



MÉCANIQUE SPATIALE

Claire FREMEAUX – Alain LAMY – Florent DELEFLIE

© CNES - tous droits réservés



INTERPLANETAIRE

Alain Lamy (CNES)

Principes d'un transfert interplanétaire

Notions diverses (sphère d'influence, assistance gravitationnelle, ...)

Exemple de transfert interplanétaire

Quelques mots sur le problème à 3 corps

INTRODUCTION

- Vers les planètes intérieures (Mercure, Venus)

- MARINER 10, MESSENGER
- MAGELLAN, VENUS-EXPRESS...

- Vers les planètes extérieures (Mars, Jupiter, Saturne...)

- MARS GLOBAL SURVEYOR, MARS ODYSSEY, MARS EXPRESS, MSL...
- VOYAGER, PIONEER, CASSINI-HUYGENS, NEW HORIZONS...

- Vers les petits corps (Lune, comètes, astéroïdes, planètes naines)

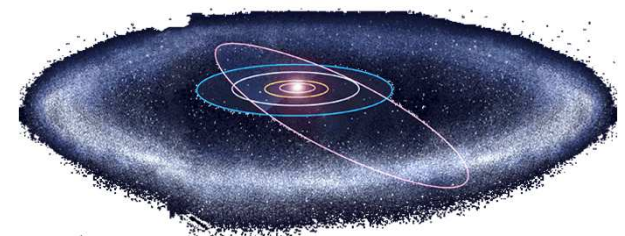
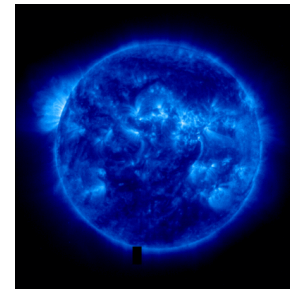
- APOLLO, LUNA, SMART1...
- NEAR, DEEP IMPACT, HAYABUSA...
- GIOTTO, ROSETTA, STARDUST...

- Vers le Soleil (ou points de Lagrange)

- ULYSSES, SOHO...

- Au delà du système solaire

- VOYAGER, NEW HORIZONS...



SCENARIO D'UNE MISSION INTERPLANÉTAIRE

- Départ de la Terre

- Injection directe par lanceur
- Injection sur une orbite de parking

- Phase de croisière

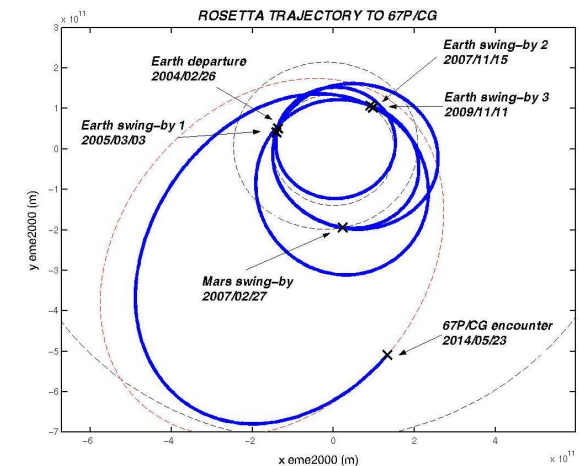
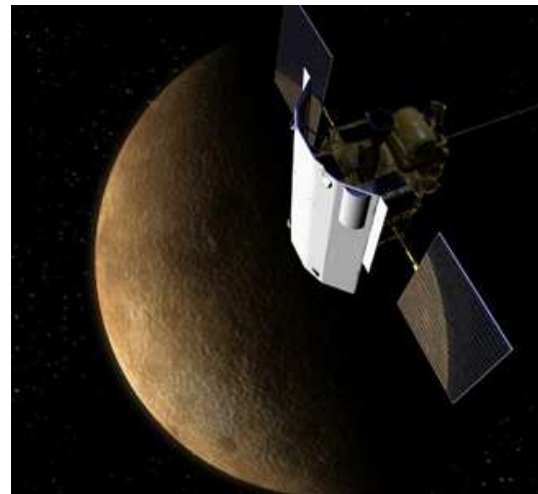
- Transfert balistique direct
- Survol de corps intermédiaire
- Assistance gravitationnelle
- Phases avec propulsion : classique ou faible poussée

- Arrivée

- Survol
- Insertion avec manoeuvre, capture

- Phase de retour

- Echantillons
- Missions habitées



MODÉLISATION

Problème complet (dont : problème à N corps)

- Toutes les forces sont prises en compte
- Intégration numérique du mouvement

=> Modèle plus simple requis pour les analyses de mission

Problème à 3 corps restreint

- Définition des points de Lagrange...

Problème à 2 corps

- Seulement le corps central + la sonde
- Mouvement Képlerien
- Coniques juxtaposées

Complexité

CONCEVOIR UN TRANSFERT INTERPLANÉTAIRE

Concevoir un transfert interplanétaire consiste à identifier des trajectoires optimales pour aller d'une planète à une autre

Dans une **approche simplifiée** (hypothèses d'orbites coplanaires et circulaires pour les planètes), la solution est le **transfert de Hohmann**, c'est-à-dire:

- Transfert de 180 degrés
- Départ au périastre de l'orbite de transfert, arrivée à l'apoastre (trajectoire vers l'extérieur du système solaire, sinon le contraire)

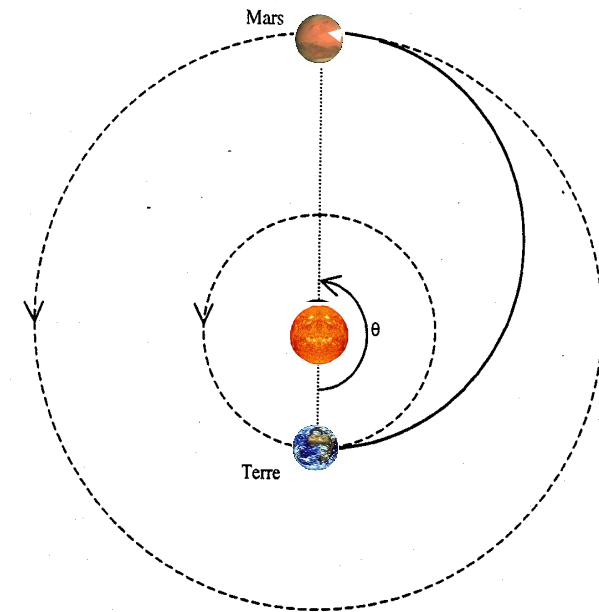
Nécessite une configuration particulière des planètes pour pouvoir être réalisé : dates de départ et d'arrivée du transfert fixées

⇒ **créneau interplanétaire**

Même configuration planétaire toutes les **périodes synodiques**

$$T = \frac{T_1 \cdot T_2}{|T_1 - T_2|}$$

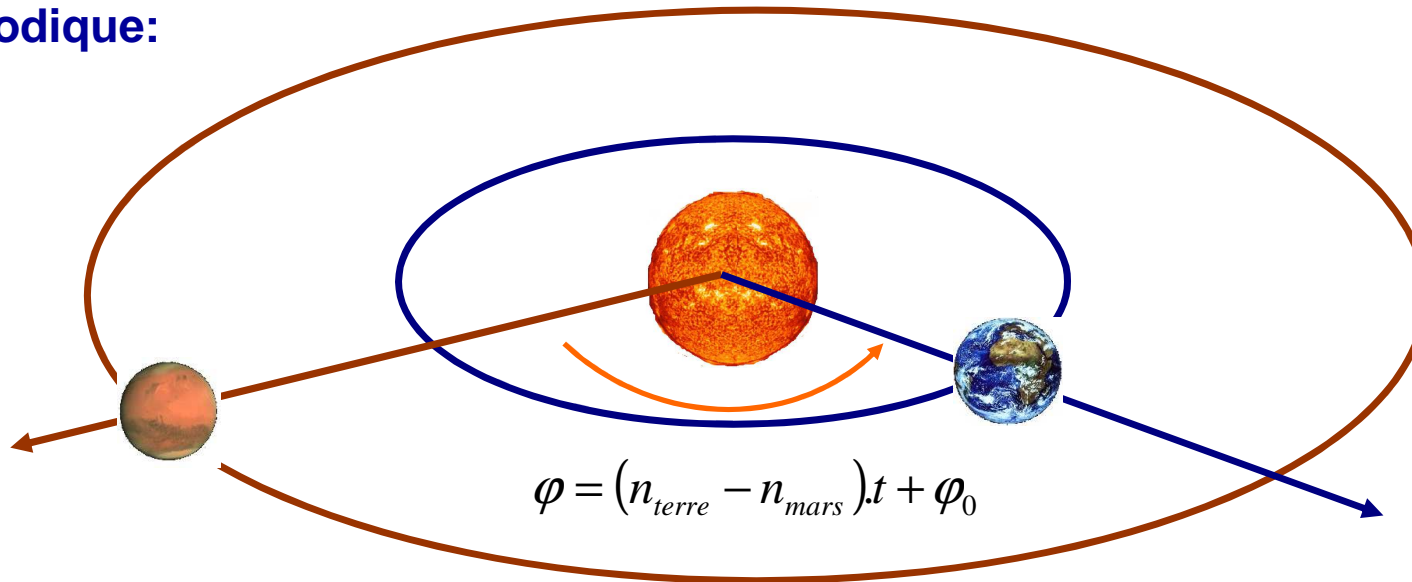
Ex : Terre-Mars $T = 2.14$ ans



Transfert Terre - Mars

PÉRIODE SYNODIQUE

Période synodique:



φ est périodique de période T_{syn} :

$$\begin{cases} \varphi(t=0) = \varphi_0 \\ \varphi(t=T_{syn}) = \varphi_0 + 2\pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \varphi_0 + 2\pi = \left(\frac{2\pi}{T_{Terre}} - \frac{2\pi}{T_{Mars}} \right) T_{syn} + \varphi_0$$



$$\frac{1}{T_{syn}} = \frac{1}{T_{Terre}} - \frac{1}{T_{Mars}}$$

THÉORÈME DE LAMBERT

Dans la réalité: orbites **ni circulaires, ni coplanaires**

=> Théorème de Lambert

Permet de calculer des trajectoires balistiques (sans manœuvre sur la trajectoire de transfert)

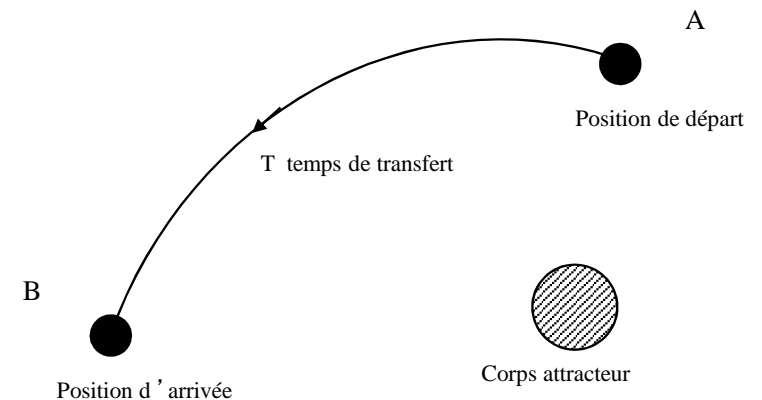
• *Énoncé du théorème de Lambert.*

Étant donné deux points A et B, étant donné une durée T de transfert pour aller de A à B, il existe une et une seule conique solution à moins d'un tour et deux coniques solutions à plus d'un tour qui permettent de rallier A à B pendant la durée T.

• *Conséquence pratique :*

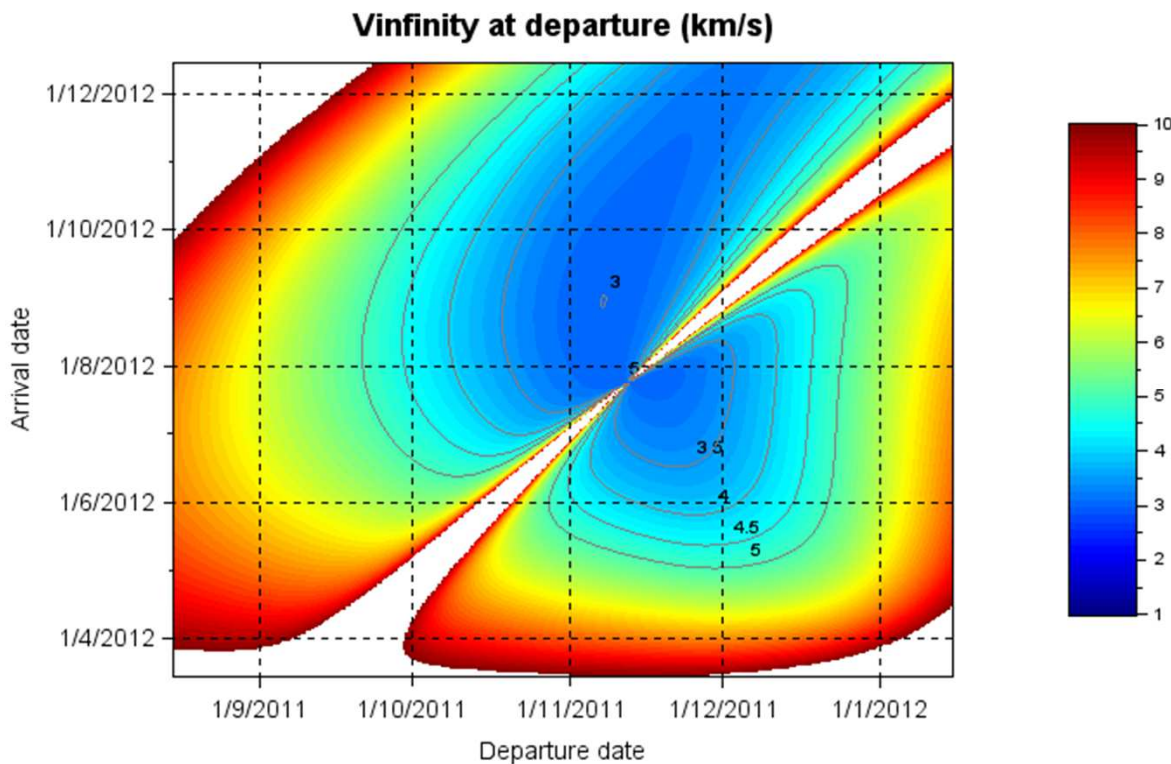
Pour aller d'une planète à une autre dans le système solaire, et si les dates de départ et d'arrivée sont fixées, il existe une seule trajectoire balistique si on effectue moins d'une révolution autour du soleil, 2 trajectoires si on effectue plus d'une révolution.

