任一点 P（r,z）的电位 U(0<r<+∞,- ∞<z<∞)；

（2） 利用梯度求任一点 P（r,z）的场强分量 Er 和 E_z;

（3） 将所得结果与上题中的特殊位置相比较。

解：（1)在图示坐标系中，



$$U(r,z)=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}\int_{-l}^{l}\frac{dz}{\sqrt{r^2+z^2}}$$
$$=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}\ln\frac{z+l+\sqrt{r^2+(z+l)^2}}{z-l+\sqrt{r^2+(z-l)^2}}$$

（2）由电势梯度求场强

$$E_r=-\frac{\partial U}{\partial r}=\frac{qr}{8\pi\varepsilon_0 l}\left[\frac{1}{(z-l)\sqrt{r^2+(z-l)^2}+r^2+(z-l)^2}-\frac{1}{(z+l)\sqrt{r^2+(z+l)^2}+r^2+(z+l)^2}\right]$$
$$E_z=-\frac{\partial U}{\partial z}=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}\left[\frac{1}{\sqrt{r^2+(z-l)^2}}-\frac{1}{\sqrt{r^2+(z+l)^2}}\right]$$

（3）与上题比较：

r＝r_1, z=0 时，得中垂面上任一点的电位与场强

r=0, Z=r_2 时，得延长线上任一点的电位与场强

r＝r3, Z=|l|时，得端面上任一点的电位与场强

1.4-30 求无限长直圆柱体的电势分布（以轴线为参考点，设它电位为零）。

解：由高斯定理可求得圆柱体内的场强分布为

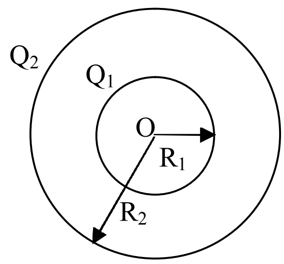
$$E_1 = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}(r < R)$$

$$E_2 = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}(r > R)$$

以轴线为电势零点,电势分布为$U_1 = \int_{r_1}^{0} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} = -\frac{\rho}{4\varepsilon_0} r^2 (r < R)$

$$U_2 = \int_{r_1}^{R} \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} + \int_{R}^{0} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0} \ln\frac{R}{r} - \frac{\rho R^2}{4\varepsilon_0}(r > R)$$

1.4-16 **求两个均匀带电的同心球面在三个区域内的电位分布，并画 U—r 曲线。**



解：（1）已知均匀带电球面产生的电场中电位的分布为

$$U = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}(r > R)$$

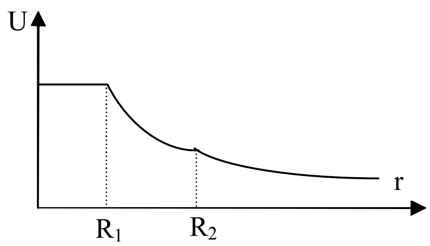
$$U = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}(r < R)$$

由电势叠加原理可知：

$$U_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{Q_1}{R_1} + \frac{Q_2}{R_2})(r < R_1)$$

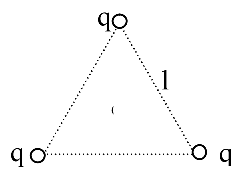
$$U_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{Q_1}{r} + \frac{Q_2}{R_2})(R_1 < r < R_2)$$

$$U_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 + Q_2}{r}(r > R_2)$$



（2）U-r 曲线如图所示

1.5-1 计算三个放在等边三角形三个顶点的点电荷的相互作用能。设三角形的边长为 l，顶点上的点电荷都是 q。



解：根据点电荷组的相互作用能公式

$$W_e = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i U_i = 3\frac{1}{2}q(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}) = \frac{3q^2}{4\pi\varepsilon_0 l}$$

1.5-3 求均匀带电球体的静电能，设球的半径为 R，带电总量为 q。

解：由高斯定理，可求得带电球体内、外的电场强度：

$$E_{内}=\frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}(r<R) \qquad E_{外}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}(r>R)$$

