Práctico 8 - Derivaciones

Ejercicio 1

- $f.xs = \langle \forall_i : 0 < i < \#xs : xs.i = xs.0 \rangle$

  Casos base:
  $f.[]$
  $= \{\text{Especificación}\}$
  $\langle \forall_i : 0 < i < \#[] : xs.[] = xs.0 \rangle$
  $= \{\text{Definición de } \#\}$
  $\langle \forall_i : 0 < i < 0 : xs.[] = xs.0 \rangle$
  $= \{\text{Rango vacío}\}$
  $True$

  $f.[x]$
  $= \{\text{Especificación}\}$
  $\langle \forall_i : 0 < i < \#[x] : xs.[x] = xs.0 \rangle$
  $= \{\text{Definición de } \#\}$
  $\langle \forall_i : 0 < i < 1 : xs.[x] = xs.0 \rangle$
  $= \{\text{Rango vacío}\}$
  $True$

  Caso inductivo:
  $f.(x \triangleright xs)$
  $= \{\text{Especificación}\}$
  $\langle \forall_i : 0 < i < \#(x \triangleright xs) : (x \triangleright xs).i = (x \triangleright xs).0 \rangle$
  $= \{\text{Definición de } \#\}$
  $\langle \forall_i : 0 < i < 1 + \#xs : (x \triangleright xs).i = (x \triangleright xs).0 \rangle$
  $= \{\text{Separación de un término}\}$
  $(x \triangleright xs).(0+1) = (x \triangleright xs).0 \wedge \langle \forall_i : 0 < i < \#xs : (x \triangleright xs).(i+1) = (x \triangleright xs).0 \rangle$
  $= \{\text{Propiedad de .}\}$
  $xs.0 = x \wedge \langle \forall_i : 0 < i < \#xs : xs.i = x \rangle$
  $= \{\text{Leibnitz}\}$
  $xs.0 = x \wedge \langle \forall_i : 0 < i < \#xs : xs.i = xs.0 \rangle$
  $= \{\text{Hipótesis inductiva}\}$
  $xs.0 = x \wedge f.xs$

- $f.xs.x = \langle \exists_i : 0 \leq i < \#xs : xs.i = x \rangle$

  Caso base:
  $f.[].x$
  $= \{\text{Especificación}\}$
  $\langle \exists_i : 0 \leq i < \#[] : [].i = x \rangle$
  $= \{\text{Definición de } \#\}$
  $\langle \exists_i : 0 \leq i < 0 : [].i = x \rangle$
  $= \{\text{Rango vacío}\}$
  $False$

Caso inductivo:
$f.(y \triangleright xs).x$
$= \{\text{Especificación}\}$
$\langle \exists_i : 0 \leq i < \#(y \triangleright xs) : (y \triangleright xs).i = x \rangle$
$= \{\text{Definición de } \#\}$
$\langle \exists_i : 0 \leq i < 1 + \#xs : (y \triangleright xs).i = x \rangle$
$= \{\text{Separación de un término}\}$
$(y \triangleright xs).0 = x \vee \langle \exists_i : 0 \leq i < \#xs : (y \triangleright xs).(i+1) = x \rangle$
$= \{\text{Propiedad de .}\}$
$y = x \vee \langle \exists_i : 0 \leq i < \#xs : xs.i = x \rangle$
$= \{\text{Hipótesis inductiva}\}$
$y = x \vee f.xs.x$

- $f.xs.x = \langle \forall_i : 0 \leq i < \#xs : xs.i = x \rangle$

  Caso base:
  $f.[].x$
  $= \{\text{Especificación}\}$
  $\langle \forall_i : 0 \leq i < \#[] : [].i = x \rangle$
  $= \{\text{Definición de } \#\}$
  $\langle \forall_i : 0 \leq i < 0 : [].i = x \rangle$
  $= \{\text{Rango vacío}\}$
  $True$