⇒ 1^{ère} étape : **choisir les dates de départ et d'arrivée**

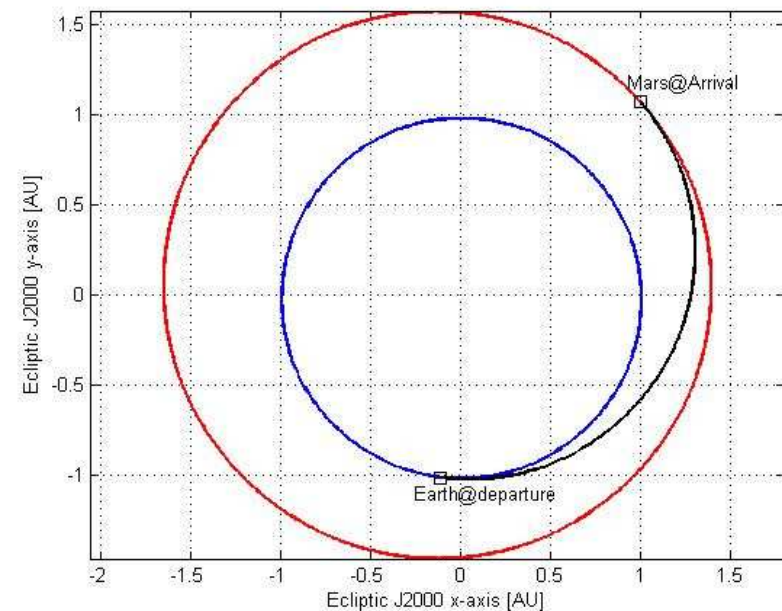


CRÉNEAU DE TIR

On cherche les solutions autour des dates de départ et d'arrivée solutions du transfert de Hohmann (180 degrés de transfert). Les régions de départ optimales sont de part et d'autre de ces dates.



Mars Express (ESA 2003) a choisi un transfert court (<180 degrés)



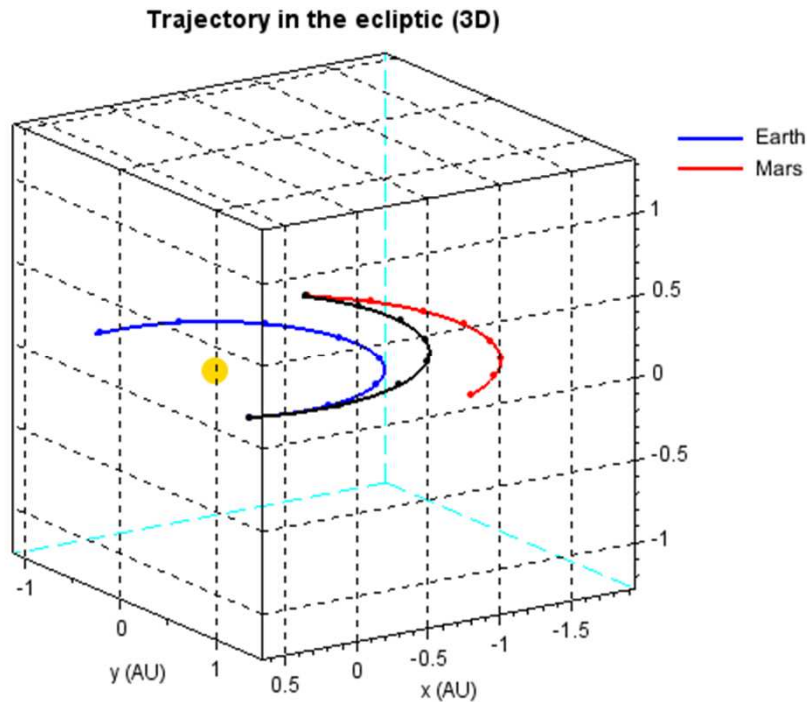
Exemple de vitesse « à l'infini » au départ :

- Angle < 180 degrés => type I
- Angle de transfert > 180 degrés => type II

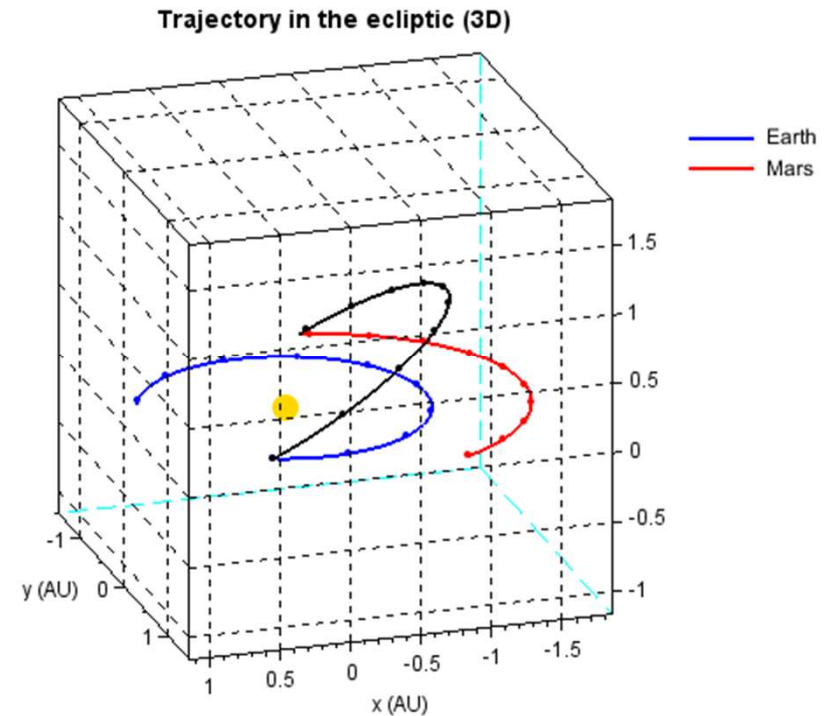
CRÉNEAU DE TIR

Que se passe-t-il pour les transferts proches de 180 deg ?

Exemple du cas Terre-Mars précédent (éphémérides « réelles ») – Solution du problème de Lambert



Cas 1 : 01 / 12 2011 -> 01 / 07 / 2012



Cas 2 : 01 / 12 / 2011 -> 01 / 09 / 2012
(proche de 180 deg)

=> La trajectoire de transfert sort fortement du plan de l'écliptique

Charte ESTACA 2015 – tous droits réservés - © CNES tous droits réservés

EQUATION DE LA DYNAMIQUE

- Équation différentielle du mouvement de la sonde :

$$\frac{d^2}{dt^2} \vec{R}_s = -\mu \frac{\vec{R}_s}{R_s^3} + \sum_{i \neq j} \mu_i \left[\frac{\vec{\rho}_i}{\rho_i^3} - \frac{\vec{R}_i}{R_i^3} \right]$$

(1)

(2)

- **Forces appliquées à la sonde**

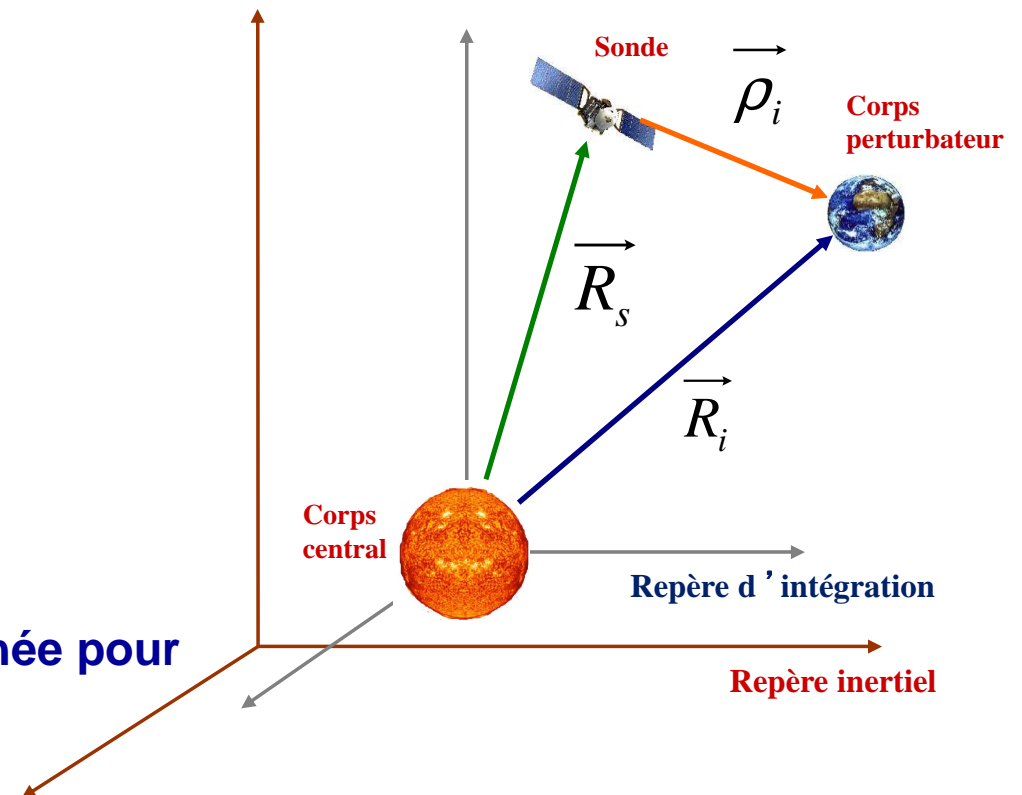
- Force gravitationnelle du corps central (1)
- Force perturbatrices gravitationnelles des autres corps du système solaire (2)

Calcul par intégration numérique

Nécessité d'une autre méthode simple et approchée pour l'analyse de mission



Calcul de la trajectoire Equation de la dynamique



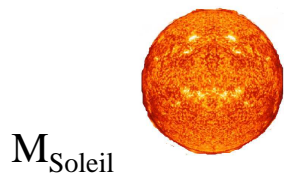
SPHÈRE D'INFLUENCE

- **Notion de sphère d'influence**

- *Idée intuitive* : Une sonde au proche voisinage d'une planète est essentiellement soumise à l'attraction de la planète. Lorsqu'elle s'éloigne, cette attraction diminue au profit de l'attraction du soleil jusqu'à ce que l'attraction solaire soit dominante.

- **Définition mathématique :**

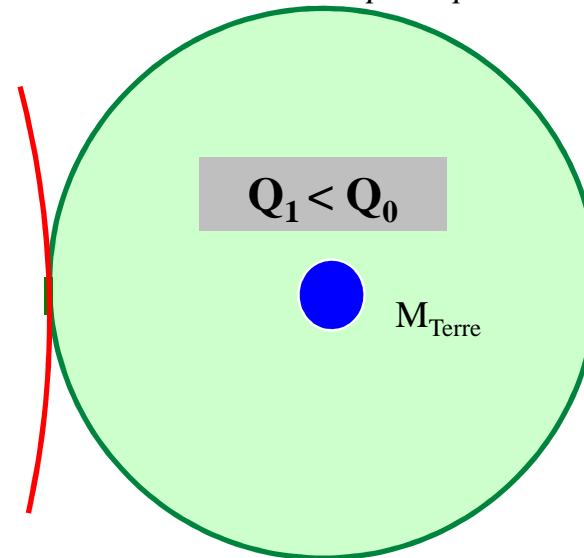
$$Q_0 = \frac{\text{Accélération perturbatrice}}{\text{Accélération principale}}$$



$$Q_0 < Q_1$$



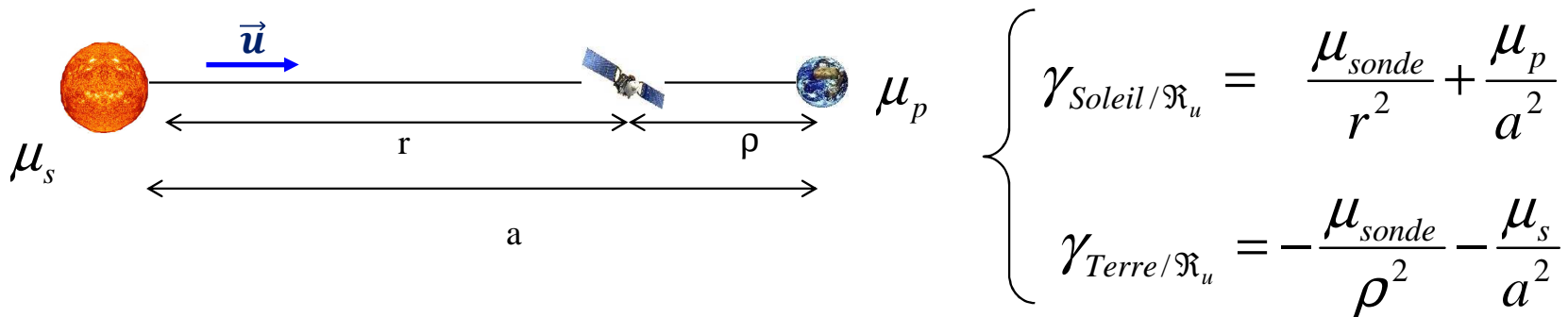
$$Q_1 = \frac{\text{Accélération perturbatrice}}{\text{Accélération principale}}$$



Le rayon de la sphère d'influence est défini par le point de la ligne Soleil-planète où $Q_1 = Q_0$

SPHÈRE D'INFLUENCE (2)