取∞处为零电势点，均匀带电球内任一点的电势：

$$U=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_r^{R}\vec{E}_{内}\cdot d\vec{l}+\int_R^{\infty}\vec{E}_{外}\cdot d\vec{l}=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3}{R}-\frac{r^2}{R^3}\right)$$

$$\rho=\frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$W_e=\frac{1}{2}\int Udq=\frac{1}{2}\int U\rho dV=\frac{1}{2}\int_0^R U\rho(4\pi r^2dr)=\frac{3q^2}{20\pi\varepsilon_0 R}$$

《电磁学》作业答案四

2.1-5 三平行金属板 A、B 和 C， 面积都是 200cm^2 ，A、B 板相距 4.0mm, A、C 板相距 2.0mm， B、C 两板都接地（见题图）。如果使 A 板带正电 3.0×10^{-7}C，在略去边缘效应时，问 B 板和 C 板上感应电荷各是多少？以地的电势为零，问 A 板的电势是多少？

解：（1）设 A 板左右两面的电荷分别为：σ_1、σ_2

$$\begin{cases}(\sigma_1+\sigma_2)S=q\\ E_1d_1=E_2d_2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}(\sigma_1+\sigma_2)S=q\\ \dfrac{\sigma_1 d_1}{\varepsilon_0}=\dfrac{\sigma_2 d_2}{\varepsilon_0}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}q_1=\sigma_1 S=2.0\times10^{-7}C\\ q_2=\sigma_2 S=1.0\times10^{-7}C\end{cases}$$

$$q_B=-q_2=-1.0\times10^{-7}C \qquad q_C=-q_1=-2.0\times10^{-7}C$$

(2) $U_A=E_2d_2=\dfrac{\sigma_2 d_2}{\varepsilon_0}=2.3\times10^3V$

2.1-6 点电荷 q 处在导体球壳的中心，壳的内外半径分别为 R_1 和 R_2(见题图)。求场强和电势的分布，并画出 E-r 和 U-r 曲线。

解：取同心的球面为高斯面，由高斯定理可得：

$$\begin{cases}E=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}(r<R_1)\\ E=0(R_1<r<R_2)\\ E=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}(r>R_2)\end{cases}$$

$r<R_1$：$U=\int_r^\infty \vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_r^{R_1}\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr+\int_{R_2}^\infty \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dq=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2})$

$R_1<r<R_2$：$U=\int_r^\infty \vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_{R_2}^\infty \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$

$r>R_2$：$U=\int_r^\infty \vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_r^\infty \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

2.1-7 在上题，若 $q=4\times10^{-10}$ C，R_1 =2cm，R_2 =3cm，求：

（1）导体球壳的电势;

（2）离球心 r=1cm 处的电势;

（3）把点电荷移开球心 1cm，求导体球壳的电势。

解：（1） $U=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}=120V$

（2）$U=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r}-\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2})=300V$ （$r=1cm$）

（3）把点电荷移开球心 1cm，球壳外场强分布不变，球壳电势不变, 仍为 120V

2.2-3 面积都是 $2m^2$ 的两平行导体板放在空气中相距 5mm，两板电位差为 1000v，略去边缘效应。求：

（1） 电容 C;

（2）各板上的电量 Q 和电荷密度 σ_e；

（3） 板间的电场强度 E。

解：（1）平板电容器电容： $C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}=\frac{8.85\times10^{-12}\times2}{5\times10^{-3}}=3.54\times10^{-9}(F)$

（2）极板上电量：$Q=CU=3.54\times10^{-9}\times1000=3.54\times10^{-6}(C)$

电荷密度为：$\sigma_e=\frac{Q}{S}=\frac{3.54\times10^{-6}}{2}=1.77\times10^{-6}(C/m^2)$

(3)板间电场强度：$E=\frac{\sigma_e}{\varepsilon_0}=\frac{1.77\times10^{-6}}{8.85\times10^{-12}}\approx2.01\times10^{5}(V/m)$

2.2-4 如图，三块平面金属板 A，B，C 彼此平行放置，AB 之间的距离是 BC 之间距离的一半。用导线将外侧的两板 A，C 相并联并接地，使中间导体板 B 带 3 微库，三导体的六各面上的电荷各为多少?

