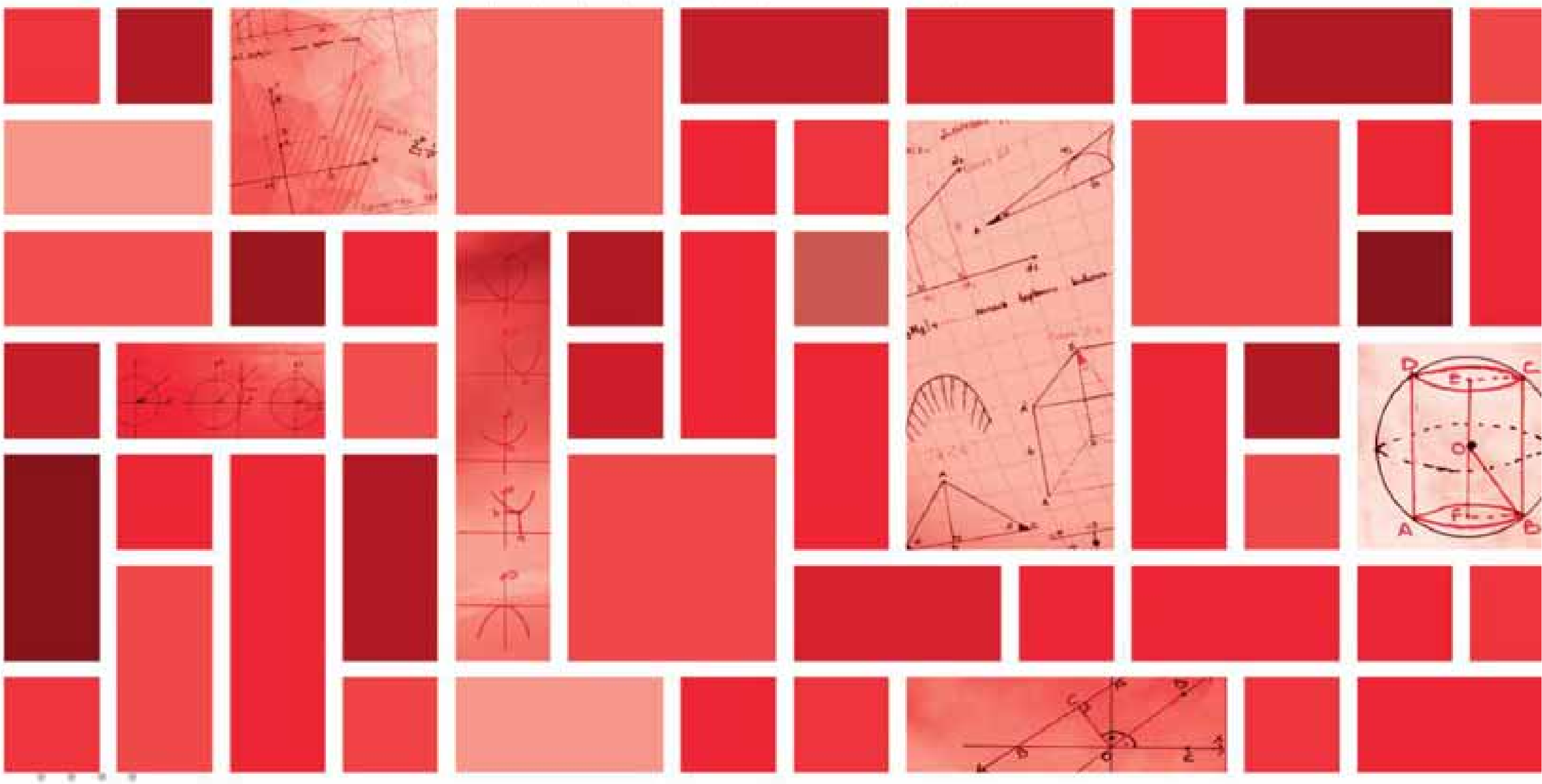
11 Matematik



İsmail Değirmenci

PANDÜL YAYINLARI

Kitabın Adı:
11. Sınıf Matematik Kitabı

Yazar:
İsmail DEĞİRMENCİ

2. Baskı Haziran 2020 / **ISBN:** 978-605-9449-20-5

Yayın ve Dağıtım:
Pandül Yayın Basım Dağıtım Ltd. Şti.

Tel: 312. 223 30 92 **Faks:** 312. 215 61 80
Mimar Sinan Mah. İncesu Cad. No:120/B Çankaya/ANKARA
Yayıncı Sertifika No: 34436

Baskı:
Tekses Matbaacılık Ltd. Şti.
Kazım Karabekir Cad. Kültür İşhanı No:7/60 Altındağ/ANKARA
Matbaa Sertifika No: 44186

11. Sınıf Matematik Kitabı'nda konular kazanımlara uygun olarak hücrelere ayrılmıştır. Konular bol miktarda çeşitli sorularla desteklenmiştir.

Sınıfiçi uygulamalarına uygun olması amacı ile soruların çözümleri öğretmenlerimize bırakılmıştır. Bölüm sonlarındaki ev ödevleri ile öğrencilerimize öğrendiklerini uygulama imkanı sunulmuştur.

Sevgili meslektaşlarımıza ve öğrencilerimize faydalı olması dileğimle...

İsmail DEĞİRMENCİ

İÇİNDEKİLER

ÜNİTE -1- TRİGONOMETRİ

ÜNİTE -2- ANALİTİK GEOMETRİ

ÜNİTE - 3 - FONKSİYONLARDA UYGULAMALAR

ÜNİTE - 4 - 2. DERECEDEN 2 BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

ÜNİTE - 5 - ÇEMBERİN TEMEL ELEMANLARI

ÜNİTE - 6 - KATI CİSİMLER

ÜNİTE - 7 - BAĞIMSIZ OLAY

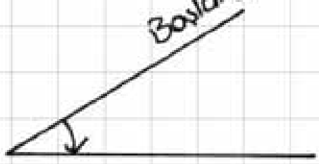
ÜNİTE 1

TRİGONOMETRİ

✓ Yönlü Açılar :

Başlangıç

Pozitif yönlü açı
(+)
(Saat yönünün tersi pozitif yöndür.)



Başlangıç

Negatif yönlü açı
(−)
(Saat yönü negatif yöndür)

Derece : Çemberin 360 eş parçasının her birine derece denir.

$1^\circ = 60'$ (1 derece 60 dakikadır)

$1' = 60''$ (1 dakika 60 saniyedir)

Örnek 1 18880 saniyelik açıyı derece dakika saniye cinsinden yazınız.

Çözüm

Örnek 2

$$\begin{array}{r} 40^\circ \;\; 36' \;\; 43'' \\ +\; 24^\circ \;\; 32' \;\; 25'' \\ \hline \end{array}$$

işlemini yapınız

Çözüm

Örnek 3 ABC üçgeninde

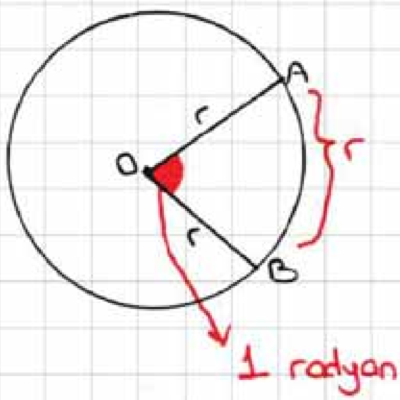
$m(\hat{A}) = 24° 43' 25''$, $m(\hat{B}) = 85° 24' 16''$

olduğuna göre C açısının ölçüsünü

bulunuz.

Çözüm

Radyan: Bir çemberde yarıçap uzunluğundaki bir yayı gören merkez açının ölçüsüne 1 radyan denir.



$|AB| = r$

Derece - Radyan ilişkisi :

$\frac{D}{360} = \frac{R}{2\pi}$ dir. Sadeleştirme yapıldığında

$$\boxed{\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}}$$

Örnek 4 60 dereceyi radyan türünden yazınız.

Çözüm

Örnek 5 135 dereceyi radyan türünden yazınız.

Çözüm

Örnek 6 $\frac{3\pi}{5}$ radyanı derece türünden yazınız.

Çözüm

Örnek 7 $\frac{5\pi}{3}$ radyanı derece türünden yazınız.

Çözüm

Esas Ölçü :

Derece türünden verilen açının 360 ile bölümünden kalan, radyan türünden verilen açının 2π ile bölümünden kalan esas ölçüyü verir.

Açı derece ise esas ölçü $[0, 360)$ aralığında,

Açı radyan ise esas ölçü $[0, 2\pi)$ aralığındadır.

Örnek 8 $1470°$ nin esas ölçüsünü bulunuz.

Çözüm

Örnek 9 -1880 derecenin esas ölçüsünü bulunuz

Çözüm

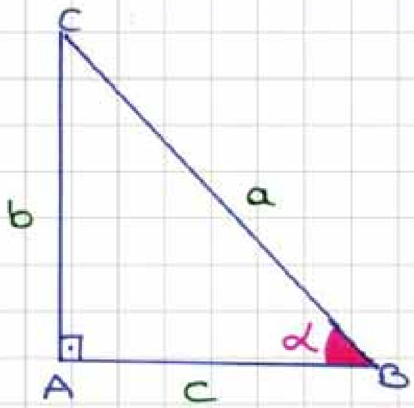
Örnek 10 $\dfrac{73\pi}{5}$ radyanın esas ölçüsünü bulunuz.

Çözüm

Örnek 11 $-\dfrac{42\pi}{8}$ radyanın esas ölçüsünü bulunuz.

Çözüm

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR



$$\sin\alpha = \frac{\text{karşı dik kenar}}{\text{hipotenüs}} = \frac{b}{a}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{komşu dik kenar}}{\text{hipotenüs}} = \frac{c}{a}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{karşı dik kenar}}{\text{komşu dik kenar}} = \frac{b}{c} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\cot\alpha = \frac{\text{komşu dik kenar}}{\text{karşı dik kenar}} = \frac{c}{b} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\boxed{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}$$

$$\boxed{\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$$

$$\boxed{\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1}$$

$$\boxed{\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}$$

$$\boxed{\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}}$$

$$\boxed{\operatorname{cosec}\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}}$$

Birbirini $90°$ ye tamamlayan açıların, sinüsleri cosinüslere; tanjantları cotanjantlarına eşittir.

Örnek 12

$\dfrac{\sin 20^\circ}{\cos 70^\circ} + \dfrac{\tan 15^\circ}{\cot 75^\circ}$ işleminin

sonucunu bulunuz.

Çözüm

Örnek 13 x dar açı, $\tan x = \dfrac{3}{4}$

olduğuna göre $\cos x$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 14 x dar açı, $\sin x = \dfrac{2}{3}$

olduğuna göre $\cot x$ kaçtır?

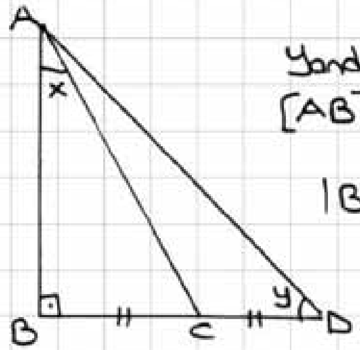
Çözüm

Örnek 15 x dar açı, $\cot x = 2$

olduğuna göre $\cos x$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 16



Yandaki üçgende $[AB] \perp [BD]$

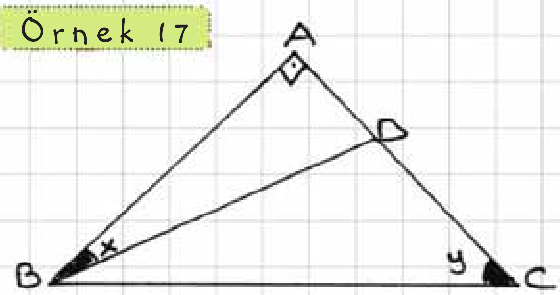
$|BC| = |CD|$

olduğuna göre

$\tan x \cdot \tan y$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 17



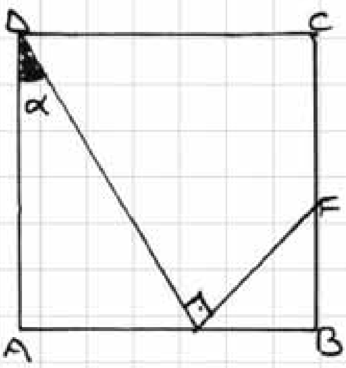
Yukarıdaki üçgende $[BA] \perp [AC]$

$2.|AD| = |DC|$ olduğuna göre

$\cot x \cdot \cot y$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 18



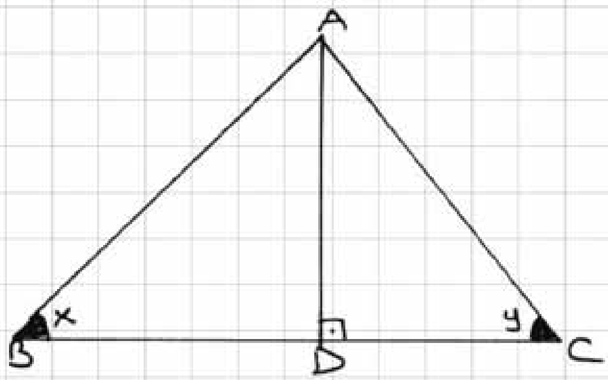
ABCD kare

$3.|BF| = 2.|EB|$, $[DE] \perp [EF]$

olduğuna göre $\tan\alpha = ?$

Çözüm

Örnek 19



ABC üçgende

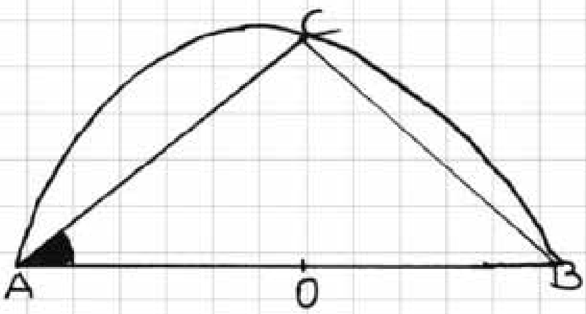
$[AD] \perp [BC]$

$|AD| = 4$, $|BC| = 8$

$\cot x + \cot y$ toplamı kaçtır?

Çözüm

Örnek 20



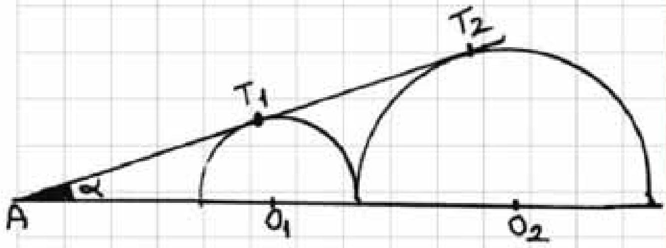
O merkezli yarım çember veriliyor.

$|OB| = 5$, $|AC| = 8$ olduğuna

göre $\tan(\widehat{CAB})$ kaçtır?

Çözüm

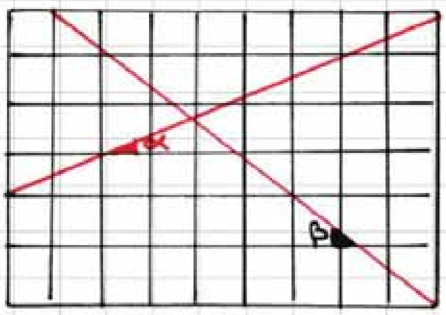
Örnek 21



O_1 ve O_2 yarım çemberlerin merkezidir. O_1 merkezli çemberin yarıçapı 2 br, O_2 merkezli çemberin yarıçapı 4 br. olduğuna göre $\sin\alpha$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 22



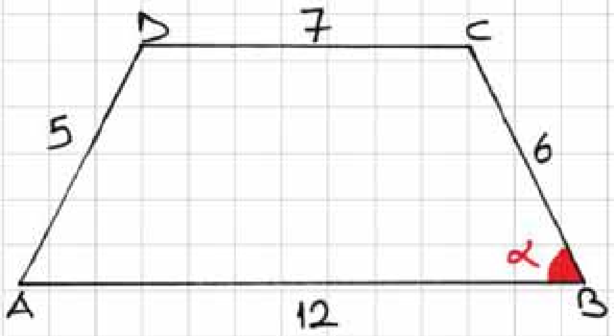
Şekilde birim eşkareler veriliyor.

Buna göre

$\tan\alpha$ ve $\cot\beta$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 23

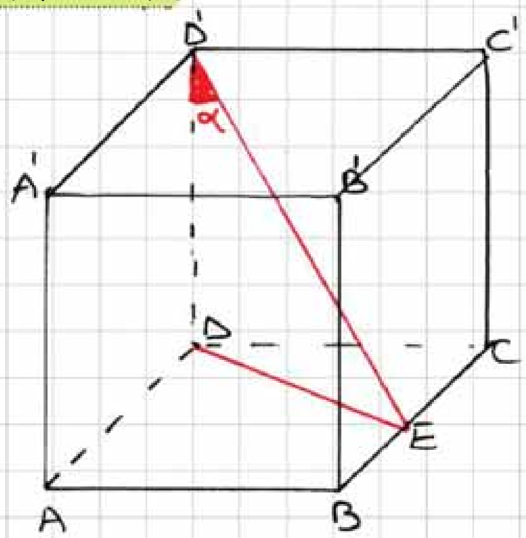


ABCD yamuk olduğuna göre

cosα kaçtır?

Çözüm

Örnek 24



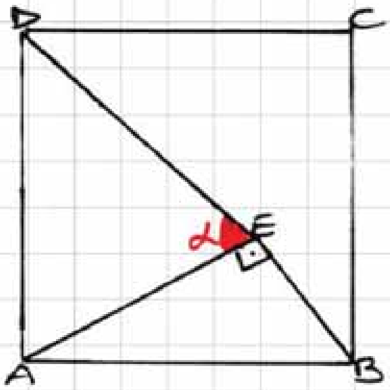
Yukarıdaki küpte

|BE| = 1 , |EC| = 3

olduğuna göre cotα kaçtır?

Çözüm

Örnek 25

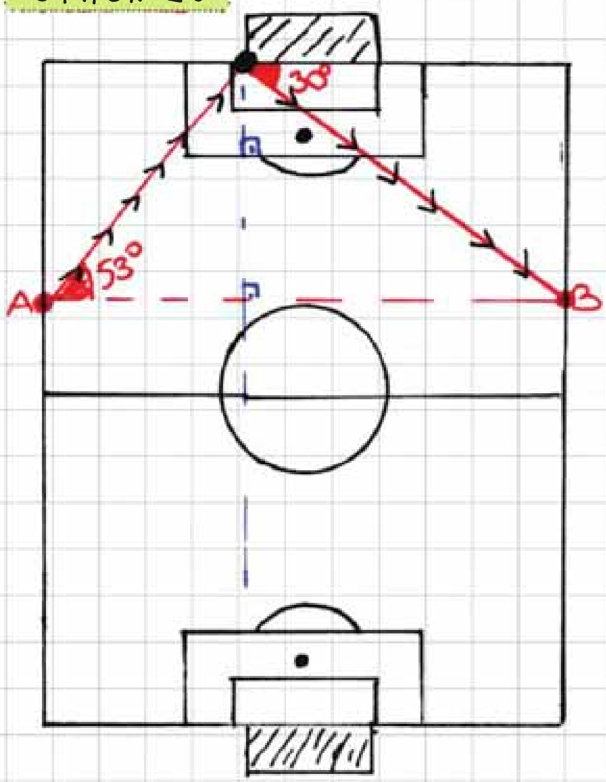


ABCD kare, $|DC|=5$, $|EB|=3$ ise

$\tan\alpha = ?$

Çözüm

Örnek 26

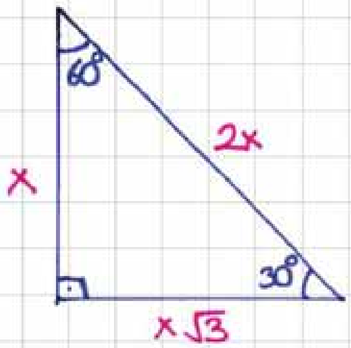


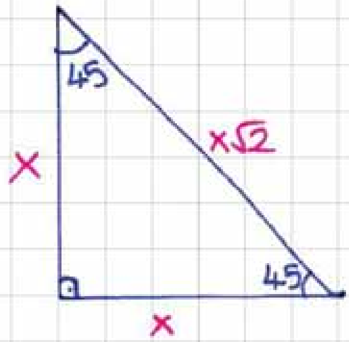
A noktasından kaleye şut çeken futbolcunun şutu direkten dönerek B noktasındaki futbolcuya gelmektedir. A noktası ile topun direğe değdiği nokta arasındaki mesafe 25 m dir.

Buna göre A ile B arasındaki mesafe kaç metredir. ($\tan 37° \cong 3/4$)

Çözüm

Hatırlatma !





30°, 45° ve 60° nin trigonometrik değerlerini bu üçgenleri kullanarak bulabiliriz.

$\sin 30° =$ $\quad$ $\cos 30° =$

$\sin 45° =$ $\quad$ $\cos 45° =$

$\sin 60° =$ $\quad$ $\cos 60° =$

$\tan 30° =$ $\quad$ $\cot 30° =$

$\tan 45° =$ $\quad$ $\cot 45° =$

$\tan 60° =$ $\quad$ $\cot 60° =$

ÖDEV 1

1) 15275 saniyelik açıyı, derece dakika saniye cinsinden yazınız.

2) $\begin{array}{r} 25^\circ \; 43' \; 55'' \\ +\; 49^\circ \; 14' \; 53'' \\ \hline \end{array}$ işleminin sonucunu bulunuz.

3) 330° yi radyan türünden yazınız.

4) $\frac{7\pi}{6}$ radyanı derece cinsinden yazınız.

5) 1590° nin esas ölçüsünü bulunuz.

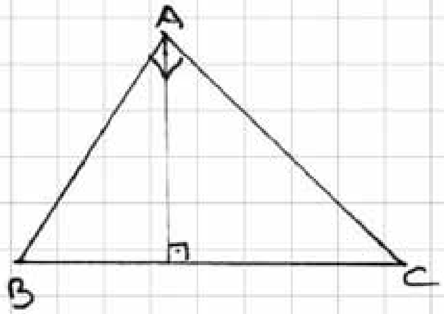
6) $\frac{-83\pi}{7}$ nin esas ölçüsünü bulunuz.

7) x dar açı olmak üzere

$\sin x = \frac{3}{4}$ ise $\tan x$ kaçtır?

8) $\frac{\sin 73^\circ}{\cos 17^\circ} + 2 \cdot \tan 12 \cdot \tan 78$ işleminin sonucu kaçtır?

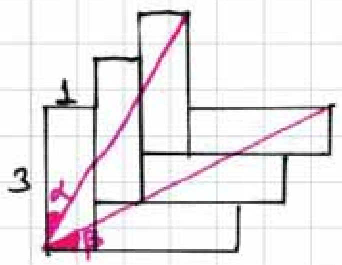
9)



$|BC| = 1$ ise

$|AD|$ uzunluğunu bulunuz.

10)



Şekildeki dikdörtgenler eşittir.

$\tan\alpha + \cot\beta = ?$

Sadeleştirme Soruları

Örnek 27

$\dfrac{\cos^2 x}{1-\sin x}$ ifadesinin en sade şeklini bulunuz.

Çözüm

Örnek 28

$\tan x . \cos x$ ifadesinin en sade şeklini bulunuz.

Çözüm

Örnek 29

$\dfrac{\sin^2 x}{1-\cos x} + \dfrac{\sin^2 x}{1+\cos x}$ ifadesinin en sade şeklini bulunuz.

Çözüm

Örnek 30

$\dfrac{1}{\sin x} - \dfrac{\sin x}{1+\cos x}$ ifadesinin en sade şeklini bulunuz.

Çözüm

Örnek 31

$$\left(\operatorname{cosec} x - \cot x\right)^2 \cdot \frac{1+\cos x}{1-\cos x}$$

ifadesinin en sade şeklini bulunuz.

Çözüm

Örnek 32

x dar açı,

$$\sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}} - \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$$

ifadesinin en sade şeklini bulunuz.

Çözüm

Örnek 33

$$\frac{2.\sin x + 3\cos x}{5.\sin x - \cos x} = \frac{2}{3}$$ olduğuna

göre $\tan x$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 34

$x = \sin\alpha - 1$

$y = \cos\alpha + 2$

olmak üzere x ile y arasındaki bağıntıyı bulunuz.

Çözüm

Örnek 35

$a = \sin x$

$b = \cos x$

olmak üzere, $a^6 + 3a^2b^2 + b^6$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

Örnek 36

Çözüm

x dar açı,

$\sqrt{1+2.\sin x.\cos x} = \dfrac{1}{3}$ ise,

$\sin x + \cos x$ kaçtır?

Örnek 37

Çözüm

$\sin^2 1 + \sin^2 2 + \sin^2 3 + \ldots + \sin^2 89$

toplamını bulunuz.

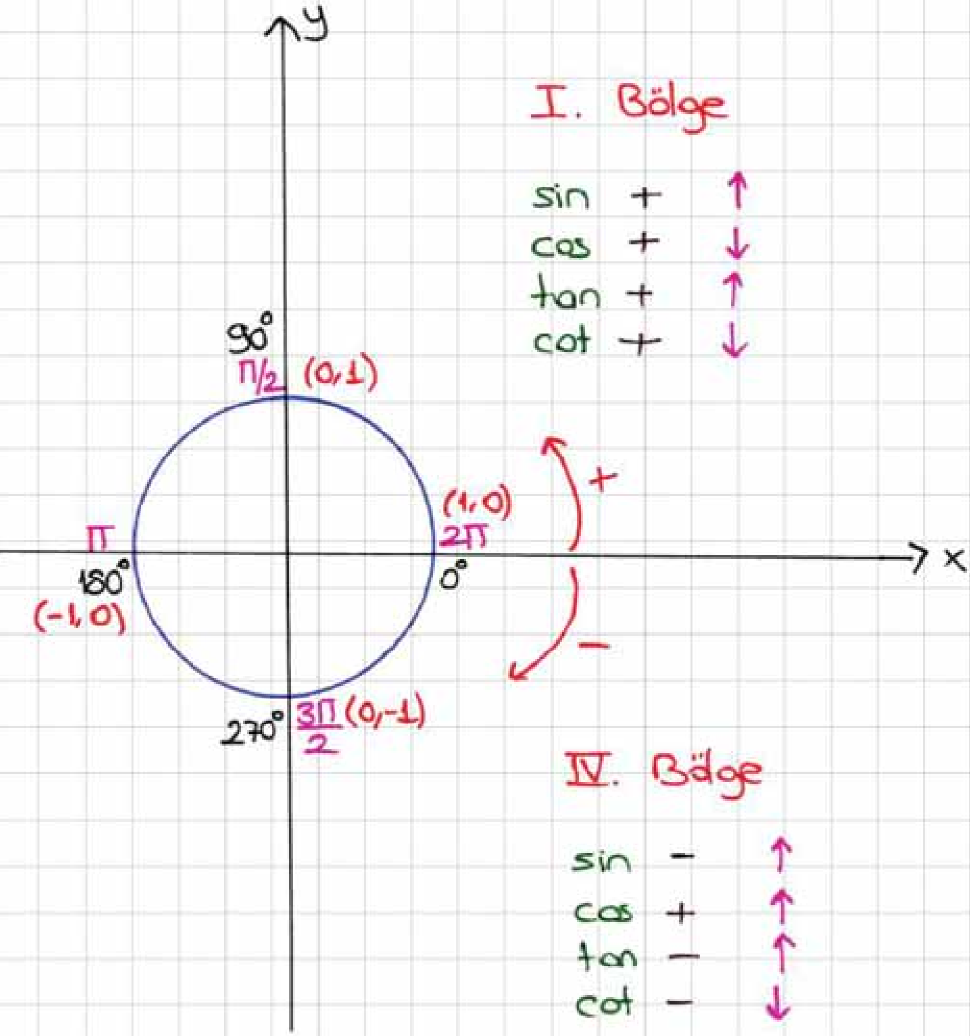
Örnek 38

Çözüm

$\cot 4 . \cot 6 . \cot 8 . \cot 10 . \ldots . \cot 86$

çarpımını bulunuz.

BİRİM ÇEMBER



II. Bölge

sin	+	↓
cos	−	↓
tan	−	↑
cot	−	↓

I. Bölge

sin	+	↑
cos	+	↓
tan	+	↑
cot	+	↓

III. Bölge

sin	−	↓
cos	−	↑
tan	+	↑
cot	+	↓

IV. Bölge

sin	−	↑
cos	+	↑
tan	−	↑
cot	−	↓

↑ : Açı değeri arttıkça fonksiyon değeri artar.

↓ : Açı değeri arttıkça fonksiyon değeri azalır.

➡ Birim çemberin denklemi ⟹ $\boxed{x^2+y^2=1}$

➡ $-1 \leq \sin x \leq 1$

$-1 \leq \cos x \leq 1$

Sinüs ve cosinüs fonksiyonlarının alabileceği en küçük değer -1, en büyük değer 1 dir.

Örnek 39

$(a-2)x^2+(b+1)y^2=1$ denklemi birim çember belirttiğine göre $a+b$ toplamı kaçtır?

Çözüm

Örnek 40

$A\left(\frac{3}{5}, y\right)$ noktası, birim çember üzerinde ise y'nin alabileceği pozitif değer kaçtır?

Çözüm

Örnek 41

$A=3.\sin x-1$ olmak üzere A'nın en büyük ve en küçük tamsayı değerlerini bulunuz.

Çözüm

Örnek 42

$A = 2 - 5\cos x$ olmak üzere, A'nın alabileceği en büyük ve en küçük tamsayı değerlerini bulunuz.

Çözüm

Örnek 43

$a = \sin 135°$

$b = \cos 220°$

$c = \tan 72°$

$d = \cot 315°$

trigonometrik ifadelerin işaretlerini bulunuz.

Çözüm

Örnek 44

$a = \sin 42°$

$b = \sin 73°$

$c = \sin 18°$

$d = \sin 34°$

Trigonometrik ifadeleri, küçükten büyüğe sıralayınız.

Çözüm

Örnek 45

$a = \cos 6°$
$b = \cos 52°$
$c = \cos 53°$
$d = \cos 23°$

Trigonometrik ifadeleri küçükten büyüğe sıralayınız

Çözüm

Örnek 46

$a = \sin 20°$
$b = \cos 40°$
$c = \tan 46°$
$d = \cot 15°$

Trigonometrik ifadeleri küçükten büyüğe sıralayınız.

Çözüm

Örnek 47

$\pi < a < b < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere

aşağıdakilerden hangisi yada hangileri doğrudur?

