

# Занятие от 11.02.

## Геометрия и топология. 1 курс.

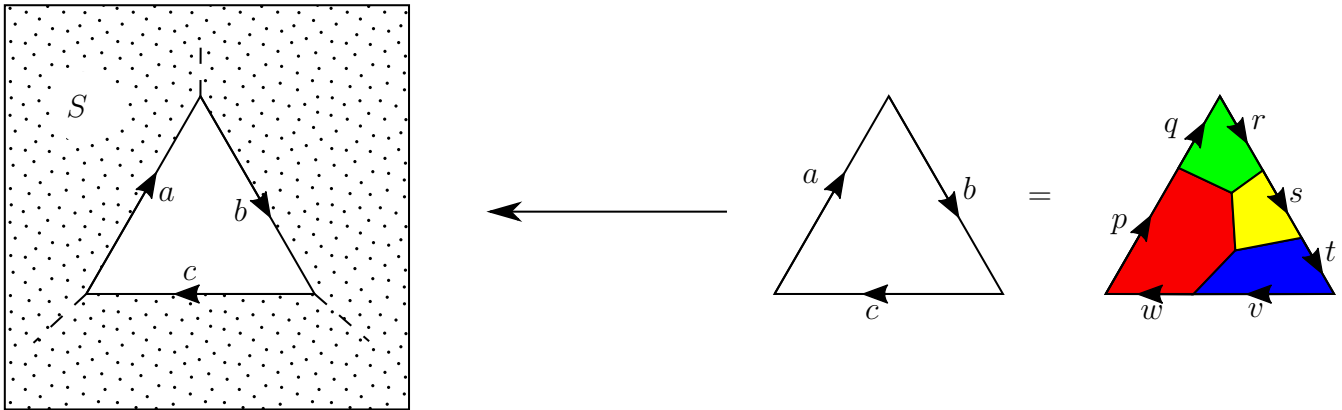
### Решения.

Глеб Минаев @ 102 (20.Б02-мкн)

12 февраля 2021 г.

**Задача 73.** Пусть поверхность  $S$  собрана из граней  $\Gamma_1, \dots, \Gamma_n$  (которые в свою очередь являются замкнутыми поверхностями). Для каждой грани  $\Gamma_i$  найдём развёртку. Хотим соединить изначальную развёртку  $S$  с развёртками каждой её грани, а потом посмотреть, как изменялось значение выражения  $V - E + F$ .

Будем по очереди заменять каждую  $\Gamma_i$  на её развёртку. Но есть единственная проблема: на границе  $\Gamma_i$ , по которой она склеивается с остальными гранями  $S$ , вершины и рёбра у развёрток  $S$  и  $\Gamma_i$  могут не соответствовать. Для этого возьмём в качестве вершин объединение вершин



обеих развёрток, а рёбра раздробим на множества рёбер строго по этим вершинам. Тогда мы можем объединить эти развёртку в одну развёртку. При этом во время разбиения рёбер выражение  $V - E + F$  не изменило своего значения, а после замены  $\Gamma_i$  на её развёртку изменилось на  $-\chi(D_1) + \chi(\Gamma_i) = \chi(\Gamma_i) - 1$ .

Таким образом мы получаем, что

$$\chi(S) = V - E + F + \sum_{i=1}^n (\chi(\Gamma_i) - 1) = V - E + \sum_{k=1}^n \chi(\Gamma_i)$$

Поскольку у каждой грани  $\Gamma_i$  есть грань, то  $\chi(\Gamma_i) - 1 \leq 0$ . Следовательно

$$\chi(S) \leq V - E + F$$