解： 相对的面电荷等量异号，最外面的两个面电荷等量同号

$$C_{AB}=2C_{BC}\quad U_{BA}=U_{BC}\quad Q_1=C_{AB}U_{AB}\quad Q_2=C_{BC}U_{BC}$$

$$\begin{cases}Q_1=2Q_2\\Q_1+Q_2=3\mu C\end{cases}\qquad\therefore\begin{cases}Q_1=2\mu C\\Q_2=1\mu C\end{cases}$$

A、 C 板接地，所以 A 板上表面和 C 板下表面所带电量为 0

从上到下 6 个面的电量：0、-2、+2、+1、-1、0 μC

2.2-9 半径都是 a 的两根平行长直导线相距为 d（d>>a），求单位长度的电容。

解：设两导线电荷线密度为：±λ

电场可以视为两根长直带电线产生电场的叠加：

$$\vec{E}=[\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}+\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(d-x)}]\hat{i}$$

两导线的电势差：$U=\int\vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_a^{d-a}[\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}+\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(d-x)}]dx=\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d-a}{a}$

单位长度电容：$C=\dfrac{\lambda}{U}=\dfrac{\pi\varepsilon_0}{\ln[(d-a)/a]}\approx\dfrac{\pi\varepsilon_0}{\ln d/a}$

2.2-17 四个电容 C_1，C_2，C_3，C_4 都已知，求图(a)，(b)两种连法时 AB 间的电容。

解：（a）C_1 和 C_3 串联，C_2 和 C_4 串联，再并联

$$C_{13}=\frac{C_1C_3}{C_1+C_3}\qquad C_{24}=\frac{C_2C_4}{C_2+C_4}$$

$$C=C_{13}+C_{24}=\frac{C_1C_3(C_2+C_4)+C_2C_4(C_1+C_3)}{(C_1+C_3)(C_2+C_4)}$$

(b) C_1 和 C_2 并联，C_3 和 C_4 并联，再串联

$$C_{12}=C_1+C_2\qquad C_{34}=C_3+C_4$$

$$C=\frac{C_{12}\cdot C_{34}}{C_{12}+C_{34}}=\frac{(C_1+C_2)(C_3+C_4)}{C_1+C_2+C_3+C_4}$$

2.2-18 求附图中 A，B 间的电容；（2）在 A，B 间加上 100v 的电压，求 C 2 上的电荷和电压；（3）如果这时 C 1 被击穿（即变成通路），问 C 3 上的电荷和电压是多少？

解： (1) C_1 和 C_2 并联，再与 C_3 串联

$$C_{12}=C_1+C_2=15\mu C$$

$$C=\frac{C_{12}\cdot C_3}{C_{12}+C_3}=3.75\mu C$$

（2）$U_{12}=Q/C_{12}\qquad U_3=Q/C_3$

$$\frac{U_{12}}{U_3}=\frac{C_3}{C_{12}}=\frac{3}{15}=\frac{1}{3}\qquad U_{12}+U_3=100V$$

$$U_1=U_2=U_{12}=25V\qquad U_3=75V$$

$$Q_2=C_2U_2=125\mu C$$

（3）如 C_1 击穿，则 100V 电压全部加在 C_3 上

$$U_3=100V$$

$$Q_3=C_3U_3=5\times10^{-4}(C)=500\mu C$$

《电磁学》作业答案五

2.3-4 平行板电容器（极板面积为 S，间距为 d）中间有两层厚度各为 d_1 和 d_2（$d_1+d_2=d$），相对介电常数各为 ε_{r1} 和 ε_{r2} 的电介质层。

求：（1）电容 C。

（2）当金属极板上带电而面密度为 $\pm\sigma_{e0}$ 时，两层介质间的分界面上的极化电荷密度 σ'_e ；

（3）极板间电位差 U；

（4）两层介质中的电位移 D。

解：(1)可看作两电容器串联：$C_1=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}S}{d_1}$ $\quad C_2=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}S}{d_2}$ $\quad C=\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}S}{\varepsilon_{r1}d_2+\varepsilon_{r2}d_1}$

（2）$D_1=D_2=\sigma_{e0}$ $\quad E_1=\dfrac{D_1}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}}=\dfrac{\sigma_{e0}}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}}$ $\quad E_2=\dfrac{D_2}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}}=\dfrac{\sigma_{e0}}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}}$

$$\sigma'_1=\vec{P}_1\cdot\hat{e}_n=P_1=\varepsilon_0(\varepsilon_{r1}-1)E_1=\frac{\varepsilon_{r1}-1}{\varepsilon_{r1}}\sigma_{e0}\qquad \sigma'_2=\vec{P}_2\cdot\hat{e}_n=-P_2=\varepsilon_0(\varepsilon_{r2}-1)E_2=\frac{\varepsilon_{r2}-1}{\varepsilon_{r2}}\sigma_{e0}$$

$$\sigma'=\sigma'_1+\sigma'_2=\frac{(\varepsilon_{r1}-\varepsilon_{r2})}{\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}}\sigma_{e0}$$