- Notion de sphère d'influence



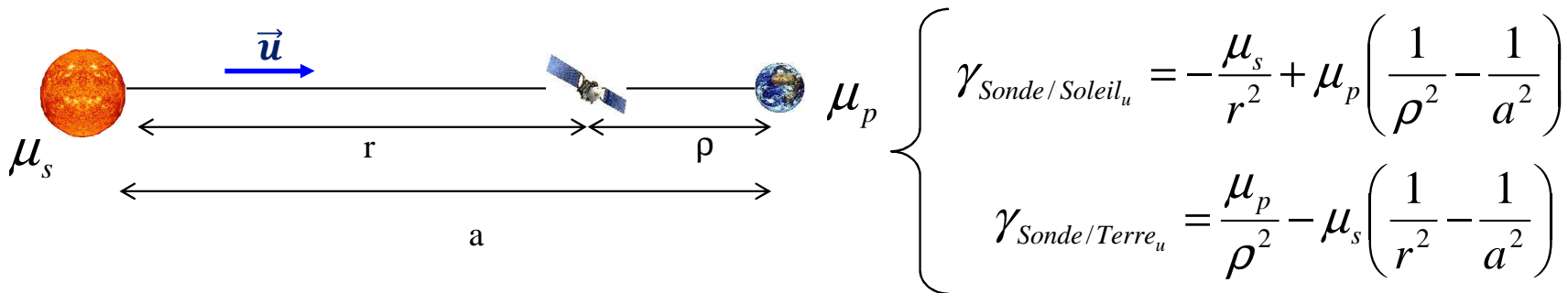
Accélérations principales

Accélérations perturbatrices

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_{\text{Sonde}/\text{Soleil}_u} = -\frac{\mu_s}{r^2} + \mu_p \left(\frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{a^2} \right) \\ \gamma_{\text{Sonde}/\text{Terre}_u} = \frac{\mu_p}{\rho^2} - \mu_s \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{a^2} \right) \end{array} \right.$$

SPHÈRE D'INFLUENCE (3)

- Notion de sphère d'influence



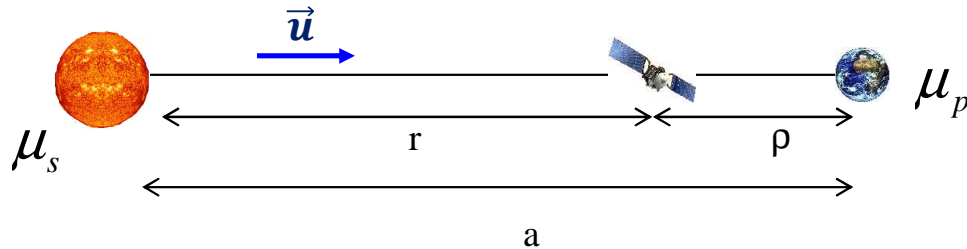
En supposant $\rho \ll a$ et comme $a = \rho + r$

$$Q_0 = \frac{\text{Accélération perturbatrice}}{\text{Accélération principale}} = \frac{\mu_p}{\mu_s} \frac{r^2}{\rho^2} \left(1 - \frac{\rho^2}{a^2} \right) \approx \frac{\mu_p}{\mu_s} \frac{r^2}{\rho^2}$$

$$Q_1 = \frac{\text{Accélération perturbatrice}}{\text{Accélération principale}} = \frac{\mu_s}{\mu_p} \frac{\rho^2}{a^2} \frac{1 - \left(1 - \frac{\rho}{a} \right)^2}{\left(1 - \frac{\rho}{a} \right)^2} \approx 2 \frac{\mu_s}{\mu_p} \left(\frac{\rho}{a} \right)^3$$

SPHÈRE D'INFLUENCE (4)

• Notion de sphère d'influence



Le rayon ρ_s de la sphère d'influence est défini par le point de la ligne Soleil-planète où $Q_1=Q_0$:

En supposant $\rho \ll a$ et comme $a = \rho + r$

$$Q_0 \approx \frac{\mu_p}{\mu_s} \frac{r^2}{\rho^2} = Q_1 \approx 2 \frac{\mu_s}{\mu_p} \left(\frac{\rho}{a} \right)^3$$

$$\rho_s = \sqrt[5]{1/2} \cdot \left(\frac{\mu_p}{\mu_{\text{soleil}}} \right)^{2/5} a$$

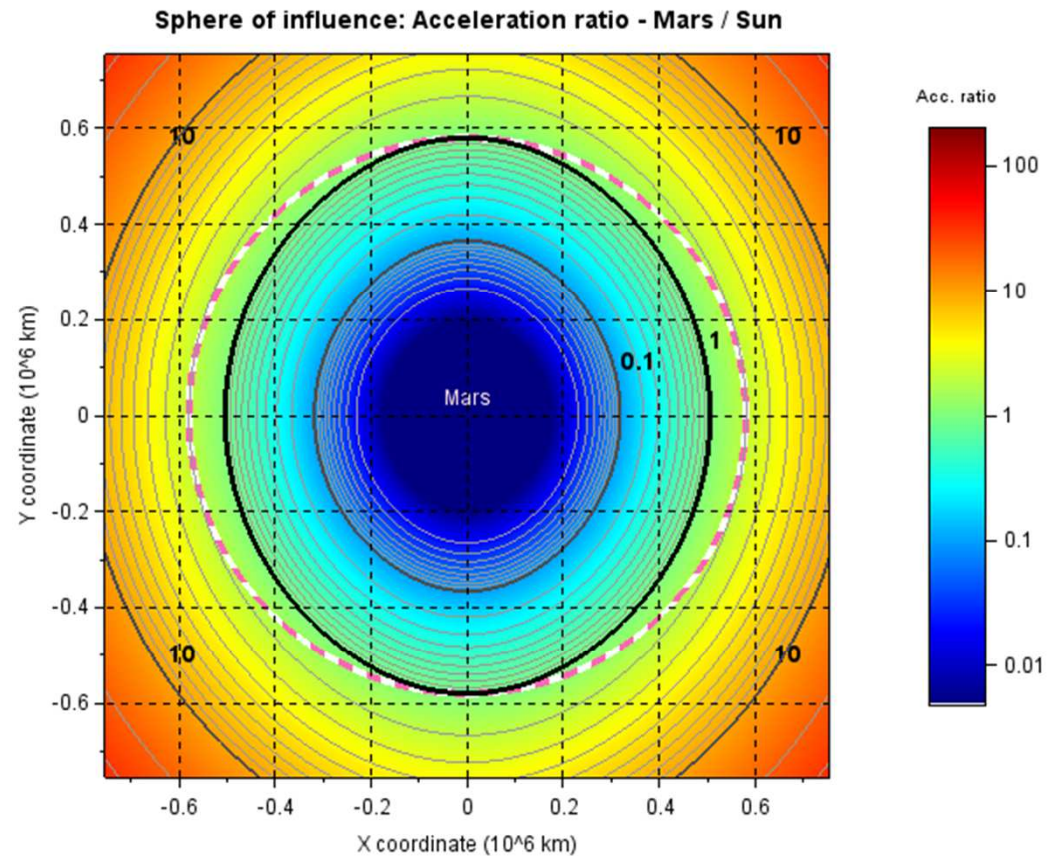
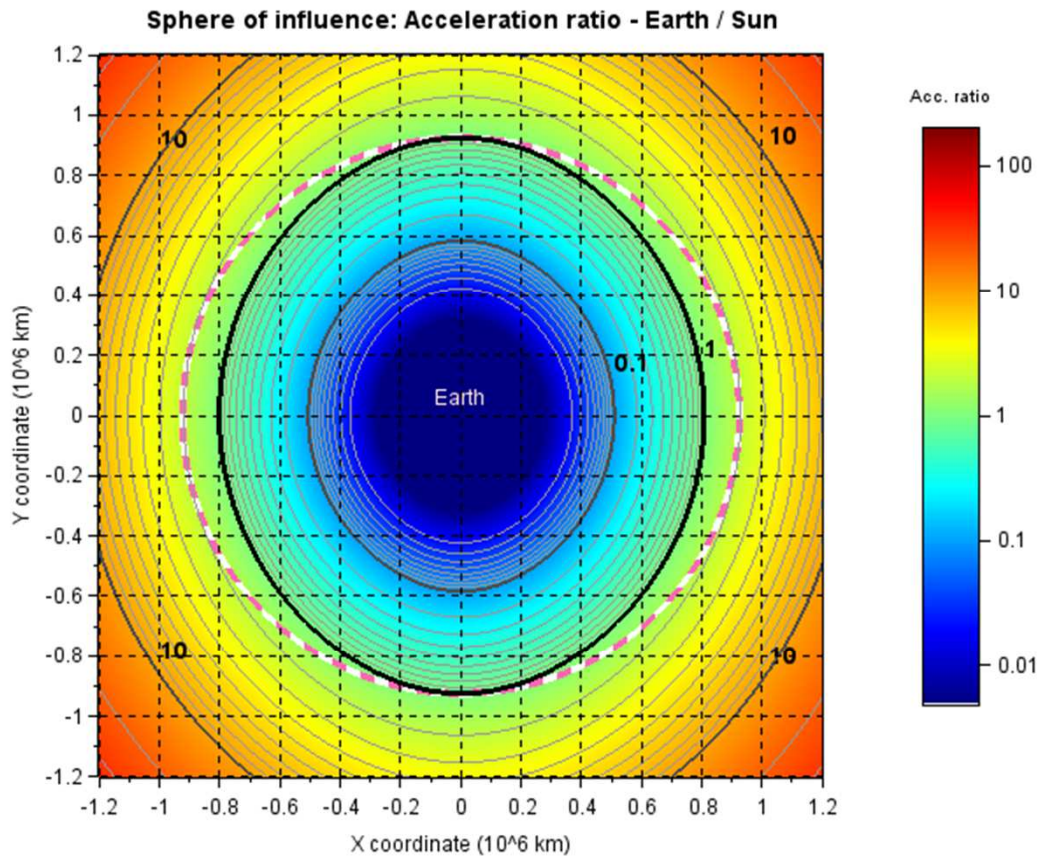
$$\rho_s = 0.87055 \left(\frac{\mu_p}{\mu_{\text{soleil}}} \right)^{2/5} a$$

Exemples :

Mars : 502000 km

Terre : 805000 km

SPHÈRE D'INFLUENCE : EXEMPLE TERRE ET MARS



PLANET	Mercury	Venus	Earth	Mars	Jupiter	Saturn
ρ_i (10^6 km)	0.0978	0.536	0.805	0.502	41.9	47.5

CONIQUES JUXTAPOSÉES

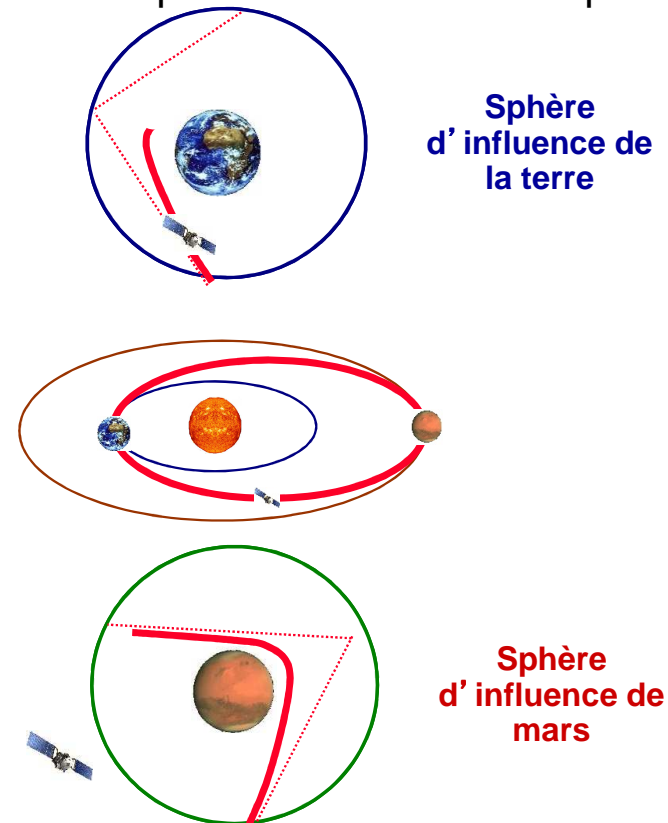
La méthode des coniques juxtaposées (« patched conics »)

- **Description:** Découpage de la trajectoire en 3 arcs képlériens correspondant chacun à une phase

– Planétocentrique Au départ : la sonde n'est soumise qu'à l'attraction de la planète de départ, la trajectoire est une **hyperbole**.