I. $\sin a < \sin b$
II. $\cos a < \cos b$
III. $\tan a < \tan b$
IV. $\cot a < \cot b$
V. $\tan a < \cos b$

Çözüm

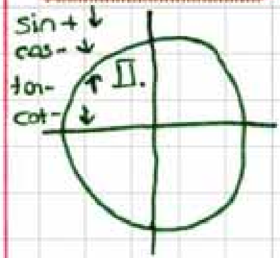
Çözümlü Örnekler

$\frac{\pi}{2} < x < y < \pi$ olmak üzere,

aşağıdakilerden hangisi yada hangileri doğrudur?

I. $\sin x < \sin y$
II. $\cos x > \cos y$
III. $\tan x < \tan y$
IV. $\cot x < \cot y$
V. $\tan x < \sin y$

Çözüm



I. yanlış (2. bölgede acı arttıkça sinüs azalır)

II. doğru (Acı değeri arttıkça cos azalır)

III. doğru (Acı değeri arttıkça tanjant artar)

IV. yanlış (Acı değeri arttıkça cot azalır)

V. doğru (Tan (−), sin (+))

Örnek 48

$\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere, $\tan x = \frac{3}{4}$

ise $\sin x + \cos x$ toplamı kaçtır?

Çözüm

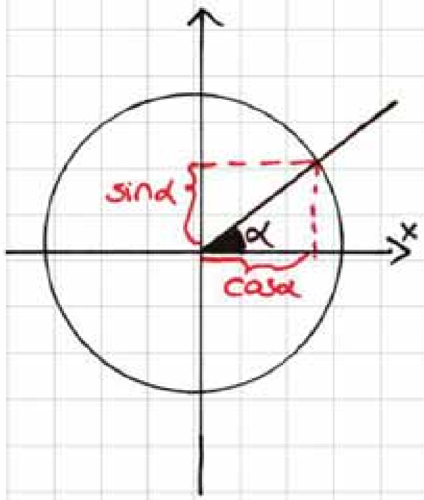
Örnek 49

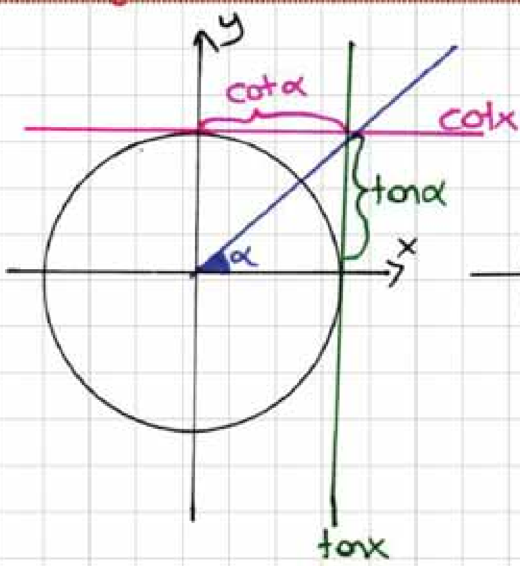
$\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

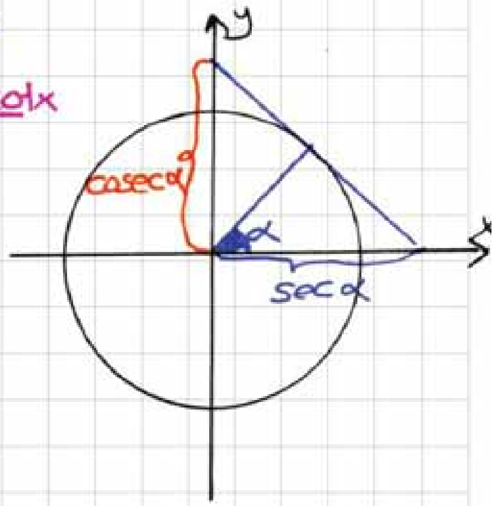
$\sin x = \frac{5}{13}$ ise $\tan x + \cos x$ toplamı kaçtır?

Çözüm

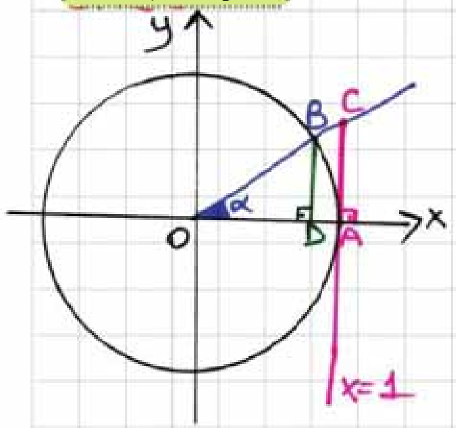
Trigonometrik Fonksiyonların Birim Çemberde Gösterilmesi







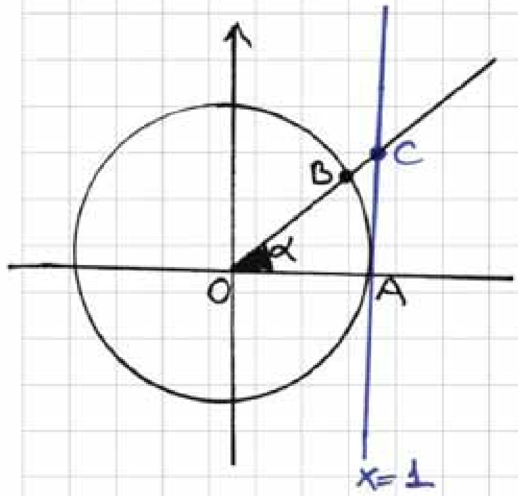
Örnek 50



|AD| uzunluğunu bulunuz.

Çözüm

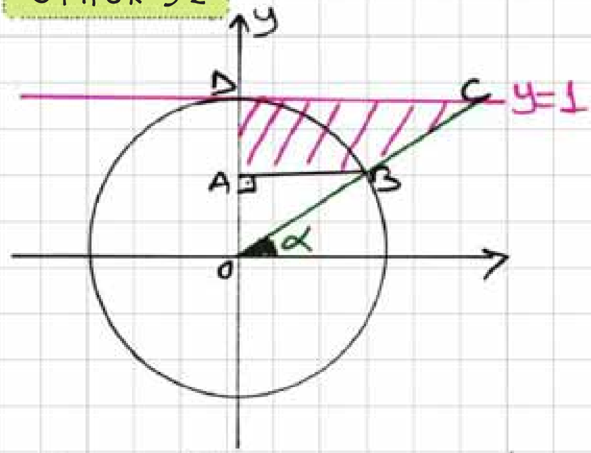
Örnek 51



|BC| uzunluğunu bulunuz.

Çözüm

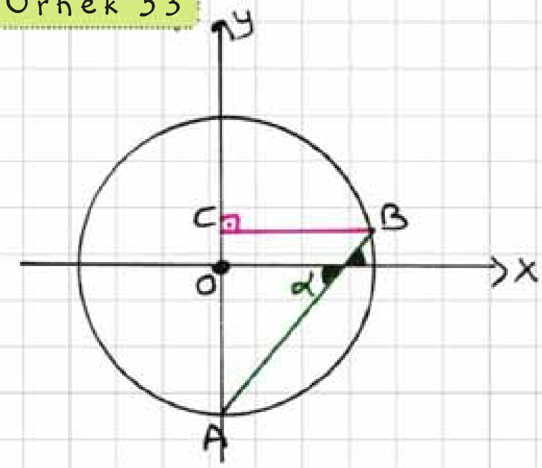
Örnek 52



ABCD dik yamuğunun alanını bulunuz.

Çözüm

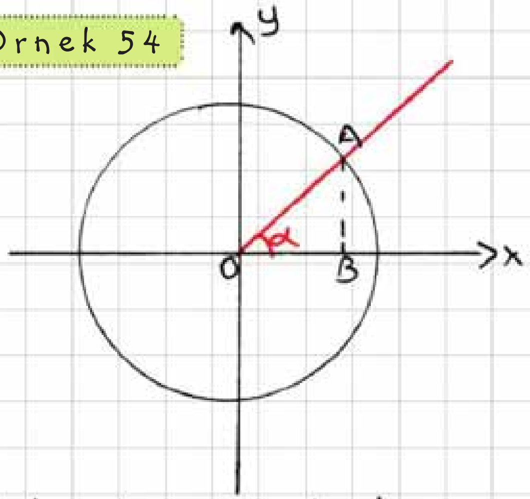
Örnek 53



Yukarıdaki birim çemberde |BC| kaçtır?

Çözüm

Örnek 54



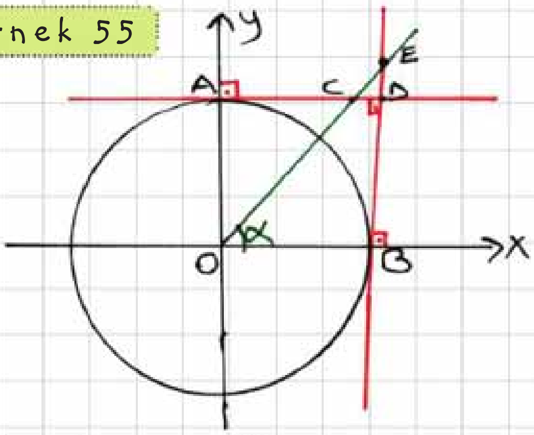
Verilen birim çemberde

$$\frac{2.|AB| + 3|OB|}{5.|AB| - |OB|} = \frac{2}{3}$$ ise

$\tan\alpha = ?$

Çözüm

Örnek 55

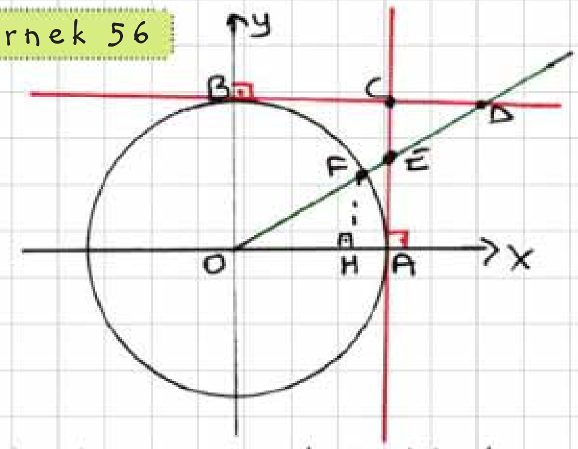


Verilen birim çemberde

$$\frac{1}{1-|EB|} + \frac{1}{1-|AC|}$$ ifadesinin eşiti kaçtır?

Çözüm

Örnek 56



Verilen birim çemberde $|OH| + |FH| = m$,

$$\frac{|FH|}{1+|BD|} + \frac{|OH|}{1+|AE|}$$ ifadesinin m türünden

Çözüm

İNDİRGEME

Tüm açıları 1. bölgeye indirgeyerek işlem yapabiliriz.

$0° \mp \alpha$, $90 \mp \alpha$, $180 \mp \alpha$, $270 \mp \alpha$ açıların trigonometrik değerlerin bulunuşu:

1) İşaret bulunur. (Bölge bulunur)

2) İsim bulunur.

$0°$ ve $180°$ de isim değişmez.
$90°$ ve $270°$ de isim değişir. $\left(\begin{array}{l} \sin \longleftrightarrow \cos \\ \tan \longleftrightarrow \cot \end{array}\right)$

3) α (açı) yazılır.

Çözümlü Örnekler

$\sin 120°$ kaçtır?

Çözüm

I. Yol $\sin 120° = \sin(180° - \underbrace{60°}_{\alpha})$

1) 2. bölgede sinüs (+)
2) $180°$ de isim değişmez
3) Açımız $60°$ dir

$= +\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

II. Yol $\sin 120° = \sin(90 + \underbrace{30}_{\alpha})$

1) 2. bölgede sinüs (+)
2) $90°$ de isim değişir. $\sin \to \cos$
3) Açımız $30°$ dir.

$= +\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin(-x) = -\sin x$

$\cos(-x) = \cos x$

$\tan(-x) = -\tan x$

$\cot(-x) = -\cot x$

Örnek 57 Aşağıdaki ifadelerin eşitini bulunuz.

$\sin 210^\circ =$

$\cos 330^\circ =$

$\tan 225^\circ =$

$\cot 150^\circ =$

$\sin 3720^\circ =$

$\cos 855^\circ =$

$\sin(-30^\circ) =$

$\cos(-140^\circ) =$

$\tan(-283^\circ) =$

$\cot(-140^\circ) =$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) =$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) =$

$\sin(\pi+\alpha) =$

$\sin(\pi-\alpha) =$

$\cos\left(\frac{3\pi}{2}+m\right) =$

$\cot\left(\frac{3\pi}{2}-t\right) =$

$\tan(\pi-a) =$

$\cos\left(\frac{17\pi}{2}+m\right) =$

$\sin\left(\frac{23\pi}{2}-k\right) =$

$\tan(57\pi+m) =$

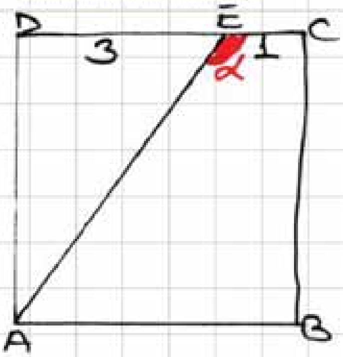
$\cot(188\pi-\alpha) =$

$\sin(-\pi+\alpha) =$

$\cos\left(-\frac{3\pi}{2}+\alpha\right) =$

$\cot\left(-\frac{7\pi}{2}+m\right) =$

Örnek 58



ABCD kare

$\cos\alpha = ?$

Çözüm

Örnek 59

$\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$\cot\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \frac{3}{4}$ olduğuna göre,

$\cot x + \sin x$ toplamı kaçtır?

Çözüm

Örnek 60

$\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$\sin x = \frac{2}{5}$ olduğuna göre,

$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \cot(\pi + x)$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 61

$a+b=\frac{\pi}{2}$ olduğuna göre,

$\sin(2a+3b)$ nin eşiti kaçtır?

Çözüm

Örnek 62

$\alpha+\beta=18^\circ$ olmak üzere,

$\cos(5\alpha+4\beta)=\frac{3}{5}$ olduğuna göre

$\tan\beta$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 63

$$\left.\begin{array}{l} a=\sin 220^\circ \\ b=\cos 310^\circ \\ c=\sin 135^\circ \\ d=\cos 147^\circ \end{array}\right\}$$

ifadelerini küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

Çözüm

Örnek 64

$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$\cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = 2$ ise

$\sin(\pi+\alpha) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \cot(\pi+\alpha)$

ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

Örnek 65 $\tan 20° = a$ olmak üzere,

$$\frac{\tan 160° - \tan 110°}{1 - \tan 160° \cdot \cot 110°}$$ ifadesinin

eşitini bulunuz.

Çözüm

Örnek 66 $24x = \pi$ olmak üzere,

$\frac{\cot 5x}{\tan 7x} + \frac{\sin 11x}{\sin 13x}$ ifadesinin eşitini

bulunuz.

Çözüm

ÖDEV 2

1) $a = -2 + \sin x$, $b = 3 - \cos x$ olmak üzere a ile b arasındaki ilişkiyi bulunuz.

2) $\dfrac{1}{1+\cot x} + \dfrac{1}{1+\tan x}$ ifadesinin en sade şeklini bulunuz.

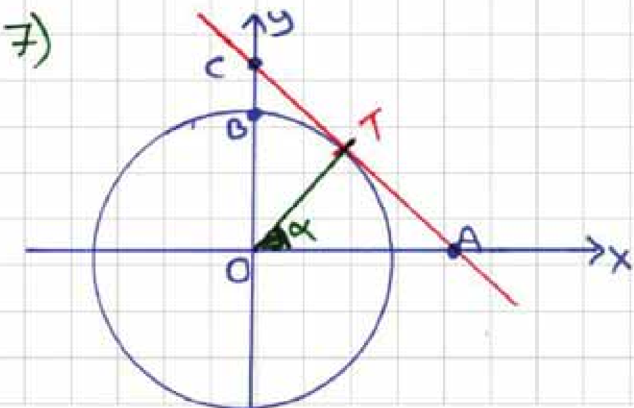
3) $A\left(-\frac{1}{3}, b\right)$ noktası birim çember üzerinde olduğuna göre b'nin alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

4) $A = 5 - 2\sin x$, $B = -2 + 7\cos x$ A ve B tamsayı ise A+B toplamı en fazla kaçtır?

5)
$a = \sin 142^\circ$
$b = \cos 147^\circ$
$c = \tan(-143^\circ)$
$d = \cot 317^\circ$
Trigonometrik değerlerin işaretlerini bulunuz.

6)
$a = \sin(-12)^\circ$
$b = \cos(-36)^\circ$
$c = \tan(-72)^\circ$
$d = \cot(-12)^\circ$
Trigonometrik değerlerini küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

7)

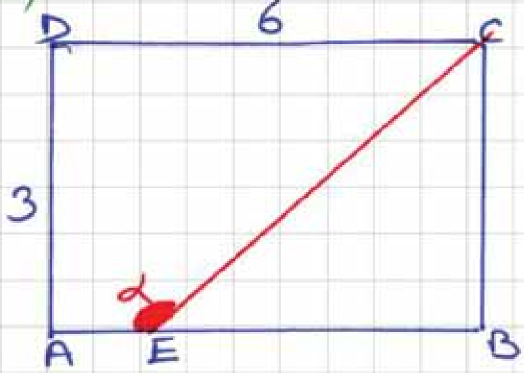


$|BC|$ uzunluğunun trigonometrik gösterimini bulunuz.

8) $\tan x + \cot x = 2$ ise $\tan^2 x + \cot^2 x$ kaçtır?

9) $$\frac{\sin(3\pi - x) + \cos(3\pi/2 + x)}{\tan(\pi + x)} = ?$$

10)



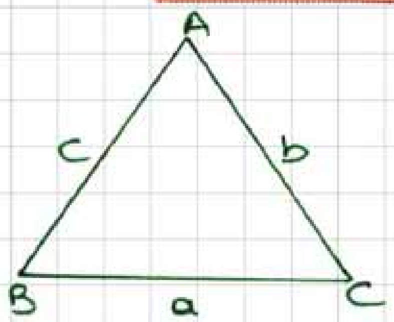
ABCD dikdörtgen

$2|AE| = |EB|$ ise

$\cos\alpha$ kaçtır?

ÖĞRETMENİM DİYOR Kİ:

Kosinüs Teoremi

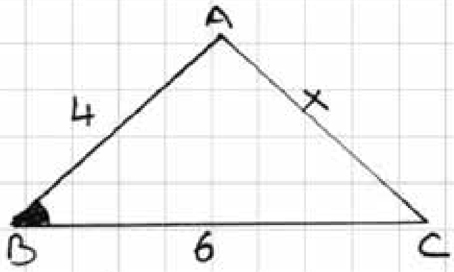


$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b.c.\cos\hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2.ac.\cos\hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a.b.\cos\hat{C}$$

Örnek 67



Şekildeki ABC üçgeninde

$|AB| = 4$, $|BC| = 6$, $m(\widehat{ABC}) = 60°$

ise $|AC| = x = ?$

Çözüm

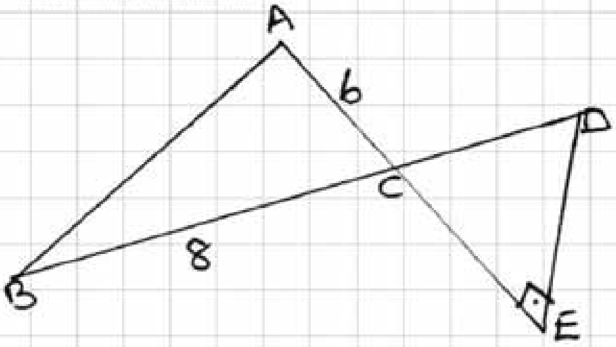
Örnek 68 Kenar uzunlukları a, b, c olan üçgende; $a^2 - b^2 = c^2 + c.b$ bağıntısı varsa $m(\hat{A})$ kaç derecedir?

Çözüm

Örnek 69 Kenar uzunlukları a, b, c olan üçgende; $(b-c)(b+c) = a^2 + \sqrt{3}.a.c$ bağıntısı varsa $m(\hat{B})$ kaç derecedir?

Çözüm

Örnek 70



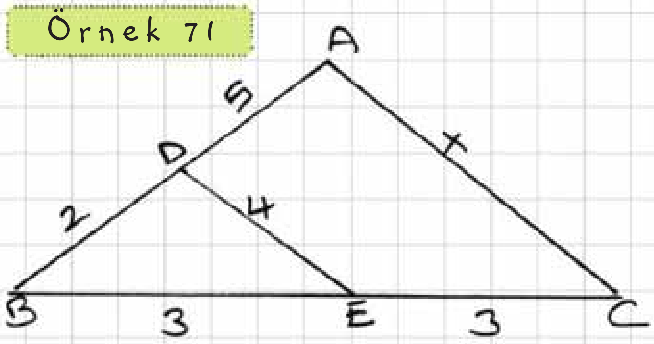
$|AC| = 6$

$|BC| = 8$

$\dfrac{|EC|}{|CD|} = \dfrac{2}{3}$ ise $|AB|^2 = ?$

Çözüm

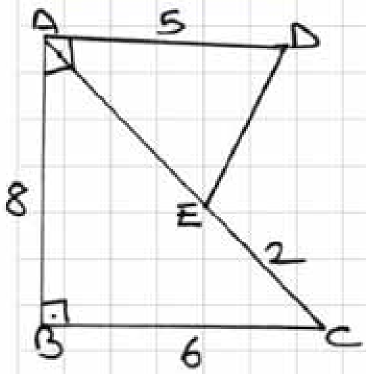
Örnek 71



Şekilde verilenlere göre $|AC| = x = ?$

Çözüm

Örnek 72



$[AD] \perp [AB]$

$[AB] \perp [BC]$

$|AD| = 5$

$|AB| = 8$

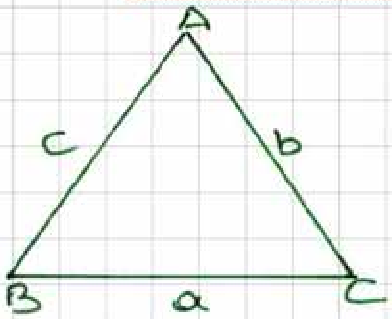
$|BC| = 6$

$|EC| = 2$

ise $|DE|$ kaçtır?

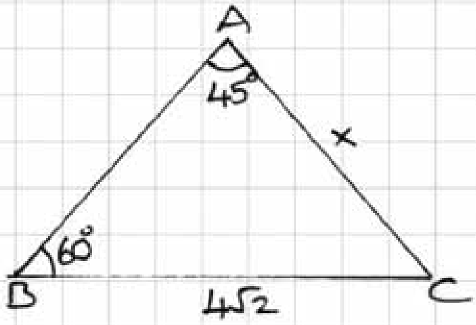
Çözüm

Sinüs Teoremi



$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

Örnek 73



$|BC| = 4\sqrt{2}$

$m(B\widehat{A}C) = 45°$

$m(A\widehat{B}C) = 60°$

$|AC| = x = ?$

Çözüm

Örnek 74

Bir ABC üçgeninde $\dfrac{\sin \hat{B}}{\sin \hat{C}} = \dfrac{2}{3}$,

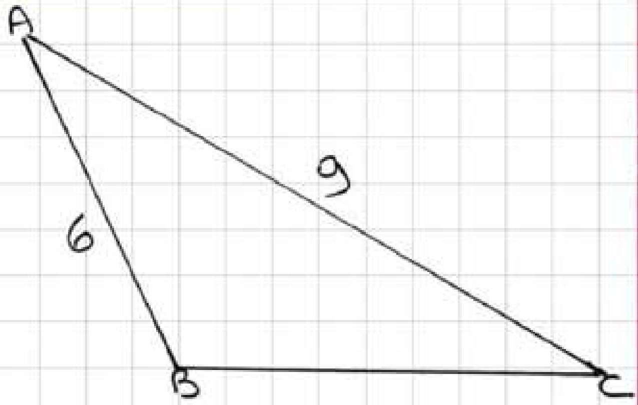
kenarlar arasında,

$2b + c = 14$ bağıntısı varsa

$c = ?$

Çözüm

Örnek 75



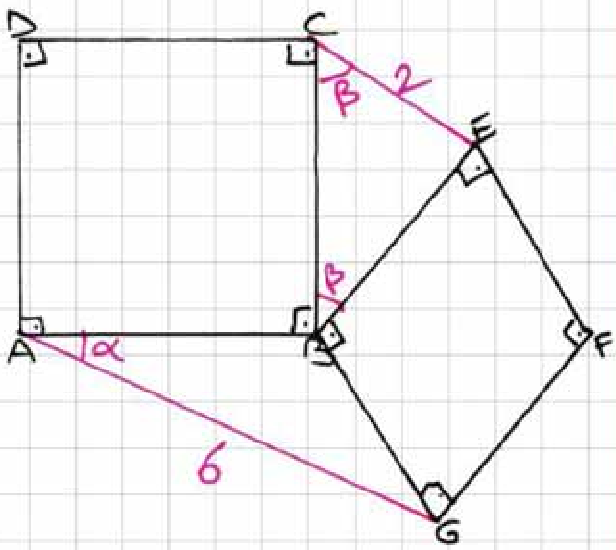
$m(\hat{B}) = 90° + m(\hat{C})$

$|AB| = 6$

$|AC| = 9$ ise $\tan(\hat{C})$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 76



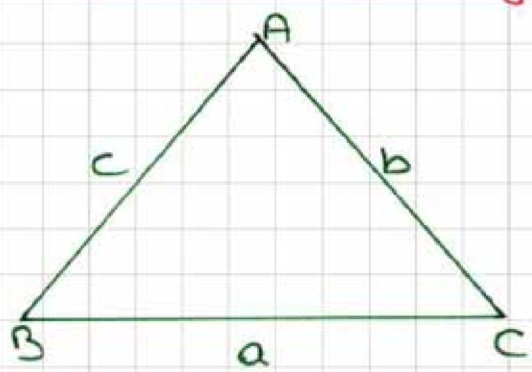
ABCD ve BEFG birer karedir.

$|CE| = 2$

$|AG| = 6$ ise $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ kaçtır?

Çözüm

Sinüs Yardımıyla Alan Hesabı

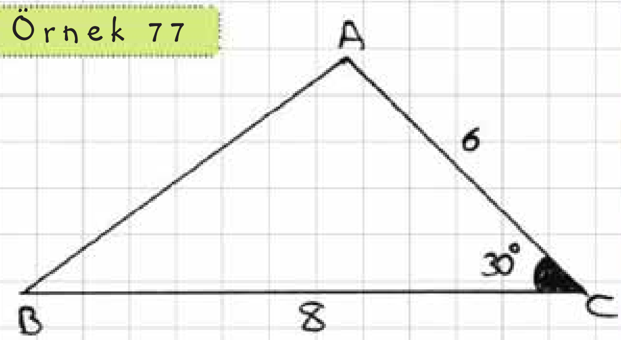


$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \sin \hat{C}$$

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \sin \hat{B}$$

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \sin \hat{A}$$

Örnek 77



$|AC| = 6$

$|BC| = 8$

$m(\widehat{ACB}) = 30°$ ise Alan$(\overset{\triangle}{ABC})$ kaçtır?

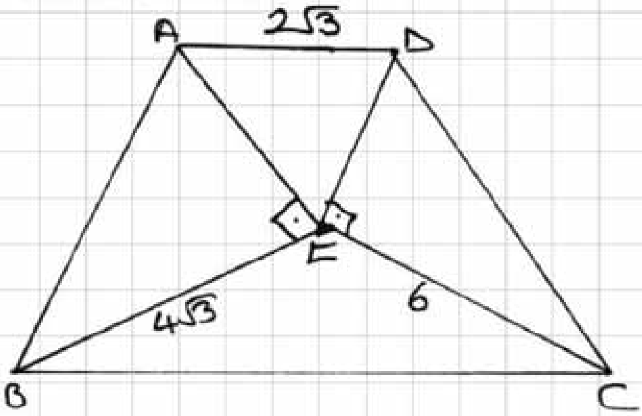
Çözüm

Örnek 78

Bir ABC üçgeninde, $|AB| = 4\sqrt{2}$, $|BC| = 6$ ve $\cos(\hat{B}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ise, Alan $(\overset{\triangle}{ABC})$ kaçtır?

Çözüm

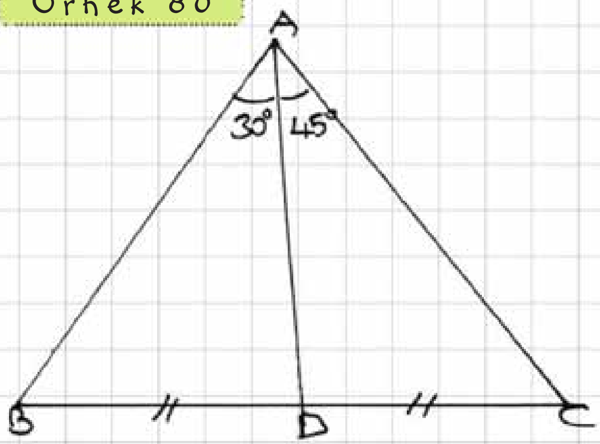
Örnek 79



AEB ve DEC ikizkenar dik üçgendir. Buna göre $A(\overset{\triangle}{AED}) = ?$

Çözüm

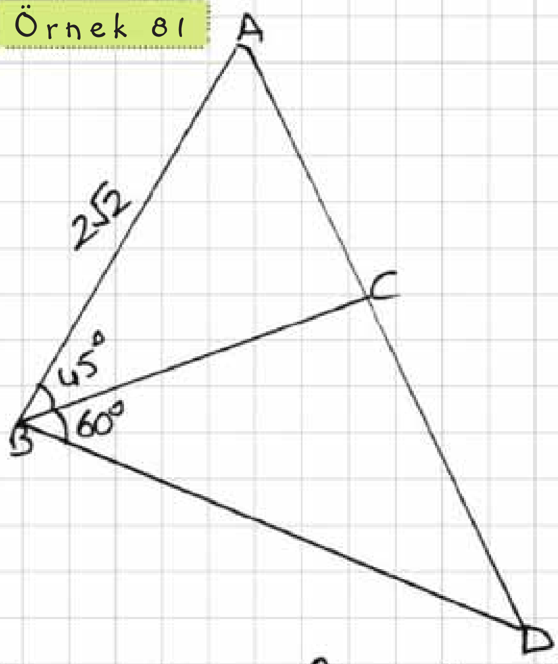
Örnek 80



Şekilde verilenlere göre, $\frac{|AB|}{|AC|}$ oranı kaçtır?