（3）$U=E_1d_1+E_2d_2=\dfrac{(\varepsilon_{r1}d_2+\varepsilon_{r2}d_1)\sigma_{e0}}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}}$

(4) $D_1=D_2=\sigma_{e0}$

2.3-12 一平行板电容器的两极板间距为 d，其间充满了两部分介质，相对介电常数为 ε_{r1} 的介质所占的面积为 S_1，相对介电常数为 ε_{r2} 的介质所占的面积为 S_2。略去边缘效应，求电容 C。

解：看作两个电容器并联

$$C_1=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}S_1}{d}\qquad C_2=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}S_2}{d}$$

$$C=C_1+C_2=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}S_1+\varepsilon_0\varepsilon_{r2}S_2}{d}$$

2.3-15 同心球内外半径分别为 R_1 和 R_2，两球间充满相对介电常数为 ε_r 的均匀介质，内球的电荷时 Q。求：

（1）电容器内各处的电场强度 E 的分布和电位差 U；

（2）介质表面的极化电荷密度 ；

（3）电容 C。（它是真空时电容的多少倍）

解：（1）有高斯定理得 $E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$ $\quad U=\int\vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_{R_1}^{R_2}\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}dr=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}(\dfrac{1}{R_1}-\dfrac{1}{R_2})$

（2）$r=R_1$ 表面：$\sigma_e'=\vec{P}_1\cdot\hat{e}_n=-P_1=-\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1^2}=-\dfrac{(\varepsilon_r-1)Q}{4\pi\varepsilon_r R_1^2}$

$r=R_2$ 表面：$\sigma_e'=\vec{P}_2\cdot\hat{e}_n=P_2=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_2^2}=\dfrac{(\varepsilon_r-1)Q}{4\pi\varepsilon_r R_2^2}$

（3）$C=\dfrac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1R_2}{R_2-R_1}$ $\qquad \dfrac{C}{C_0}=\varepsilon_r$

2.3-17 一半径为 R 的导体球带电荷 Q，处在相对介电常数为 ε_r 的无限大均匀分布的介质中。求：（1）介质中的的电场强度 E，电位移 D 和极化强度 P 的分布；（2）极化电荷的面密度。

解：（1） 由高斯定理求得： $D=\dfrac{Q}{4\pi r^2}$ $\quad E=\dfrac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r}=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$

$$P=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)E=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}=\frac{(\varepsilon_r-1)Q}{4\pi\varepsilon_r r^2}$$

（2）$\sigma_e'=\vec{P}\cdot\hat{e}_n=-P\big|_{r=R}=-\dfrac{(\varepsilon_r-1)Q}{4\pi\varepsilon_r R^2}$

2.4-3 在相对介电常数为 ε_r 的无限大的均匀介质中，有一半径为 R 的导体球带电荷 Q。求电场的能量。

解： 用孤立导体球电容内的储能公式

孤立导体球电容：$C=4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R$

电场的能量：$W_e=\dfrac{Q^2}{2C}=\dfrac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R}$

2.4-4 半径为 2cm 的导体球外套有一个与它同心的导体球壳，壳的内外半径分别为 4cm 和 5cm，球与壳间是空气。壳外也是空气，当内球的电荷量为 $3\times10^{-8}C$ 时，（1）这个系统储存了多少电能？（2）如果用导线把壳与球连在一起，结果如何？

解: (1) 依题意可知：内球表面带电为 Q；球壳内表面带电－Q，球壳外表面带电为 Q，可看作球形电容器和孤立导体球电容串联，用电容内的储能公式

$R_1=2cm \qquad R_2=4cm \qquad R_3=5cm \qquad Q=3\times10^{-8}C$

$C_{球}=\dfrac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1R_2}{R_2-R_1} \qquad C_{孤}=4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_3$

$$W_e = W_{e1} + W_{e2} = \frac{Q^2}{2C_{球}} + \frac{Q^2}{2C_{孤}} = 1.01\times10^{-4} + 0.81\times10^{-4} = 1.82\times10^{-4}(J)$$