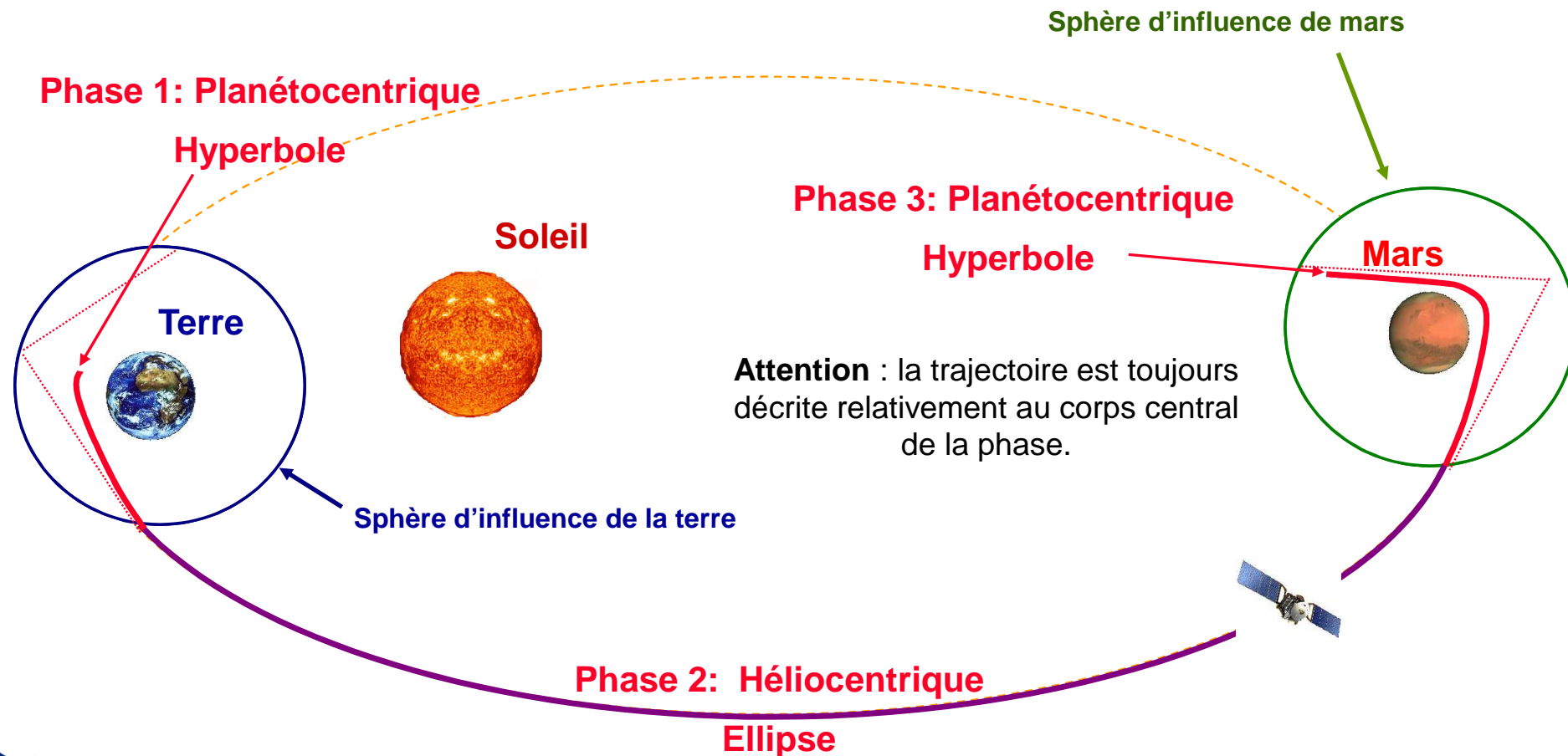
– Héliocentrique : La sonde n'est soumise qu'à l'attraction du soleil, la trajectoire est une **ellipse**.

– Planétocentrique: A l'arrivée : la sonde n'est soumise qu'à l'attraction de la planète d'arrivée et arrive sur une branche d'**hyperbole**.



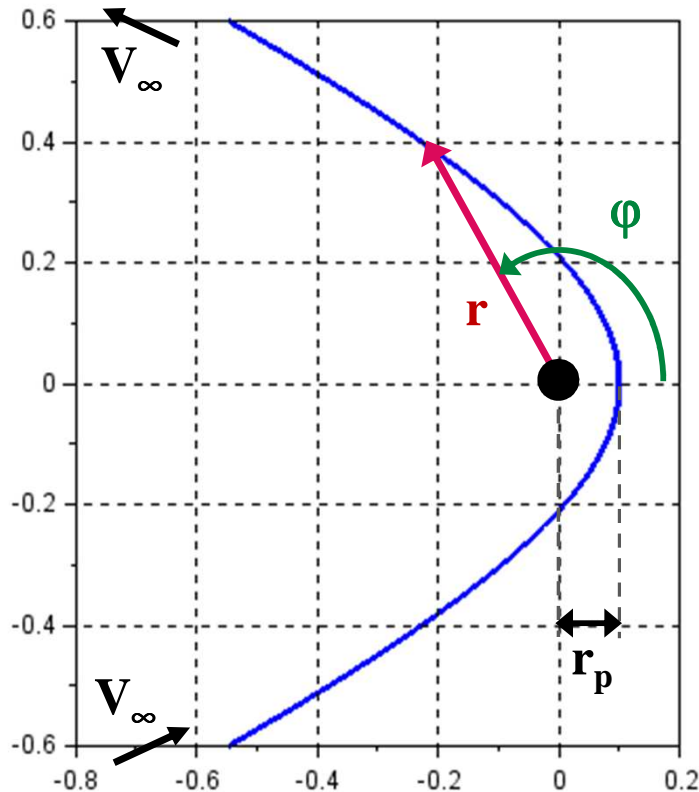
CONIQUES JUXTAPOSÉES

La méthode des coniques juxtaposées



MOUVEMENT HYPERBOLIQUE

Trajectoire hyperbolique (départ ou arrivée, relativement à la planète)



$$\begin{aligned} a &= -1 \\ e &= 1.1 \end{aligned}$$

Équation de l'énergie:

$$\frac{V^2}{2} - \frac{\mu}{r} = \frac{-\mu}{2a}$$

Sur les asymptotes, $r \rightarrow \infty$ d'où :

$$V_\infty = \sqrt{-\frac{\mu}{a}}$$

Équation polaire de l'hyperbole :

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \varphi} \quad \cos \varphi_\infty = -\frac{1}{e}$$

$$p = a(1 - e^2)$$

L'excentricité est donnée par : $e = 1 + \frac{r_p}{\mu} V_\infty^2$

Rayon périastre : $r_p = a(1 - e)$

Equation du mouvement : $M = n(t - t_p) \iff \varphi$

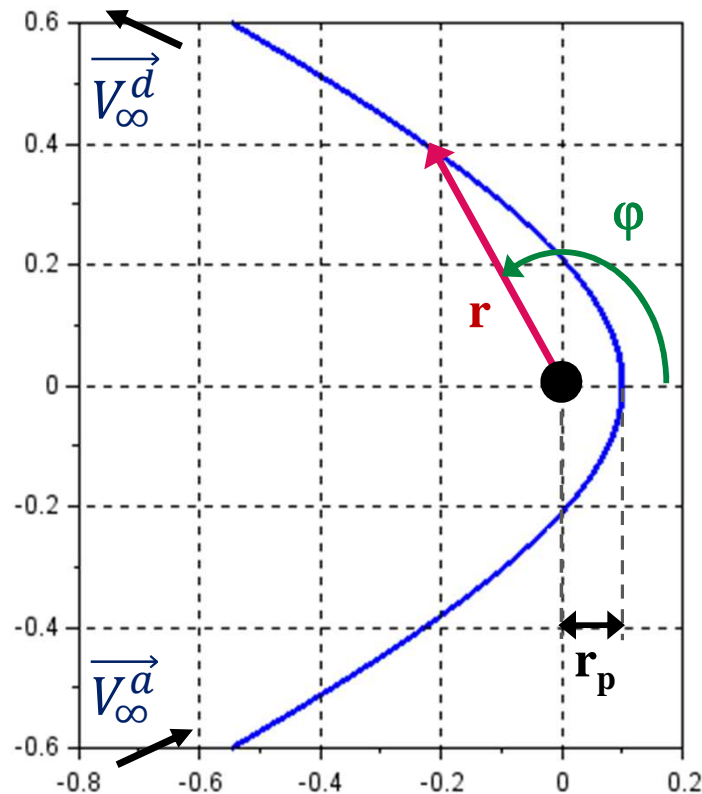
Note (ici) : $a < 0$, $e > 1$

(les conventions sur le demi grand axe peuvent varier)

Charte ESTACA 2015 – tous droits réservés - © CNES tous droits réservés

MOUVEMENT HYPERBOLIQUE (SURVOL)

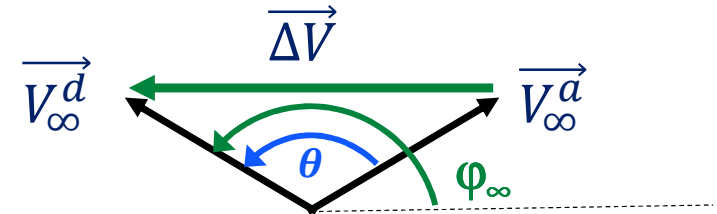
Trajectoire hyperbolique (départ ou arrivée, relativement à la planète)



$$\begin{aligned} a &= -1 \\ e &= 1.1 \end{aligned}$$

Angle de déviation de la trajectoire : θ

Delta-V: $\Delta V = \left\| \vec{V}_{\infty}^d - \vec{V}_{\infty}^a \right\|$



$$\varphi_{\infty} - \frac{\pi}{2} = \frac{\theta}{2}$$

$$\Delta V = 2 V_{\infty} \sin \frac{\theta}{2} = -2 V_{\infty} \cos \varphi_{\infty} = 2 \frac{V_{\infty}}{e}$$

LIBÉRATION (D'UNE PLANÈTE)

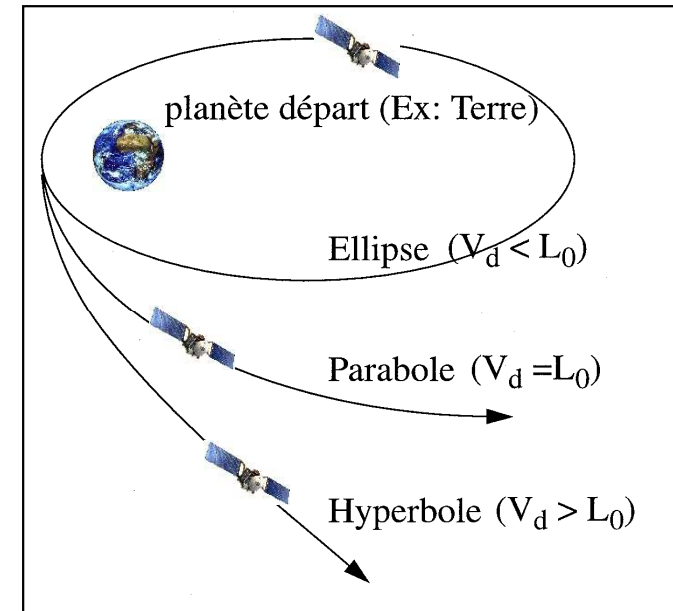
La libération

- **Objectif** : Mettre la sonde sur son hyperbole de départ
- **Condition** : Pour être sur une hyperbole, la vitesse au périastre de l'orbite doit être supérieure à la vitesse de libération :

$$L_0 = \sqrt{\frac{2\mu_p}{r_p}}$$

avec μ_p constante d'attraction et r_p altitude du périastre

- Pour la Terre $L_0 = 11.2 \text{ km/s}$ (pour $r_p = \text{rayon équatorial}$)
- **Stratégie de libération**:
 - **Directe** : le lanceur place la sonde directement sur son hyperbole de libération.
 - **Indirecte** : le lanceur place la sonde sur une orbite circulaire de parking située dans le plan de l'hyperbole de départ. L'injection est effectuée par la sonde elle-même.



LIBÉRATION D'UNE PLANÈTE

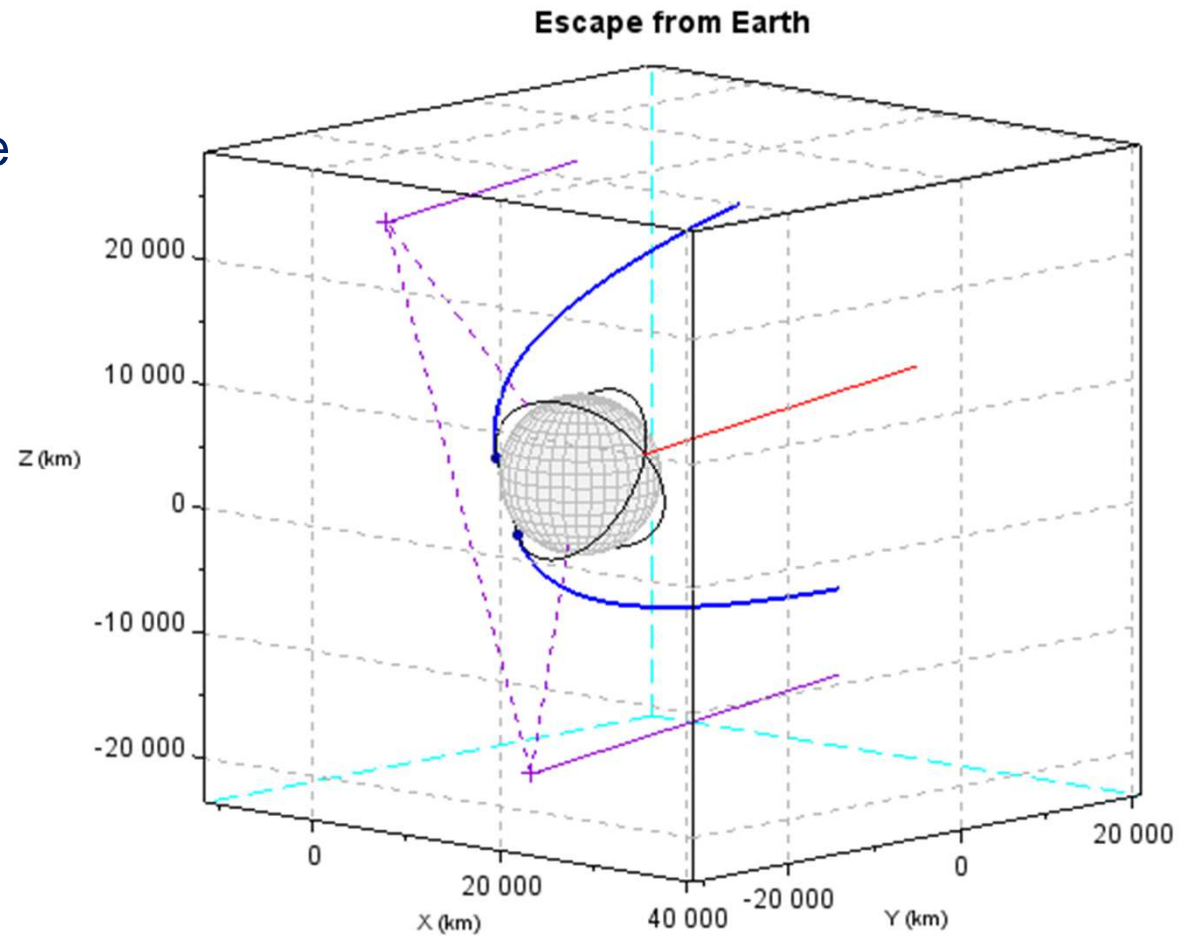
Exemple :