Çözüm

Örnek 81



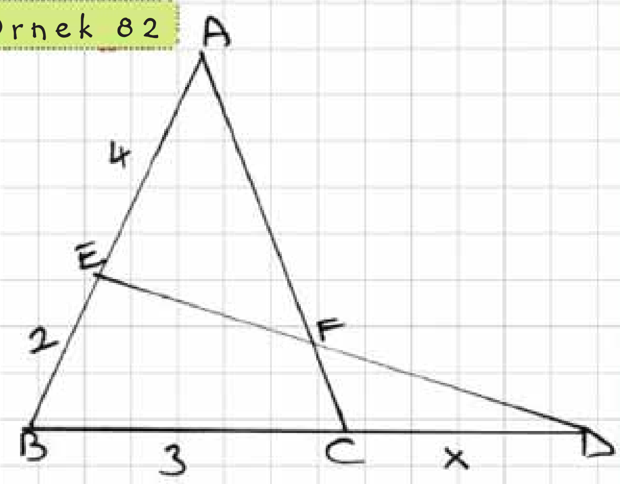
$|AB| = 2\sqrt{2}$, $m(\widehat{ABC}) = 45°$, $m(\widehat{CBD}) = 60°$

$4A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{ABD})$ olduğuna göre,

$|BD| = ?$

Çözüm

Örnek 82



$A(\overset{\triangle}{AEF}) = A(\overset{\triangle}{FCD})$ ise,

x- kaçtır?

Çözüm

PERİYOD

Her x için $f(x+T)=f(x)$ ise f fonksiyonunun periyodu T dir.

sinüsün periyodu : 2π,

cosinüsün periyodu : 2π

tanjantın periyodu : π

cotanjantın periyodu : π

Genel olarak ;

1) $f(x)=\sin^n(ax+b)$

$f(x)=\cos^n(ax+b)$ fonksiyonlarının periyodu ;

n tek ise $T=\dfrac{2\pi}{|a|}$

n çift ise $T=\dfrac{\pi}{|a|}$

2) $f(x)=\tan^n(ax+b)$

$f(x)=\cot^n(ax+b)$ fonksiyonlarının periyodu ;

n tek yada çift ise $T=\dfrac{\pi}{|a|}$

Örnek 83 Aşağıdaki fonksiyonlarının periyodunu bulunuz.

a) $f(x) = \sin(2x-3)$

b) $f(x) = 3 \cdot \cos(-4x+2)$

c) $f(x) = \tan\left(\frac{2x}{3} - 1\right)$

d) $f(x) = -2\cot\left(-\frac{x}{2} + 1\right)$

e) $f(x) = 5\sin^3(-5x+1)$

f) $f(x) = -\cos^4\left(\frac{3x}{2} + \pi\right)$

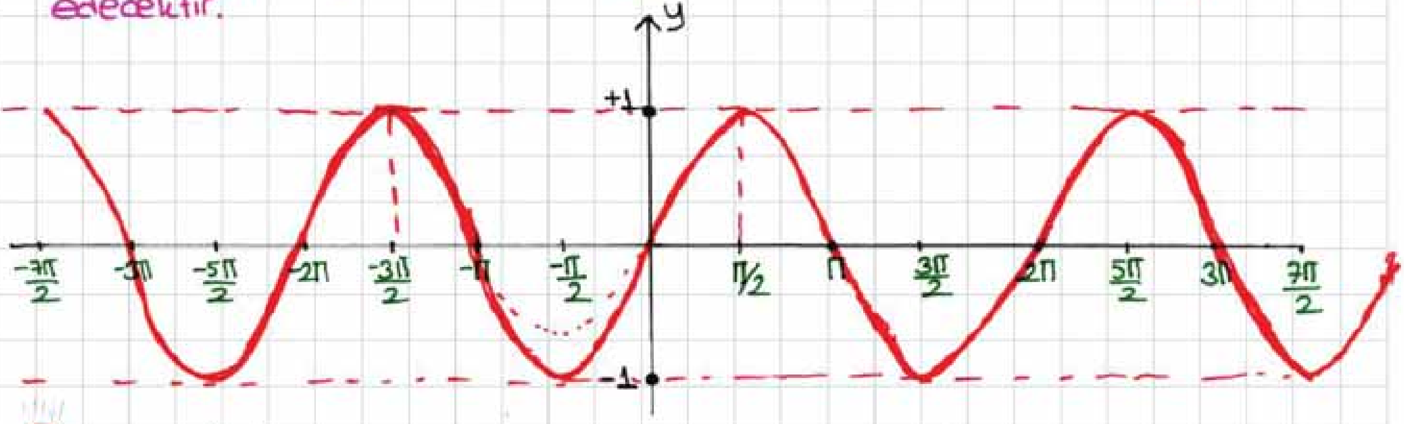
g) $f(x) = 2 \cdot \tan^5\left(\frac{-2x+1}{3}\right)$

h) $g(x) = -6 \cdot \cot^2\left(\frac{-3x+1}{2} + \frac{3\pi}{2}\right)$

Sinüs Fonksiyonunun Grafiği

x	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π	$\ldots$
$y=\sin x$	0	1	0	-1	0	

➡ $\sin x$ in periyodu 2π olduğundan her 2π aralıkta fonksiyon tekrar edecektir.



Sinüs fonksiyonunun grafiği, orjine göre simetriktir

Örnek 84 $x \in [0, 2\pi]$ aralığında,

$f(x) = 3\sin x + 2$ fonksiyonunun

grafiğini çiziniz.

Çözüm

Örnek 85 $f: [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$,

$f(x) = 3 - \sin x$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm

Örnek 86 $f: [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$,

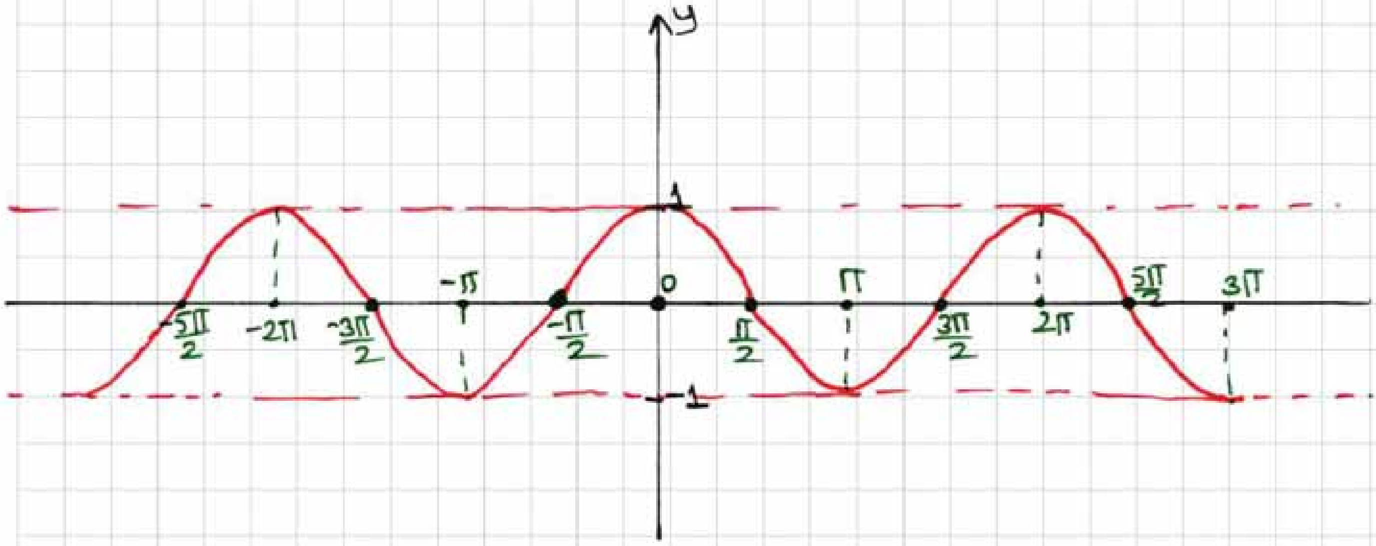
$f(x) = \sin 2x + 3$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm

Kosinüs Fonksiyonunun Grafiği

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	- - -
$y=\cos x$	1	0	-1	0	1	- - -

cosx in periyodu 2π olduğundan her 2π aralıkta fonksiyon tekrar edecektir.



Cosinüs fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetriktir.

Örnek 87 $f: [0, 2\pi] \longrightarrow \mathbb{R}$,

$f(x) = -2 \cdot \cos x + 1$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm

Örnek 88 $f : [0, \pi] \to \mathbb{R}$

$f(x) = \cos 3x - 1$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

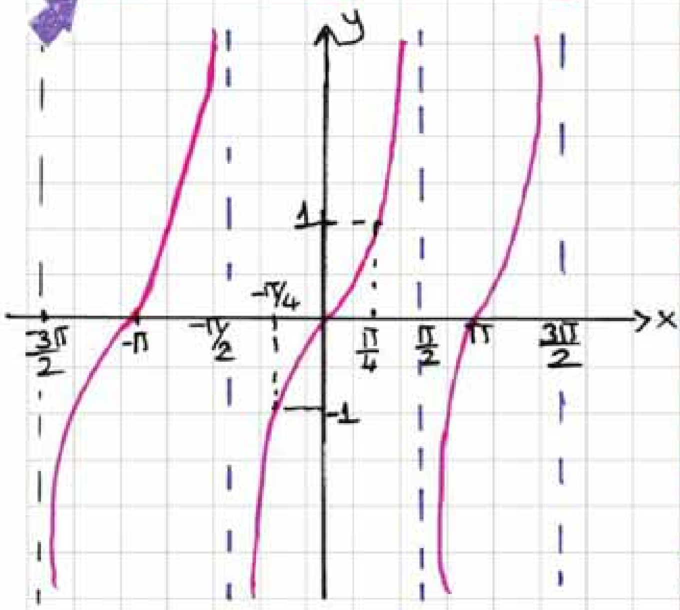
Çözüm

Örnek 89 $f : [0, \pi] \to \mathbb{R}$

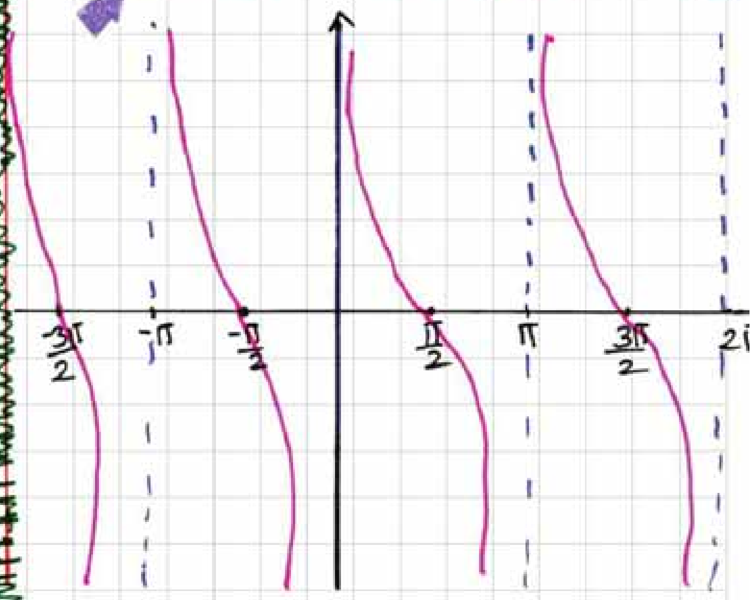
$f(x) = \cos \frac{x}{2} + 1$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm

Tanjant Fonksiyonunun Grafiği



Kotanjant Fonksiyonun Grafiği



Örnek 90 $f : [0, \pi] \to R$,

$f(x) = -\tan x + 1$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Örnek 91 $f : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{R}$,

$f(x) = \cot 2x$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

Arcsin Fonksiyonu

$\sin : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \longrightarrow [-1, 1]$

$\arcsin : [-1, 1] \longrightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

$\boxed{\arcsin x = \alpha \iff x = \sin \alpha}$

açı

arsin eşitliğin diğer tarafına sin olarak geçer

Çözümlü Örnekler

$\arcsin \frac{1}{2}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

$\arcsin \frac{1}{2} = \alpha$

sin

$\frac{1}{2} = \sin \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$

Çözümlü Örnekler

$\arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

$\arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \alpha$

sin

$-\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \alpha$

$\Downarrow$

$\alpha = -\frac{\pi}{4}$

Örnek 92

Çözüm

$\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Örnek 93

Çözüm

$\tan(\arcsin x)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Örnek 94

Çözüm

$\cot\left(\arcsin \frac{3}{5}\right)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Arccos Fonksiyonu

$\cos : [0, \pi] \longrightarrow [-1, 1]$

$\arccos : [-1, 1] \longrightarrow [0, \pi]$

$\arccos x = \alpha \iff \cos\alpha = x$

açı

➡ arccos eşitliğin diğer tarafına cos olarak geçer.

Arctan Fonksiyonu

$\tan : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \longrightarrow \mathbb{R}$

$\arctan : R \longrightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

$\arctan x = \alpha \iff \tan\alpha = x$

açı

➡ arc tan esitliğin diğer tarafına tan olarak geçer.

Arcot Fonksiyonu

$\cot : [0, \pi] \longrightarrow \mathbb{R}$

$\text{arcot} : \mathbb{R} \longrightarrow [0, \pi]$

$\text{arccot}\, x = \alpha \iff \cot\alpha = x$

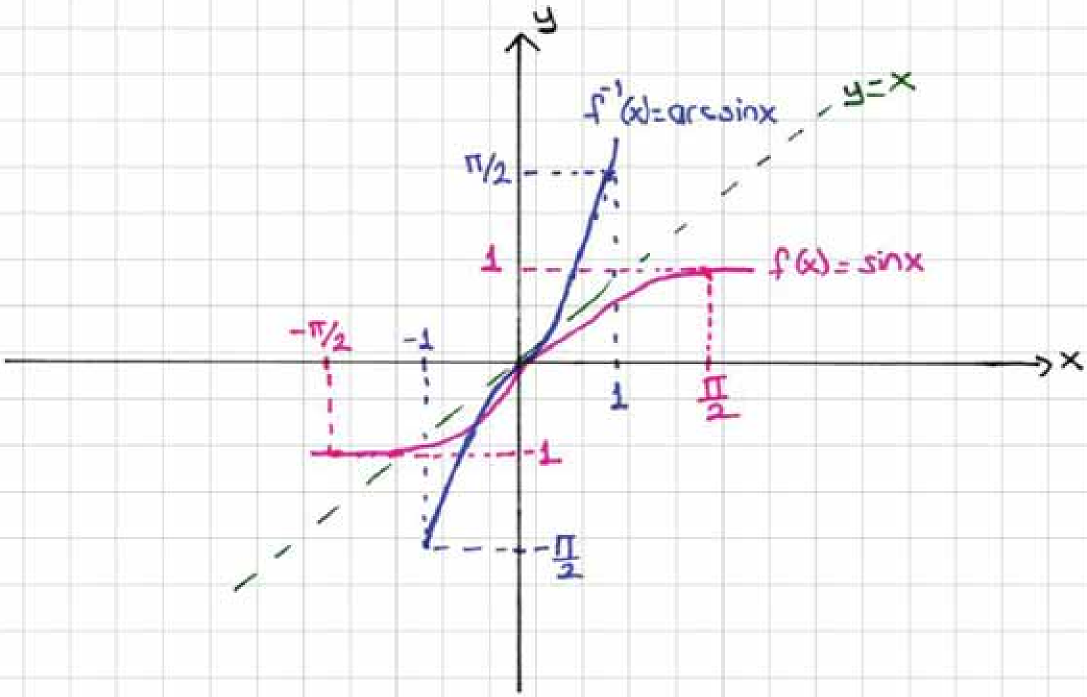
➡ arc cot esitliğin diğer tarafına cot olarak geçer.

Örnek 95

$\cot\left(\frac{\pi}{2} + \arcsin\frac{1}{3}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

NOT Arcsinx fonksiyonunun grafiği, sinx fonksiyonunun y=x doğrusuna göre simetriktir.



Örnek 96 $\cos(\arctan 2)$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

Örnek 97 $\tan\left(\operatorname{arccot}\frac{1}{2}\right)$ işleminin sonucu kaçtır.

Çözüm

Örnek 98 $\cos\left(\frac{3}{2}+\arctan 1\right)$ işleminin sonucu kaçtır.

Çözüm

Örnek 99 $\sin(\arctan(-\sqrt{3}))$ işleminin sonucu kaçtır.

Çözüm

Örnek 100 $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \arccos(-1)\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

Örnek 101 $f(x) = \arcsin\left(\frac{2x-1}{3}\right)$

olmak üzere x'in alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?

Çözüm

Örnek 102 $\tan\left(-\frac{\pi}{2} + \arctan\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

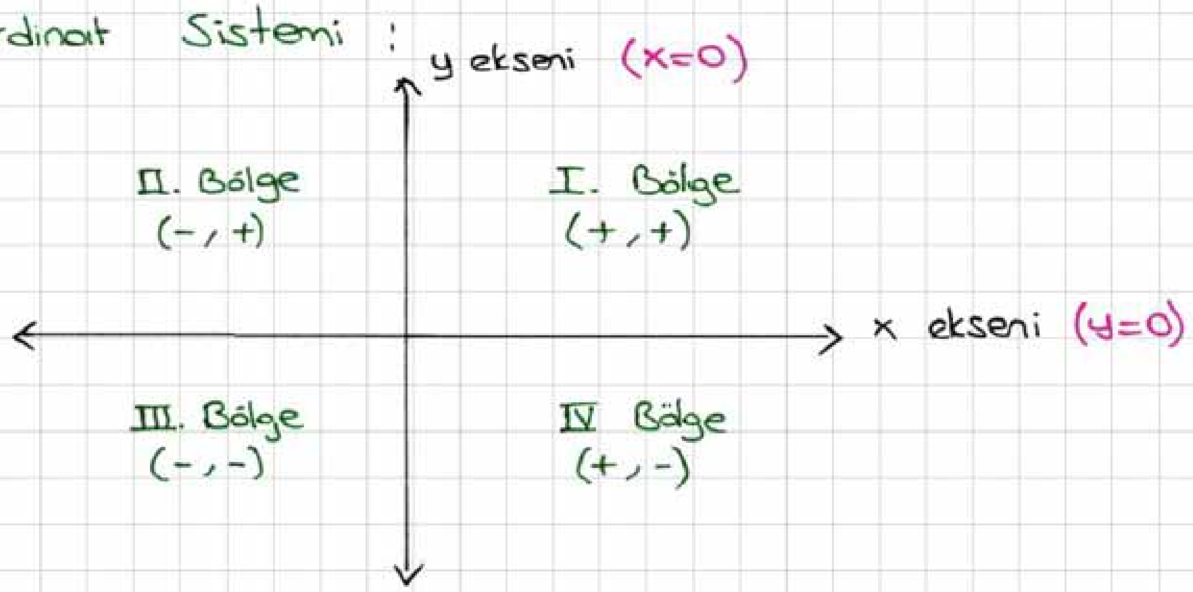
Çözüm

ÜNİTE 2

ANALİTİK GEOMETRİ

Doğrunun Analitik İncelenmesi

Koordinat Sistemi :



Yatay konumdaki sayı doğrusuna x ekseni, dikey konumdaki sayı doğrusuna y ekseni, bu doğruların belirttiği düzleme de analitik düzlem (koordinat sistemi) denir.

Analitik düzlem RxR veya R^2 şeklinde ifade edilir.

➡ $R \times R = R^2 = \{(x,y) : x \in R \text{ ve } y \in R\}$

x : 1. bileşen (Apsis)

y : 2. bileşen (Ordinat)

x ekseni ile y ekseninin kesim noktasına başlangıç noktası (orijin) denir.

Örnek 1

$A(a-3, b+4)$ noktası başlangıç noktası olduğuna göre $a+b$ toplamı kaçtır?

Çözüm

Örnek 2

$A(a-5, 5)$ ve $B(-7, b+1)$ noktaları eksenler üzerinde olduğuna göre $a+b$ toplamı kaçtır?

Çözüm

Örnek 3

$A(5-k, k+3)$ noktası x ekseni üzerinde ise A noktasının koordinatlarını bulunuz.

Çözüm

Örnek 4

$a<0$, $b>0$ olmak üzere

$A((a.b), a-b)$ noktası koordinat

düzleminde hangi bölgededir?

Çözüm

Örnek 5

$A(a, -b)$ noktası koordinat

düzleminde 3. bölgede olduğuna

göre $B\left(-ab, \frac{a}{b}\right)$ noktası kaçıncı

bölgededir?

Çözüm

Örnek 6

$A(k-5, 2k+4)$ analitik düzlemde

2. bölgede olduğuna göre k' nın

alabileceği kaç tamsayı değeri vardır?

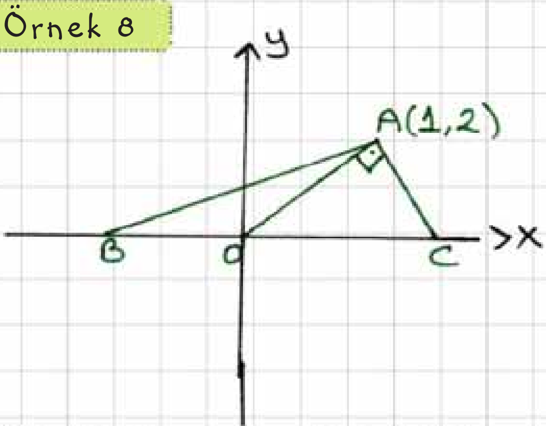
Çözüm

Örnek 7

Analitik düzlemin bir parçası yukarıda verilmiştir. Buna göre B noktasının koordinatlarını bulunuz.

Çözüm

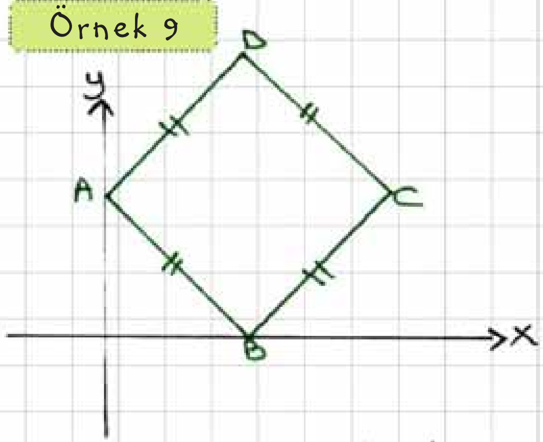
Örnek 8



$|AB| = |AC|$, $[OA] \perp [AC]$ olmak üzere B noktasının koordinatlarını bulunuz.

Çözüm

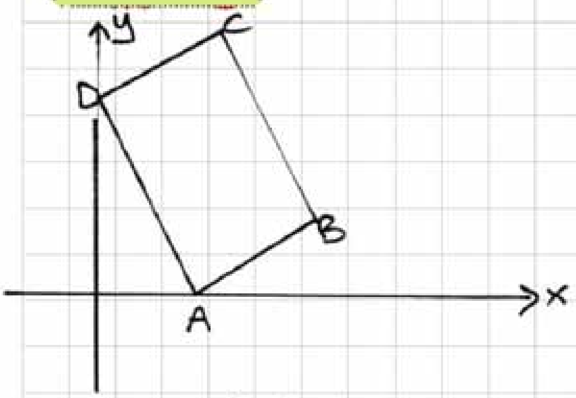
Örnek 9



ABCD kare, D(3,7) ise C noktasının koordinatlarını bulunuz.

Çözüm

Örnek 10



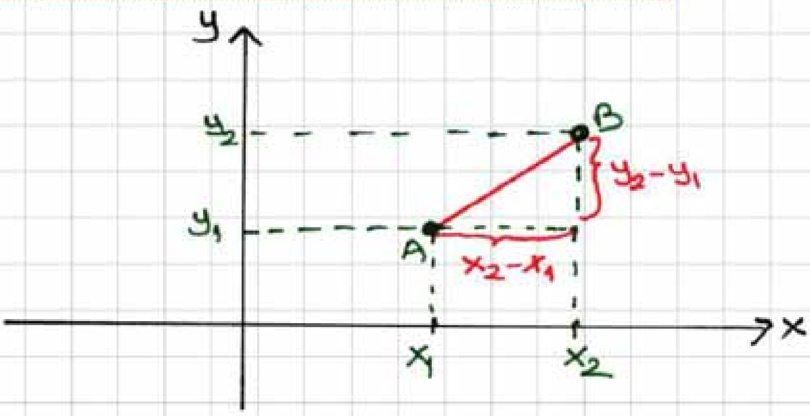
ABCD dikdörtgen,

A(2,0), D(0,8) ve 2|DC| = |AD|

olduğuna göre B noktasının koordinatlarını bulunuz.

Çözüm

İki Nokta Arasındaki Uzaklık



$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ olmak üzere; A ile B arasındaki uzaklık:

$\boxed{|AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}}$ şeklinde bulunur.

Örnek 11 A(-1,4) ve B(3-2)

noktaları arasındaki uzaklık kaç birim?

Çözüm

Örnek 12

$A(1,a)$ ve $B(4,2)$ noktaları veriliyor. $|AB| = 5$ birim olduğuna göre a'nın alabileceği değerleri bulunuz.

Çözüm

Örnek 13

$A(2,1)$ ve $B(3,-1)$ noktalarına eşit uzaklıkta olan ve x ekseni üzerinde bulunan noktanın koordinatlarını bulunuz.

Çözüm

Örnek 14

$A(1,-2)$ ve $B(4,-1)$ noktalarına eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yer denklemini bulunuz.

Çözüm

Örnek 15

A(6,15) , B(1,3), C(5,0)

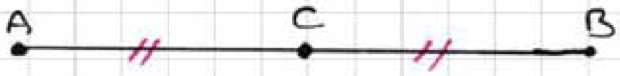
Haritada görünen BC arası 15km ise AB arası kaç km dir?

Çözüm

ÖĞRETMENİM DİYOR Kİ:

ORTA NOKTA, İÇTEN ve DIŞTAN BÖLEN

Orta Nokta



$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarının orta noktası :

$$C\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

Örnek 16

$A(-4,3)$ ve $B(2,7)$ noktalarının orta noktasının koordinatlarını bulunuz.

Çözüm

Örnek 17

$A(-1,7)$ ve $B(3,-1)$ noktalarının orta noktasının orjine olan uzaklığı kaç birimdir?

Çözüm

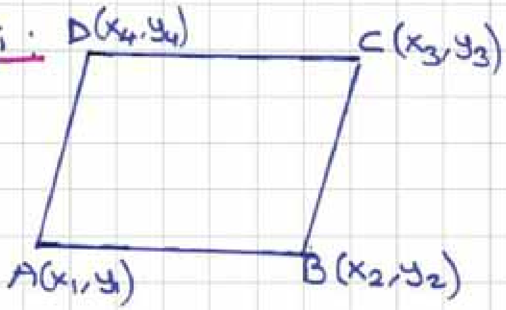
Örnek 18

$A(4, k-3)$ ve $B(-2, k+5)$ noktalarının orta noktası x ekseni üzerinde olduğuna göre, A noktasının x eksenine olan uzaklığı kaç birimdir?

Çözüm

Örnek 19 Köşeleri A(2,6), B(−4,2) ve C(1,3) olan üçgenin AB kenarına ait kenarortayının uzunluğu kaç birimdir?

Bilgi:

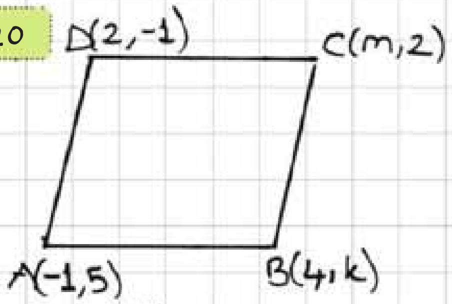


ABCD paralelkenarında

$\boxed{x_1 + x_3 = x_2 + x_4}$ → Karşılıklı x'ler toplamı eşittir

$\boxed{y_1 + y_3 = y_2 + y_4}$ → Karşılıklı y'ler toplamı eşittir.

Örnek 20



ABCD paralelkenar

a) $m + k = ?$

b) B ve C noktalarının y eksenine olan uzaklıkları toplamı kaç birimdir?

Çözüm

Örnek 21 A(2,2), B(a,b), C(4,4) ve D(2,4) noktaları ABCD karesinin köşeleri olduğuna göre a+b toplamı kaçtır?

Çözüm

İçten ve Dıştan Bölen

Çözümlü Örnekler

$A(-1,0)$ ve $B(3,-8)$ noktaları veriliyor. $\frac{|AC|}{|BC|}=\frac{1}{3}$ olacak şekilde AB doğru parçasını içten bölen C noktasının koordinatlarını bulunuz.

Çözüm

k 3k

$A(-1,0)$ $C(?,?)$ $B(3,-8)$

A'dan B'ye değişim

x için

4k da 4 artmış

k da 1 artar

$x=-1+1=0$

y için

4k da 8 azalmış

k da 2 azalır

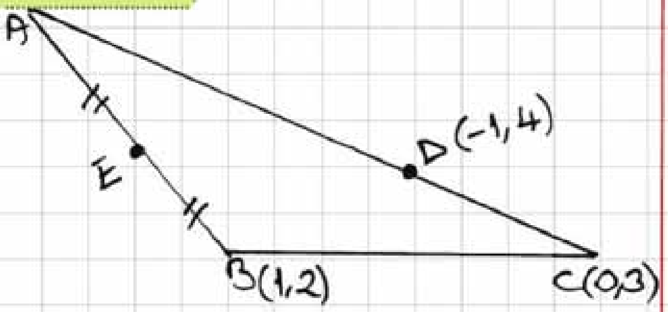
$y=0-2=-2$

$C(0,-2)$

Örnek 22 $A(4,-1)$, $B(-2,2)$ noktaları veriliyor. $C\in[AB]$ ve $2|AC|=|BC|$ olmak üzere C noktasının koordinatlarını bulunuz.

Çözüm

Örnek 23

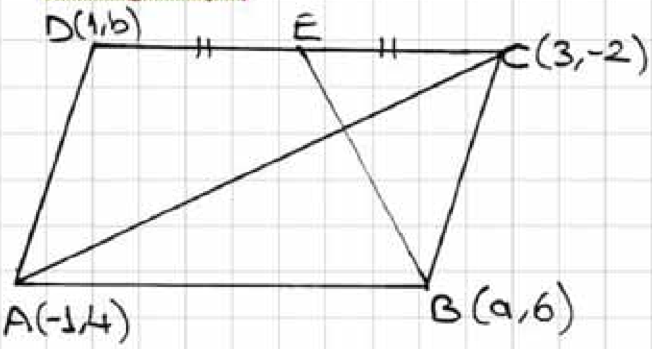


3.|DC| = |AD| , |AE| = |EB| ise

E noktasının koordinatlarını bulunuz.

