

## Examen Final

Este examen debe ser resuelto en forma individual. No olvide poner su nombre y número de documento en el encabezado de la resolución.  
La nota mínima de aprobación es de cinco puntos.

**Ejercicio 1.** Demostrar que la regla dorada es una tautología.

**Ejercicio 2.** Especificar y derivar una función  $f : [Nat] \rightarrow Nat \rightarrow Bool$ , tal que  $f.xs.k$  devuelve true cuando todos los elementos en posiciones mayores que  $k$  son mayores a  $xs.k$ .

**Ejercicio 3.** Dadas las siguientes definiciones funcionales:

$$f^0 = id$$

$$f^{n+1} = f \circ f^n$$

donde  $\circ$  es la composición funcional. Demostrar:

$$f^n \circ f^m \circ f^h = f^{n+m+h}$$

**Ejercicio 4.** Especificar y derivar la siguiente función: Dada una lista de números naturales la función  $P$  dice si la suma de elementos pares es igual a la suma de los elementos impares de la lista.

**Ejercicio 5.** Especificar y derivar un algoritmo imperativo que calcule el máximo común divisor de dos números positivos, recordar que el máximo común divisor posee las siguientes propiedades:

- $mcd.x.x = x$
- $mcd.x.y = mcd.y.x$
- Si  $x > y$ , entonces  $mcd.x.y = mcd.(x-y).y$
- Si  $x < y$ , entonces  $mcd.x.y = mcd.x.(y-x)$