- On suppose qu'on part d'une orbite de parking avec une inclinaison fixée
- On effectue une manœuvre pour se mettre sur une orbite hyperbolique (avec un \vec{V}_∞ donné)

Il y a 2 solutions si :

inclinaison > déclinaison du V_{∞}

(pour une inclinaison < 90 deg)



INSERTION (AUTOUR D'UNE PLANÈTE)

L'insertion autour de la planète d'arrivée

Se mettre en orbite : hyperbole -> ellipse

Par insertion classique: manoeuvre propulsive au périastre de l'hyperbole d'arrivée (peut être suivi d'une phase d'aérofreinage pour diminuer le demi grand axe)

$$\Delta V = \sqrt{\frac{2\mu}{R_p} + V_\infty^2} - \sqrt{\mu \left(\frac{2}{R_p} - \frac{1}{a} \right)}$$

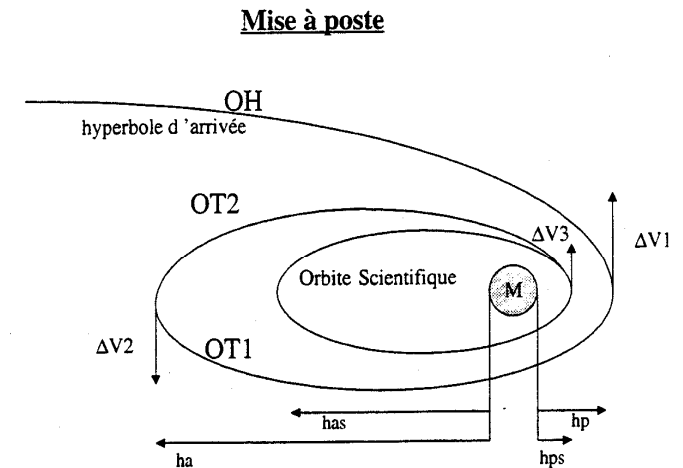
Atterrir: Rentrée balistique ou guidée (plus précise)

Vitesse d'entrée dans l'atmosphère (rayon R_e):

Plage de pentes d'entrée accessibles (corridor de rentrée), fonction:

- des caractéristiques de l'atmosphère
- du coefficient balistique du véhicule (SCx/m) et de sa finesse (Cz/Cx)
- des contraintes admissibles (flux, quantité de chaleur, décélération...)
- des contraintes pour l'atterrissage (ouverture parachute, vitesse et altitude d'atterrissage...)

$$V_e^2 = V_\infty^2 + \frac{2 \times \mu_{planète}}{R_e}$$

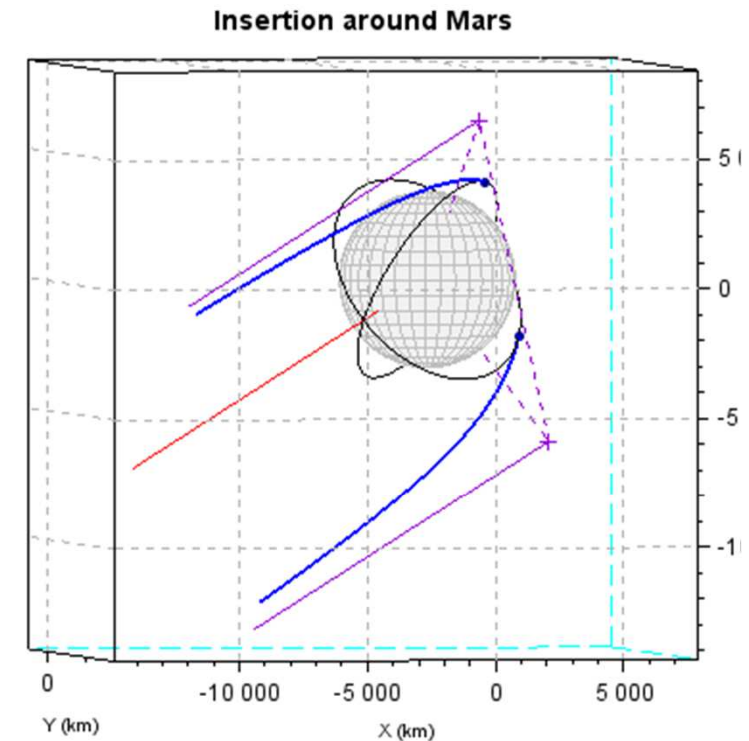
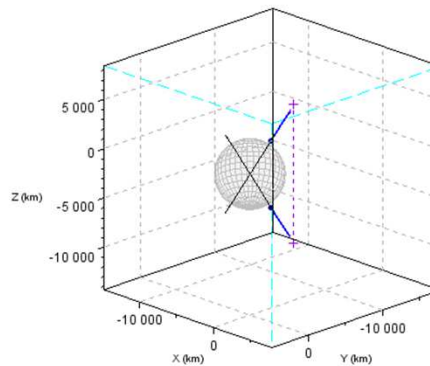


INSERTION (AUTOUR D'UNE PLANÈTE)

Exemple :

- On arrive à Mars sur une trajectoire hyperbolique
- On effectue une manœuvre au périastre de l'hyperbole pour se mettre en orbite

On peut choisir l'inclinaison « gratuitement » en choisissant le « bon » point dans le « B-plane » (plan passant par la planète et perpendiculaire au \vec{V}_∞).

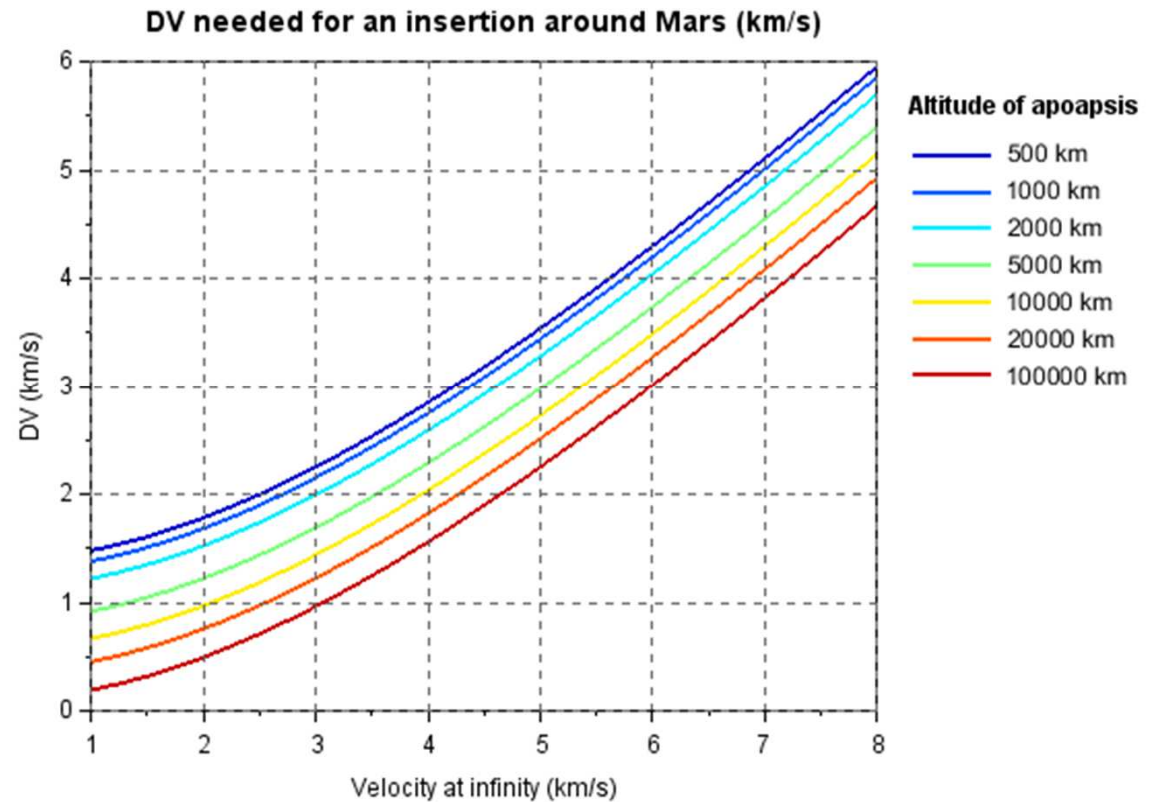


INSERTION (AUTOUR D'UNE PLANÈTE)

La manœuvre (DV) pour s'orbiter va dépendre :

- Du V_{infini}
- De l'altitude de périastre choisie
- Du demi grand axe de l'orbite cible
- Exemple pour Mars (altitude périastre = 500 km)

Pour calculer tout ça :
Équation de l'énergie



CALCUL DU TRANSFERT

Phase héliocentrique : Des caractéristiques du transfert, on déduit les vitesses héliocentriques de la sonde au départ et à l'arrivée.

$$\overrightarrow{V_{sonde}^{depart}} \text{ et } \overrightarrow{V_{sonde}^{arrivee}}$$

Phases planétocentriques : On pose donc comme **hypothèse simplificatrice** que : **la vitesse à l'infini sur l'hyperbole est la vitesse relative de la sonde par rapport à la planète**, calculée à partir de la résolution de Lambert, soit :

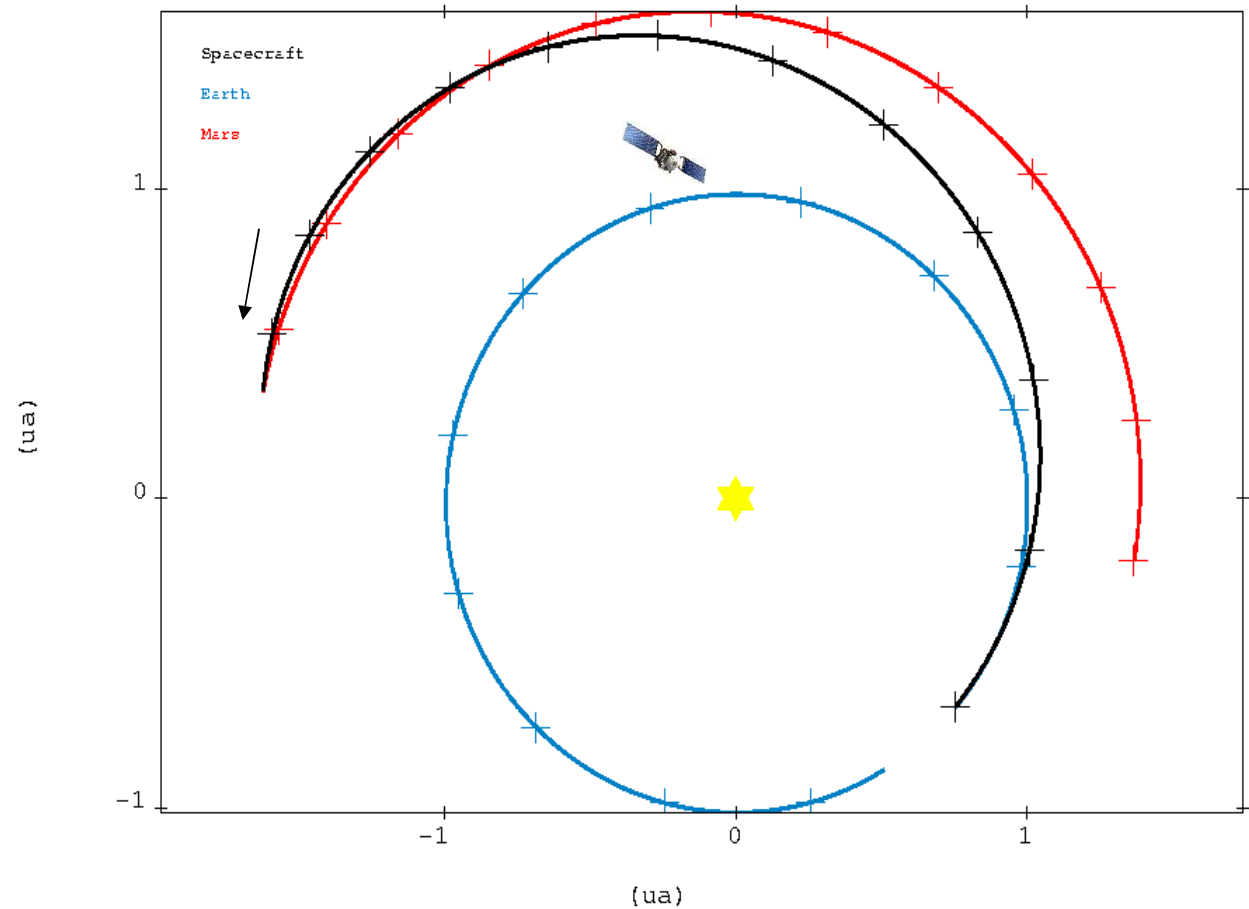
$$\overrightarrow{V_{\infty}^d} = \overrightarrow{V_{sonde}^{depart}} - \overrightarrow{V_{Planete\ depart}}(date\ de\ depart) \quad \overrightarrow{V_{\infty}^a} = \overrightarrow{V_{sonde}^{arrivee}} - \overrightarrow{V_{Planete\ arrivee}}(date\ arrivee)$$



Pour définir une trajectoire de bout en bout on fixe des dates de départ et d'arrivée, on en déduit les vecteurs $\overrightarrow{V_{\infty}}$ correspondants, ce qui permet de préciser les phases planétocentriques.

EXEMPLE TERRE-MARS

- Trajectoire aller MSR : départ le 10/08/2005, arrivée le 23/07/2006
- Au départ la sonde va plus vite que la Terre
- A l'arrivée, la sonde va moins vite que Mars : **Mars rattrape la sonde**



COMMENT FAIRE POUR CALCULER UN TRANSFERT ?

- Phase héliocentrique

- Cas simplifié : orbites coplanaires et circulaires
=> calcul du transfert (« hohmann ») :
- Rayon périhélie et aphélie => demi grand axe et excentricité de l'orbite de transfert
=> vitesse héliocentriques au périhélie et à l'aphélie.