Çözüm

Örnek 24



ABCD paralelkenar,

|DE| = |EC| olmak üzere F noktasının

koordinatlarını bulunuz.

Çözüm

Örnek 25 K(4,3) ve L(2,4) noktaları

veriliyor. $M \notin [KL]$, $\frac{|ML|}{|KM|} = \frac{1}{3}$

ve K, L, M doğrusal olma şartını

sağlayan M noktasının koordinatlarını

bulunuz.

Çözüm

Üçgenin Ağırlık Merkezi

Köşeleri $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ve $C(x_3, y_3)$ olan ABC üçgeninin ağırlık merkezi $G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$ şeklinde bulunur.

Üçgenin Alanı

$$\text{Alan}(ABC) = \frac{1}{2}\left|\begin{array}{cc} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{array}\right|$$

$-$ $+$

$$= \frac{1}{2}\left|(x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 . y_1) - (y_1 . x_2 + y_2 . x_3 + y_3 . x_1)\right|$$

şeklinde bulunur.

Örnek 26

Köşeleri $A(-1, 3)$, $B(4, 7)$ ve $C(3, -1)$ olan üçgenin ağırlık merkezini ve alanını bulunuz.

Çözüm

ÖĞRETMENİM DİYOR Kİ:

Doğru Denklem

$ax+by+c=0$ ifadesi doğrunun kartezyen denklemidir.

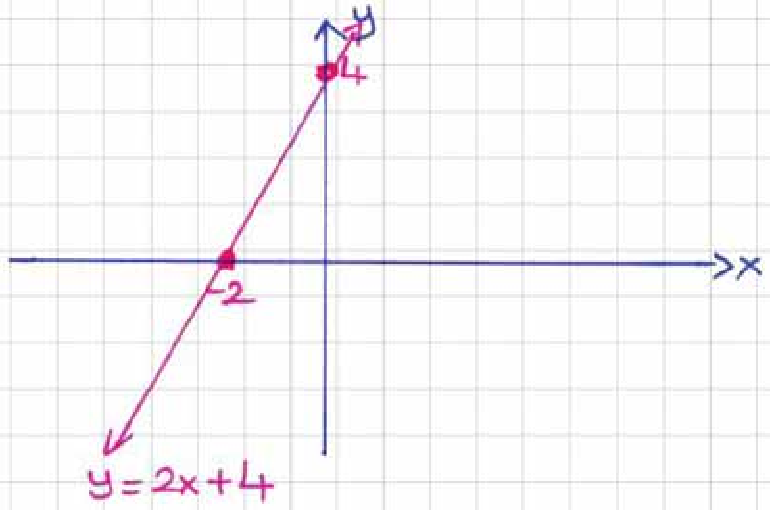
Örneğin; $3x-2y+6=0$ doğrusu gibi...

* Birlikte $2x-y+4=0$ doğrusunun grafiğini çizelim.

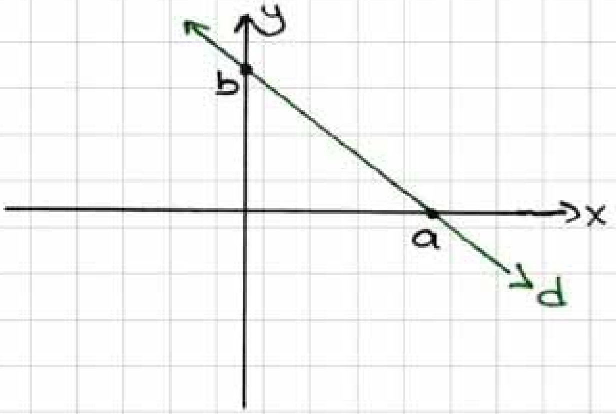
Doğrunun x eksenini kestiği noktayı bulmak için y'ye sıfır; y eksenini kestiği noktayı bulmak için x'e sıfır verilir.

$x=0 \Rightarrow -y+4=0$
$y=4 \rightarrow (0,4)$

$y=0 \Rightarrow 2x+4=0$
$x=-2 \rightarrow (-2,0)$

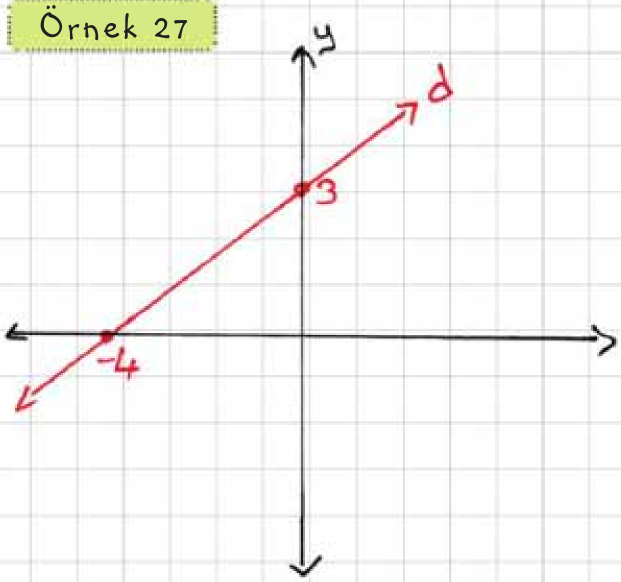


BİLGİ Grafik verildiğinde doğrunun denklemi bulunması için;



$$\boxed{\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1}$$ bilgisi kullanılır.

Örnek 27



d doğrusunun denklemini bulunuz.

Çözüm

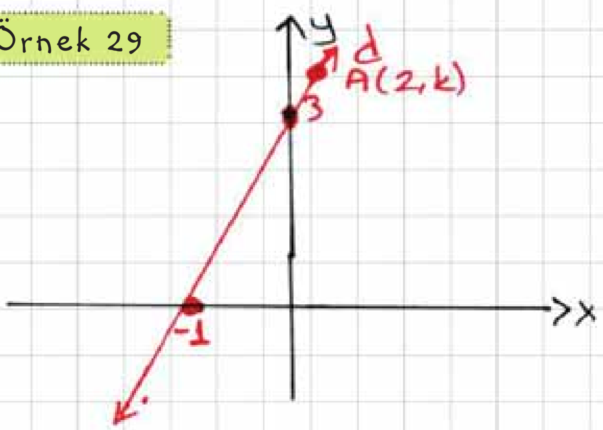
NOT: Bir nokta doğrunun (parabol, çember yada başka bir eğri de olabilir.) üzerinde ise bu doğrunun denklemini sağlar.

Örnek 28

Analitik düzlemde A(a, a) noktası $2x-3y-4=0$ doğrusu üzerinde ise a kaçtır?

Çözüm

Örnek 29



A noktası d doğrusu üzerinde ise k kaçtır?

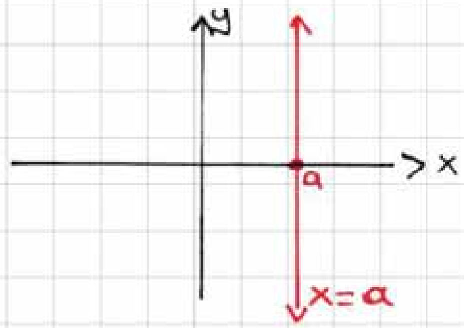
Çözüm

Örnek 30 $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $(a+3, 2a-4)$ noktalarından geçen doğrunun denklemini bulunuz.

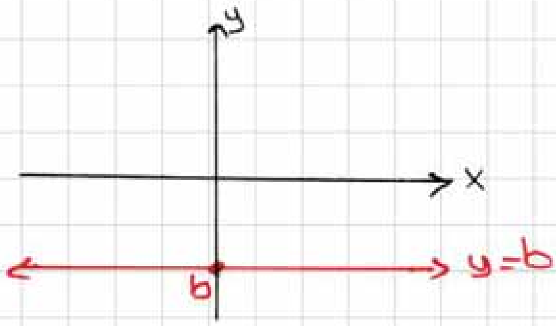
Çözüm

Özel Doğrular

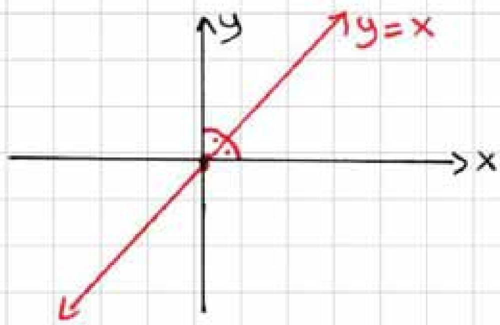
1) $x = a$ doğrusu $(a>0)$



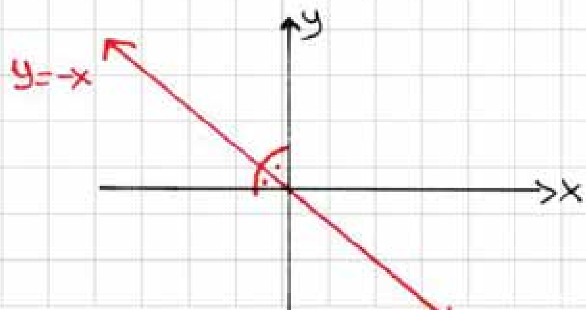
2) $y = b$ doğrusu $(b<0$ ise$)$



3) $y = x$ (1. açıortay) doğrusu



4) $y = -x$ (2. açıortay) doğrusu



Örnek 31 $|x|=3$, $y=2$ ve $y=-1$ doğrularının sınırladığı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

Çözüm

Örnek 32 $|y|=2$, $x=3$ ve $y=x$ doğrularının sınırladığı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

Çözüm

Örnek 33 $(a-4, 5a-2)$ noktası $y=x$ doğrusu üzerinde ise a kaçtır?

Çözüm

Örnek 34 $(a^2-4a-7)x+5y+a-3=0$ doğrusu x eksenine paralel ise a'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

Çözüm

EĞİM

Eğim : $m = \underbrace{\tan\alpha} = \dfrac{y_2 - y_1}{\underbrace{x_2 - x_1}} = \underbrace{\dfrac{-a}{b}}$

- Doğrunun x ekseni ile pozitif yönde yaptığı açı verilirse;

  $\alpha < 0 \Rightarrow$ eğim $(+)$

  $\alpha = 90 \Rightarrow$ eğim (tanımsız)

  $\alpha > 90 \Rightarrow$ eğim $(-)$

- $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ gibi iki nokta verilirse

- $ax + by + c = 0$ doğru denklemi verilirse

NOT 1 İki doğru birbirine paralel ise eğimleri eşittir.

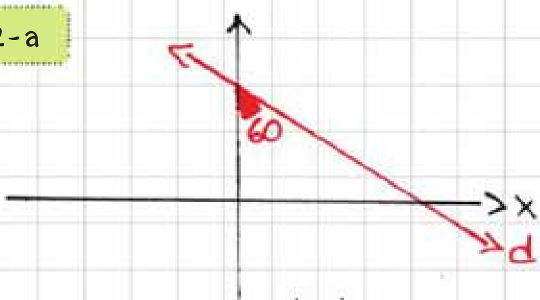
NOT 2 İki doğru birbirine dik ise eğimleri çarpımı -1 dir.

Örnek 35 Aşağıdaki eğim hesaplamalarını yapınız.

1 $A(2,4)$ ve $B(5,8)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi kaçtır?

Çözüm

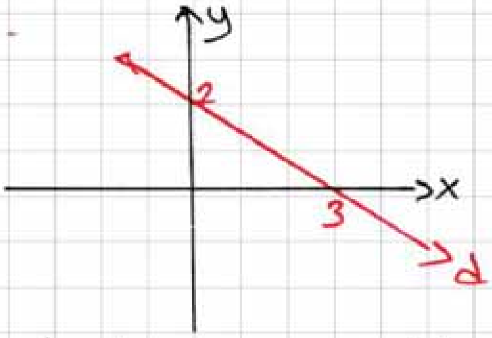
2-a



d doğrusunun eğimi?

Çözüm

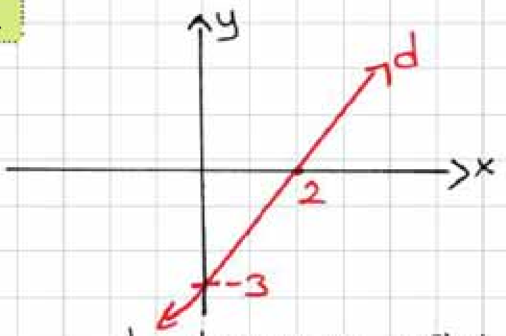
b



d doğrusunun eğimi kaçtır?

Çözüm

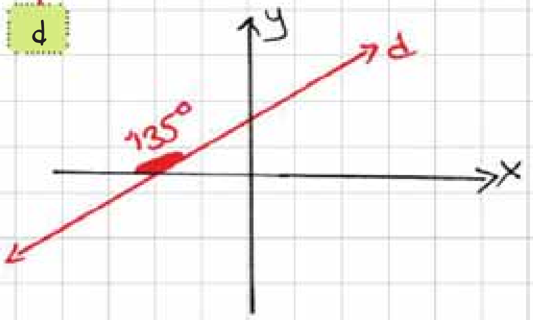
c



d doğrusunun eğimi kaçtır?

Çözüm

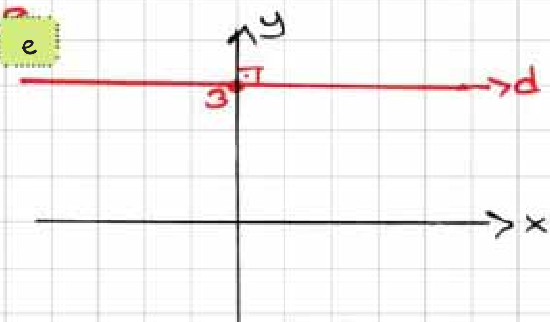
d



d doğrusunun eğimi kaçtır?

Çözüm

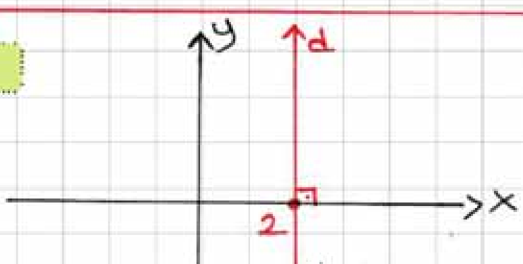
e



d doğrusunun eğimi ?

Çözüm

g

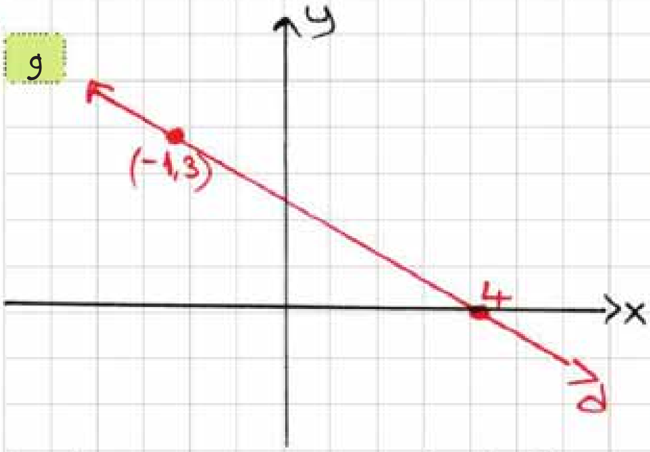


d doğrusunun eğimi?

Çözüm :

Çözüm

g



d doğrusunun eğimi kaçtır?

Çözüm

h $3x-y+4=0$ doğrusunun eğimi kaçtır?

Çözüm

i $y=5x-6$ doğrusunun eğimi kaçtır?

Çözüm

j $x=-2$ doğrusunun eğimi kaçtır?

Çözüm

k $y=3$ doğrusunun eğimlerini bulunuz

Çözüm

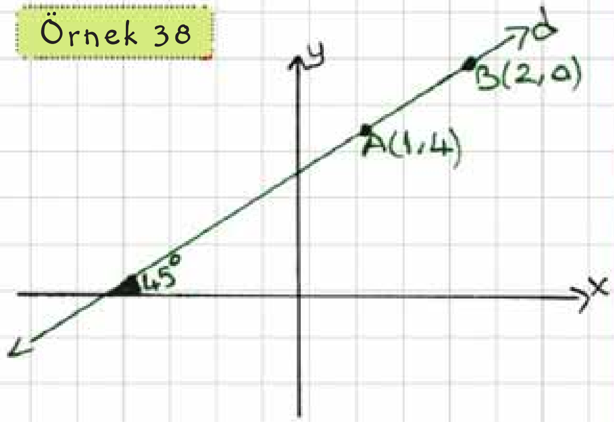
Örnek 36 $A(4,-3)$ ve $B(3,k)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi -3 ise k kaçtır?

Çözüm

Örnek 37 Dik koordinat düzleminde $A(-1,3)$, $B(4,2)$ ve $C(2,a)$ noktaları doğrusal ise a kaçtır?

Çözüm

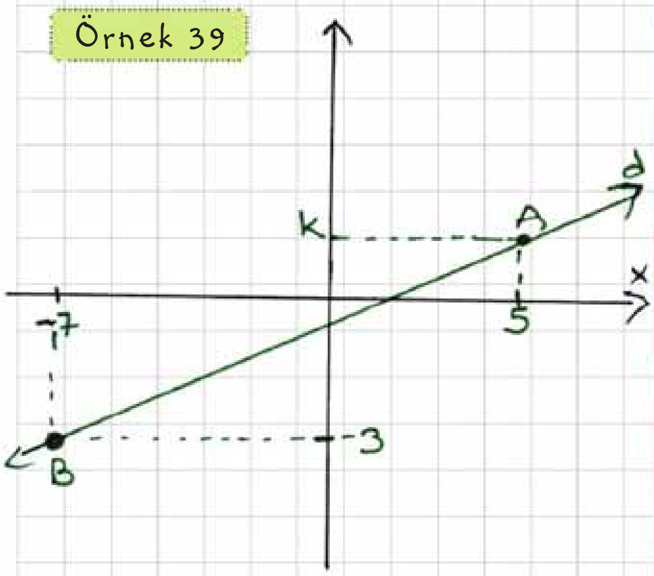
Örnek 38



Grafikte verilenlere göre a kaçtır?

Çözüm

Örnek 39



$|AB|=13$ birim ise d doğrusunun eğimi kaçtır?

Çözüm

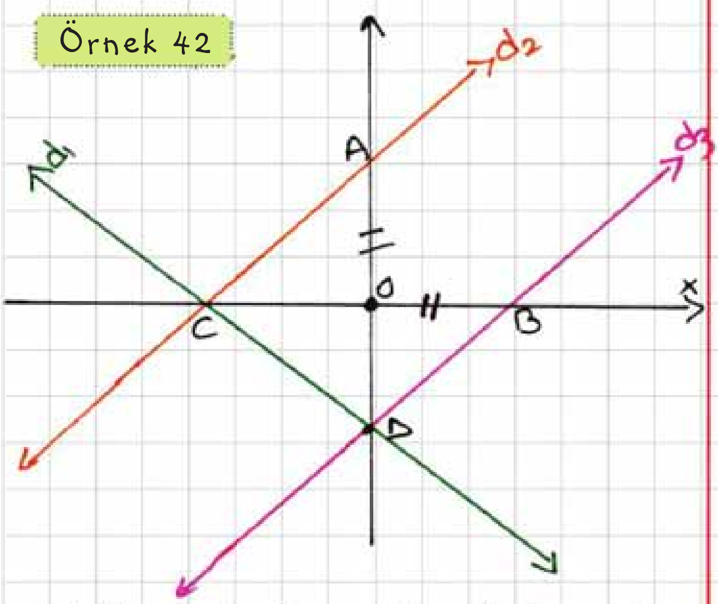
Örnek 40 $4x-by+4$ doğrusunun eğimi $\frac{2}{3}$ ise b kaçtır?

Çözüm

Örnek 41 $y=(a^2-2a-15)x+2$ doğrusunun x ekseni ile pozitif yönde yaptığı açı $\alpha°$ dir. $90° < \alpha < 180°$ ise a kaç farklı tamsayı değeri alır?

Çözüm

Örnek 42



Analitik düzlemde verilen d_1, d_2 ve d_3 doğruların eğimleri m_1, m_2 ve m_3 dür.

$|AO| = |OB|$, $m_1 = -2$ ise

$m_2 \cdot m_3$ çarpımı kaçtır?

Çözüm

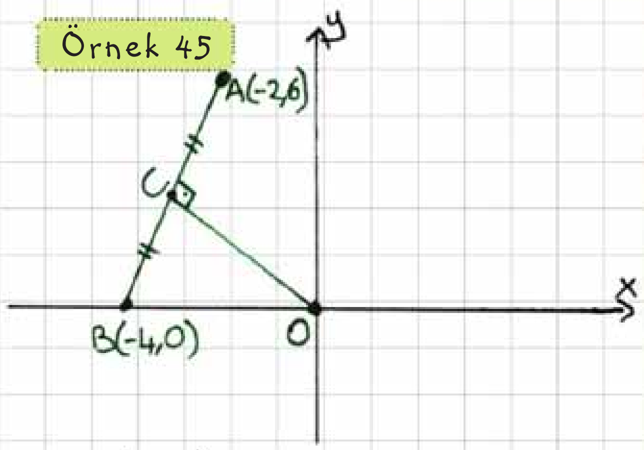
Örnek 43 x ekseni ile pozitif yönde 135° lik açı yapan d doğrusu, $-3x+(m+5)y-m+4=0$ doğrusuna paralel ise m kaçtır?

Çözüm

Örnek 44 $-k+y+(k+1)x=0$ doğrusu $5x-2y+1=0$ doğrusuna dik ise k kaçtır?

Çözüm

Örnek 45



$2x+(p+7)y-1=0$ doğrusu OC doğrusuna paralel ise p kaçtır?

Çözüm

Örnek 46 $d_1 : 3x+by-2=0$

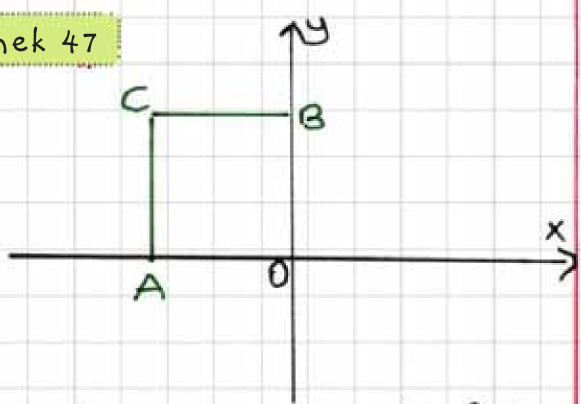
$d_2 : ax-2y-a+3=0$

$d_3 : -x+4y+a+b=0$

doğruları için $d_1 \perp d_3$ ve $d_2 // d_3$ ise $a+b$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 47



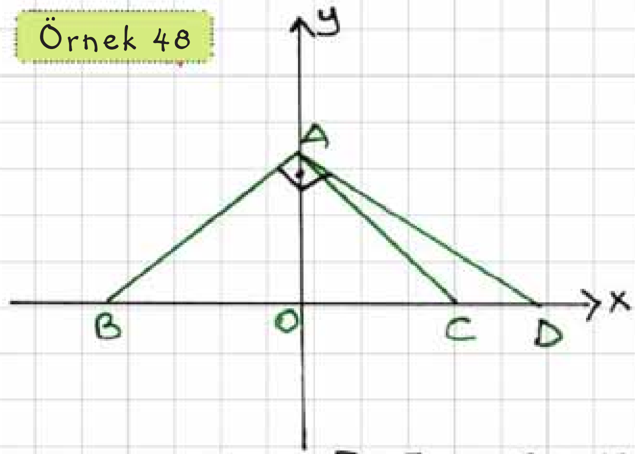
AOBC karesinin alanı $16\,br^2$ dir.

Bu kare, eğimi $\frac{1}{2}$ olan d doğrusuyla eşit alanlı iki bölgeye ayrılıyor.

d doğrusunun x eksinini kestiği noktanın koordinatlarını bulunuz.

Çözüm

Örnek 48



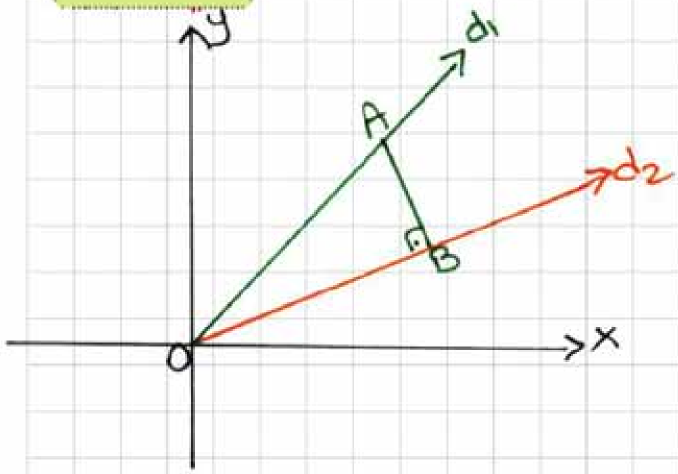
$|AB| = |AC|$, $[AB] \perp [AD]$

AB doğrusunun eğimi $\sqrt{3}$

olduğuna göre $m_{AC} \cdot m_{AD}$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 49



$d_1 : y = \sqrt{3} \cdot x$

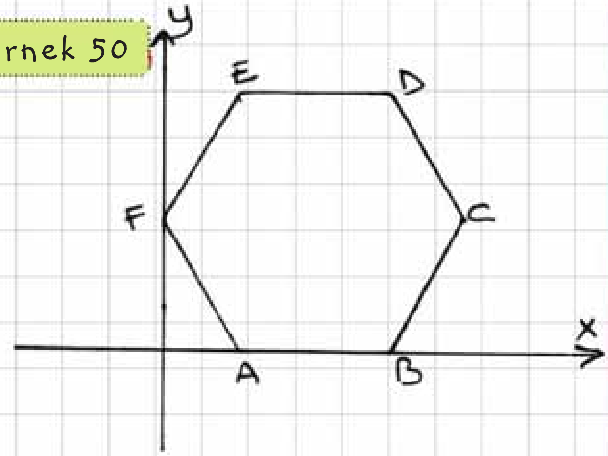
$d_2 : y = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot x$

$[AB] \perp d_2$, $|AB| = 2$ birim

ise $|OB|$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 50



Çevre (ABCDEF) = 24

Orjinden geçen ve ABCDEF düzgün altıgeni eşit alanlı iki bölgeye ayıran doğrunun eğimi kaçtır?

Çözüm

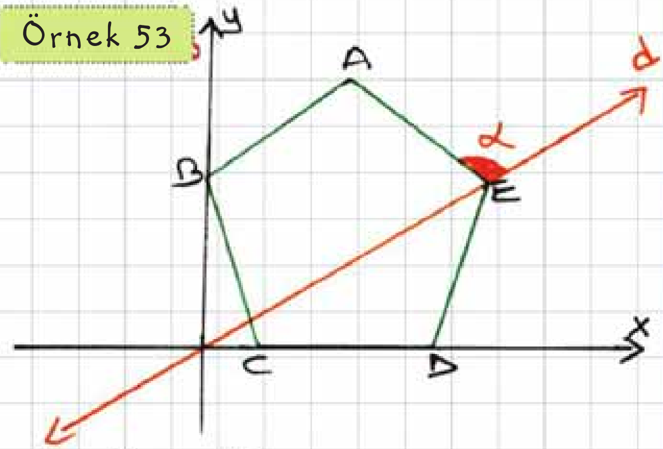
Örnek 51 $A(-2,-3)$, $B(4,5)$ ve $C(x,0)$ dır. $|AC|+|BC|$ en az olduğunda x kaçtır?

Çözüm

Örnek 52 Dik koordinat sisteminde Oy ekseninin $3y=5x$ doğrusuna göre simetriği alındığında oluşan doğrunun denklemi nedir?

Çözüm

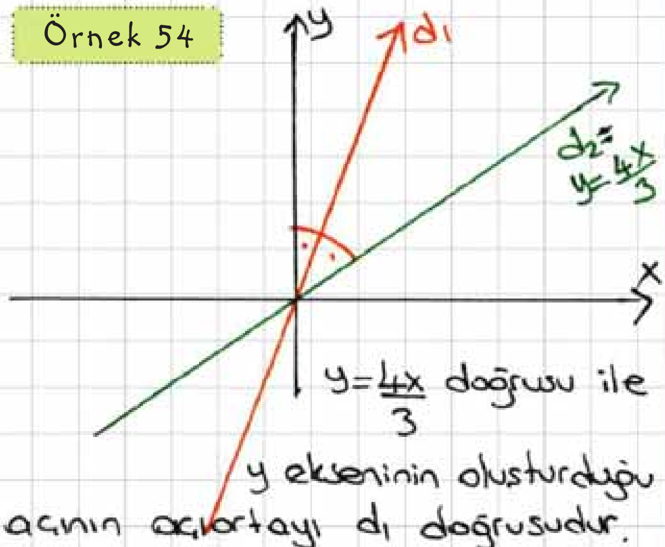
Örnek 53



d: $3y = \sqrt{3} \cdot x$
ABCDE düzgün beşgen ise
$m(\widehat{AEF}) = \alpha$ kaç derecedir?

Çözüm

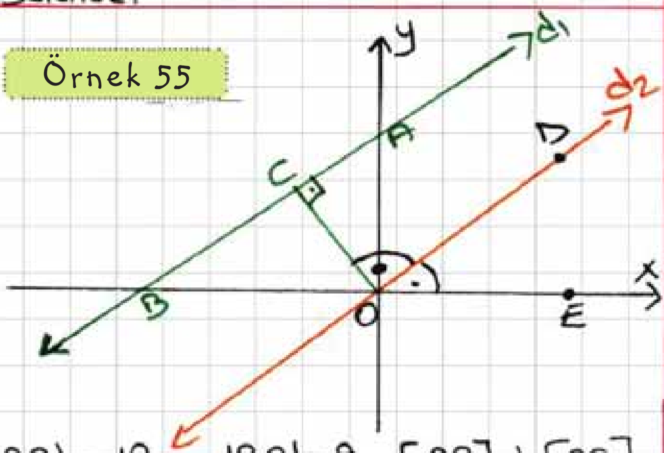
Örnek 54



$y = \frac{4x}{3}$ doğrusu ile y ekseninin oluşturduğu açının açıortayı d_1 doğrusudur. Buna göre d_1 doğrusunun denklemini bulunuz.

Çözüm

Örnek 55



$|AB| = 10$, $|BO| = 8$, $[AB] \perp [OC]$
$m(\widehat{COD}) = m(\widehat{DOE})$ ise d_2 doğrusunun denklemini bulunuz.

