Tema 3 - Algoritmi Fundamentali

Nicoleta Ciaușu

January 21, 2021

Exercitiul 1

I. Fie $G(V, E)$ un graf orientat unde fiecare matrice este reprezentata printr-un nod M_i iar fiecare muchie de la M_iM_j semnifica o operatie de inmultire valida intre M_i si M_j.

Aplicand pe acest graf un algoritm de determinare a unui lant hamiltonian voi obtine secventa ceruta, daca aceasta exista, in timp non-polinomial, de exemplu in $O(2^n \cdot n)$ cu dinamica.

II. Fie $G(V, E)$ un graf orientat unde fiecare matrice $M_{i,j}$ este reprezentata prin doua noduri cu valoarea i, j si o muchie intre ele.

La adaugarea unei matrice noua, pe langa nodurile + muchia prin care o reprezentam in graf, vom trage si muchii catre toate nodurile cu aceeasi valoare (de exemplu, pentru $M_{2,3}$ si $M_{3,5}$ vom avea muchia $3 - 3$ care semnifica faptul ca pot fi inmultite.)

Pe acest graf pot aplica criteriile de determinare a existentei unui lant eulerian (toate nodurile sa aiba grad par cu exceptia a cel mult 2), in complexitate $O(N + M)$.

Exercitiul 2

Cum $\chi(G) = |V|$ atunci cand graful este complet si $\chi(G) \geq U$, unde U este subgraf al lui G, rezulta ca $\chi(G) \geq c(G)$ pentru orice graf G.

Totodata, ar trebui sa ma asigur si ca exista situatii in care are loc inegalitatea stricta $\chi(G) > U$. Fie orice graf format dintr-un ciclu de lungime impara. Acesta nu poate fi colorat doar cu doua culori deoarece oricum am incerca sa facem colorarea vor exista doua noduri adiacente cu aceeasi culoare, deci vom avea nevoie de o a treia culoare. Pentru aceste grafuri, $\chi(G) > U$.

Rezulta ca $\chi(G) \geq c(G)$ pentru orice graf G.

Exercitiul 3

Cum muchiile din **MAX-MTC(G)** nu au niciun capat in comun luate doua cate doua, fiecarui nod din **MIN-VC(G)** ii va corespunde cel putin o muchie din $MAX - MTC(G)$.

Rezulta $MIN - VC(G) \geq MAX - MTC(G)$.

Exercitiul 4

I. Vreau sa creez un subgraf complet din k noduri, si restul pana la n sa fie noduri izolate de o singura culoare. Numarul minim de muchii este $k(k-1)/2$.

Exercitiul 5

I. Conform teoremei lui Kuratowski, G nu este graf planar deoarece il contine pe K5 - de exemplu: subgraful format de nodurile 1, 2, 4, 8, 16.