- Phase planétocentrique

- On calcule V_{∞} (sur l'hyperbole) = | Vitesse sonde moins Vitesse planète |
- Vitesse sonde => phase héliocentrique
- Vitesse planète = $\sqrt{\frac{\mu_s}{a_p}}$
- On peut en déduire la vitesse au périastre sur l'hyperbole (équation de l'énergie : $\frac{V^2}{2} - \frac{\mu}{r} = \frac{V_{\infty}^2}{2}$)
- Et par exemple la manœuvre à faire au périastre pour se mettre sur une orbite circulaire : $V_{\text{circ}} - V_{\text{peri}}$

EXEMPLE SUITE : TERRE → MARS

- Phase héliocentrique

r_1 = rayon Terre = 1 UA

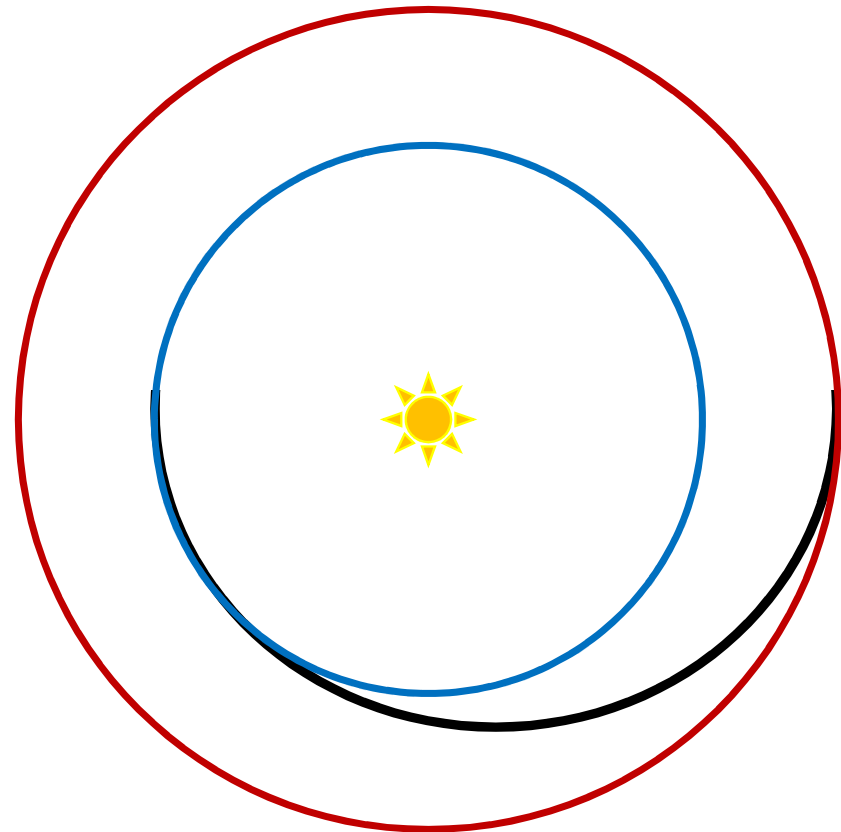
r_2 = rayon Mars = 1.52 UA

Demi grand axe = $(r_1 + r_2) / 2$

Excentricité = $(r_2 - r_1) / (r_2 + r_1)$

Vitesse Départ = $\sqrt{\frac{\mu}{a}} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$ 32.7 km/s

Vitesse arrivée = $\sqrt{\frac{\mu}{a}} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$ 21.5 km/s



EXEMPLE : TERRE → MARS (SUITE)

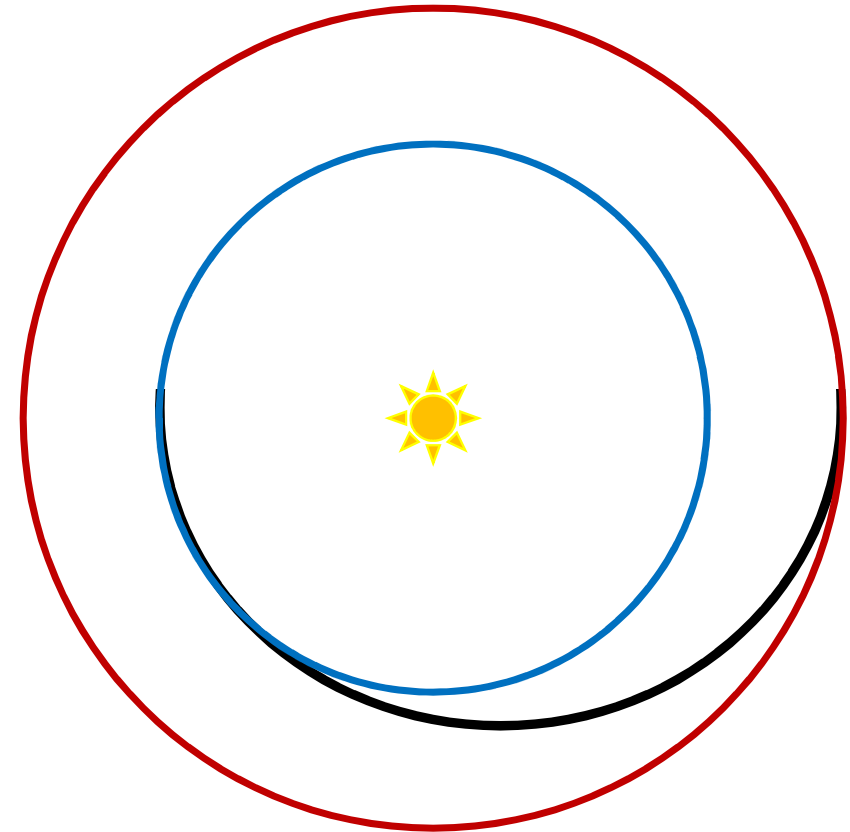
- Phase départ Terre

$$\text{Vitesse Terre} = \sqrt{\mu_S} \quad 29.8 \text{ km/s}$$

$$V_\infty = \text{Vitesse départ} - \text{Vitesse Terre}$$

$$\text{Vitesse au périgée} : \frac{V^2}{2} - \frac{\mu_T}{r} = \frac{V_\infty^2}{2} \quad 2.9 \text{ km/s}$$

11.4 km/s à 200 km d'altitude



ASSISTANCE GRAVITATIONNELLE

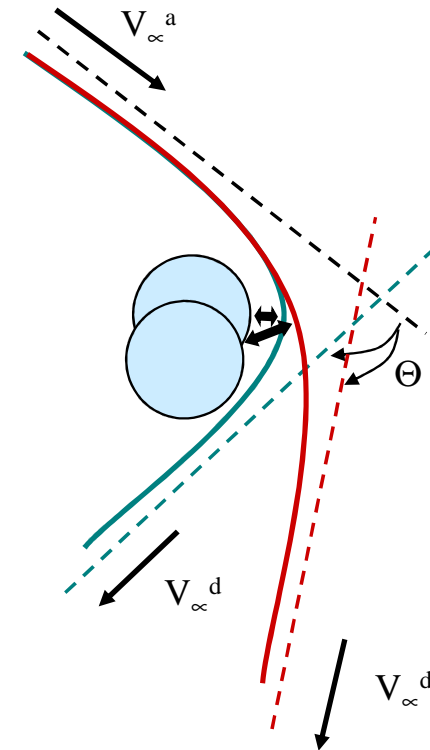
L'assistance gravitationnelle (Swing-by)

- **But** : Augmenter (ou diminuer) l'énergie d'une sonde.
- **Phénomène physique** : échange d'énergie entre la sonde et la planète en frôlant celle-ci.
- **Principe** : La vitesse relative de la sonde a été changée en direction, sa vitesse héliocentrique a donc été aussi changée.

On agit sur l'altitude de périastre pour régler l'angle de déviation Θ :

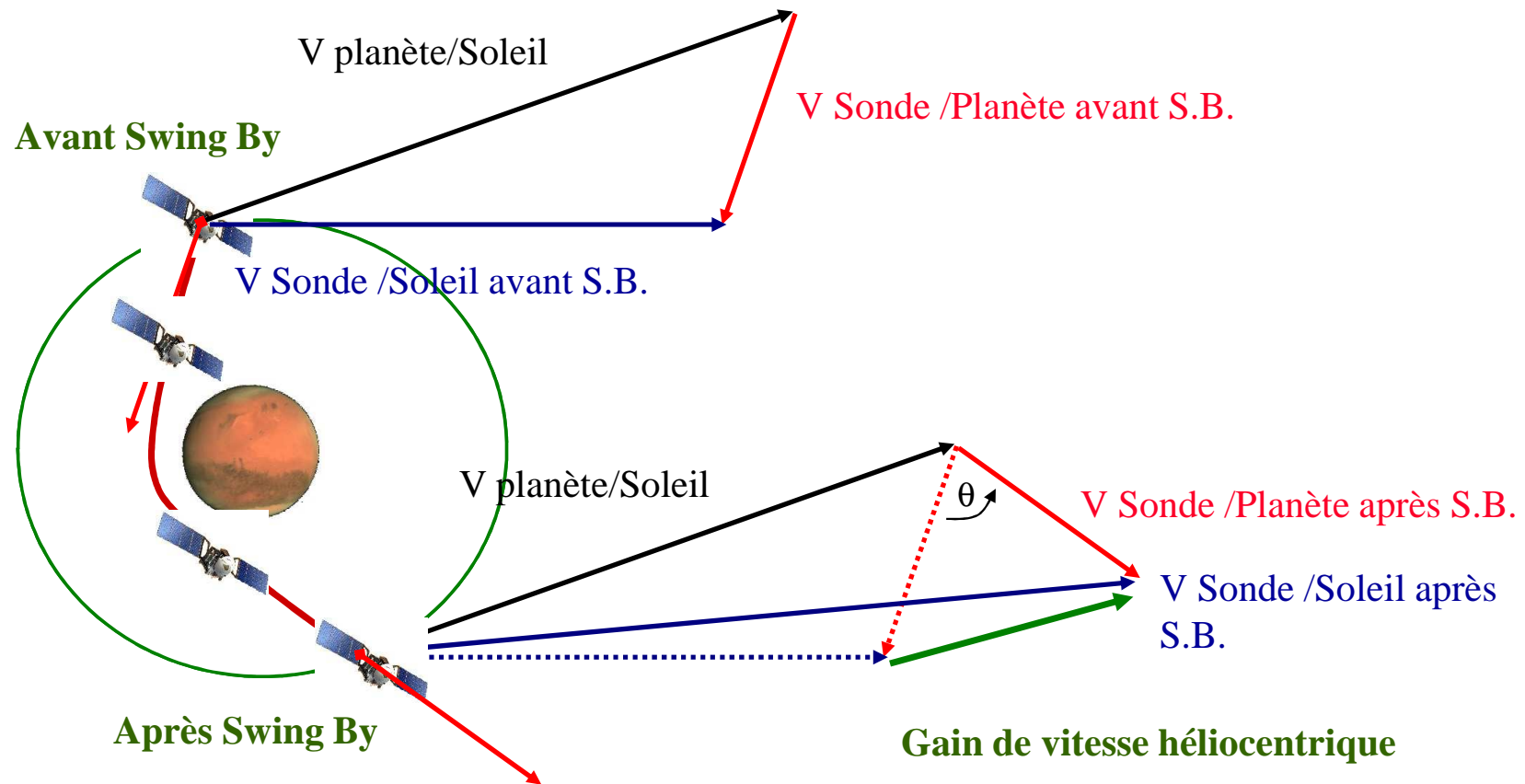
$$\sin \frac{\Theta}{2} = \frac{1}{1 + \frac{r_p \cdot V_\infty^2}{\mu_p}}$$

$$\Delta V_{probe/sun} = \frac{2 \cdot V_\infty}{1 + \frac{r_p \cdot V_\infty^2}{\mu_p}}$$



Remarque : déviation d'autant plus grande que r_p est petit, que V_∞ et que μ_p est grand.