Çözüm

$\underbrace{\text{Eğimi}}_{m}$ ve $\underbrace{\text{Bir Noktası}}_{(x_1,y_1)}$ Bilinen $\underbrace{\text{Doğrunun Denklemi}}_{ax+by+c=0}$:

$A(x_1, y_1)$ noktasından geçen ve eğimi m olan doğrunun denklemi

$$\boxed{y - y_1 = m \cdot (x - x_1)}$$

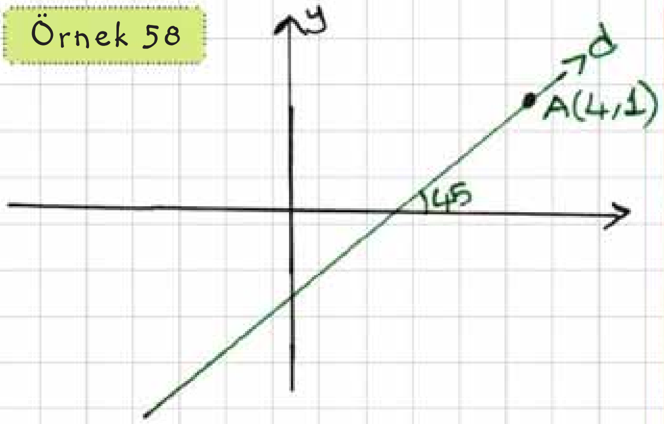
Örnek 56 Eğimi 4 olan ve $A(2,3)$ noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz.

Çözüm

Örnek 57 $A(-1,3)$ ve $B(4,1)$ noktalarından geçen doğrunun denklemini bulunuz.

Çözüm

Örnek 58



d doğrusunun denklemini bulunuz.

Çözüm

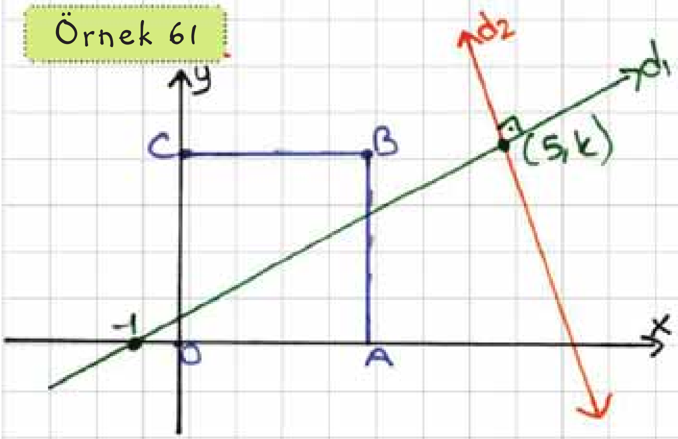
Örnek 59 $2x-y+c=0$ doğrusuna paralel olan ve $A(-1,2)$ noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz.

Çözüm

Örnek 60 x ekseni ile pozitif yönde $135°$ lik açı yapan doğruya dik olan ve $A(0,3)$ noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz.

Çözüm

Örnek 61



OABC karesinin alanı $4\ br^2$ dir.

d_1 doğrusu kareyi eşit alanlı iki bölgeye ayırıyor. Buna göre

a) $k = ?$

b) d_2 doğrusunun denklemini bulunuz.

Çözüm

İki Doğrunun Birbirine Göre Durumu

$d_1 : ax+by+c=0$

$d_2 : dx+ey+f=0$ doğruları için

1) $\frac{a}{d}=\frac{b}{e}=\frac{c}{f}$ ise doğrular çakışıktır.

2) $\frac{a}{d}=\frac{b}{e}\neq\frac{c}{f}$ ise doğrular paraleldir.

3) $\frac{a}{d}\neq\frac{b}{e}$ ise doğrular bir noktada kesişirler.

Bu nokta doğruların denklemleri ortak çözülerek bulunur.

Örnek 62 $-x+3y+4=0$ doğrusu

$2x+(a+1)y-b+3=0$

doğrusu ile çakışık ise a.b kaçtır?

Çözüm

Örnek 63 $(a+1)x-2y+1=0$ doğrusu

$3x+y-a+3=0$ doğrusuna

paralel ise a kaçtır?

Çözüm

Örnek 64 $2x-y+4=0$ doğrusu ile

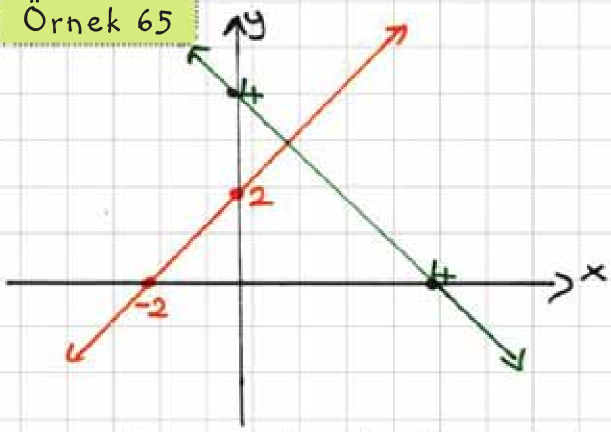
$x+y-1=0$ doğrusunun

kesim noktasının kordinatlarını

bulunuz.

Çözüm

Örnek 65



A noktasının koordinatlarını bulunuz.

Çözüm

Örnek 66 $\left.\begin{array}{l}-x+y-2=0\\ y=2x+4\end{array}\right\}$ doğrularının kesim noktasından

geçen ve $-4x+3y-7=0$ doğrusuna

dik olan doğrunun denklemini

bulunuz.

Çözüm

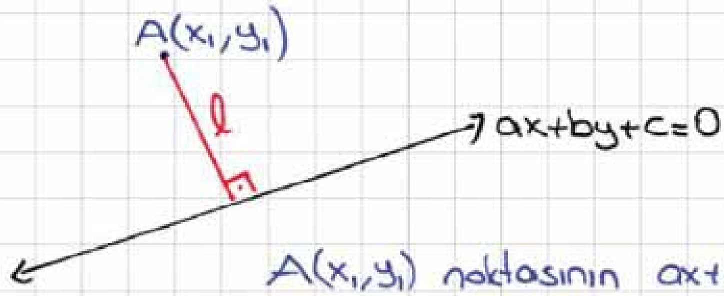
Örnek 67 $\left.\begin{array}{l}y=2x+1\\ 2x+y+7=0\\ mx+3y+3=0\end{array}\right\}$

doğruları bir noktada kesiştiğine

göre m kaçtır?

Çözüm

Noktaların Doğruya Uzaklığı



$A(x_1,y_1)$ noktasının $ax+by+c=0$ doğrusuna olan uzaklığı

$$\boxed{\ell = \frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$$

Örnek 68

$A(-1,2)$ noktasının $3x-4y+1=0$ doğrusuna olan uzaklığı bulunuz

Çözüm

Örnek 69

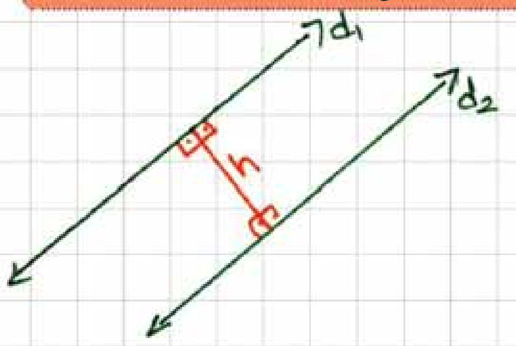
$-4x+2y+2=0$ doğrusu üzerindeki bir nokta P dir. $A(0,4)$ ise $|AP|$ nin alabileceği en küçük değer kaçtır?

Çözüm

Örnek 70 ABCD karesinin BC kenarı $-x+2y+6=0$ doğrusu üzerindedir. A(2,3) olduğuna göre ABCD karesinin alanı kaç birimkaredir?

Çözüm

Paralel İki Doğru Arasındaki Uzaklık



$d_1 : ax+by+c_1=0$
$d_2 : ax+by+c_2=0$
doğruları arasındaki uzaklık h

$$\boxed{h=\frac{|c_1-c_2|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$$

Örnek 71 $2x-y+4=0$ doğrusu ile $2x-y-1=0$ doğrusu arasındaki uzaklığı bulunuz.

Çözüm

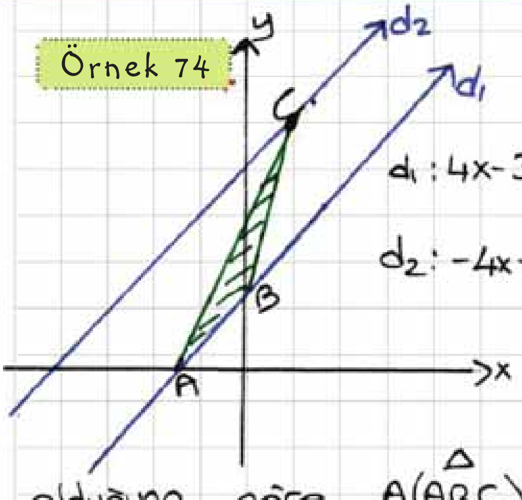
Örnek 72 $2x-3y+1=0$ doğrusu ile $-4x+6y+3=0$ doğrusu arasındaki uzaklığı bulunuz.

Çözüm

Örnek 73 Bir kenarı $-x+2y+2=0$ doğrusu üzerinde diğer kenarı $x-2y+3=0$ doğrusu üzerinde bulunan karenin alanı kaç birimkaredir?

Çözüm

Örnek 74



$d_1: 4x-3y+12=0$

$d_2: -4x+3y-32=0$

olduğuna göre $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 75 $x-3y-1=0$ ve $x-3y+5=0$ doğrularına eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yer denklemini bulunuz.

Çözüm

ÖĞRETMENİM DİYOR Kİ:

ÜNİTE 3

FONKSİYONLARDA UYGULAMALAR

Fonksiyonun Pozitif ve Negatif Olduğu Aralık

➡ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ bir fonksiyondur.

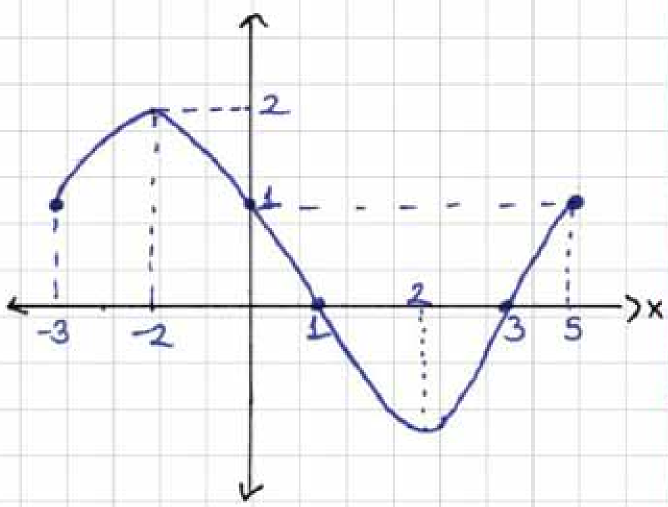
Her $x \in A$ için $f(x) > 0$ ise f fonksiyonu için A da pozitiftir denir. (Kısaca fonksiyonun grafiği x ekseninin üstünde ise fonksiyon pozitiftir.)

➡ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ bir fonksiyondur.

Her $x \in A$ için $f(x) < 0$ ise f fonksiyonu için A da negatiftir denir. (Kısaca fonksiyonun grafiği x ekseninin altında ise fonksiyon pozitiftir.)

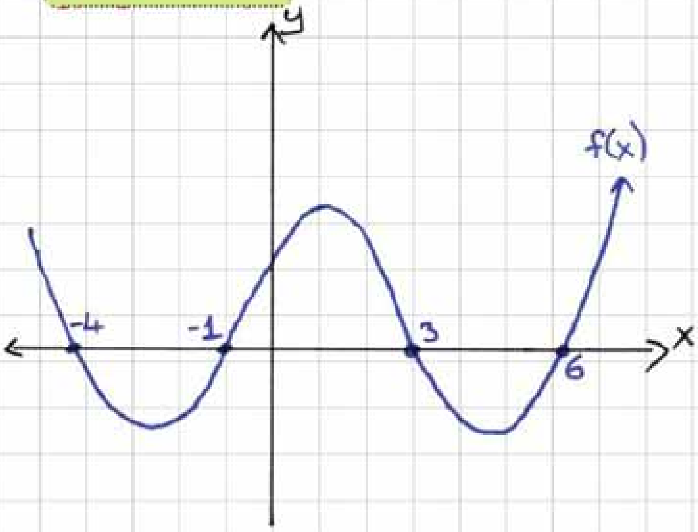
Örnek 1

f(x) fonksiyonunun pozitif ve negatif olduğu aralıkları belirtiniz.



Çözüm

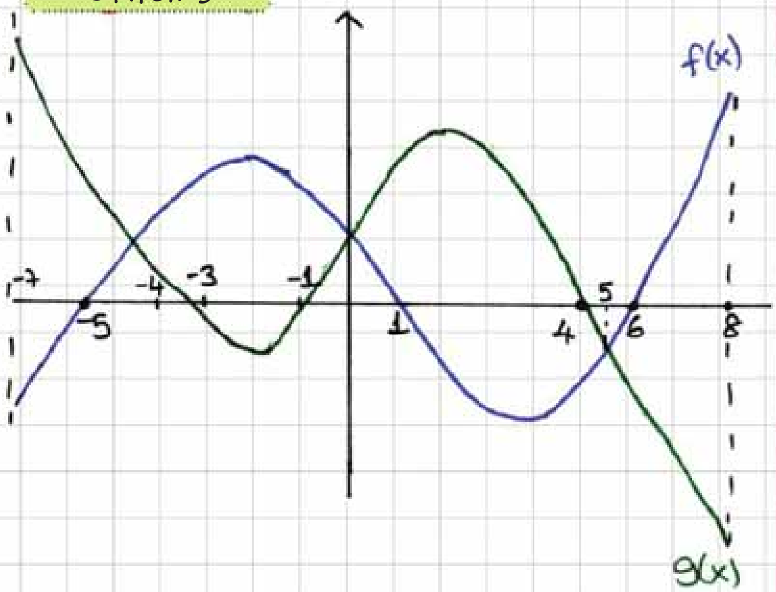
Örnek 2



$f(x) \leq 0$ eşitsizliğini sağlayan x tamsayı değerler toplamını bulunuz.

Çözüm

Örnek 3



Yukarıdaki grafikte [-7,8] aralıkta f(x) ve g(x) fonksiyonları verilmiştir. Grafiğe göre aşağıdaki ifadeleri bulunuz

a) f(x) fonksiyonunun negatif olduğu aralığı

b) g(x) fonksiyonunun pozitif olduğu aralığını

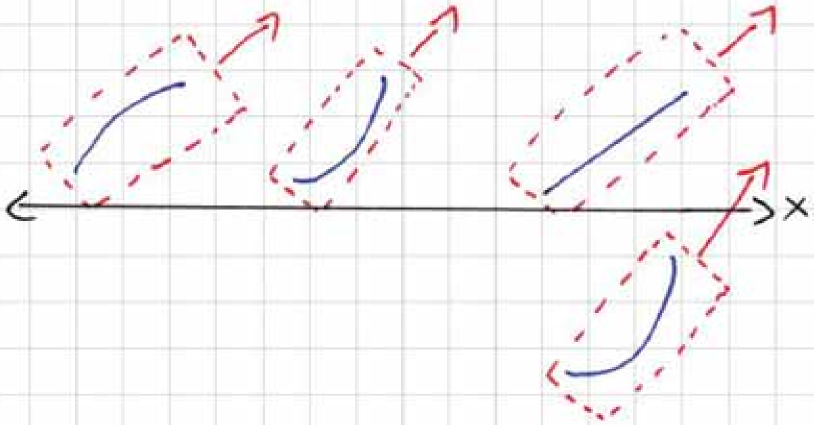
c) $f(x).g(x) < 0$ eşitsizliğini sağlayan x aralığını

d) $f(x).g(x) \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan x aralığını

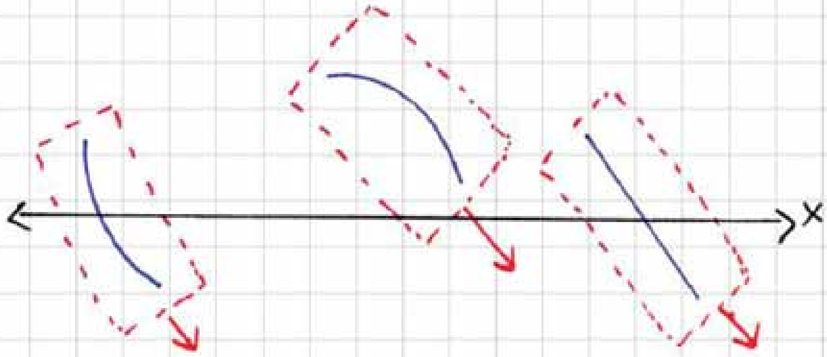
Çözüm

Fonksiyonların Artan ve Azalanlığı

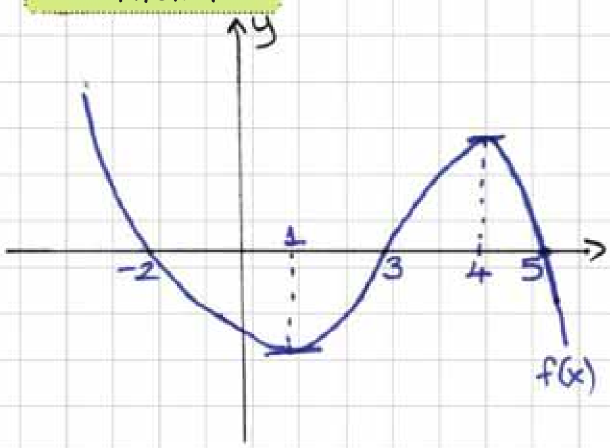
Tanım Fonksiyonun tanımlı olduğu aralıktaki her x_1 ve x_2 noktaları için $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) < f(x_2)$ ise f fonksiyonu artandır.



Tanım Fonksiyonun tanımlı olduğu aralıktaki her x_1 ve x_2 noktaları için $x_1 < x_2$ $f(x_1) > f(x_2)$ ise f fonksiyonu azalandır.



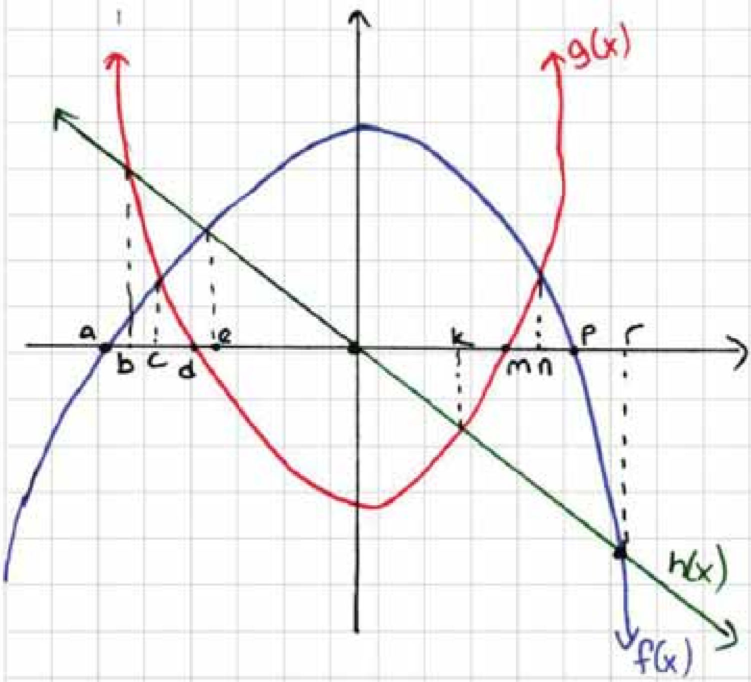
Örnek 4



f(x) fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları bulunuz.

Çözüm

Örnek 5



Grafiğe göre aşağıdaki ifadeleri cevaplayınız

a) $f(x) \cdot g(x) > 0$ eşitsizliğini sağlayan x aralığını

b) $f(x) \cdot h(x) \leq 0$ eşitsizliğini sağlayan x aralığını

c) $\left.\begin{array}{l} f(x) \cdot h(x) > 0 \\ f(x) \cdot g(x) > 0 \end{array}\right\}$ eşitsizliğini sağlayan x aralığını

d) g(x)'in artan ve h(x)'in negatif olduğu x aralığını

e) g(x)'in pozitif, f(x) in azalan ve g(x)'in artan olduğu x aralığını bulunuz.

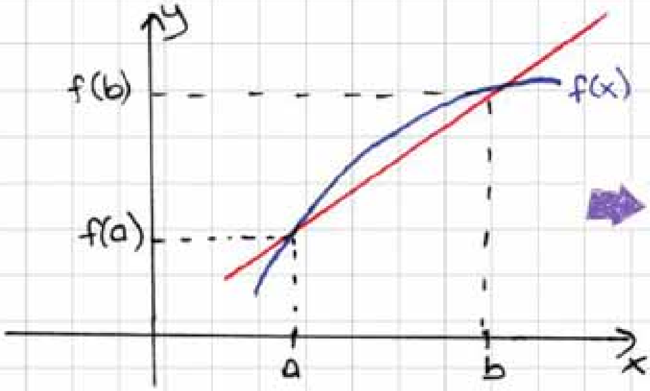
Çözüm

Fonksiyonun Maksimum ve Minimum Değerleri:

Maksimum $\downarrow$ (En büyük) — Minimum $\downarrow$ (En küçük)

Fonksiyonun Değişim Oranı (Değişim Hızı)

Bir fonksiyonun $[a, b]$ aralığındaki ortalama değişim hızı:



$$\boxed{\text{Değisim hızı} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}}$$ dır.

Örnek 6 Gercek sayılar kümesinde tanımlı $f(x) = 3x-4$ fonksiyonun değisim oranını bulunuz.

Çözüm

Keyfi x değerleri alıp, y değerleri bulabiliriz.

$x_1 = 1 \Rightarrow f(1) = 3.1-4 = -1$

$x_2 = 2 \Rightarrow f(2) = 3.2-4 = 2$

$$\text{Değisim Oranı} = \frac{f(2)-f(1)}{2-1} = \frac{2-(-1)}{1} = \frac{3}{1}$$

★ Farklı x değerleri alındığında yine aynı sonuç bulunur.

Örnek 7

Geçen gün sayısı	Çözdüğü soru sayısı
3	11
5	17
9	29
15	47

Ömerin geçen günlere göre çözdüğü soru sayısı yukarıdaki tabloda verilmiştir. Buna göre Ömerin çözdüğü soruların günlere göre değişim oranı kaçtır?

Çözüm

Örnek 8

İlk 10 dakikada depoda kalan su her dakikada ortalama 3 litre azalmıştır. Bu cümleyi en iyi ifade eden eşitlik hangisidir?

a) $\frac{f(10)}{f(0)} = 3$

b) $\frac{f(10)-f(0)}{10} = -3$

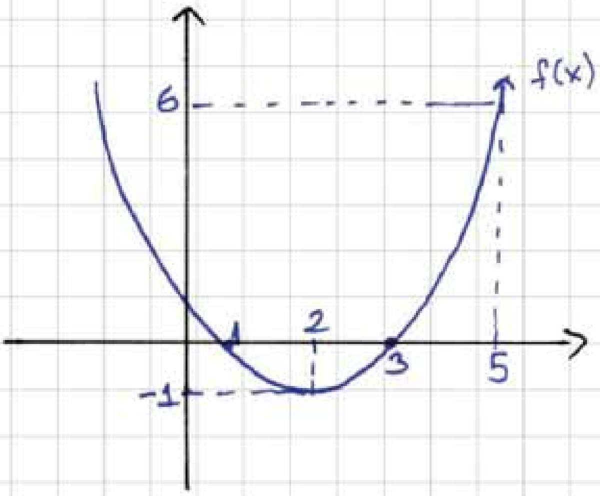
c) $\frac{f(10)-f(0)}{10} = 3$

d) $f(10)-f(0) = -3$

e) $f(10)+f(0) = 3$

Çözüm

Örnek 9



Grafiği verilen f(x) fonksiyonunun $2 \leq x \leq 5$ için ortalama değişim hızı kaçtır?

Çözüm

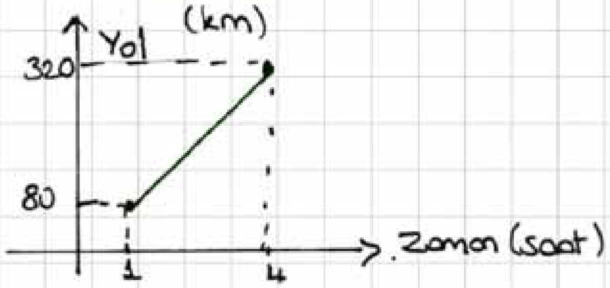
Örnek 10

$f(x^2-4x+1) = 4x^2-16x+2$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre f(x) fonksiyonunun değişim hızı kaçtır.

Çözüm

Örnek 11



Yukarıdaki grafik bir hareketlinin zamana göre bulunduğu konumu göstermektedir. Buna göre bu hareketlinin konumunun ortalama değişim hızı kaçtır?

Çözüm

İkinci Dereceden Fonksiyonlar ve Grafiği

PARABOL

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$, $(a \neq 0)$ fonksiyonunun grafiğine parabol denir.

Grafik çizilirken izlenilecek yol :

1) $a > 0$ ise $\cup$ (kollar yukarı bakar)

   $a < 0$ ise $\cap$ (kollar aşağı bakar)

   (a katsayısı mutlak değerce büyürse kollar kapanır)

2) $x = 0$ icin y eksenini kestiği yer bulunur $(y = c)$

   $y = 0$ icin x eksenini kestiği yer yada yerler bulunur.

   $y = 0$ icin $\rightarrow ax^2 + bx + c = 0$ icin $\Delta = b^2 - 4ac$ incelenir

   i) $\Delta < 0$ ise parabol x eksenini kesmez

   ii) $\Delta = 0$ ise parabol x eksenine teğettir.

   iii) $\Delta > 0$ ise parabol x eksenini farklı iki noktada keser.

3) Tepe Noktası : $T(r, k)$ bulunur.

   $r = -\dfrac{b}{2a}$ (simetri ekseni)

   $k = f(r) = \dfrac{4ac - b^2}{4a}$ (max , min değer)

Çözümlü Örnekler

$f(x) = x^2 - 2x - 15$ fonksiyonunun grafiğini çizelim.

Çözüm

1) $a = 1 > 0$ olduğundan kollar yukarı bakar $\cup$

2) $x = 0$ için $y = -15$ $(0, -15)$

$y = 0$ için $x^2 - 2x - 15 = 0$

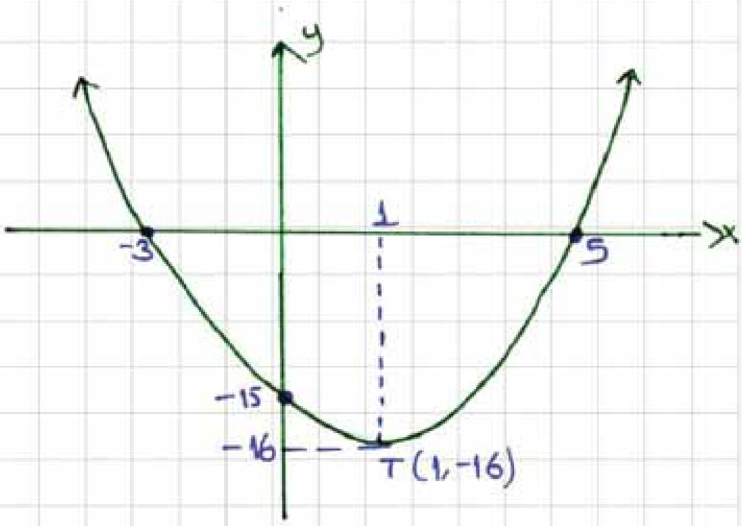
$(x-5)(x+3) = 0 \Rightarrow x = 5, x = -3$

$(-3, 0)$ ve $(5, 0)$

3) $T(r, k)$

$r = \frac{-b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1$ $T(1, -16)$

$k = f(1) = 1 - 2 - 15 = -16$



Örnek 12

$y = x^2 - 2x - 8$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm

Örnek 13 $y=-x^2+6x+12$ parabolünün

a) Simetri eksenini

b) En büyük değerini bulunuz.

Çözüm

Örnek 14 $\dfrac{12}{x^2-2x-3}$ ifadesinin en büyük değerini bulunuz.

Çözüm

Örnek 15 Tanesi $x-2$ TL olan kalemlerden $8-x$ tane alan bir kişi en fazla kaç TL öder?

Çözüm

Örnek 16 $x \in [-2, 5]$ olmak üzere, $y=x^2-8x+15$ ifadesinin alabileceği en büyük ve en küçük değeri bulunuz?

Çözüm

Örnek 17 $y=x^2-4x+a+2$ parabolü x eksenine teğet ise a kaçtır?

Çözüm

Örnek 18 $y = x^2 - (2-m)x + m + 5$

parabolünün simetri ekseni $x = 1$

doğrusu ise y'nin alabileceği

en küçük değer kaçtır?

Çözüm

Örnek 19 $y = x^2 - (a-2)x + 9$

parabolü x eksenini kesmediğine

göre a'nın alabileceği tamsayı

değerler toplamı kaçtır?

Çözüm

Örnek 20 $y = x^2 - 2x + 5$ ve $y = -x^2 + 4x - 1$

parabollerinin tepe noktaları arasındaki

uzaklığı bulunuz.

Çözüm

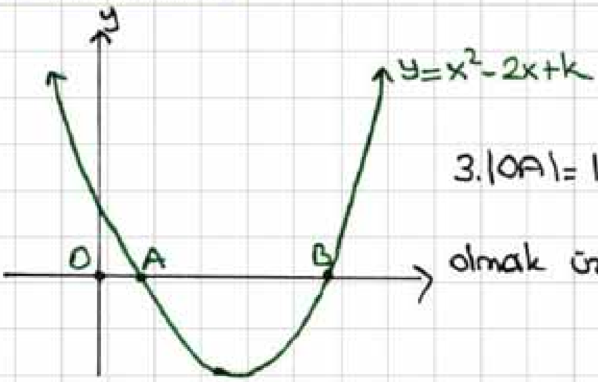
Örnek 21 $x - y = 3$ olduğuna göre,

$x^2 + xy - x - 7$ ifadesinin alabileceği

en küçük değer kaçtır?