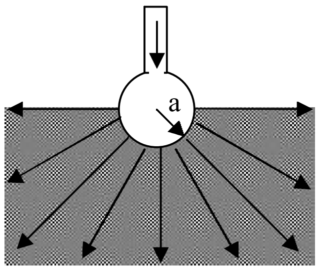
（2）用导线把壳与球连在一起 $W_e = W_{e2} = \frac{Q^2}{2C} = 8.1\times10^{-5}(J)$

3.1-4 有一种康铜丝的横截面积为 0.10mm^2，电阻率为 $\rho=49\times10^{-8}\Omega\cdot m$。用它绕制一个 6.0 Ω的电阻，需要多长？

解：$R = \rho\frac{l}{S}$ $\quad l = \frac{RS}{\rho} = 1.22m$

3.1-8 把大地可看成均匀的导电介质，其电阻率为ρ。用一半径为 a 的球形电极与大地表面相接，半个球体埋在地面下，电极本身的电阻可以忽略。试证明此电极的接地电阻为

$$R = \frac{\rho}{2\pi a}$$



证： 取与球心相距为 r，厚度为 dr 的半球壳

$$dR = \frac{\rho dr}{2\pi r^2} \to R = \int_a^\infty \frac{\rho dr}{2\pi r^2} = \frac{\rho}{2\pi a}$$

《电磁学》作业答案六

4.2-5 如附图所示,一条无穷长直导线在一处弯折成 1/4 圆弧,圆弧的半径为 R，圆心在 O，直线的延长线都通过圆心,已知导线中的电流为 I，求 O 点的磁感强度.

解：两半无限长直电流在 O 点的磁场为零, 四分之一圆电流在 O 点的磁场

$$B=\frac{\mu_0 I}{2R}\cdot\frac{1}{4}=\frac{\mu_0 I}{8R}$$ 方向：垂直向里

4.2-9 四条平行的载流无限长直导线,垂直的通过一边长为 a 的正方形顶点,每条导线中的电流都是 I，方向如附图所示.

(1)求正方形中心的磁感应强度 B;

(2)当 a=20 厘米，I=20 安时,B=?

解：

(1)依题意,四条无限长直电流在正方形中心的磁感应强度 B 方向由右手定则判断，大小相同

$$B_1=B_2=B_3=B_4=\frac{\mu_0 I}{2\pi(\sqrt{2}a/2)}=\frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}a\pi}$$

正方形中心总的磁感应强度：$B=\sqrt{2}\cdot 2B_1=\frac{2\mu_0 I}{a\pi}$ 方向：竖直向上

（2）$B=\frac{2\mu_0 I}{a\pi}=\frac{2\times 4\pi\times 10^{-7}\times 20}{0.2\pi}=8\times 10^{-5}(T)$

4.2-27 一螺线管长 1.0 米，平均直径为 3.0 厘米，它有五层绕组，每层有多匝，通过的电流是 5.0 安，求管中心处的磁感强度。

解：单位长度的匝数 $n=\frac{N}{l}=\frac{850}{1}=850(\text{匝/米})$

$$B=\mu_0 \mathrm{nI}=4\pi\times 10^{-7}\times 850\times 5\times 5\approx 2.67\times 10^{-2}=267Gs$$

4.2-31 半径为的圆片均匀带电，面密度为σe ，令该片以均匀角速度ω绕它旋转，求轴线上距圆片中心 O 为 x 处的磁场。

解：带电圆片旋转后等效成许多半径不同的圆电流

将带电圆片分割为许多细圆环，其中半径为 r，厚度为 dr 的细圆环带电 dq

$dq=\sigma_e 2\pi r dr$ 旋转后等效圆电流的电流强度为 dI

$$dI=\frac{dq}{T}=\frac{\sigma_e 2\pi r dr}{2\pi/\omega}=\omega\sigma_e r dr$$

圆电流 dI 在轴线上产生的磁感应强度：$dB=\frac{\mu_0 dI}{2}\frac{r^2}{(r^2+x^2)^{3/2}}$

总的磁感应强度：

$$B=\int dB=\int_0^R \frac{\mu_0\omega\sigma_e r dr}{2}\cdot\frac{r^2}{(r^2+x^2)^{3/2}}=\frac{\mu_0\omega\sigma_e}{4}\int_0^R \frac{r^2 dr^2}{(r^2+x^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{\mu_0\omega\sigma_e}{4}\int_0^R \frac{r^2+x^2-x^2}{(r^2+x^2)^{3/2}}d(r^2+x^2)=\frac{\omega\mu_0\sigma_e}{2}[\frac{R^2+2x^2}{(R^2+x^2)^{1/2}}-2x]$$