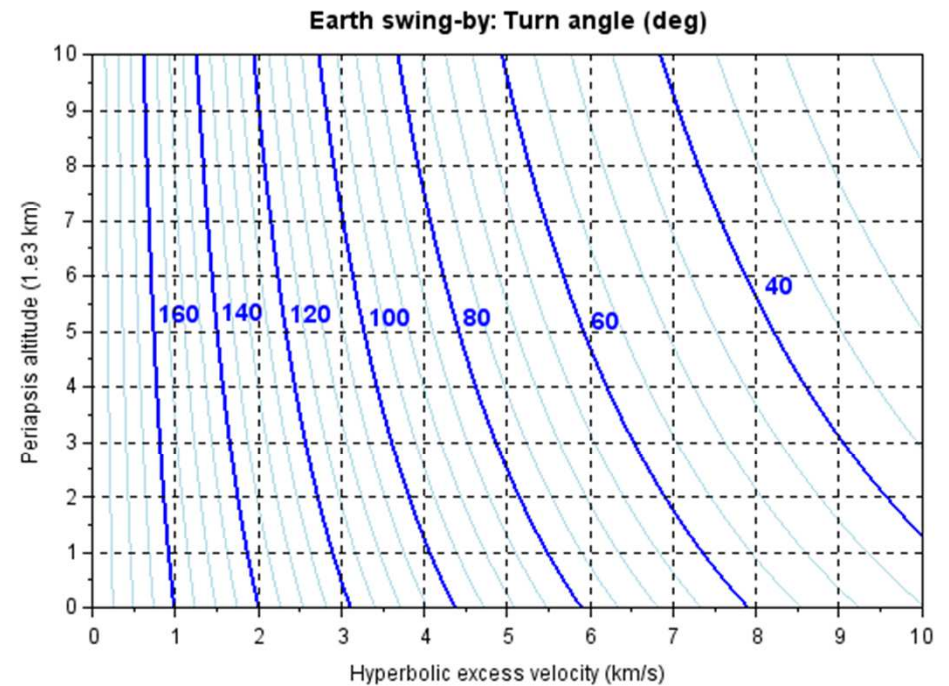
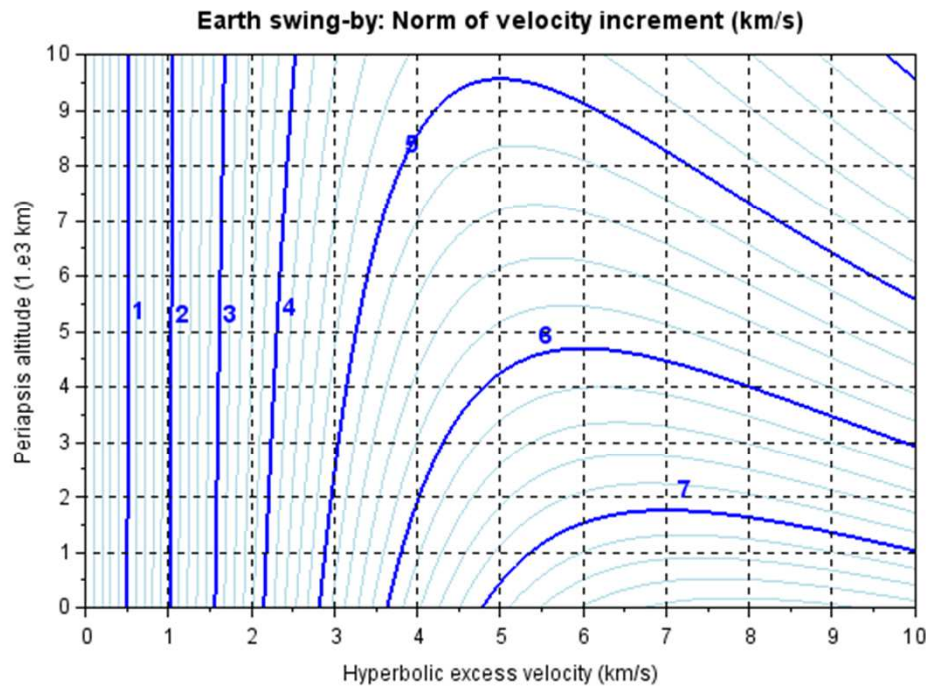
ASSISTANCE GRAVITATIONNELLE



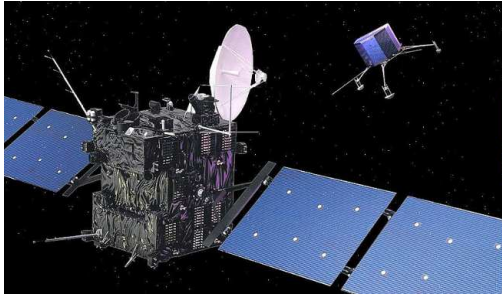
ASSISTANCE GRAVITATIONNELLE : EXEMPLE

L'assistance gravitationnelle – exemple pour la Terre :

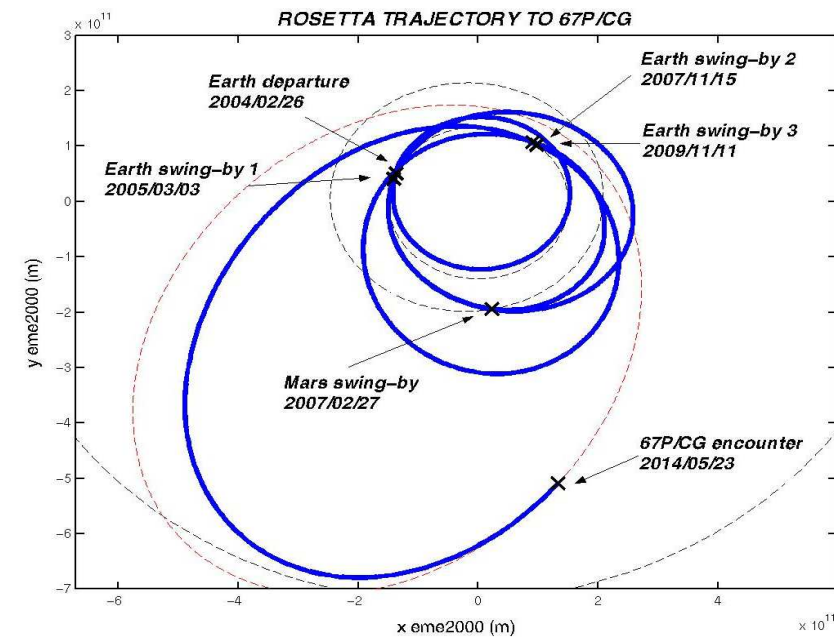
DV et angle de déviation de la trajectoire en fonction du V_{infini} et de l'altitude de survol



EXEMPLE : ROSETTA



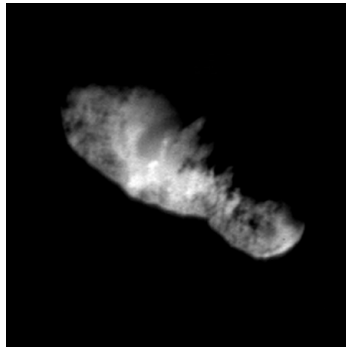
- Cooperation between ESA, CNES, DLR, ASI...
- Towards the comet 67P/Churyumov-Gerasimenko
- Launch performed the 02/03/2004 on an Ariane 5 LV ($v_{\infty} = 3.5$ km/s, $\delta_{\infty} = 2$ deg)
- Cruise duration: 10 years
- 4 gravity assists maneuvers: Earth (2005, 2007, 2009) and Mars (2007)
- 2 asteroid flybys: Steins (2008) and Lutetia (2010)
- 4 Deep Space Maneuvers ($\Delta V = 204$ m/s)
- 2 Rendezvous maneuvers ($\Delta V = 1583$ m/s)
- Lander release on November 2014



MISSIONS INTERPLANÉTAIRES (POUSSÉE FAIBLE)

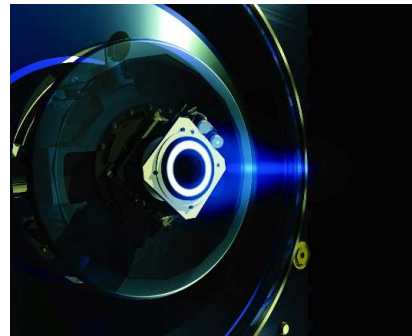
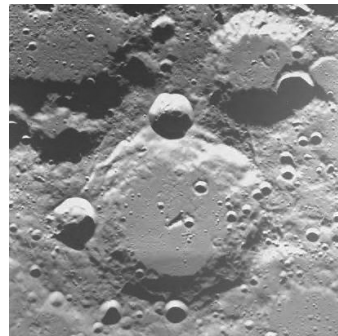
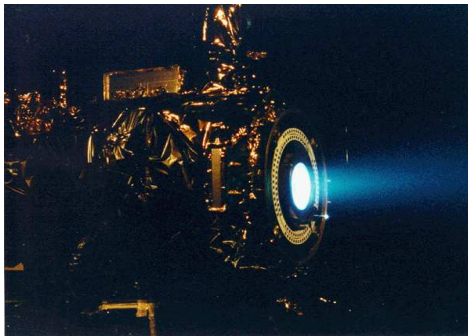
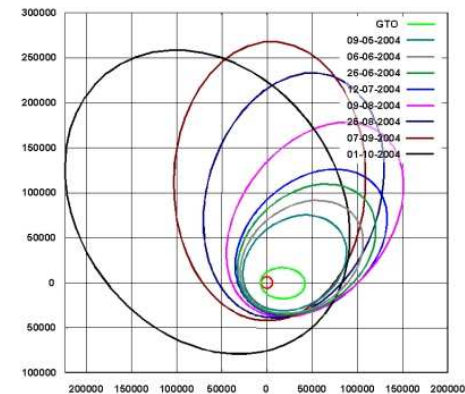
DEEP SPACE 1

- NASA
- 1998 – 2001
- asteroid Braille
- comet Borelly



SMART 1

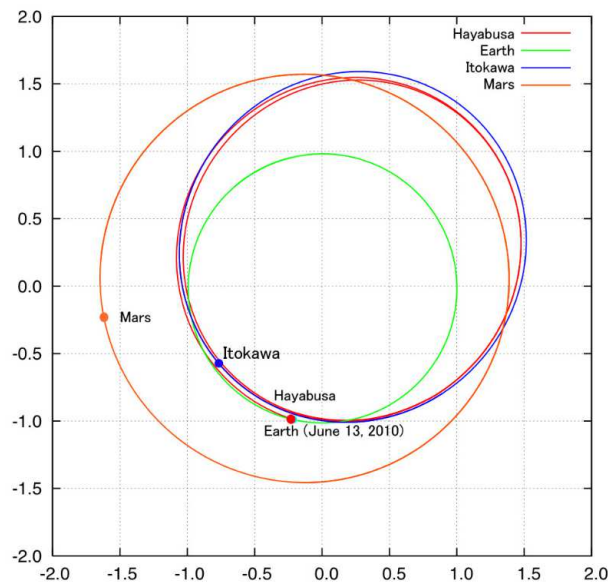
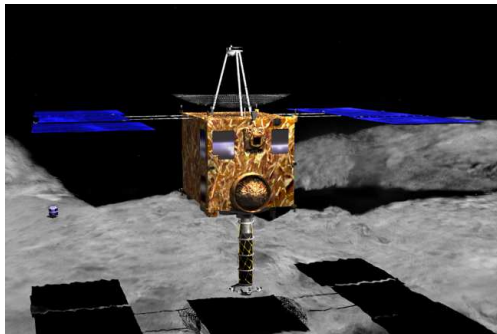
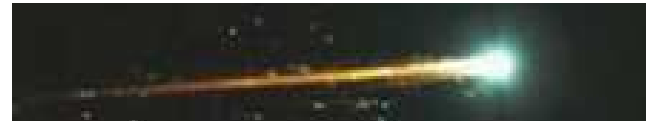
- ESA
- 2003-2006
- Moon



MISSIONS INTERPLANÉTAIRES (POUSSÉE FAIBLE)

☾ HAYABUSA 1

- ISAS/JAXA
- 2003-2010 (june 13th)
- asteroid Itokawa (NEO)
- sample return



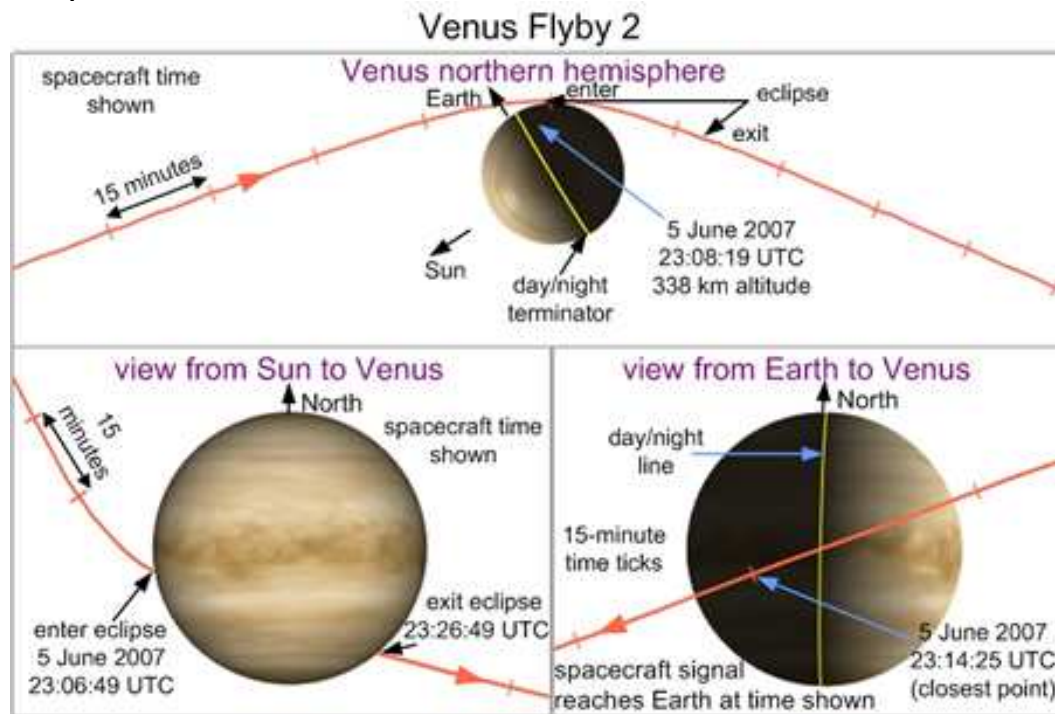
☾ HAYABUSA 2

- ISAS/JAXA
- DLR/CNES lander: Mascot
- Launch 2014/2015

EXEMPLE : MESSENGER

Exemple de Swing-by: MESSENGER swing by VENUS (06/06/2007)

La sonde de l'ESA Venus Express, en orbite autour de Venus depuis le 11 Avril 2006, a été rejointe pour quelques heures en juin 2007, par la sonde de la NASA MESSENGER, pour un fly-by en route pour Mercure.