Çözüm

Örnek 22

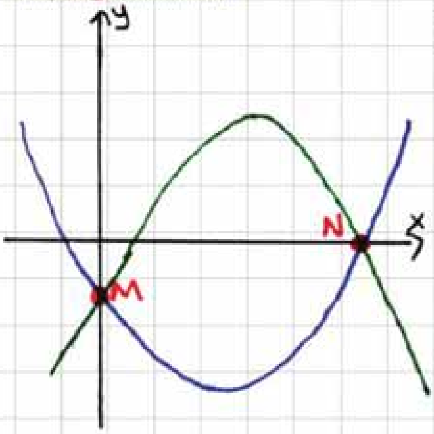


$3.|OA|=|OB|$

olmak üzere $k=?$

Çözüm

Örnek 23



Grafikte verilen

$y=2x^2+ax+2a+2$

ve

$y=(a+2)x^2+8x+a-2$

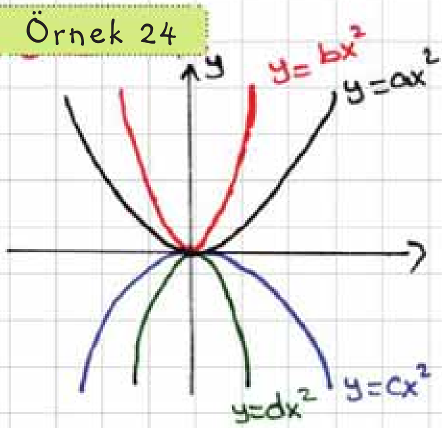
parabolleri için

M ve N arasındaki

uzaklığı bulunuz.

Çözüm

Örnek 24



Grafikte verilen

paraboller için

a, b, c, d yi

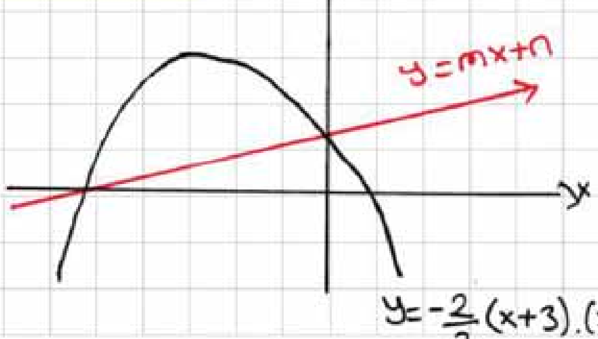
küçükten büyüğe

sıralayınız.

Çözüm

Örnek 25

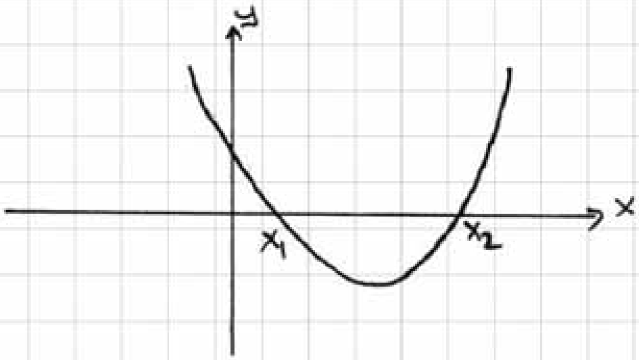
$m+n=?$



Çözüm

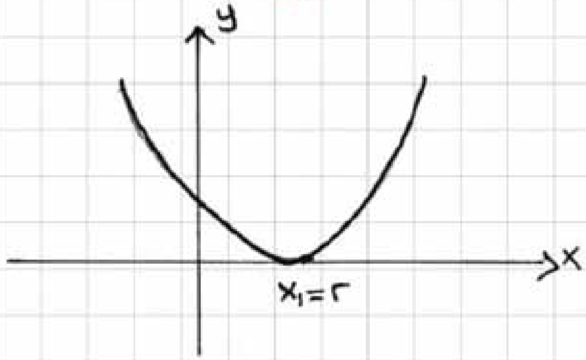
Grafiği Verilen Parabolün Denklemini Yazma

1) x eksenini iki noktada keserse ;



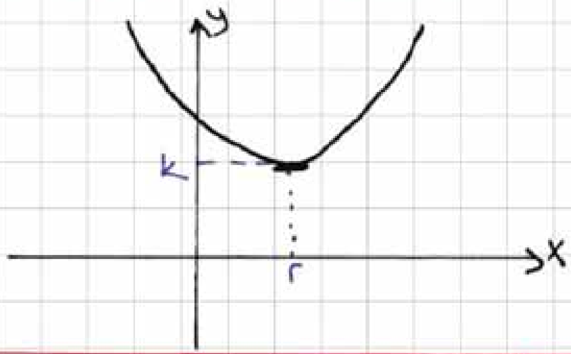
$y = a(x-x_1)(x-x_2)$

2) x eksenine teğet ise ;



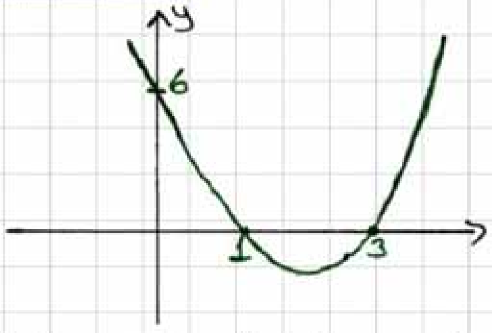
$y = a(x-r)^2$

3) x eksenini kesmezse ;



$y = a.(x-r)^2 + k$

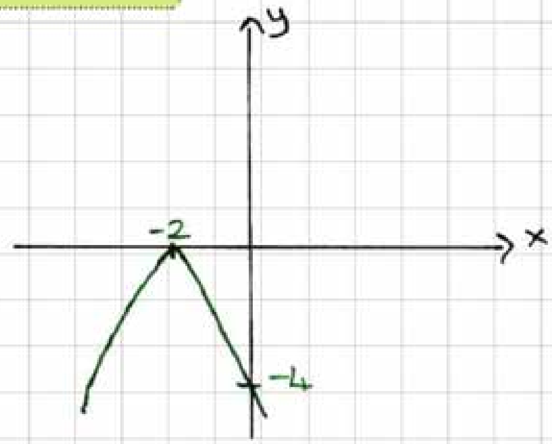
Örnek 26



Grafiği verilen fonksiyonun denklemini yazınız.

Çözüm

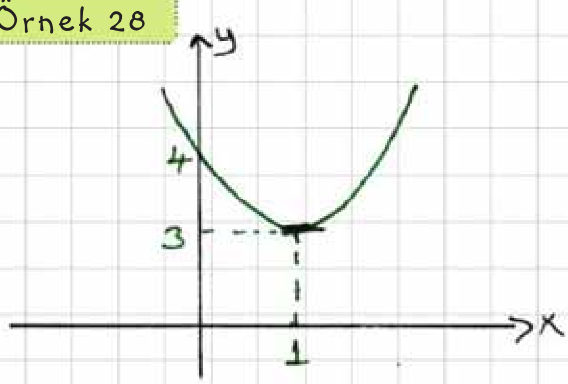
Örnek 27



Grafiği verilen parabolün denklemini yazınız.

Çözüm

Örnek 28



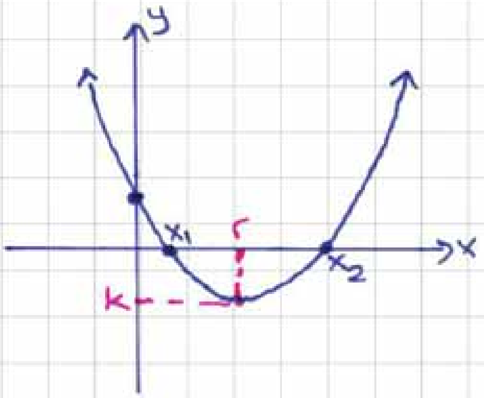
Grafiğini verilen parabolün denklemini yazınız.

Çözüm

Örnek 29 Tepe noktası $(1,-2)$ olan ve $A(3,6)$ noktasından geçen parabolün denklemini yazınız.

Çözüm

Çözümlü Örnekler $y = ax^2+bx+c$ fonksiyonun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre a, b, c, r, k, Δ yı yorumla yalım.

a → Kollar yukarı baktığı için : (+)

c → y eksenini kestiği nokta : (+)

r → +

k → −

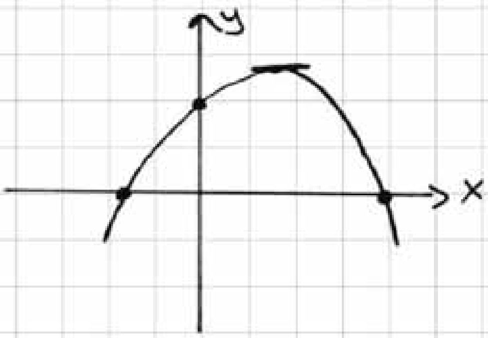
Δ → x eksenini iki noktada kestiği için (+)

b → $r = -\frac{b}{2a}$ $b \to (-)$, $2a \to (+)$

r ↓ (+)

Örnek 30 Denklemleri $y = ax^2+bx+c$ olan aşağıdaki paraboller için a, b, c, r, k, Δ değerlerini yorumlayınız.

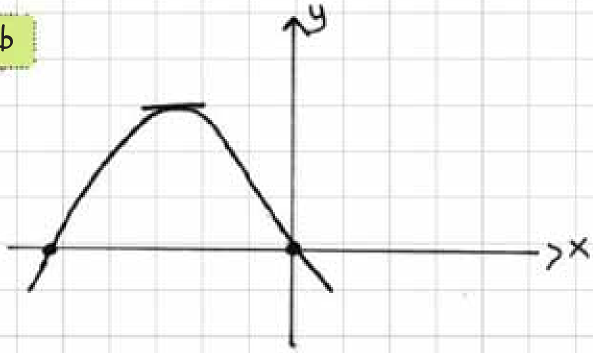
a



Çözüm

a →
b →
c →
r →
k →
Δ →

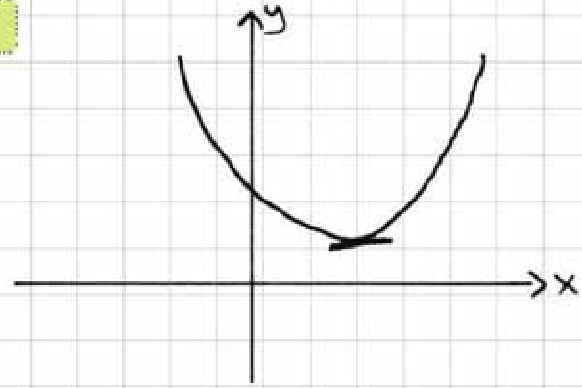
b



Çözüm

a →
b →
c →
r →
k →
Δ →

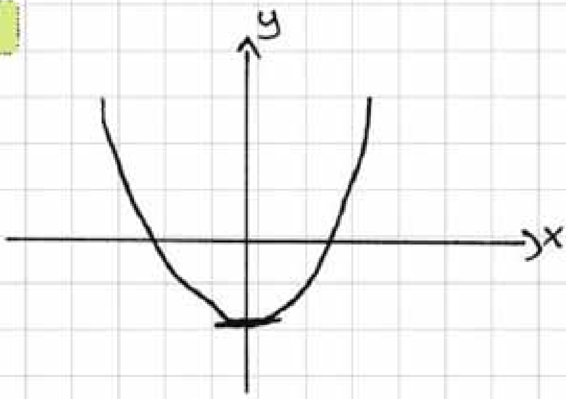
c



Çözüm

a →
b →
c →
r →
k →
Δ →

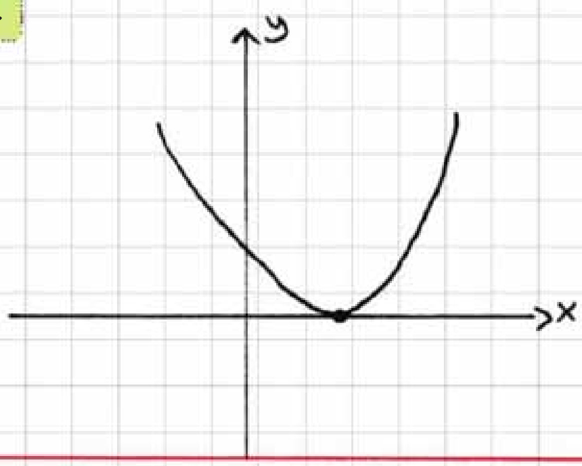
d



Çözüm

a →
b →
c →
r →
k →
Δ →

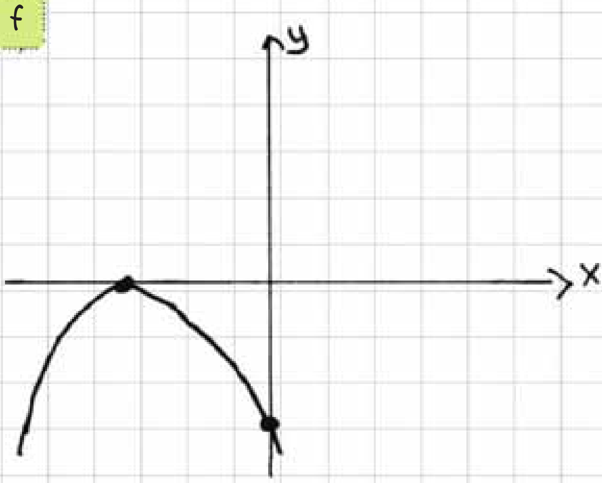
e



Çözüm

a →
b →
c →
r →
k →
Δ →

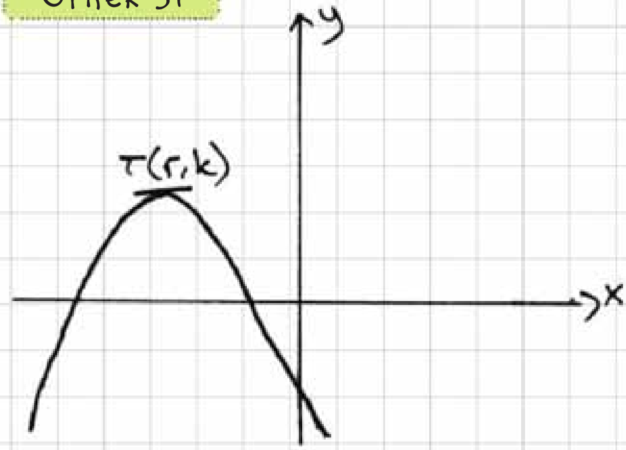
f



Çözüm

a →
b →
c →
r →
k →
Δ →

Örnek 31



$y=ax^2+bx+c$ denkleminin grafiği yukarıda verilmiştir. Buna göre yanda verilenlerden hangileri doğrudur?

Çözüm

I. $a<0$

II. $4ac-b^2<0$

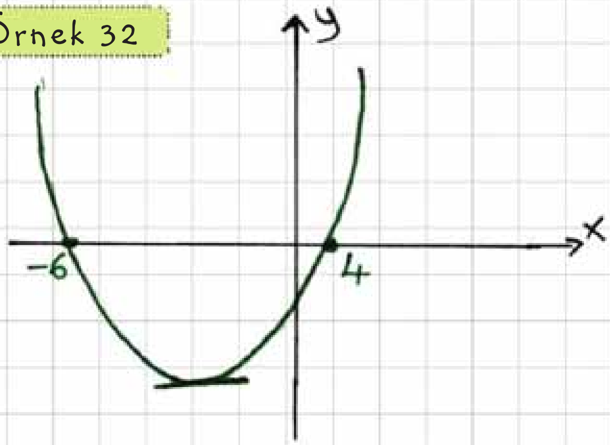
III. $a.c>0$

IV. $\frac{b}{a}<0$

V. $\frac{r.c}{a.b}>0$

VI. $b.a.k<0$

Örnek 32



$f(x)=ax^2+bx+c$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$a.f(m)<0$ eşitsizliğini sağlayan m tamsayı değerleri toplamı kaçtır?

Çözüm

Parabol İle Doğrunun Birbirine Göre Durumu

$y=ax^2+bx+c$ parabolü ile $y=mx+n$ doğrusunun birbirine göre durumu incelenirken denklemler ortak çözülür. (Birbirine eşitlenir.) Ortak çözümün Δ (Diskiriminant) sı incelenir.

Ortak çözümün Δ'sı için;

$\Delta<0$ ise doğru ile parabol kesişmez.

$\Delta=0$ ise doğru ile parabol teğettir.

$\Delta>0$ ise doğru ile parabol farklı iki noktada kesişirler.

Örnek 33 $y=x^2-2x+4$ parabolü ile $y=2x+m$ doğrusu birbirine teğet ise m kaçtır?

Çözüm

Örnek 34 $y=x^2-x+2$ parabolü ile $y=x+10$ doğrusunun kesim noktalarının koordinatlarını bulunuz.

Çözüm

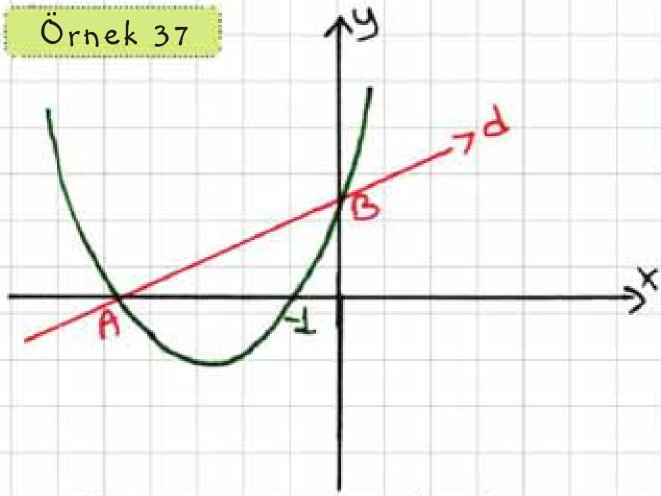
Örnek 35 $y=x^2+4$ parabolü ile $y=2x+8$ doğrusunun kesim noktalarının orta noktasının ordinatını bulunuz.

Çözüm

Örnek 36 $y=x^2-4x-5$ parabolüne teğet ve $y=2x+7$ doğrusuna paralel olan doğrunun denklemini bulunuz.

Çözüm

Örnek 37



$y=x^2+5x+c$ parabolü ile d doğrusu A ve B noktalarında kesişmektedir. Buna göre $|AB|$ kaçtır?

Çözüm

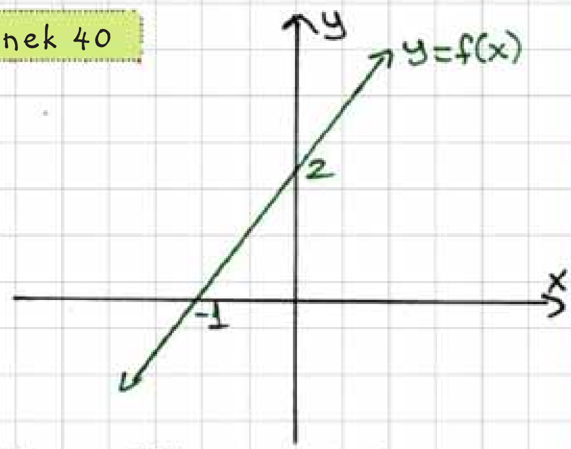
Örnek 38 $y = mx + 5$ doğrusunun $y = x^2 - 4x + 3m + 8$ parabolüne teğet olduğu noktanın koordinatları toplamı kaçtır?

Çözüm

Örnek 39 $y = x^2 - x - 2$ parabolü ile $y = x + n$ doğrusu farklı iki noktada kesiştiğine göre n için ne söylenebilir?

Çözüm

Örnek 40



Grafik $y = f(x)$ doğrusal fonksiyonuna aittir. Buna göre $y = f(x^2 - 5)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm

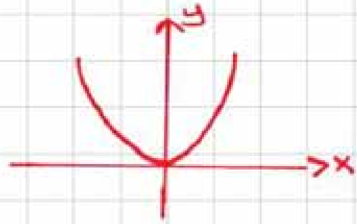
Tek Fonksiyon

Her x değeri için $f(-x) = -f(x)$ ise $f(x)$ fonksiyonu tek fonksiyondur. Tek fonksiyonun grafiği orjine göre simetriktir.

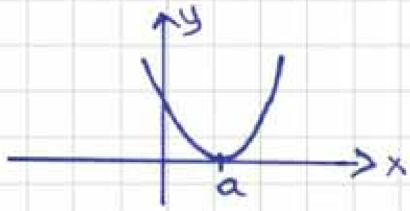
Çift Fonksiyon

Her x değeri için $f(-x) = f(x)$ ise $f(x)$ fonksiyonu çift fonksiyon dur. Çift fonksiyonun grafiği y eksenine göre simetrik fonksiyondur.

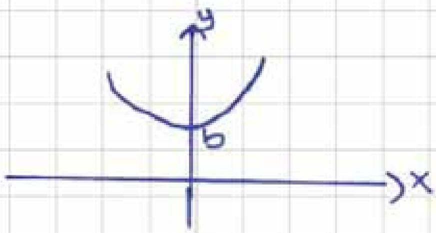
Grafiğin Ötelenmesi

$y = f(x)$ in grafiği 

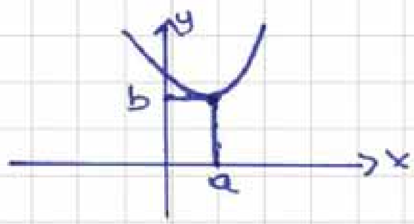
iken,

➡ $f(x-a)$ nın grafiği : 

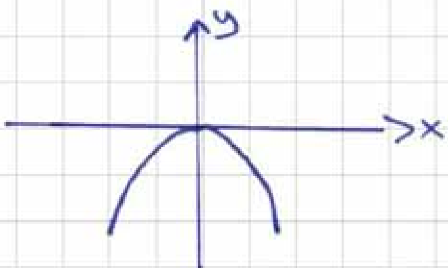
dır.

➡ $f(x)+b$ nin grafiği : 

dır.

➡ $f(x-a)+b$ nin grafiği : 

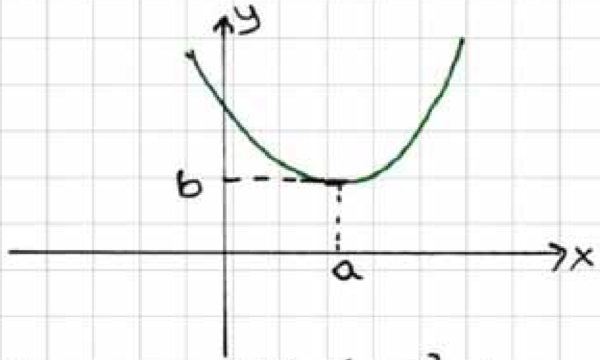
dır.

➡ $-f(x)$ in grafiği : 

dır.

Örnek 41 a ve b pozitif gerçek sayılar olmak üzere,

$f(x) = (x-a)^2 + b$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre $f(x) = (x+a)^2 - b$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm

Örnek 42 a ve b pozitif gerçek sayılar olmak üzere,

$f(x) = (x+a)^2 - b$ fonksiyonunun grafiği orjinden geçmektedir.

$f(x-a)$, $f(x-a)+b$, $f(x-3a)$ parabollerinin tepe noktalarının oluşturduğu üçgenin a ve b türünden eşitini bulunuz.

Çözüm

2. DERECEDEN 2 BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

a, b, c, d, e, f reel sayı ve a, b, c sayılarından en az ikisi sıfırdan farklı olmak üzere

$ax^2+by^2+cxy+dx+ey+f=0$ şeklinde verilen

denklemlere ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem denir.

Birden fazla denklem varsa denklem sistemi şeklinde adlandırılır.

Örnek 1

$$\begin{aligned} x^2+2y^2 &= 18 \\ x^2-y^2 &= 15 \end{aligned}$$ denklem

sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

Örnek 2

$$x+y+2=0$$

$$x^2+xy-3y+x+2=0$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

Örnek 3 $a^2 - b = -7$

$a - \sqrt{b} = -1$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

Örnek 4 $x^2 - y - 10 = 0$

$y = 2x + 5$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

Örnek 5 $5x^2 - 3xy - 2y^2 = 6$

$5x + 2y = 3$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

Örnek 6 $x^2+xy=12$

$y^2+xy=4$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

Örnek 7 $y=x^2$ ile

$y=x+6$ denklem sisteminin çözüm kümesinin kaç elemanlı olduğunu grafik yardımıyla bulunuz.

Çözüm

Örnek 8 $y=x^2-x-12$

$y=-x+5$

denklem sisteminin kaç farklı reel kökü vardır?

Çözüm

2. Dereceden 1 Bilinmeyenli Eşitsizlikler

$a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ olmak üzere ,

$ax^2+bx+c \;\; < \; > \; \leq \; \geq \;\; 0$ ifadesine 2. dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik denir.

Eşitsizlik Çözümünde İzlenecek Yğol

1) Kökler bulunur. Bunun için gerekirse çarpanlara ayırma kullanılır.

2) Kökler tabloda küçükten büyüğe doğru sıralanır.

   a) Paydanın kökü hiçbir zaman alınmaz.

   b) Payın kökü eşitlik varsa alınır, yoksa alınmaz.

3) x lerin katsayılarının işaretine göre tabloda en sağdan başlayarak işaret yazılır.

   a) Tek katlı kökte işaret değişir.

   b) Çift katlı kökte işaret değişmez.

NOT : Mutlak değerli ifadenin kökü çift katlı kök alınır.

Örneğin: $|x-3|=0$, $x=3$ çift katlı köktür.

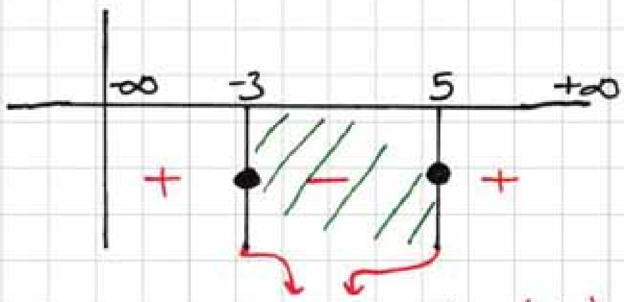
Kılavuz Örnek $x^2-2x-15 \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$x^2-2x-15 \leq 0$

$(x-5)(x+3) \leq 0$

$x=5$ $x=-3$



Eşitlik olduğundan ($\leq$) noktaları dolu alıyoruz

$ÇK = [-3, 5]$

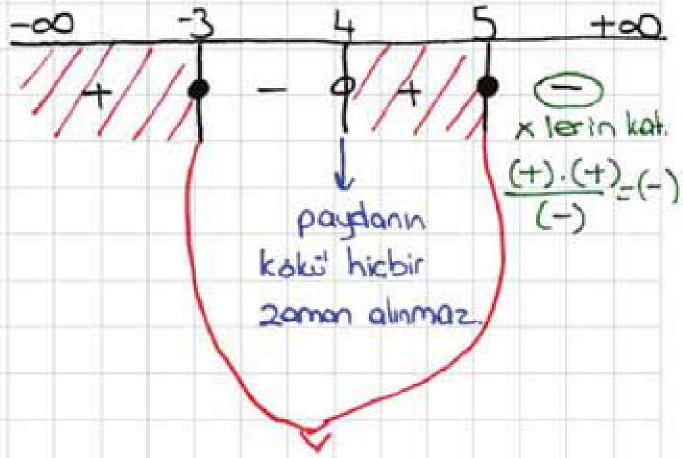
Kılavuz Örnek

$\dfrac{(x-5)(x+3)}{-x+4} \geq 0$ eşitsizliğinin

çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$x=5$, $x=-3$, $x=4$



Payın kökleri eşitlik olduğundan dolu alınır

$ÇK = (-\infty, -3] \cup (4, 5]$

Kılavuz Örnek

$\dfrac{(x-4).(-x+1)^2}{(x-3)\,|x-5|} \leq 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$x=4 \rightarrow$ Payın kökü eşitlik olduğu için alınır.

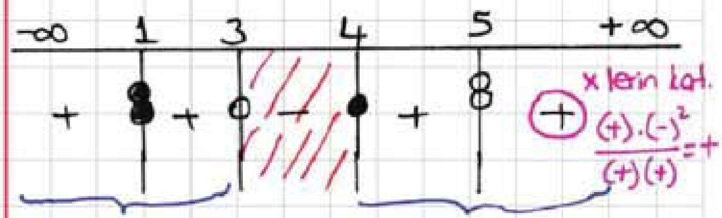
$x=1 \rightarrow$ " " " " " "

Aynı zamanda çift katlı köktür.

$x=3 \rightarrow$ Paydanın kökü alınmaz.

$x=5 \rightarrow$ Paydanın kökü alınmaz.

Mutlak değer olduğu için çift katlı köktür.



çift katlı kök olduğu için işaret değiştirmedik.

çift katlı kök olduğu için işaret değiştirmedik.

$ÇK = (3, 4] \cup \{1\}$

Örnek 9

$x^2 - x - 6 \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

Örnek 10

$x^2 - 3x > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

Örnek 11

$-x^2 + x + 30 \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

Örnek 12 $\dfrac{(x-3).(x+4)}{(x-5)^2} < 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

Çözüm

Örnek 13 $\dfrac{(x^2-16)(x+3)}{(x^2-25)(x-1)} \geq 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

Örnek 14 $\dfrac{|x-3| \, 5^{x-2} . (x-1)}{(x+4)} < 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

Hatırlatma

$ax^2+bx+c=0$ denklemi için $\Delta = b^2-4ac$ dır.

1) $\Delta<0$ ise reel kök yoktur.

2) $\Delta=0$ ise eşit (çakışık) iki kök vardır.

3) $\Delta>0$ ise farklı iki reel kök vardır.

Bu kökler

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ dır.}$$

Örnek 15

$x^2-x+2>0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

Örnek 16

$x^2-2x+9>0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

Örnek 17

$-x^2+x-5<0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

Örnek 18

$-x^2+3x-7>0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

Örnek 19

$x^2-6x+m+3=0$ denkleminin reel kökü yoksa m için ne söylenebilir?

Çözüm

Örnek 20

$f(x)=x^2-2ax+5a$ fonksiyonu veriliyor. Her x değeri için $f(x)>6$ olduğuna göre, a'nın çözüm aralığını bulunuz.

Çözüm

Örnek 21 $a<0<b$ olmak üzere,

$$\frac{(ax-b)(bx+a)}{x^2} \leq 0$$ eşitsizliğinin

çözüm kümesini bulunuz

Çözüm

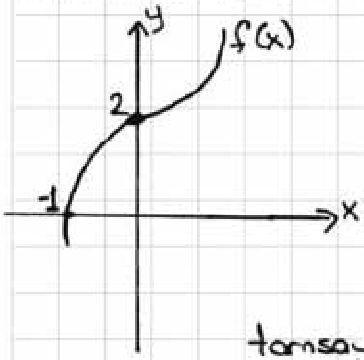
Örnek 22 $a<0<b<c$ olmak üzere,

$$\frac{(x-a)(x-c)}{(x-b)} \geq 0$$ eşitsizliğinin

çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

Örnek 23



$$\frac{f(x)}{x-2} \leq 0$$

eşitsizliğini

sağlayan x

tamsayıların toplamı kaçtır?

