计算方法 B

Programming Assignment #3

2020.4.20

PB17000297 罗晏宸

非线性方程求根

1 问题描述

分别编写用 Newton 法和弦截法求根的通用程序。再利用你的通用程序分别求下面方程的根

$$f(x) = 2x^4 + 24x^3 + 61x - 16x + 1 = 0$$

其中，Newton 迭代法分别取初值 $x_0 = 0$ 和 $x_0 = 3$；弦截法的初值分别取为 $x_0 = 0,\ x_1 = 0.5$ 以及 $x_0 = 0.1,\ x_1 = 1.5$；

取误差限 ε 为1.0E−9，即当 $|f(x_k)| < \varepsilon$ 时，停止迭代。将计算结果列成表格，要求给出初值、每步的迭代结果，以及最终的迭代结果（包括迭代步数）；比较或分析两种计算方法的优劣。

2 计算结果

3 结果分析

4 算法分析

5 实验结论

迭代步数 k	x_k	$f(x_k)$
$k=0$（初值）	0.0000000000E+000	1.0000000000E+000
$k=1$	6.2500000000E−002	2.4417114258E−001
$k=2$	9.2675144823E−002	6.0357821710E−002
$k=3$	1.0750916023E−001	1.4994760152E−002
$k=4$	1.1485323376E−001	3.7248898748E−003
$k=5$	1.1848368152E−001	9.1626064336E−004
$k=6$	1.2024260677E−001	2.1577268802E−004
$k=7$	1.2102581790E−001	4.2847681852E−005
$k=8$	1.2128383271E−001	4.6530959359E−006
$k=9$	1.2131962667E−001	8.9569062833E−008
$k=10$	1.2132034327E−001	3.5900726836E−011
$\lvert f(x_{10})\rvert < \varepsilon$，停止迭代		

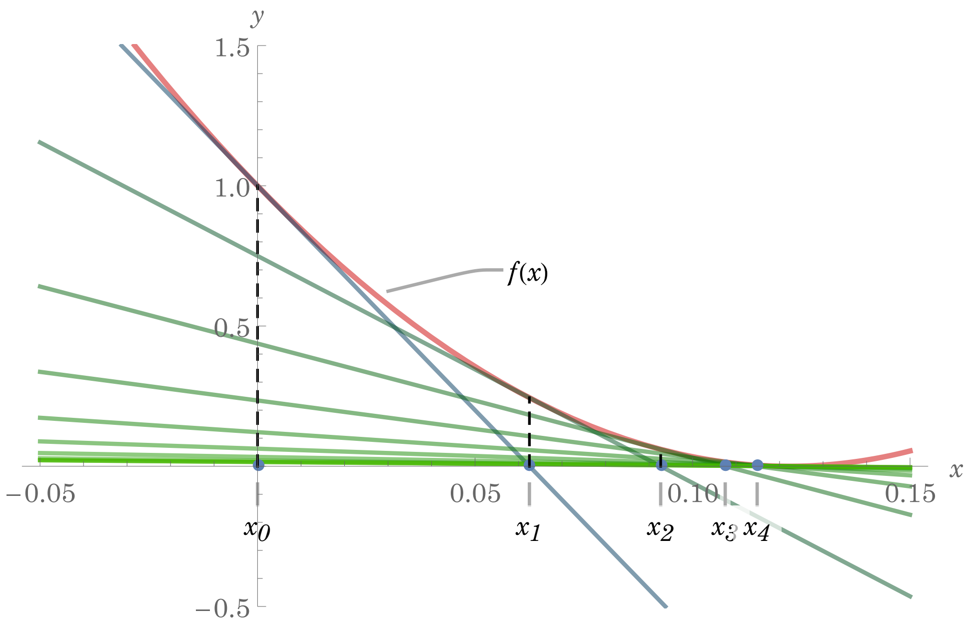


图 1: Newton 法迭代结果 1

迭代步数 k	x_k	$f(x_k)$
$k=0$（初值）	3.0000000000E+000	1.3120000000E+003
$k=1$	1.9192751236E+000	3.9180729077E+002
$k=2$	1.1936133228E+000	1.1368262566E+002
$k=3$	7.3112145458E−001	3.1859876182E+001
$k=4$	4.5362080609E−001	8.6190504416E+000
$k=5$	2.9663693142E−001	2.2633471161E+000
$k=6$	2.1197535112E−001	5.8197426653E−001
$k=7$	1.6779403531E−001	1.4770709460E−001
$k=8$	1.4519438879E−001	3.7206334228E−002
$k=9$	1.3376760731E−001	9.3253679860E−003
$k=10$	1.2803649704E−001	2.3222638207E−003
$k=11$	1.2519603327E−001	5.6755417123E−004
$k=12$	1.2383872242E−001	1.2927049695E−004
$k=13$	1.2327102895E−001	2.2587102744E−005
$k=14$	1.2311856261E−001	1.6284754711E−006
$k=15$	1.2310571808E−001	1.1556329893E−008
$k=16$	1.2310562562E−001	5.9885429948E−013
$\lvert f(x_{16})\rvert < \varepsilon$，停止迭代		

