

## Práctico 4: Cálculo proposicional– Lógica de primer orden

### Ejercicio 1

Utilizando el cálculo proposicional presentado en clases, demuestre las siguientes formulas:

1.  $P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$
2.  $(P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)$ .
3.  $P \vee (P \wedge Q) \equiv P$

### Ejercicio 2

Recuerde el mundo de los caballeros y los mentirosos. En este mundo hay dos clases de personas:

- Los caballeros que solo dicen la verdad.
- Los mentirosos que solo dicen mentiras.

Suponiendo que encontramos una persona  $A$  en este mundo que nos dice una aserción  $S$ . Esta situación es formalizada con la formula:  $A \equiv S$  (intuitivamente:  $A$  es un caballero si y solo si nos dice la verdad). Utilizando la lógica proposicional, averige (en caso de ser posible) quiénes son caballeros y quiénes mentirosos en los siguientes casos:

1.  $A$  dice: *yo soy un caballero y  $B$  es un mentiroso.*
2.  $A$  dice: *yo soy un mentiroso y  $B$  es un caballero.*
3.  $A$  dice: *si  $B$  es un caballero, yo soy un caballero.*
4. Nos encontramos con  $A$  y  $B$ ,  $A$  dice: *al menos uno de nosotros es un mentiroso.*
5.  $A$  dice: *Yo soy mentiroso o  $B$  es caballero.*
6. Le preguntan a  $A$  si es un caballero.  $A$  responde: *Si soy un caballero, entonces me comer el sombrero.* Demostrar que  $A$  se tiene que comer el sombrero.
7.  $A$  realiza por separado dos afirmaciones: (a) *Amo a María,* (b) *si amo a María, entonces amo a Yolanda.*

### Ejercicio 3.

Dada la definición del cuantificador  $N$ :

$$\langle Ni : R.i : T.i \rangle = \langle \sum i : R.i \wedge T.i : 1 \rangle$$

1. Enunciar y demostrar la regla de partición de rango para  $N$ .
2. Idém con la regla de rango vacío.
3. Probar:  $\langle \sum i : R.i \wedge T.i : k \rangle = k * \langle Ni : R.i : T.i \rangle$

### Ejercicio 4.

Demostrar que para cualquier operador  $\oplus$  que cumple con la simetra y la asociatividad, y expresiones  $R, S, T$  se cumple:

$$\langle \oplus i : R : T \rangle \oplus \langle \oplus i : S : T \rangle \equiv \langle \oplus i : R \vee S : T \rangle \oplus \langle \oplus i : R \wedge S : T \rangle$$