Çözüm

ÖDEV 1

1) $x^2-x-20<0$ esitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

2) $x<\dfrac{-5}{4-x}$ esitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

3) $\dfrac{(6-x)\,(2-x)^2}{x-4}\geq 0$ esitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

4) $(x^2-16)\,(x+3)^2>0$ esitsizliğini <u>sağlamayan</u> kaç tane x tamsayı değeri vardır?

5) $\dfrac{2^{x-1}\cdot|x-3|}{x^2-1}<0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

6) $m<0<n$ olmak üzere,

$\dfrac{(2x-2m)\cdot x}{n-x}<0$ esitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

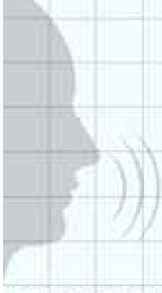
7) $\dfrac{(x-1)\,(x^2-x+1)}{x-3}\leq 0$ esitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

8) $\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}\leq 0$ esitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

9) $x<\dfrac{4}{x}$ esitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

10) $x^3+x^2-9x-9<0$ esitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

ÖĞRETMENİM DİYOR Kİ:



2. Dereceden Denklemlerin Kökleri Arasında İlişkiler

$ax^2+bx+c=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

- $x_1 < 0 < x_2$ ve $|x_1| < x_2 \Rightarrow$ $x_1 . x_2 = \frac{c}{a} < 0$
$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} > 0$

Burada köklerinden birinin (−), diğerinin (+) ve (+) olanın mutlak değerce daha büyük olduğunu görüyoruz. Dolayısı ile kökler toplamı (+), çarpımı (−) olur.

- $x_1 < 0 < x_2$ ve $|x_1| > x_2 \Rightarrow$ $x_1 . x_2 = \frac{c}{a} < 0$
$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} < 0$

- $x_1 < 0 < x_2$ ve $|x_1| = x_2 \Rightarrow$ $x_1 . x_2 = \frac{c}{a} < 0$
$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 0$

- $0 < x_1 < x_2 \Rightarrow$ $x_1 . x_2 = \frac{c}{a} < 0$
$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} > 0$

Burada, köklerin ikisi de (+) olduğundan, kökler toplamı da çarpımı da pozitiftir.

- $x_1 < x_2 < 0 \Rightarrow$ $x_1 . x_2 = \frac{c}{a} > 0$
$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} < 0$

Burada, köklerin ikisi de (−) olduğundan, kökler çarpımı (+), kökler toplamı (−) dir.

Örnek 24

$(a-1)x^2-(2a-5)x+a-6=0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$|x_1|>x_2$ ve $x_1<0<x_2$ olduğuna

göre a hangi aralıktadır.

Çözüm

Örnek 25

$x^2-4x+a-2=0$ denkleminin farklı

pozitif reel kökünün olabilmesi için

a'nın alabileceği tamsayı değerlerinin

toplamı kaçtır?

Çözüm

EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ

Örnek 26

$$\left.\begin{aligned}(x-3)(x+2) &\le 0\\ (x+4)(x-5) &> 0\end{aligned}\right\}$$ Eşitsizlik sisteminin

çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

Örnek 27

$$\left.\begin{aligned}x^2-2x-15 &\le 0\\ x^2-9 &> 0\end{aligned}\right\}$$ Eşitsizlik sisteminin

çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

Örnek 28

$$\left.\begin{aligned}\frac{x-3}{x-2} &\le 0\\ \frac{x+4}{x-5} &> 0\end{aligned}\right\}$$

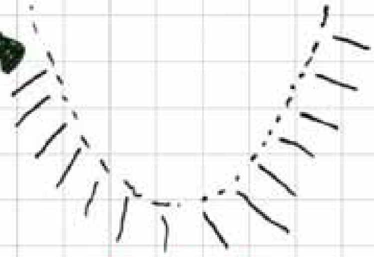
Eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini

bulunuz.

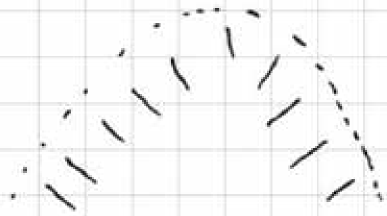
Çözüm

İkinci Dereceden Eşitsizliğin Grafiği

$y < ax^2+bx+c$ →

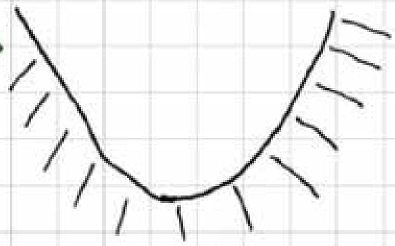


$(a>0)$

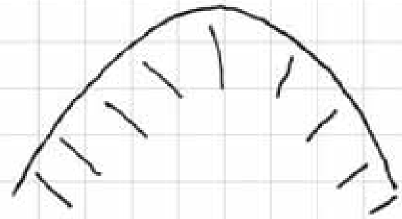


$(a<0)$

$y \leq ax^2+bx+c$ →



$(a>0)$



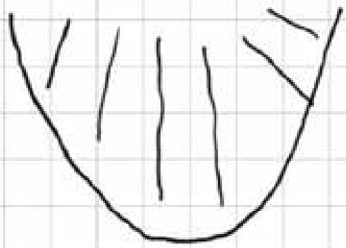
$(a<0)$

$y > ax^2+bx+c$ →

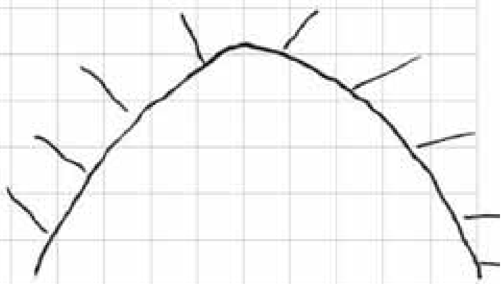
$(a>0)$

$(a<0)$

$y \geq ax^2+bx+c$ →



$(a>0)$



$(a<0)$

Örnek 29 $y < -x^2+9$

$y \geqslant x^2-1$

Eşitsizlik sisteminin grafiğini çiziniz.

Çözüm

Örnek 30 $y \leq (x-1)^2$

$y > -x^2+2x+15$

Eşitsizlik sisteminin grafiğini çiziniz.

Çözüm

Örnek 31 $y+2 > (x+1)^2$

$y+x^2 < 1$

Eşitsizlik sisteminin grafiğini çiziniz.

Çözüm

ÖDEV 2

1) $x^2-x+1>0$ esitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

2) $A=x^2+4x+a$ veriliyor. Her $x\in\mathbb{R}$ için $A>3$ olduğuna göre a icin ne söylenebilir?

3) $\left(\frac{2}{5}\right)^{x^2-2x} \leq \left(\frac{4}{25}\right)^4$ esitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

4) $ax^2-(2a+2)x+a>-3$ esitsizliği her $x\in\mathbb{R}$ için sağlandığına göre a icin ne söylenebilir?

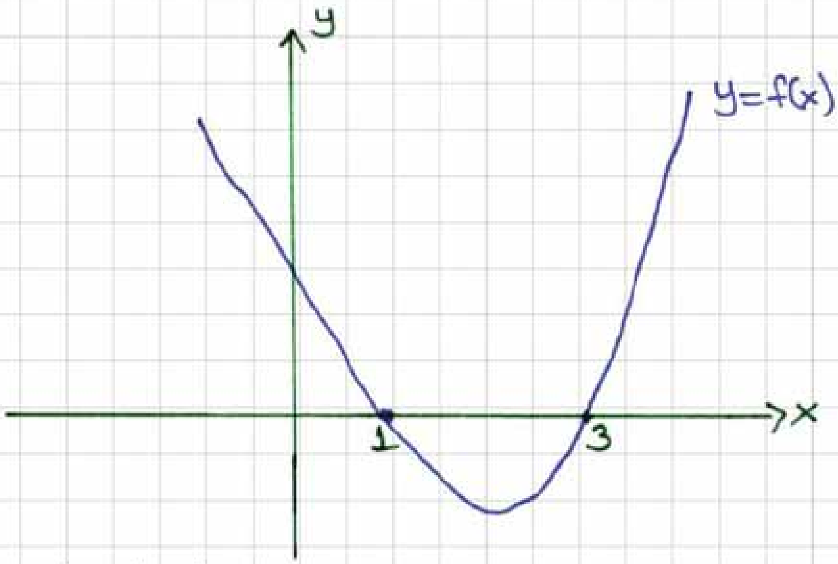
5) $$\left.\begin{aligned} \frac{x-2}{x-7} &\leq 0 \\ \frac{5-x}{x+2} &> 0 \end{aligned}\right\}$$ Esitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

6) $$\left.\begin{aligned} \frac{-18}{x-1} &< 0 \\ \frac{x-3}{5-x} &> 0 \end{aligned}\right\}$$ Esitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

7) $$\left.\begin{aligned} (x-2).(x-5).|x| &< 0 \\ (x^2-4).(7-x) &\geq \end{aligned}\right\}$$ Esitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

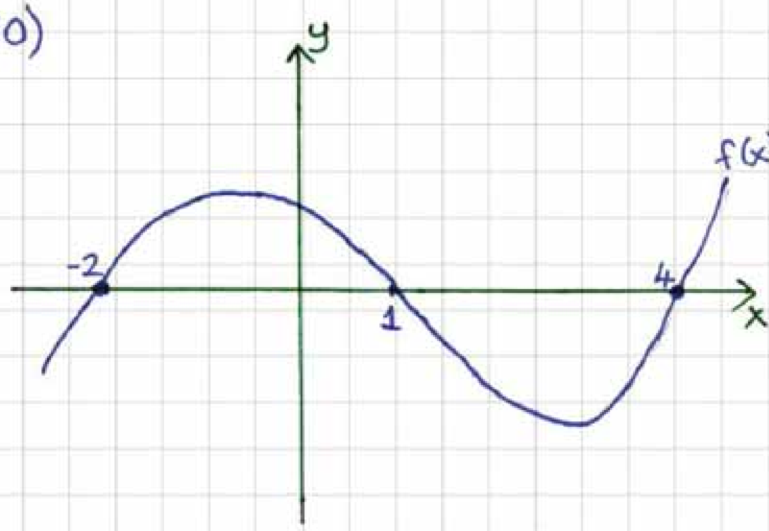
8) $$\left.\begin{aligned} y &< (x-3)^2+2 \\ y &\geq -(x+1)^2+3 \end{aligned}\right\}$$ Esitsizlik sisteminin grafiğini çiziniz.

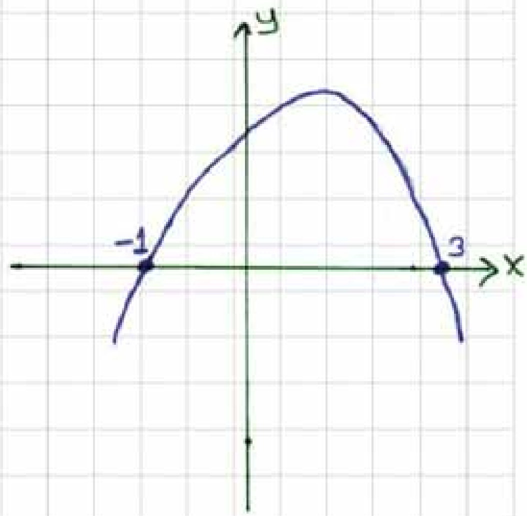
9)



$(5-x) \cdot f(x) > 0$ esitsizliğinin cözüm kümesini bulunuz.

10)





Yukarıda f(x) ve g(x) fonksiyonlarının grafiği verilmistir. Buna göre,

$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$ esitsizliğinin cözüm kümesini bulunuz

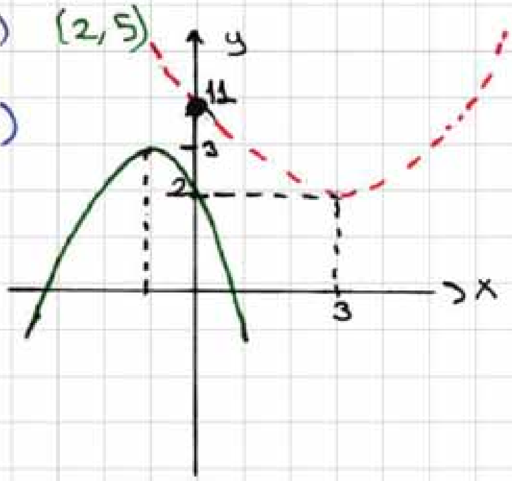
4. ÜNİTE CEVAPLAR

ÖDEV 1

1) $(-4, 5)$
2) $(-\infty, -1) \cup (4, 5)$
3) $(4, 6] \cup \{2\}$
4) 9
5) $(-1, 1)$
6) $(m, 0) \cup (n, \infty)$
7) $[1, 3)$
8) $(-1, 0)$
9) $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$
10) $(-\infty, -3) \cup (-1, 3)$

ÖDEV 2

1) $\mathbb{R}$
2) $a > 7$
3) $\mathbb{R} - (-2, 4)$
4) $a > 1$
5) $[2, 5)$
6) $(3, 5)$
7) $(2, 5)$
8)

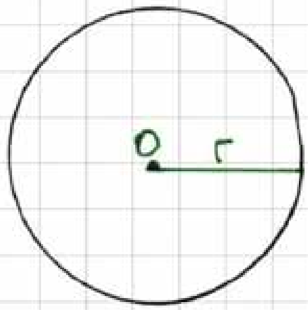


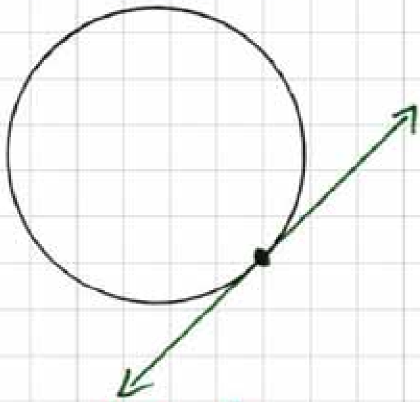
9) $(-\infty, 1) \cup (3, 5)$
10) $[-2, 1) \cup [1, 3) \cup [4, \infty)$

ÖĞRETMENİM DİYOR Kİ:

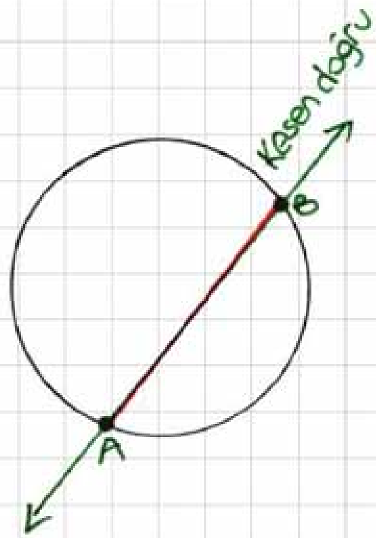
ÜNİTE 5

ÇEMBERİN TEMEL ELEMANLARI





(Teğet)



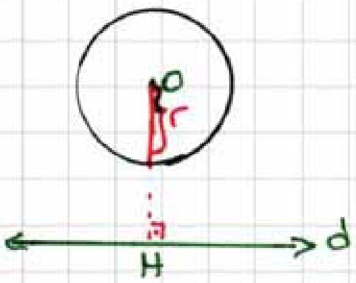
[AB] : Kiriş

Merkezin çembere olan uzaklığı yarıçaptır

En uzun kiriş çaptır

Düzlemde Çember İle Doğrunun Durumu

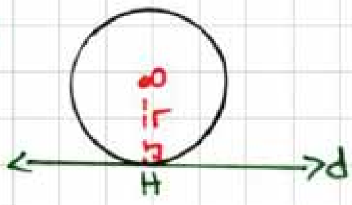
1)



Çemberin merkezinin doğruya uzaklığı yarıçaptan büyük ise doğru çemberi kesmez.

$|OH| > r$

2)

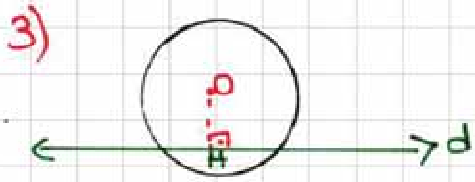


Çemberin merkezinin doğruya uzaklığı yarıçapa eşit ise doğru çembere teğettir.

$|OH| = r$

NOT Yarıçap teğete diktir.

3)

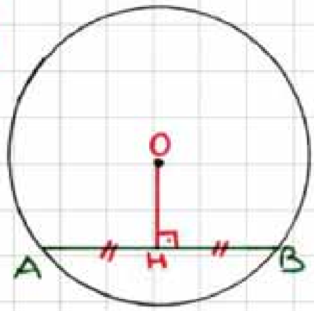


Çemberin merkezinin doğruya uzaklığı yarıçaptan küçük ise doğru çemberi farklı iki noktada keser.

$|OH| < r$

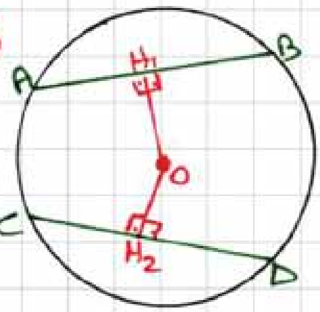
Kirişin Özellikleri

1)



Merkezden kirişe inilen dikme kirişi iki eş parçaya ayırır yada kirişin orta dikmesi merkezden geçer.

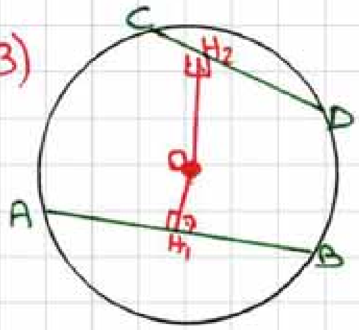
2)



Merkeze eşit uzaklıktaki kirişlerin uzunlukları eşittir.

$|OH_1| = |OH_2| \Rightarrow |AB| = |CD|$ dir.

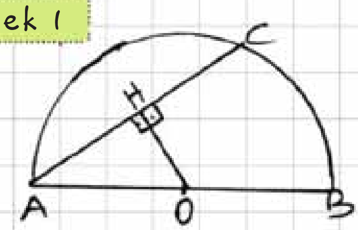
3)



$|OH_1| < |OH_2| \Rightarrow |AB| > |CD|$ dir.

Merkezden uzaklaştıkça kiriş uzunluğu artar.

Örnek 1



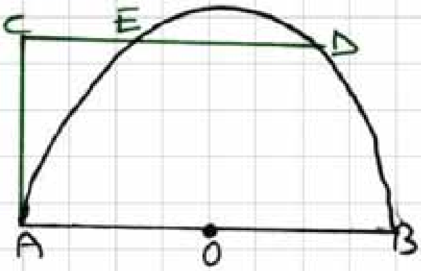
O merkezli yarım çemberde

$[AC] \perp [OH]$,

$|OB| = 6$, $|HC| = 3$ ise $|OH| = ?$

Çözüm

Örnek 2



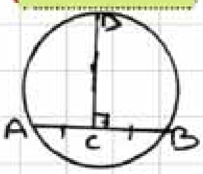
O merkezli yarım çemberde,

[AC] ⊥ [AB] , [CD] // [AB]

|ED| = 10 , |EC| = 2 ise |AB| = ?

Çözüm

Örnek 3



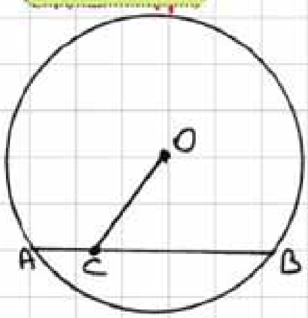
|AC| = |CB|

|AB| = 6, |DC| = 9

ise çemberin yarıçapı kaçtır?

Çözüm

Örnek 4



O merkez,

|AC| = 2

|CB| = 10

|OC| = 5

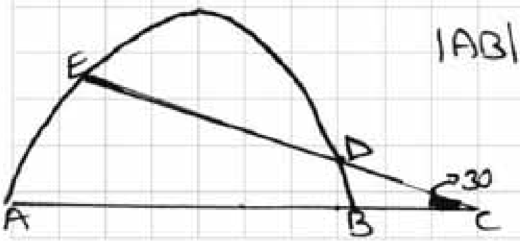
Çemberin yarıçapı kaçtır?

Çözüm

Örnek 5 AB çaplı yarım çemberde,

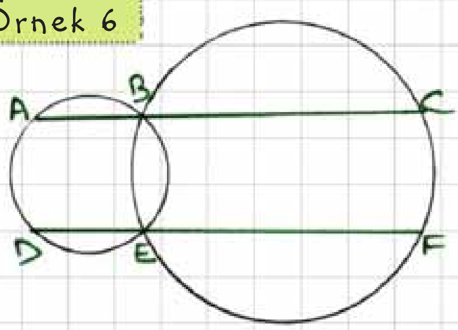
|ED| = |DC| = 6 m($E\hat{C}A$) = 30° ise

|AB| = ?



Çözüm

Örnek 6



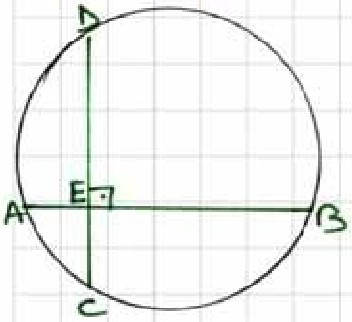
A, B, C doğrusal ve D, E, F doğrusaldır. [AC] // [DF]

|AB| = 2, |BC| = 10, |DE| = 4 ise

|EF| kaçtır?

Çözüm

Örnek 7

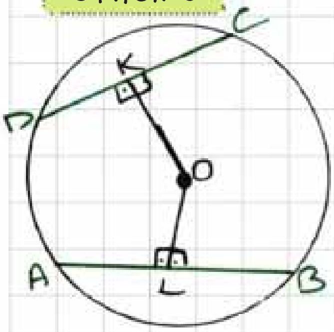


|AE| = 2
|EB| = 12
|DE| = 6
|EC| = 4 ise

çemberin yarıçapı kaçtır?

Çözüm

Örnek 8



O merkez,

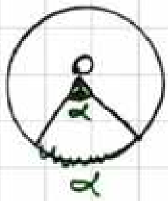
|OK| = 16
|KC| = 20
|OL| = 20

ise |AB| kaçtır?

Çözüm

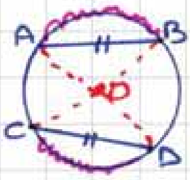
ÇEMBERDE AÇI

1. Merkez Açı



Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.

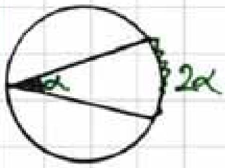
* Eşit uzunluktaki kirişler eşit yaylar oluşturur.



$s(\widehat{AB}) = s(\widehat{CD})$

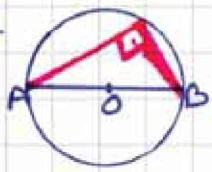
($A\hat{O}B \cong C\hat{O}D$ eş üçgenlerdir)

2. Çevre Açı

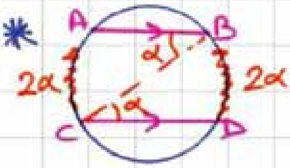


Çevre açı gördüğü yayın yarısına eşittir.

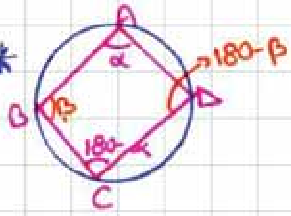
Çevre açıdan çıkarılabilecek sonuçlar :

* 

Çapı gören çevre açı 90° dir.

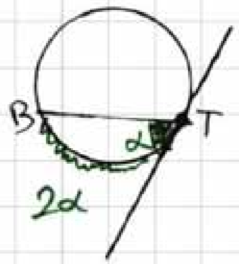
* 

Paralel kirişler arasında kalan yaylar eşittir.

* 

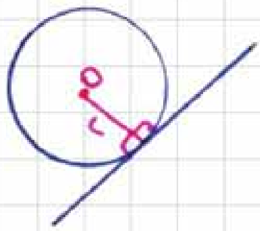
Kirişler dörtgeninde karşılıklı açılar toplamı 180° dir.

3. Teğet-Kirişe Açı

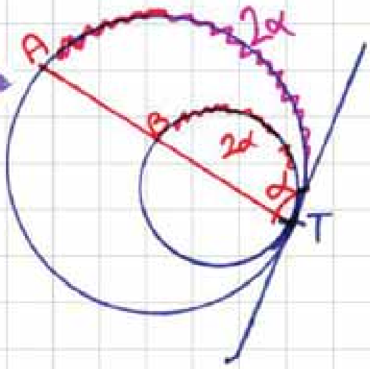


Teğet-Kiriş açı gördüğü yayın yarısına eşittir.

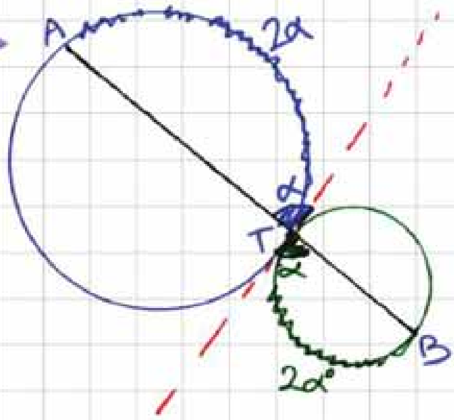
Teğet-Kiriş Açıdan Çıkarılabilecek Sonuçlar



Yarıçap teğete diktir.

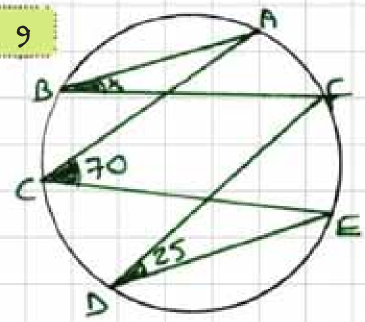


$s(\overset{\frown}{AT}) = s(\overset{\frown}{BT})$



$s(\overset{\frown}{AT}) = s(\overset{\frown}{BT})$

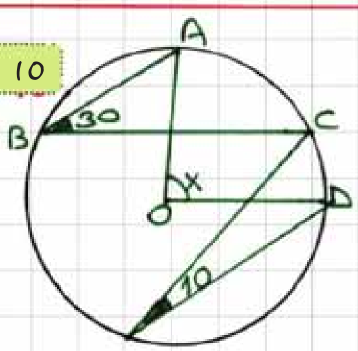
Örnek 9



x = ?

Çözüm

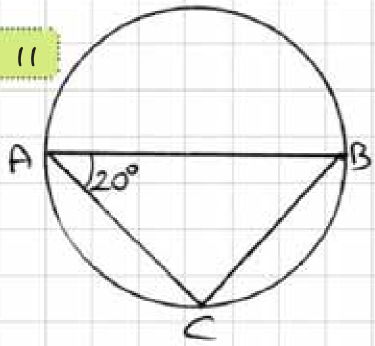
Örnek 10



O merkez x = ?

Çözüm

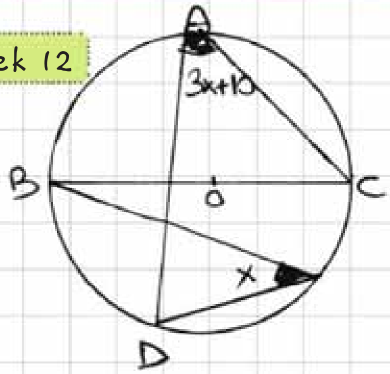
Örnek 11



[AB] çap, $m(\widehat{ABC}) = ?$

Çözüm

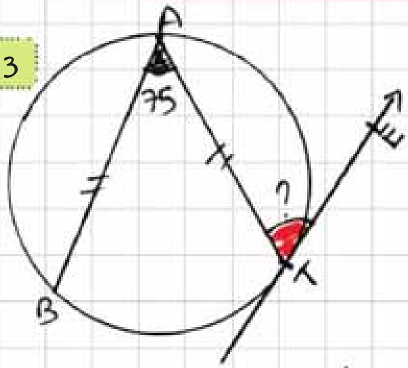
Örnek 12



O merkez ise $x = ?$

Çözüm

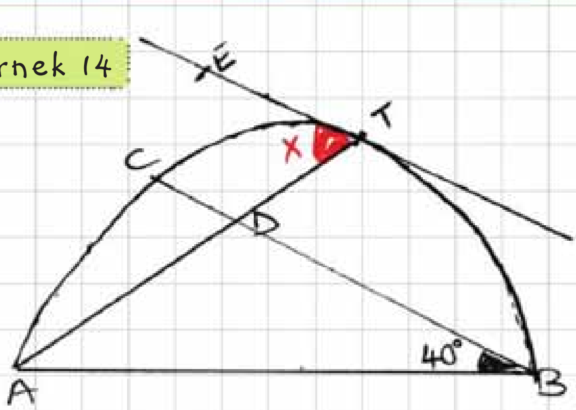
Örnek 13



$|AB| = |AT|$ ise $m(\widehat{ATE}) = ?$

Çözüm

Örnek 14

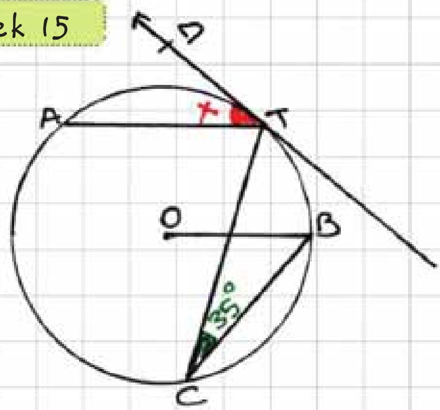


[AB] çap, [ET] // [BC]

$m(\widehat{ETA}) = x = ?$

Çözüm

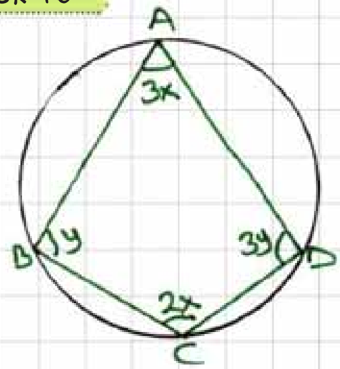
Örnek 15



O merkez, [AT] // [OB], $m(T\hat{C}B) = 35°$ ise $m(A\hat{T}D)$ kaçtır?

