Introducción a la neurociencia computacional

Departamento de Ingeniería en Informática

ITBA

Trabajo Práctico 2

Modelos neuronales. Aprendizaje

1. Integra-y-disparo es un modelo simple para el comportamiento de los disparos.
   Por debajo del umbral, el potencial V de la membrana satisface la ecuación diferencial
   $$C_m \frac{dV}{dt} = -g_L(V - V_L) - g_{syn}\left(V - V_{syn}\right) + I_{app}$$
   Si V alcanza un umbral V_θ, entonces se produce un disparo, y V es instantáneamente restablecido a un valor de V_0, donde $V_0 < V_\theta$.
   I_{app} es la corriente inyectada a través del microelectrodo.
   La entrada sináptica se modela como el producto de una conductancia sináptica g_{syn} y una fuerza motriz que depende del potencial de inversión V_{syn}.
   Consideremos el caso de una sinapsis excitatoria, por lo que V_{syn} está por encima de V_θ.
   a) Responder en función de la corriente aplicada I_{app}, sin entrada sináptica (g_{syn} = 0).
      i. Determinar la corriente de umbral I_θ por debajo de la cual la neurona está inactiva, y por encima de la cual la neurona se dispara repetidamente. El signo de I_θ debe depender de si V_θ está por encima o por debajo de V_L.
      ii. Si I_{app} se mantiene constante en el tiempo por encima del umbral, la neurona debe disparar los potenciales de acción de forma repetitiva. Encontrar la relación entre la tasa de disparo r e I_{app} por encima del umbral.
      iii. Mostrar que r se comporta aproximadamente de forma lineal para I_{app} grande, y determinar la pendiente.
      iv. Graficar r en función de I_{app}.
   b) Responder en función de la entrada sináptica g_{syn} sin corriente aplicada (I_{app} = 0).
      Supongamos que la conductancia sináptica g_{syn} es constante en el tiempo. Esto podría ser aproximadamente verdadero in vivo cuando una neurona recibe un bombardeo constante de entradas de muchas otras fuentes, de modo que la suma de entradas es aproximadamente constante.
      i. Determinar el umbral de la conductancia sináptica g_{syn}, θ por debajo de la cual la neurona está inactiva, y por encima de la cual la neurona se dispara repetidamente.
      ii. Encontrar la relación entre la tasa de disparo r y g_{syn} por encima del umbral.
      iii. Mostrar que r se comporta aproximadamente de forma lineal para g_{syn} grande, y determinar la pendiente.
      iv. Graficar r en función de g_{syn}.

2. La ecuación

$$\tau_m \frac{dV}{dt} = -(V - E_L) + I_e R_m \ (*)$$

se puede reescribir como

$$\tau_V \frac{dV}{dt} = V_\infty - V$$

donde $\tau_V = \tau_m$ y $V_\infty = E_L + I_e R_m$.
Cuando la corriente I_e es independiente del tiempo, la solución de dicha ecuación es

$$V(t) = V_\infty + [V(t_0) - V_\infty] \exp\left[-\left(\frac{t - t_0}{\tau_V}\right)\right]$$

donde t_0 es un tiempo previo a t.
Si I_e depende del tiempo, esta solución no es válida. Sin embargo, para un período de tiempo suficientemente pequeño Δt se puede aproximar a $I_e(t)$ como una constante y usar la solución anterior para un paso de tiempo de t a Δt.
Reemplazando t_0 con t y t con $t + \Delta t$

$$V(t + \Delta t) = V_\infty + [V(t) - V_\infty] \exp\left[-\left(\frac{\Delta t}{\tau_V}\right)\right]$$

Esta ecuación provee un método numérico para encontrar la solución de la ecuación (*).
Aplicando este método, simular una neurona integra-y-dispara (ver ejercicio anterior)

$$C_m \frac{dV}{dt} = -g_L(V - V_L) - g_{syn}\left(V - V_{syn}\right) + I_{app}$$

con g_{syn} = 0, I_{app} = 1 nA, C_m = 500 pF, g_L = 25 nS, V_L = -70 mV, V_θ = -54 mV y V_0 = -60 mV, usando un paso de tiempo de $\Delta t = 0.2$ ms; cuando V sobrepasa V_θ, restablecer su valor a V_0 en el siguiente paso de tiempo.
Graficar un tren de 10 picos, partiendo de la condición inicial $V = V_L$.

3. La aplicación original del aprendizaje de diferencias temporales al condicionamiento (Sutton & Barto, 1990) consideró el uso de trazas del estímulo. Es decir, la predicción de la suma de las recompensas futuras en el tiempo t es

$$v(t) = \boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{u}(t)$$

donde $u_i(t)$, con el peso de predicción w_i, marca la presencia (cuando $u_i(t) = 1$) o ausencia (cuando $u_i(t) = 0$) del estímulo i en el tiempo t.
La regla de aprendizaje está dada por

$$w_i \leftarrow w_i + \varepsilon\, \delta(t)\, \bar{u}_i(t)$$

donde

$$\bar{u}_i(t) = \lambda\, \bar{u}_i(t-1) + (1 - \lambda) u_i(t)$$

$$\delta(t) = r(t) + v(t+1) - v(t)$$

y λ es el parámetro de traza que rige la longitud de la memoria de la ocurrencia pasada de estímulos.
Construir el modelo de aprendizaje y graficar cómo cambia δ en función de los ensayos considerando la función de refuerzos

$$r(t) = \begin{cases} 1/5 & \text{si } 200 \leq \text{t} \leq 210 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Usar el valor de $\Delta t = 5$ para cada paso temporal.
Graficar las variaciones de u, r, v, Δv y δ antes y después del aprendizaje, para $\lambda =$ 0.5, 0.9 y 0.99 usando $\varepsilon = 0.2$.