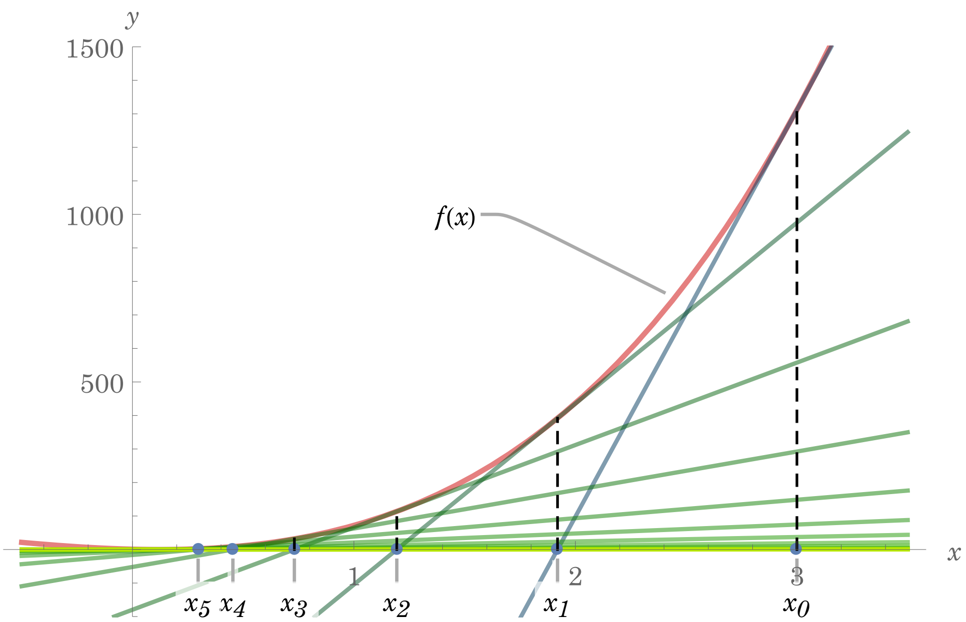


图 2: Newton 法迭代结果 2

迭代步数 k	x_k	$f(x_k)$
$k=0$（初值）	$+0.0000000000\text{E}+000$	$1.0000000000\text{E}+000$
$k=1$（初值）	$+5.0000000000\text{E}-001$	$1.1375000000\text{E}+001$
$k=2$	$-4.8192771084\text{E}-002$	$1.9100839450\text{E}+000$
$k=3$	$-1.5882177241\text{E}-001$	$4.9849583298\text{E}+000$
$k=4$	$+2.0528956326\text{E}-002$	$6.9745241532\text{E}-001$
$k=5$	$+4.9704099508\text{E}-002$	$3.5839401507\text{E}-001$
$k=6$	$+8.0543024888\text{E}-002$	$1.1965360731\text{E}-001$
$k=7$	$+9.5999095782\text{E}-002$	$4.7582804260\text{E}-002$
$k=8$	$+1.0620354980\text{E}-001$	$1.7777847602\text{E}-002$
$k=9$	$+1.1229022963\text{E}-001$	$6.8102183582\text{E}-003$
$k=10$	$+1.1606968076\text{E}-001$	$2.5795784215\text{E}-003$
$k=11$	$+1.1837415259\text{E}-001$	$9.7415265691\text{E}-004$
$k=12$	$+1.1977247782\text{E}-001$	$3.6072356011\text{E}-004$
$k=13$	$+1.2059475518\text{E}-001$	$1.2741741436\text{E}-004$
$k=14$	$+1.2104383231\text{E}-001$	$3.9878767168\text{E}-005$
$k=15$	$+1.2124841215\text{E}-001$	$9.3453570276\text{E}-006$
$k=16$	$+1.2131102788\text{E}-001$	$1.1695181286\text{E}-006$
$k=17$	$+1.2131998479\text{E}-001$	$4.4816937383\text{E}-008$
$k=18$	$+1.2132034170\text{E}-001$	$2.3240176450\text{E}-010$
$\lvert f(x_{18})\rvert < \varepsilon$，停止迭代		

