

# COMPARAISON DE FONCTIONS

## Croissances comparées

### Au voisinage de $+\infty$

- Soit  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ . Alors  $\alpha < \beta \iff x^\alpha \underset{x \rightarrow +\infty}{=} o(x^\beta)$ .
- Soit  $a, b \in \mathbb{R}_+^*$ . Alors  $a < b \iff e^{ax} \underset{x \rightarrow +\infty}{=} o(e^{bx})$ .
- Soit  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+^*$ . Alors  $(\ln x)^\alpha \underset{x \rightarrow +\infty}{=} o(x^\beta)$ .
- Soit  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+^*$ . Alors  $x^\alpha \underset{x \rightarrow +\infty}{=} o(e^{\alpha x})$ .

### Au voisinage de 0

- Soit  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ . Alors  $\alpha > \beta \iff x^\alpha \underset{x \rightarrow 0}{=} o(x^\beta)$ .
- Soit  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+^*$ . Alors  $|\ln x|^\alpha \underset{x \rightarrow 0}{=} o\left(\frac{1}{x^\beta}\right)$ .

### Au voisinage de $-\infty$

- Soit  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+^*$ . Alors  $e^{\alpha x} \underset{x \rightarrow -\infty}{=} o\left(\frac{1}{|x|^\beta}\right)$ .
- Soit  $a, b \in \mathbb{R}_+^*$ . Alors  $a > b \iff e^{ax} \underset{x \rightarrow -\infty}{=} o(e^{bx})$ .

## Équivalents usuels

### Logarithme, exponentielle, puissance

Un polynôme est équivalent en 0 (resp. en  $\pm\infty$ ) à son monôme de plus bas (resp. haut) degré.

$\ln(1+x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$	i.e.	$\ln(1+x) \underset{x \rightarrow 0}{=} x + o(x)$
$e^x - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$	i.e.	$e^x \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 + x + o(x)$
$(1+x)^\alpha - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \alpha x$	i.e.	$(1+x)^\alpha \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 + \alpha x + o(x)$

### Fonctions circulaires

$\sin(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$	i.e.	$\sin x \underset{x \rightarrow 0}{=} x + o(x)$
$1 - \cos(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$	i.e.	$\cos x \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$
$\tan(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$	i.e.	$\tan x \underset{x \rightarrow 0}{=} x + o(x)$

### Fonctions circulaires réciproques

$\arcsin(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$	i.e.	$\arcsin x \underset{x \rightarrow 0}{=} x + o(x)$
$\arctan(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$	i.e.	$\arctan x \underset{x \rightarrow 0}{=} x + o(x)$

### Fonctions hyperboliques

$\operatorname{sh}(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$	i.e.	$\operatorname{sh} x \underset{x \rightarrow 0}{=} x + o(x)$
$\operatorname{ch}(x) - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$	i.e.	$\operatorname{ch} x \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$
$\operatorname{th}(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$	i.e.	$\operatorname{th} x \underset{x \rightarrow 0}{=} x + o(x)$