《电磁学》作业答案七

4.3-1 一载有电流 I 的无穷长直空心圆筒,半径为 R（圆筒壁厚度可以忽略），电流沿它的轴线方向流动，并且是均匀地分布的，分别求离轴线为 r<R 和 r>R 处的磁场。

解：取圆回路为安培回路，依安培环路定理求得 B 的分布：

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{(l内)} I$$

（1）$r < R$: $B\cdot 2\pi r = 0 \Rightarrow \qquad B = 0$

（2）$r > R$: $B\cdot 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow \qquad B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

4.3-2 有一很长的载流导体直圆管，内半径为 a，外半径为 b，电流强度为 I，电流沿轴线方向流动，并且均匀的分布在管壁的横截面上。空间某一点到管轴的垂直距离为 r（见附图），求（1）r<a；(2)a<r<b；(3)r>b 等各处的磁感强度。

解：取圆回路为安培回路，依安培环路定理求得 B 的分布：

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{(l内)} I$$

（1）$r < a$: $\qquad B\cdot 2\pi r = 0 \Rightarrow \qquad B = 0$

（2）$a < r < b$: $\qquad B\cdot 2\pi r = \mu_0 \dfrac{I\pi(r^2-a^2)}{\pi(b^2-a^2)} \Rightarrow \qquad B = \dfrac{\mu_0 I(r^2-a^2)}{2\pi r(b^2-a^2)}$

（3）$r > b$: $\qquad B\cdot 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow \qquad B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

4.3-6 矩形截面的螺绕环，尺寸见附图，(1)求环内磁感强度的分布；(2)证明通过螺绕环截面（图中阴影区）的磁通量 $\phi_m = \dfrac{\mu_0 NIh}{2\pi}\ln\dfrac{D_1}{D_2}$。其中 N 为螺绕环总匝数，I 为其中电流强度。

解：(1) 取同心的圆回路为安培回路，由安培环路定理求 B

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{(l内)} I \qquad B\cdot 2\pi r = \mu_0 NI \Rightarrow \qquad B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

（2）将阴影区竖着分割为小窄条

$$\phi_m = \iint \vec{B}\cdot d\vec{S} = \int_{D_2/2}^{D_1/2} \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} h\,dr = \frac{\mu_0 NIh}{2\pi}\ln\frac{D_1}{D_2}$$

4.4-2 载有 10 安的一段直导线，长 1.0 米，在 $B = 1.5T$ 的均匀磁场中，电流与 B 成 30° 角（见题图），求这段导线所受的力。

解：由安培定律 $d\vec{F} = Id\vec{l}\times\vec{B} = BIdl\sin 30^\circ\,\hat{k} = \dfrac{1}{2}BIdl\hat{k}$

$$F=\int dF=\frac{1}{2}BIl=\frac{1}{2}\times 1.5\times 10\times 1=7.5(N)$$ 方向：垂直纸面向外

4.4-21 长直导线与一正方形线圈在同一个平面内，分别载有电流 I_1 和 I_2；正方形的边长为 a，它的中心到直导线的垂直距离为 d(见题图.).