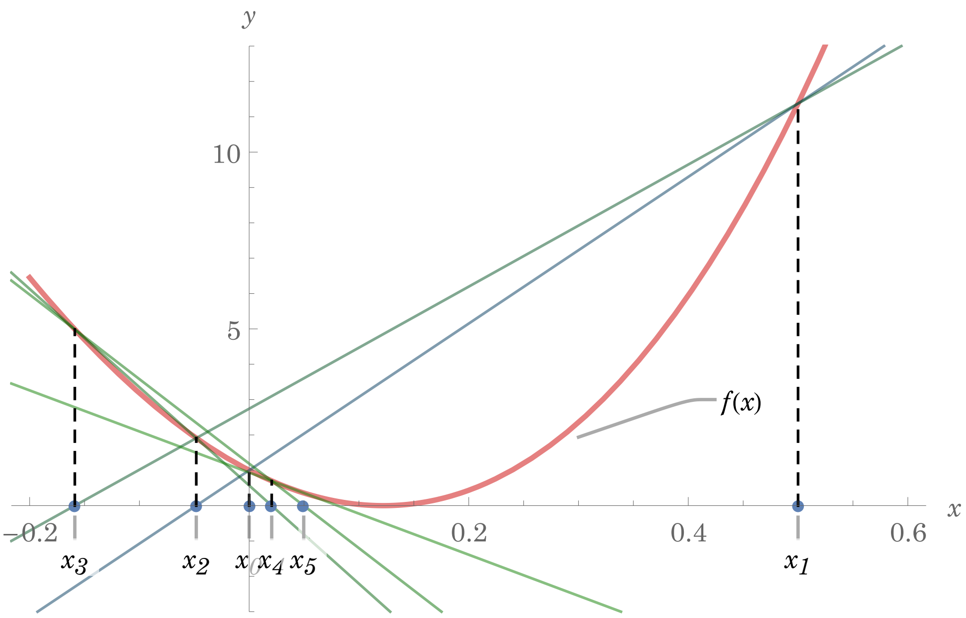
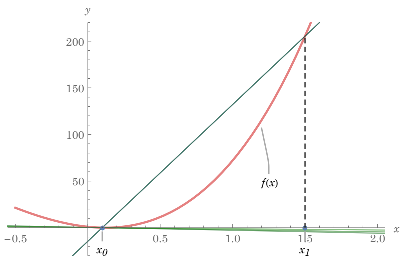
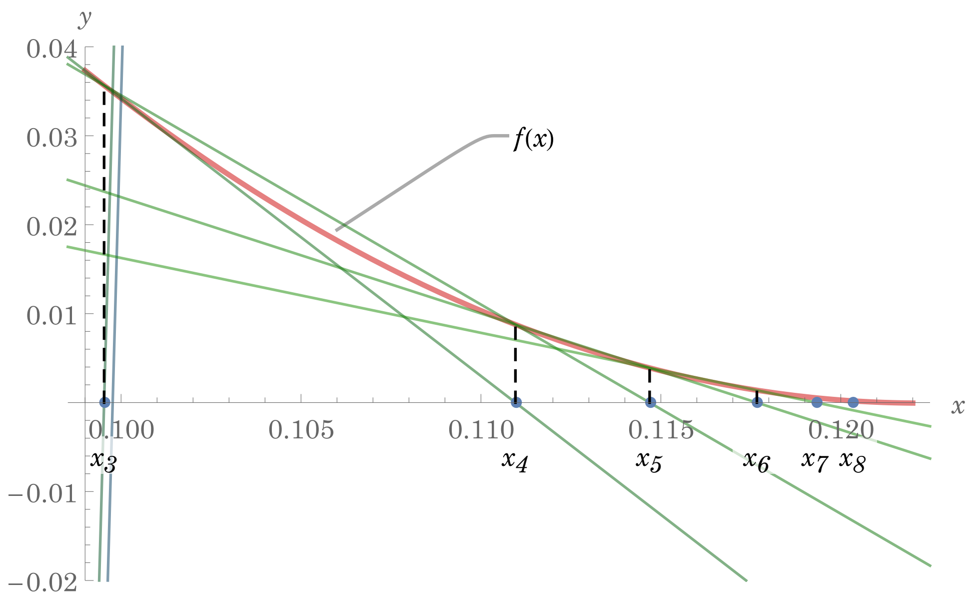


图 3: 弦截法迭代结果 1

迭代步数 k	x_k	$f(x_k)$
$k=0$（初值）	1.0000000000E−001	3.4200000000E−002
$k=1$（初值）	1.5000000000E+000	2.0537500000E+002
$k=2$	9.9766826661E−002	3.4920022729E−002
$k=3$	9.9528703766E−002	3.5662994682E−002
$k=4$	1.1095871197E−001	8.7722830757E−003
$k=5$	1.1468740718E−001	3.8969392942E−003
$k=6$	1.1766781216E−001	1.3876451955E−003
$k=7$	1.1931598272E−001	5.3099453171E−004
$k=8$	1.2033760050E−001	1.9023231922E−004
$k=9$	1.2090792407E−001	6.3397280115E−005
$k=10$	1.2119299484E−001	1.7038550552E−005
$k=11$	1.2129776891E−001	2.8550135170E−006
$k=12$	1.2131885895E−001	1.8556909953E−007
$k=13$	1.2132032505E−001	2.3119210990E−009
$k=14$	1.2132034354E−001	1.9196866319E−012
$\lvert f(x_{14})\rvert < \varepsilon$，停止迭代		



(a) 整体示意图



(b) 局部放大图

图 4: 弦截法迭代结果 2