  Caso inductivo:
  $f.(y \triangleright xs).x$
  $= \{\text{Especificación}\}$
  $\langle \forall_i : 0 \leq i < \#(y \triangleright xs) : (y \triangleright xs).i = x \rangle$
  $= \{\text{Definición de } \#\}$
  $\langle \forall_i : 0 \leq i < 1 + \#xs : (y \triangleright xs).i = x \rangle$
  $= \{\text{Separación de un término}\}$
  $(y \triangleright xs).0 = x \wedge \langle \forall_i : 0 \leq i < \#xs : (y \triangleright xs).(i+1) = x \rangle$
  $= \{\text{Propiedad de .}\}$
  $y = x \wedge \langle \forall_i : 0 \leq i < \#xs : xs.i = x \rangle$
  $= \{\text{Hipótesis inductiva}\}$
  $y = x \wedge f.xs.x$

- $f.xs.ys = \langle \forall_i : 0 \leq i < \#xs \vee 0 \leq i < \#ys : \#xs = \#ys \wedge xs.i = ys.i \rangle$

  Caso $(xs = [], ys = [])$:
  $f.[].[]$
  $= \{\text{Especificación}\}$
  $\langle \forall_i : 0 \leq i < \#[] \vee 0 \leq i < \#[] : \#[] = \#[] \wedge [].i = [].i \rangle = \{\text{Definición de } \#\}$
  $\langle \forall_i : 0 \leq i < 0 \vee 0 \leq i < 0 : 0 = 0 \wedge [].i = [].i \rangle = \{\text{Rango vacío}\}$
  $True$

  Caso $(xs = [], ys = (y \triangleright ys))$:
  $f.[].(y \triangleright ys)$

$= \{\text{Especificación}\}$
$\langle \forall_i : 0 \leq i < \#[] \vee 0 \leq i < \#(y \triangleright ys) : \#[] = \#(y \triangleright ys) \wedge [].i = (y \triangleright ys).i \rangle$
$= \{\#[] \neq \#(y \triangleright ys)\}$
$\langle \forall_i : 0 \leq i < \#[] \vee 0 \leq i < \#(y \triangleright ys) : False \wedge [].i = (y \triangleright ys).i \rangle$
$= \{\text{Lógica}\}$
$\langle \forall_i : 0 \leq i < \#[] \vee 0 \leq i < \#(y \triangleright ys) : False \rangle$
$= \{\text{Término constante}\}$
$False$

Análogamente se resuelve $f.(x \triangleright xs).[]$

Caso inductivo:
$f.(x \triangleright xs).(y \triangleright ys)$
$= \{\text{Especificación}\}$
$\langle \forall_i : 0 \leq i < \#(x \triangleright xs) \vee 0 \leq i < \#(y \triangleright ys) : \#(x \triangleright xs) = \#(y \triangleright ys) \wedge (x \triangleright xs).i = (y \triangleright ys).i \rangle$
$= \{\text{Definición de } \#\}$
$\langle \forall_i : 0 \leq i < 1 + \#xs \vee 0 \leq i < 1 + \#ys : 1 + \#xs = 1 + \#ys \wedge (x \triangleright xs).i = (y \triangleright ys).i \rangle$
$= \{\text{Separación de un término, aritmética}\}$
$\#xs = \#ys \wedge (x \triangleright xs).0 = (y \triangleright ys).0 \wedge \langle \forall_i : 0 \leq i < \#xs \vee 0 \leq i < \#ys : \#xs = \#ys \wedge (x \triangleright xs).(i+1) = (y \triangleright ys).(i+1) \rangle$
$= \{\text{Propiedad de .}\}$
$\#xs = \#ys \wedge x = y \wedge \langle \forall_i : 0 \leq i < \#xs \vee 0 \leq i < \#ys : \#xs = \#ys \wedge xs.i = ys.i \rangle$
$= \{\text{Hipótesis inductiva}\}$
$\#xs = \#ys \wedge x = y \wedge f.xs.ys$