

计算方法 B

Programming Assignment #4

2020.5.10

PB17000297 罗晏宸

迭代法解线性代数方程组

1 问题描述

分别编写 Jacobi 迭代及 Gauss-Seidel 迭代的通用程序，注意，不容许对矩阵作求逆运算。分别用如上程序求下述方程组的解，请输出各自的迭代步数以及数值解。

考虑线性代数方程组 $Ax = b$ ，其中

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & 2 & -1 \\ & & & -1 & 2 \end{pmatrix}_{10 \times 10} \quad \text{为三角矩阵}$$

$$b = (2, \dots, 2)^T \in \mathbb{R}^{10}$$

取初始迭代 $x^{(0)} = (0, 0, \dots, 0)^T$ 、停止条件 $\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\|_{\infty} \leq 10^{-5}$ ，请输出各自的迭代次数以及最终的数值解。通过本次实验，讨论并比较两种迭代方法的优缺点（比如收敛速度等等），给出实验小结。

2 计算结果

由 C++ 通过两种迭代方式计算得到数值解如表所示，其中 Jacobi 迭代次数为 284 次，

$x_1^{(k)}$	9.9999301572E+000
$x_2^{(k)}$	1.7999865973E+001
$x_3^{(k)}$	2.3999812646E+001
$x_4^{(k)}$	2.7999774498E+001
$x_5^{(k)}$	2.9999754619E+001
$x_6^{(k)}$	2.9999754619E+001
$x_7^{(k)}$	2.7999774498E+001
$x_8^{(k)}$	2.3999812646E+001
$x_9^{(k)}$	1.7999865973E+001
$x_{10}^{(k)}$	9.9999301572E+000

(a) Jacobi 迭代数值解

$x_1^{(k)}$	9.9999590139E+000
$x_2^{(k)}$	1.7999924534E+001
$x_3^{(k)}$	2.3999898781E+001
$x_4^{(k)}$	2.7999883107E+001
$x_5^{(k)}$	2.9999877954E+001
$x_6^{(k)}$	2.9999882898E+001
$x_7^{(k)}$	2.7999896744E+001
$x_8^{(k)}$	2.3999917687E+001
$x_9^{(k)}$	1.7999943501E+001
$x_{10}^{(k)}$	9.9999717504E+000

(b) Gauss-Seidel 迭代数值解

Gauss-Seidel 迭代次数为 151。

3 结果分析

4 算法分析

5 实验结论