(1) 求这正方形载流线圈各边所受 I_1 的磁场力以及整个线圈所受的合力；

(2) 当 $I_1=3.0A$，$I_2=2.0A$，$a=4.0cm$，$d=4.0cm$ 时，求合力的值。

解：(1) 依题意可求上、下、左、右四条边磁力:

$$F_{左}=\mathrm{B}_{左}\mathrm{I}_2a=\frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi(d-a/2)}$$ 方向：水平向左

$$F_{右}=\mathrm{B}_{右}\mathrm{I}_2a=\frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi(d+a/2)}$$ 方向：水平向右

$$F_{上}=\int \mathrm{I}_2 dl\times B=\int_{d-a/2}^{d+a/2} I_2\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}dr=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln(\frac{d+a/2}{d-a/2})$$ 方向：竖直向上

$$F_{下}=\int \mathrm{I}_2 dl\times B=\int_{d-a/2}^{d+a/2} I_2\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}dr=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln(\frac{d+a/2}{d-a/2})$$ 方向：竖直向下

合力：$F_{合}=\mathrm{F}_{左}-\mathrm{F}_{右}=\frac{\mu_0\mathrm{I}_1\mathrm{I}_2}{2\pi}(\frac{1}{\mathrm{d-a/2}}-\frac{1}{\mathrm{d+a/2}})=\frac{2\mu_0 I_1 I_2 a^2}{\pi(4d^2-a^2)}$ 方向：水平向左

(2) 代入数据 $F_{合}=1.6\times 10^{-6}(N)$

5.1-1 一横截面积为 S=20cm^2 的空心螺绕环，每厘米长度上绕有 50 匝，环外绕有 N=5 匝的副线圈，副线圈与电流计 G 串联，构成一个电阻为 R=2.0 欧的闭合回路。今使螺绕环中的电流每秒减少 20 安培，求副线圈中的感应电动势 ε 和感应电流。

解：由安培环路定理求得螺绕环内的磁场为 $B=\mu_0 nI$

通过副线圈的磁通匝链数为：$\phi_m=NBS=N\mu_0 nIS$ 由题意：$\frac{dI}{dt}=-20(A/s)$

副线圈中的感应电动势：$\varepsilon=-\frac{d\phi_m}{dt}=-N\mu_0 nS\frac{dI}{dS}=-N\mu_0 nS(-20)=1.256\times 10^{-3}(V)$

副线圈中的感应电流：$i=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{1.256\times 10^{-3}}{2}=6.28\times 10^{-4}(A)$

5.1-3 如附图所示,一很长的直导线有交变电流, 它旁边有一长方形线圈 ABCD,长为 l ,宽为 (b-a),线圈和导线在同一平面内. 求:

(1) 穿过回路 ABCD 的磁通量 φ;

(2) 回路 ABCD 中的感应电动势 ε

解:(1) $\phi_m = \iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = \int_a^b \frac{\mu_0 i}{2\pi r} l dr = \frac{\mu_0 l i}{2\pi}\ln\frac{b}{a} = \frac{\mu_0 l}{2\pi}(\ln\frac{b}{a})I_0\sin\omega t$

(2) $\varepsilon = -\frac{d\phi_m}{dt} = -\frac{\mu_0 l\omega}{2\pi}(\ln\frac{b}{a})I_0\cos\omega t$

5.2-2 两段导线 ab=bc=10 厘米,在 b 处相接而成 30 0 角.若使导线在匀强磁场中以速率 v =1.5 米/秒运动,方向如图所示,磁场方向垂直图面向内,B=2.5×10 2 高斯,问 ac 间的电位差是多少,哪一端高.

解:由题意可求得动生电动势

$\varepsilon_{ab} = 0$ 设 $b \to c$ 为正方向

$$\varepsilon_{bc} = \int(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} = \int_0^{10cm} vB\cos 60^0 dl = \frac{1}{2}Blv = 1.88\times10^{-3}(V) > 0$$

ε_{bc} 实际方向与正方向相同,即: $b \to c$ $V_c > V_b$ $V_b = V_a$

$\varepsilon_{ac} = \varepsilon_{ab} + \varepsilon_{bc} = 1.88\times10^{-3}(V)$

$V_c > V_a$ c 端电势高

5.2-3 如图,金属棒 ab 以 v=2.0 米/秒的速率平行于直导线运动,此导线电流 I=40 安培.求棒中感应电动势大小.哪一端的电位高?

解: 设 $a \to b$ 为正方向

$$\varepsilon = \int(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} = \int_a^b (v\frac{\mu_0 I}{2\pi r})\cos 180^\circ dl = -\frac{\mu_0 I v}{2\pi}\ln 10 = -3.68\times10^{-5}(V) < 0$$

电动势实际方向与正方向相反:即 $b \to a$, $V_a > V_b$ a 端电势高