3. Theory

컴퓨터 비전 과제 컴퓨터공학부 신상준 2016-19516

3.1 Composing Filters

G: Gaussian smoothing kernel. : linear.

$\mathcal{E}$: Sobel edge detector : linear.

M: median filter : non-linear.

$$G \circ \mathcal{E}.(Image) = \mathcal{E} \circ G\ (Image)$$

$\because$ G와 $\mathcal{E}$는 선형 필터이므로. 행렬의 연산이 교환법칙이 성립하듯이 교환성이 성립하게되므로, 적용하는 순서에 차이가 없이 같은 결과를 생성한다.

$$M \circ \mathcal{E}\,(Image) \neq M \circ \mathcal{E}\,(Image)$$

$\because$ M은 non-linear 한 커널이므로 연산이 ~~[illegible]~~ 제대로 이뤄지지 않을 것임을 알수있다. 예시로

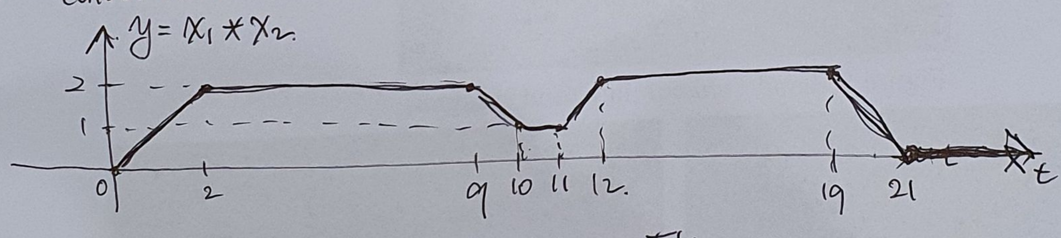
$$Image. = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathcal{E} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad M = 2\times2 \text{ median.}$$

$$M(Image) = \begin{pmatrix} 1.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0 \end{pmatrix} \qquad \mathcal{E}(Image) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{E} \cdot M(Image) = (1) \qquad M \circ \mathcal{E}(Image) = (2)$$

반례.

3.2 Convolution.



3.3 ~~Conv~~ Decomposing a Steerable. Filter.

우리는 Convolution filter 에 대해 각각의 1D filter 두개의 outer product로. 2D 커널을 만들수 있다는 것을 알수 있고 이를 각각 적용했을때도 같은 결과가 나옴을 알수있다.

$$G(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)$$

이. 함수형태로 보면 $G(x,y) = G_x(x) * G_y(y)$로. 이뤄질수 있는 것을 유도할수 있다.

$$G_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$G_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$

예를들어 3x3 가우시안 커널은. 다음과 같은 3x1 과 1x3 커널의 곱으로 이뤄졌다고 볼수있다.

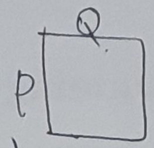
$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{x1} & G_{x2} & G_{x3} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} G_{Y1} \\ G_{Y2} \\ G_{Y3} \end{bmatrix}$$

Convolution의 성질에따라 각각의 커널의 적용순서를 달리해도 같은 값이 나온다는 것은 쉽게 알수있다.

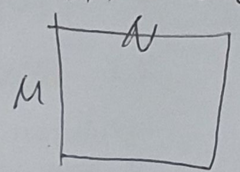
3.3 (이어서)

Computational efficiency 측면.

커널의 크기가



이미지크기가 가정



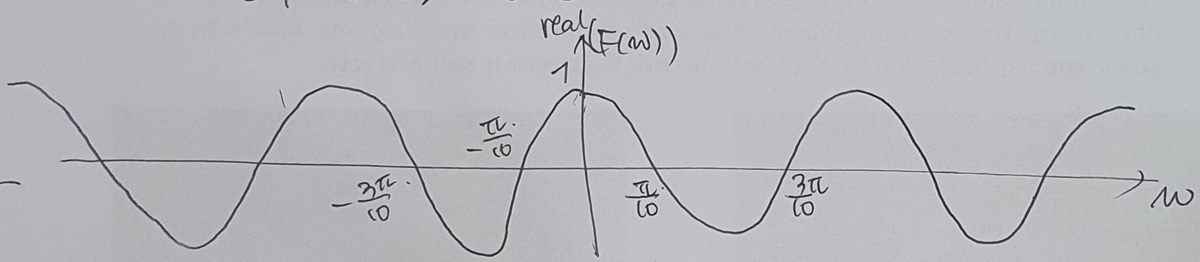
	G. (2D Gaussian)	Gx, Gy (1D Gaussians)
Construction	PQ	$P+Q$
Convolution to Image	$MNPQ$	$MN(P+Q)$
Total	$O(MNPQ)$	$O(MNP+MNQ)$

∴ 1D 커널 두번적용하는것이 시간복잡도가 낮다. (효율적)

3.4 Fourier Transform

(a) $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-5) \exp(-i\omega t)\, dt.$

$= \exp(-i\omega 5) = \cos 5\omega - i \sin 5\omega$



(b) $x_3(t) = a x_1(t) + b x_2(t)$

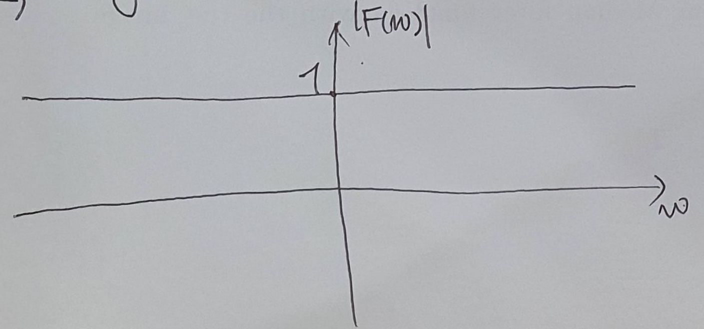
각각이 수렴할 때

$F(\omega) = X_3(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x_3(t) \exp(-i\omega t)\, dt. = \int_{-\infty}^{\infty} a x_1(t) \exp(-i\omega t)\, dt$

$+ \int_{-\infty}^{\infty} b x_2(t) \exp(-i\omega t)\, dt.$

$= a X_1(\omega) + b X_2(\omega)$

Magnitude.



Phase.