

## INTERROGATION ÉCRITE N°10

NOM :

Prénom :

Note :

---

1. On pose  $a_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$ . Déterminer le rayon de convergence et calculer la somme de  $\sum_{n \in \mathbb{N}} a_n z^n$ .

2. Soit  $u$  un endomorphisme auto-adjoint d'un espace euclidien  $E$ . On pose  $m = \min \text{Sp}(u)$  et  $M = \max \text{Sp}(u)$ . Montrer que pour tout  $x \in E$ , on a

$$m\|x\|^2 \leq \langle u(x), x \rangle \leq M\|x\|^2$$

3. Justifier la convergence de la série  $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$  et calculer sa somme.

4. Déterminer le rayon de convergence et la somme de la série entière  $\sum_{n \in \mathbb{N}} n^2 x^n$ .

5. Déterminer le rayon de convergence de la série entière  $\sum_{n \in \mathbb{N}} n! z^{n^2}$ .