Simulation



Vue depuis MESSENGER

Observation



EXEMPLE BEPICOLOMBO

Exemple de Swing-by: BepiColombo

Sonde ESA d'observation de Mercure

Lancé le 19 octobre 2018

6 Fly-bys:

1 Lune pendant la phase de lancement

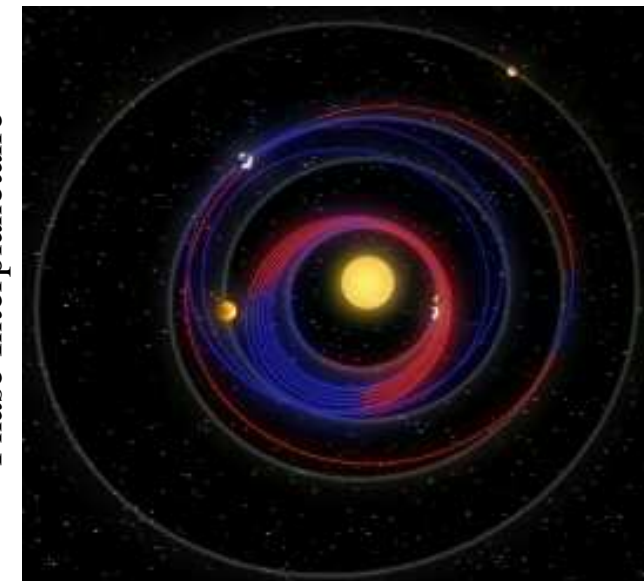
1 Terre ; 2 Venus; 2 Mercure pendant la phase interplanétaire



Phase de lancement



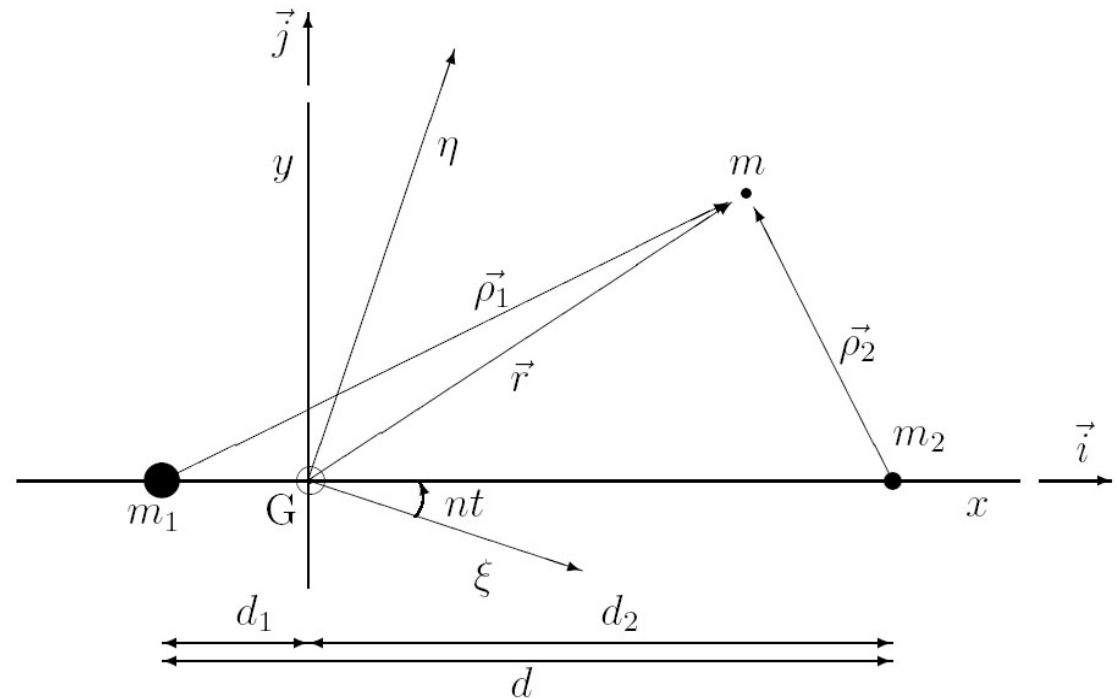
Phase Interplanétaire



— Poussée — Sans poussée

MODÈLE À 3 CORPS RESTREINT (CR3BP)

- Deux corps principaux en orbite autour de leur centre de gravité (primaire et secondaire)
 - Distance entre les deux corps : constante et vitesse angulaire également
 - Normalisation des paramètres :
Distance = 1, omega = 1
- Un seul paramètre : $\mu = m_2 / (m_1 + m_2)$

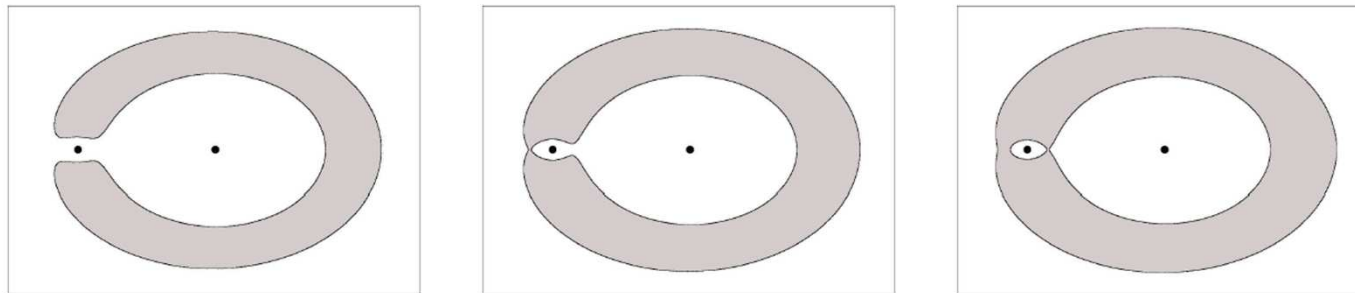
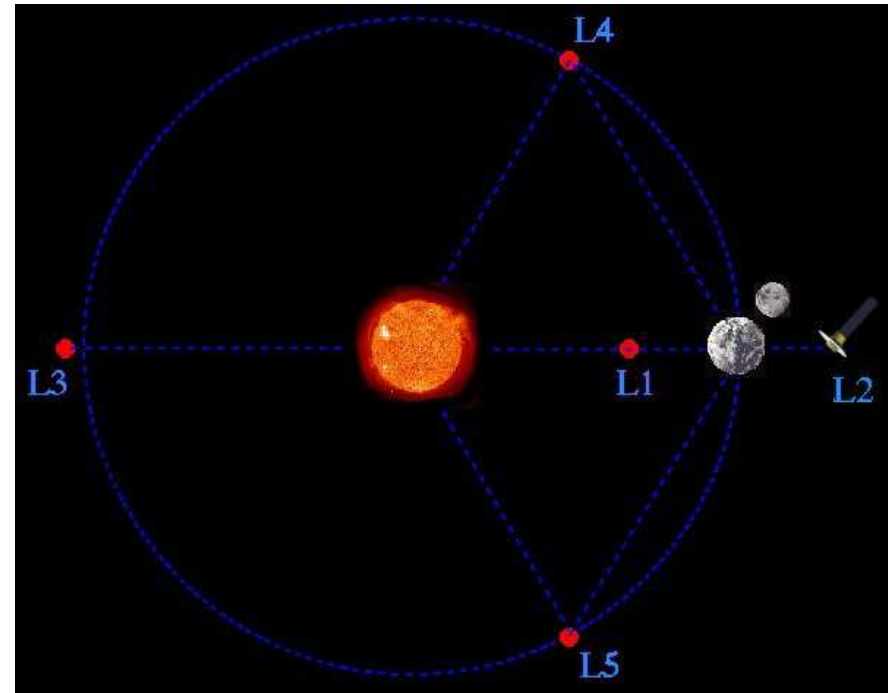


Fonction « potentiel » dont est dérivée l'accélération:

$$\Omega(x, y, z) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1-\mu}{\rho_1} + \frac{\mu}{\rho_2} + \frac{1}{2}\mu(1-\mu)$$

POINTS DE LAGRANGE

- Il y a 5 points d'équilibre (de Lagrange), tous dans le plan orbital du système :
 - L1, L2, L3 : sur l'axe des corps
 - L4, L5 : en dehors
- Les régions accessibles dépendent de l'énergie (ou constante de Jacobi)



Régions de Hill dans le plan pour différents C

Charte ESTACA 2015 – tous droits réservés - © CNES tous droits réservés

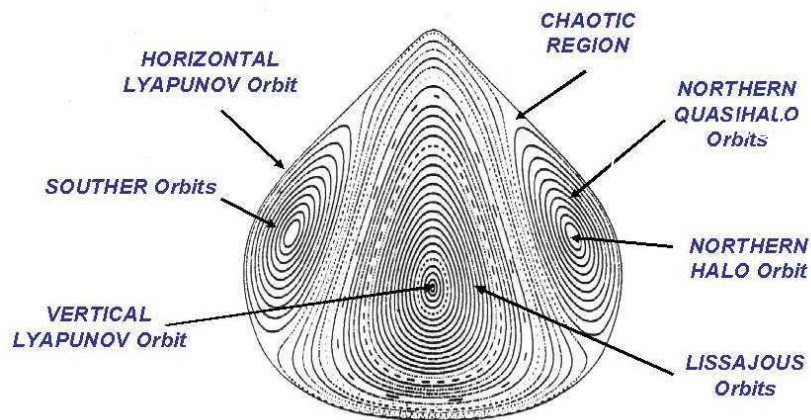
ORBITES A PROXIMITÉ DE POINTS DE LAGRANGE

- Autour de L1 et L2, notamment, il existe des familles d'orbite (« LPO ») :

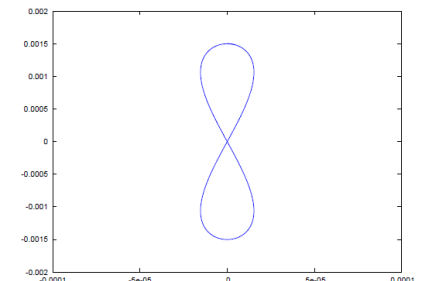
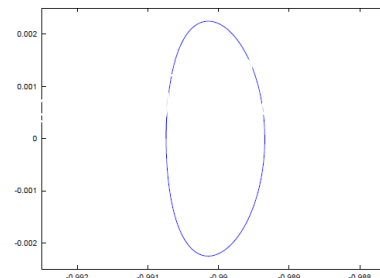
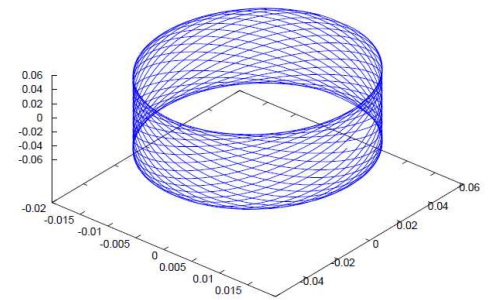
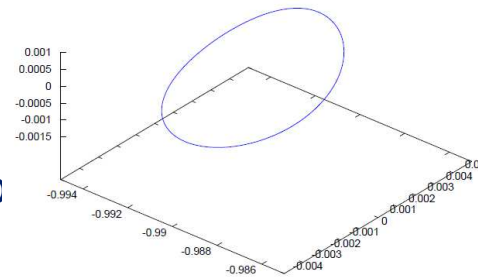
- Périodiques

- 2D : Lyapunov (horizontale & verticale)
- 3D : Halo

- Quasi périodiques : Lissajous, Quasi-Halo



Coupe (X, Y) de LPOs

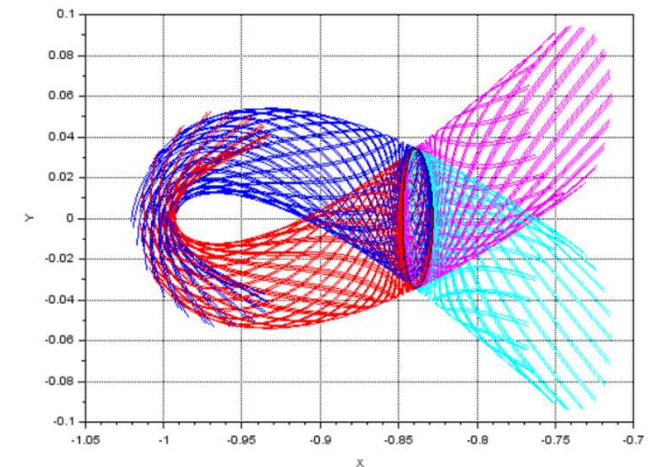


Halo (haut-gauche), Lissajous (haut-droite)
Lyapunov horizontale (bas-gauche), verticale (bas-droite)

DYNAMIQUE AUTOUR DE L1 ET L2

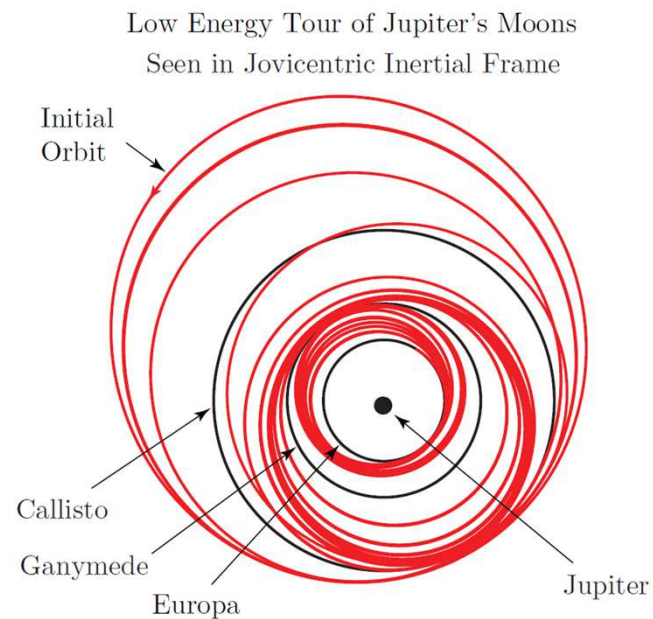
- Comme les points d'équilibre, les orbites périodiques peuvent être instables, c'est-à-dire qu'il existe localement des directions en position-vitesse permettant de s'en éloigner immédiatement
- De nombreuses orbites périodiques en L1 et L2 sont instables
 - Concrètement une LPO instable est la limite asymptotique de faisceaux de trajectoires (en temps croissant/décroissant), appelés **variétés hyperboliques convergente/divergente**
 - Les Lyapunov et Halos en ont typiquement 2 de chaque, que l'on distingue selon qu'elles se rapprochent (**intérieures**) ou s'éloignent (**extérieures**) du petit corps
 - En pratique numériquement, une variété est discrétisée et est aussi paramétrée par son écart **epsilon** en position par rapport à la LPO

Exemple à partir d'une Lyapunov horizontale autour de L1 Terre-Lune



APPLICATIONS

- Trajectoires Terre-Lune à faible énergie
- Tour des Lunes de Jupiter
- etc..



© Koon, Marsden, Ross

