

计算方法 B

Homework #4

2020.4.17

PB17000297 罗晏宸

Question 1

给出下列数据，用最小二乘法求形如 $y = ae^{bx}$ 的经验公式。

x_i	-0.60	-0.50	0.25	0.75
y_i	1.00	1.25	2.50	4.25

$Q(a, b) = \sum_{i=1}^4 (ae^{bx_i} - y_i)^2$ 的最值点不容易求得。为此，我们首先对数据作预处理，令 $\hat{y}_i = \ln y_i$ ，然后对 (x_i, \hat{y}_i) , $i = 1, 2, 3, 4$ 作形如 $\ln \varphi(x) = \ln a + bx$ 的线性拟合。即求 $c_0 = \ln a$, $c_1 = b$ 使得 $\hat{Q}(c_0, c_1) = \sum_{i=1}^4 (c_0 + c_1 x_i - \hat{y}_i)^2$ 达到最小值。

相应的法方程为

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Question 2

在最小二乘法原理下求下列矛盾方程组：

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 = 4 \\ x_1 + 6x_2 = 14 \\ 3x_1 + x_2 = 7.5 \\ x_1 + x_2 = 4.5 \end{cases}$$

Question 3

用最小二乘法构造二次多项式 $y = p(x)$ 去拟合下列数据（这里 x 代表年份， y 为人数），并计算 $y(2015)$ ，结果精确到小数点后一位。

x	2010	2011	2012	2013	2014
y	134091	134735	135404	136072	136782