

## 1 Cours

### Equations différentielles linéaires

**Révisions de première année** Equations différentielles linéaires scalaires d'ordre 1. Equations différentielles linéaires scalaires d'ordre 2 à coefficients constants.

**Généralités** Equation différentielle linéaire. Equation homogène associée. Principe de superposition. Problème de Cauchy.

**Solutions d'une équation différentielle linéaire** Théorème de Cauchy linéaire. L'ensemble des solutions de l'équation différentielle linéaire homogène  $x' = a(t)(x)$  avec  $a : I \rightarrow \mathcal{L}(E)$  continue est un espace vectoriel de dimension égale  $\dim E$ . L'ensemble des solutions l'équation différentielle linéaire  $x' = a(t)(x) + b(t)$  avec  $a : I \rightarrow \mathcal{L}(E)$  et  $b : I \rightarrow E$  continues est un espace affine de direction l'espace vectoriel des solutions de l'équation homogène associée.

**Systèmes différentiels linéaires homogènes à coefficients constants** Rappels sur l'exponentielle d'une matrice/d'un endomorphisme :  $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K}) \mapsto \exp(M)$  est continue ;  $t \in \mathbb{R} \mapsto \exp(tM)$  est dérivable de dérivée  $t \mapsto M \exp(tM) = \exp(tM)M$  ; si  $A$  et  $B$  commutent,  $\exp(A + B) = \exp(A) \exp(B)$ . Solutions d'un système différentiel homogène à coefficients constants. Résolution par réduction matricielle (diagonalisation/trigonalisation).

**Equations différentielles linéaires scalaires** Définition. Lien entre équations différentielles linéaires scalaires d'ordre  $n$  et système différentiel linéaire scalaire d'ordre 1. Problème de Cauchy. Adaptation des résultats précédents aux équations différentielles linéaires scalaires : théorème de Cauchy linéaire, structure et dimension de l'ensemble des solutions d'une équation différentielle linéaire homogène/avec second membre. Variation des constantes et wronskien pour les équations différentielles linéaires scalaires d'ordre 2.

## 2 Méthodes à maîtriser

- Méthode générale de résolution d'une équation différentielle linéaire : résolution de l'équation homogène puis recherche d'une solution particulière.
- Dans le cas d'un système différentiel linéaire homogène à coefficients constants : écriture matricielle puis réduction.
- Recherche d'une solution particulière : du flair ou méthode de variation des constantes.
- Recherche de solutions développables en séries entières dans le cas de coefficients polynomiaux.
- Problèmes de raccord pour les équations différentielles non résolues : résolution sur les intervalles où le coefficient de la dérivée d'ordre le plus élevé ne s'annule pas puis recollement en les points «problématiques» : étude de la continuité, de la dérivabilité, ...
- Changement de variable (indiqué par l'énoncé) pour se ramener à une équation différentielle «plus simple».

## 3 Questions de cours

**Banque CCP** Exercices 31, 32, 74, 75