Çözüm

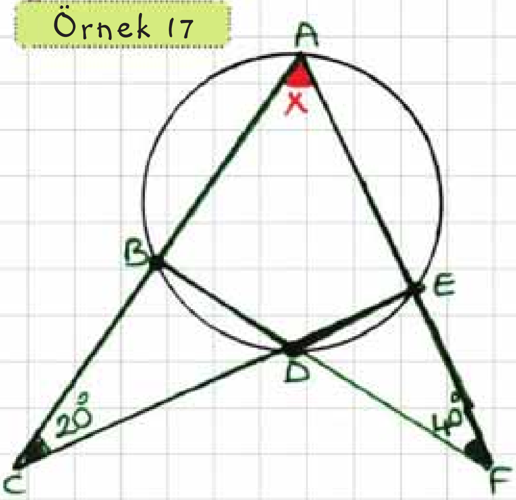
Örnek 16



ABCD kirisler dörtgeni ise x+y toplamı kaçtır?

Çözüm

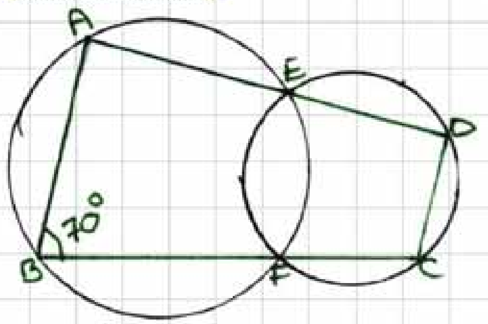
Örnek 17



$m(C\hat{A}F) = x$ kaçtır?

Çözüm

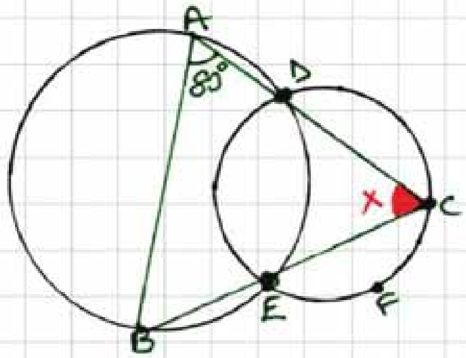
Örnek 18



$m(\widehat{ABC}) = 70°$ ise $m(\widehat{DCB})$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 19

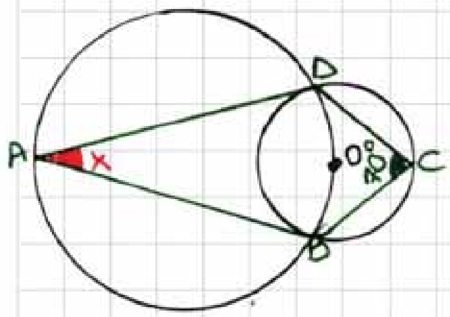


$m(\widehat{BAC}) = 80°$, $m(\overset{\frown}{EFC}) = 150°$ ise

$m(\widehat{BCA})$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 20



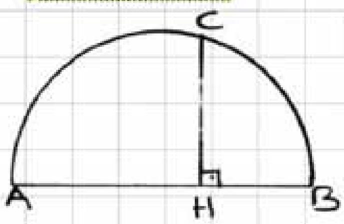
O, küçük çemberin merkezidir.

$m(\widehat{DCB}) = 70°$ ise $m(\widehat{DAB})$

kaçtır?

Çözüm

Örnek 21



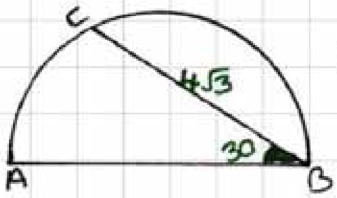
[AB] çap, $|CH|=4$,

$|AH|=8$ ise,

çemberin yarıçapı kaçtır?

Çözüm

Örnek 22

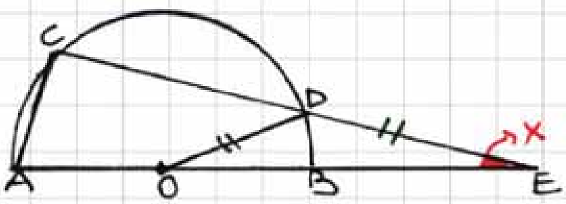


[AB] çap,

$|AB| = ?$

Çözüm

Örnek 23

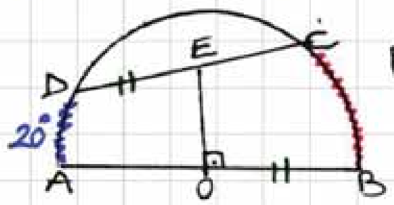


O merkez, $m(\widehat{ACD}) - m(\widehat{CAE}) = 38°$

ise $m(\widehat{CEA}) = ?$

Çözüm

Örnek 24



[AB] çap,

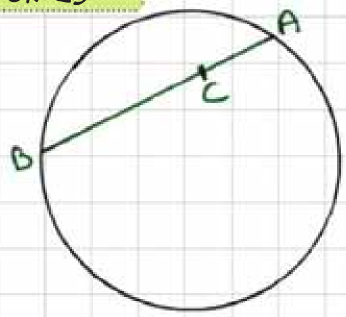
O merkez,

$[EO] \perp [AB]$, $m(\overset{\frown}{AD}) = 20°$ ise

$m(\overset{\frown}{BC}) = ?$

Çözüm

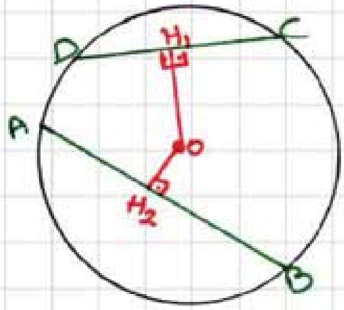
Örnek 25



$|AC| = 2$
$|BC| = 8$
C noktasından geçen en kısa kirişin uzunluğu kaçtır?

Çözüm

Örnek 26



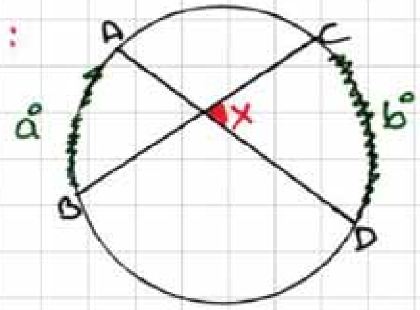
O merkez, $|OH_1| > |OH_2|$

$|DC| = 3x-6$, $|AB| = 2x+2$

olduğuna göre x'in alabileceği tamsayı değerler toplamı kaçtır?

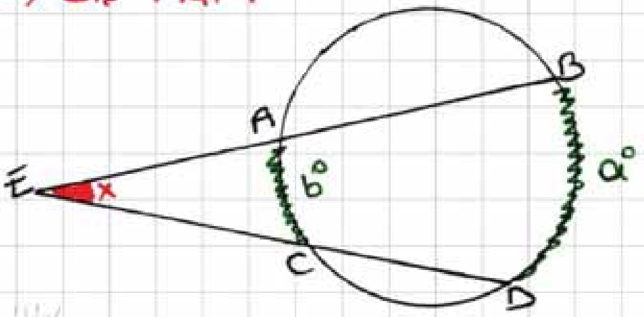
Çözüm

4) İç Açı :



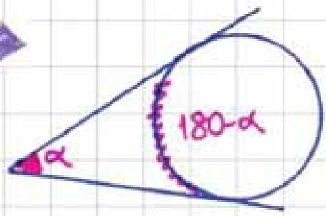
$$\boxed{x = \frac{a+b}{2}}$$

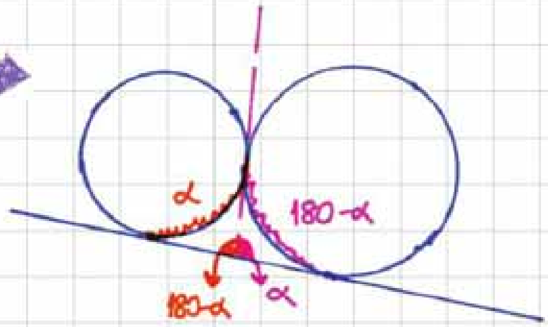
5) Dış Açı :

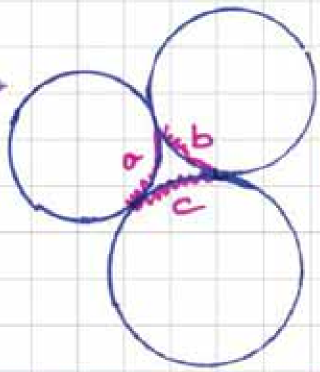


$$\boxed{x = \frac{a-b}{2}}$$

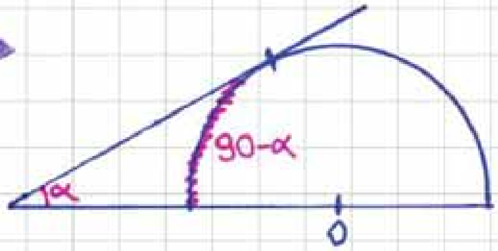
Dış açıdan çıkarılabilecek sonuçlar :



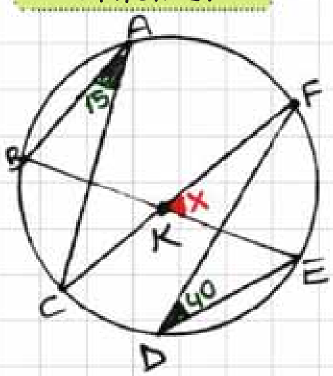




$\boxed{a+b+c=180°}$



Örnek 27



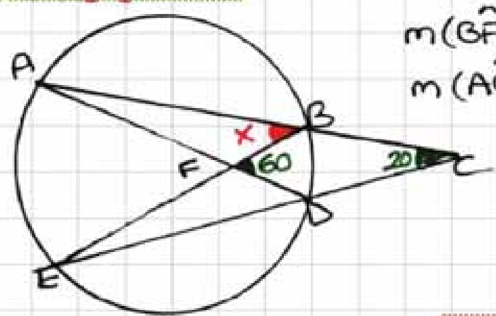
$m(B\widehat{A}C) = 15°$

$m(F\widehat{D}E) = 40°$

$m(F\widehat{K}E) = ?$

Çözüm

Örnek 28



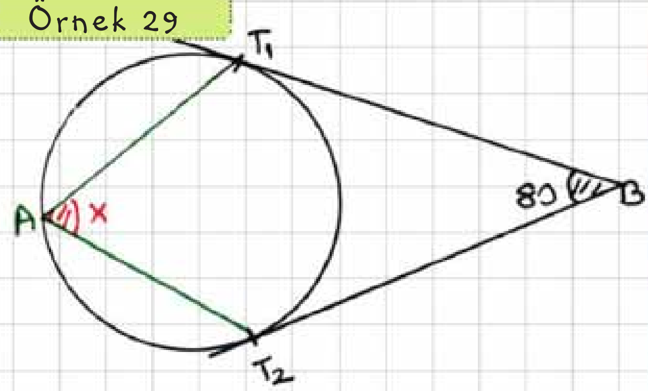
$m(B\widehat{F}D) = 60°$

$m(A\widehat{C}E) = 20°$ ise

$m(A\widehat{B}E) = ?$

Çözüm

Örnek 29

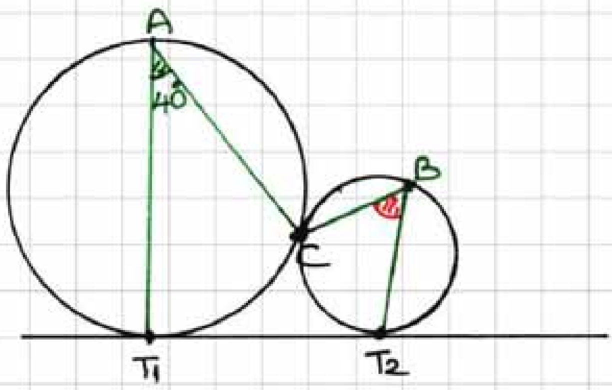


$m(T_1\widehat{B}T_2) = 80°$ ise

$m(T_1\widehat{A}T_2)$ kaçtır ?

Çözüm

Örnek 30

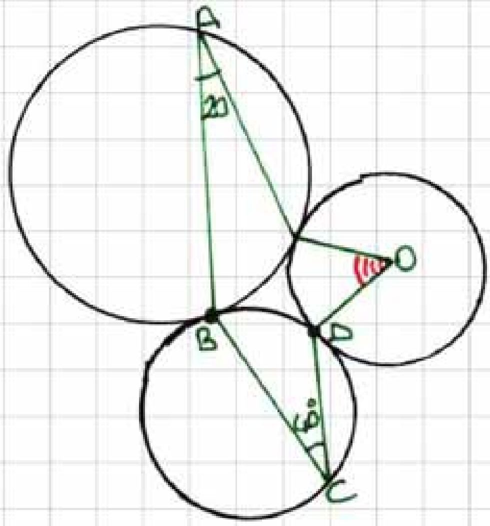


$m(T_1\widehat{A}C) = 40°$ ise

$m(T_2\widehat{B}C)$ kaçtır ?

Çözüm

Örnek 31



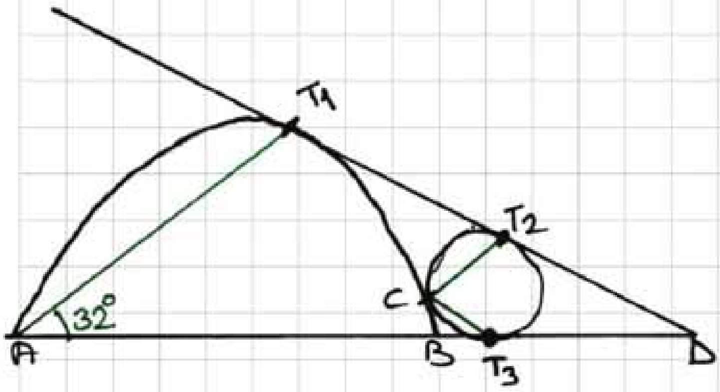
O merkez,

$m(\widehat{BAE}) = 20°$, $m(\widehat{DCB}) = 40°$ ise

$m(\widehat{EOD}) = ?$

Çözüm

Örnek 32

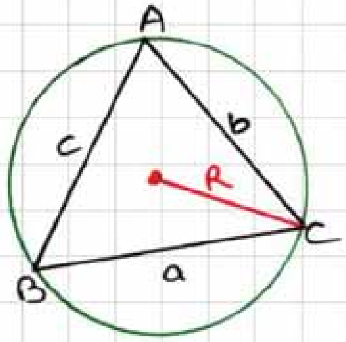


[AB] çap,

$s(T_1\widehat{A}B) = 32°$ ise $s(T_2\widehat{C}T_3) = ?$

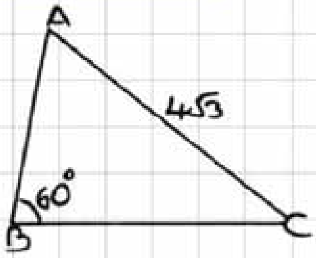
Çözüm

Sinüs Teoremi İle Çevrel Çember Arasındaki İlişkiler



$$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}} = 2R$$

Örnek 33



ABC üçgeninin çevrel çemberin yarıçapını bulunuz.

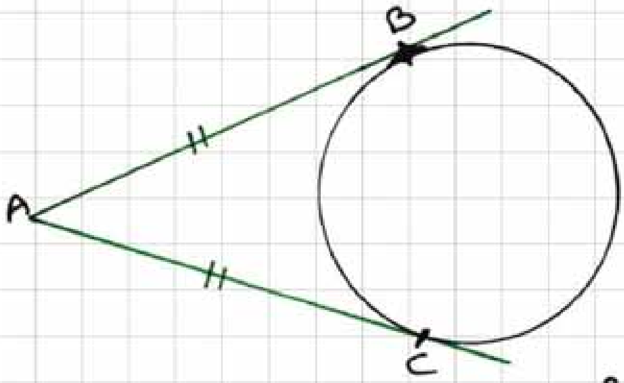
Çözüm

Örnek 34

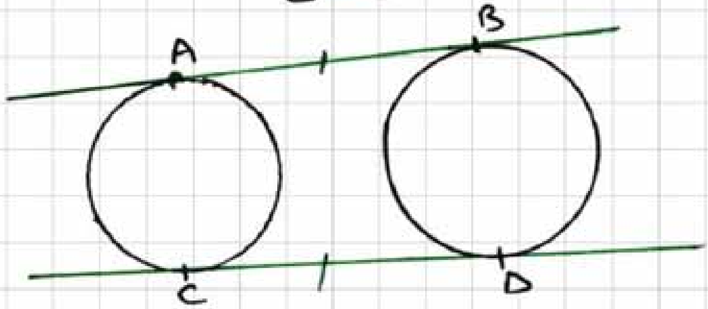
Bir ABC üçgeninde $m(B\hat{A}C)=65^\circ$ $m(A\hat{B}C)=85^\circ$, $|AB|=6$ ise ABC üçgeninin çevrel çemberinin çevresini bulunuz.

Çözüm

Çemberde Teğetin Özellikleri

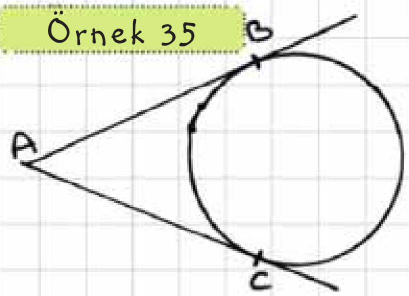


$\boxed{|AB| = |AC|}$



$\boxed{|AB| = |CD|}$

Örnek 35



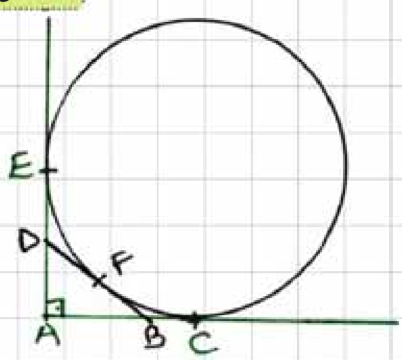
$|AB| = 6x-4$

$|AC| = 5x+2$

ise $x = ?$

Çözüm

Örnek 36



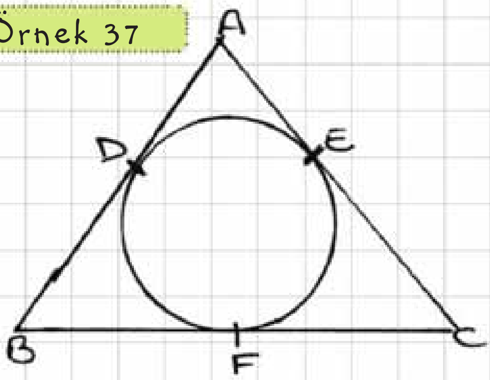
E, F, C teğet noktalarıdır.

$|AD| = 6$

$|AB| = 8$ ise $|ED|$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 37

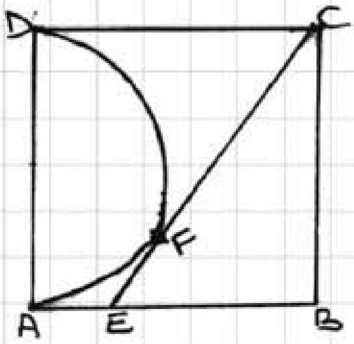


$|AB|=5$, $|AC|=6$, $|BC|=7$ ise

$|FC|$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 38

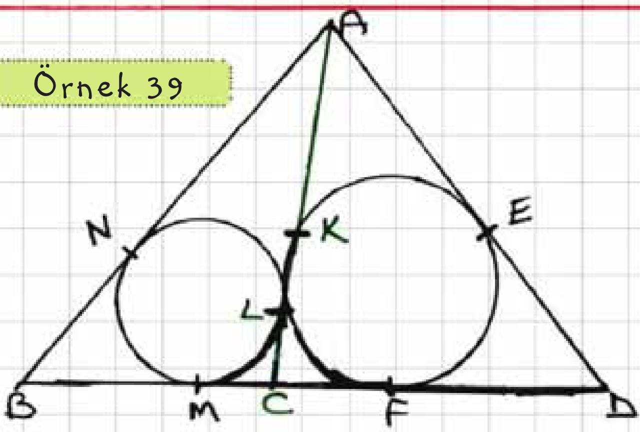


ABCD kare, AD çaplı yarım çember,

$|EF|=2$ ise, $|BE|=?$

Çözüm

Örnek 39



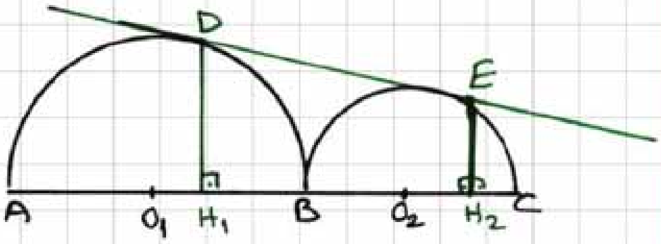
M, L, N, K, E, F teğet noktalarıdır.

$|AN|=10$, $|AE|=6$, $|CF|=8$ ise

$|MC|=?$

Çözüm

Örnek 40



O_1 ve O_2 merkez,
D ve E teğet noktalar,

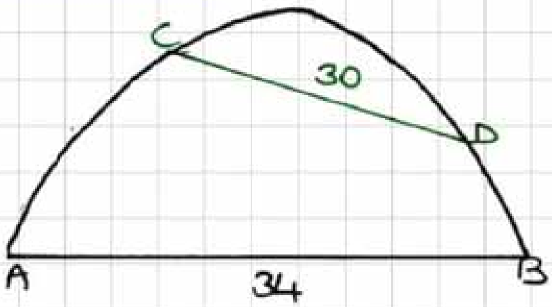
$|DH_1| = 10$, $|EH_2| = 6$ ise

$|DE| = ?$

Çözüm

Yarıçap yardımıyla çizilen örnekler :

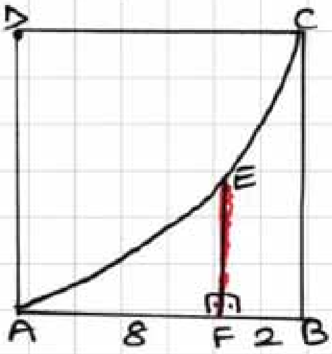
Örnek 41



[AB] çap, merkezin [CD]'ye uzaklığı kaçtır?

Çözüm

Örnek 42

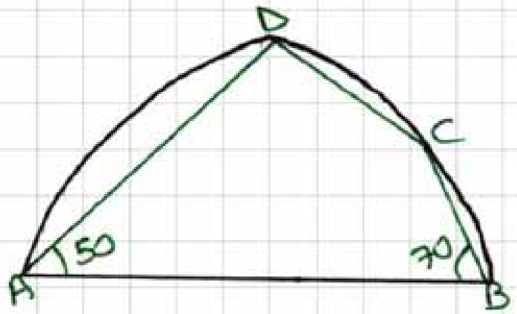


ABCD kare,

D merkezli çeyrek çember verilmiştir.
Buna göre $|EF| = ?$

Çözüm

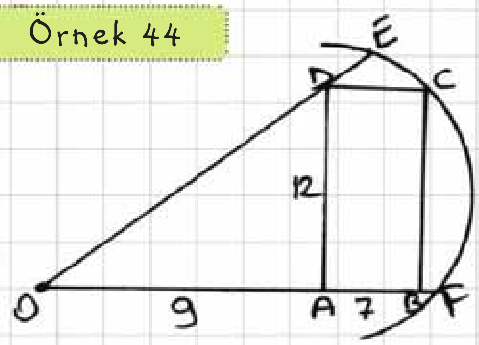
Örnek 43



[AB] çap, |CD|=6 birim ise |AB| kaçtır?

Çözüm

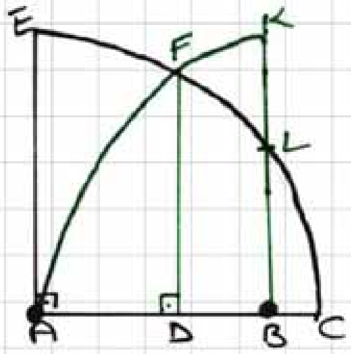
Örnek 44



O merkez, ABCD dikdörtgen ise |DE| kaçtır?

Çözüm

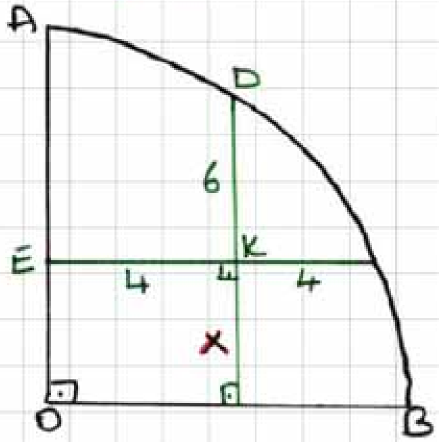
Örnek 45



A ve B merkezli çeyrek çemberler veriliyor. |AE|=30, |KB|=25 ise |FD| kaçtır?

Çözüm

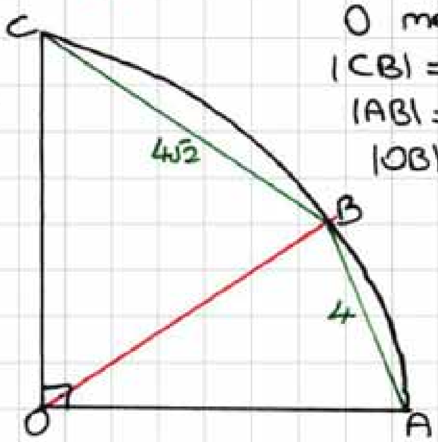
Örnek 46



O merkezli çeyrek çemberde, |KF| kaçtır ?

Çözüm

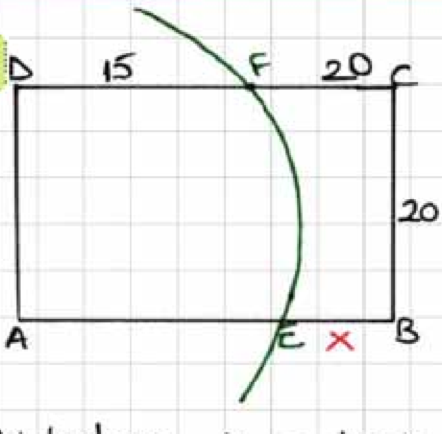
Örnek 47



O merkez,
$|CB| = 4\sqrt{2}$
$|AB| = 4$
$|OB| = ?$

Çözüm

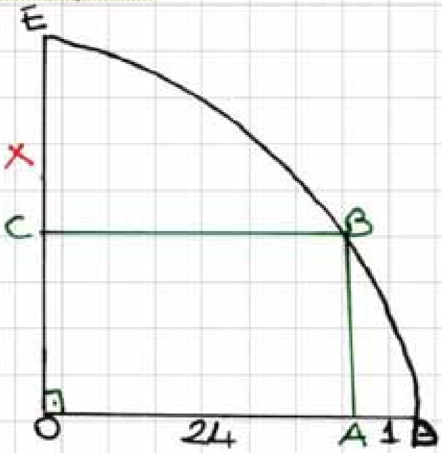
Örnek 48



ABCD dikdörtgen, A çemberin merkezidir. $|BC| = 20$, $|DF| = 15$, $|FC| = 20$, $|EB| = x$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 49

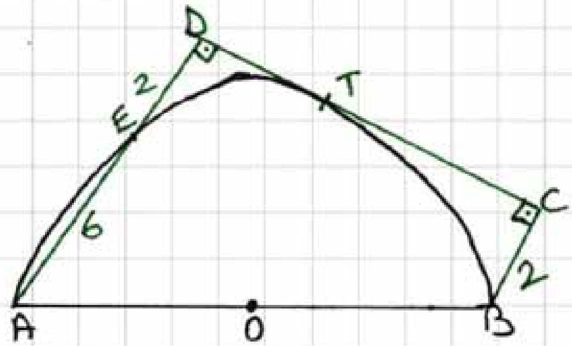


O merkez, OABC dikdörtgen,

$|OA| = 24$, $|AD| = 1$, $|EC| = x = ?$

Çözüm

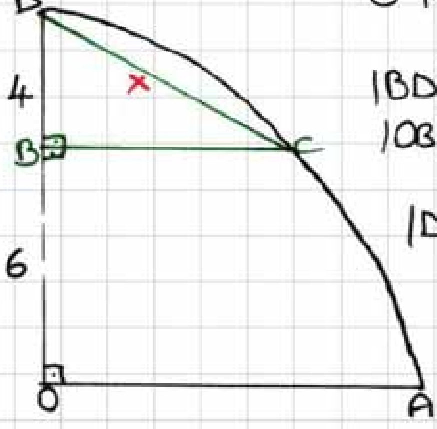
Örnek 50



O merkez, $|DE| = 2$, $|AE| = 6$, $|BC| = 2$ ise çemberin yarıçapı kaçtır?

Çözüm

Örnek 51



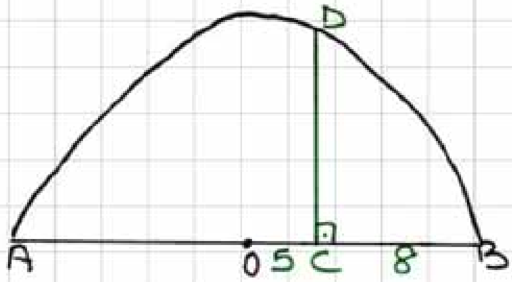
O merkez,

$|BD| = 4$
$|OB| = 6$ ise

$|DC| = x = ?$

Çözüm

Örnek 52

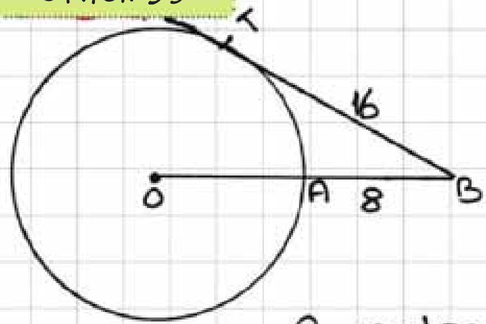


O merkez, $|OC| = 5$, $|CB| = 8$

$|CD|$ kaçtır?

Çözüm

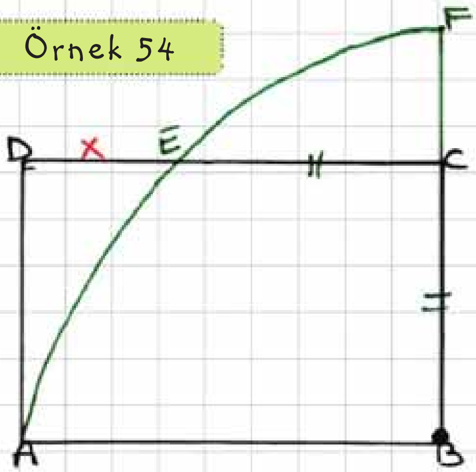
Örnek 53



O merkez,
$|OA|$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 54

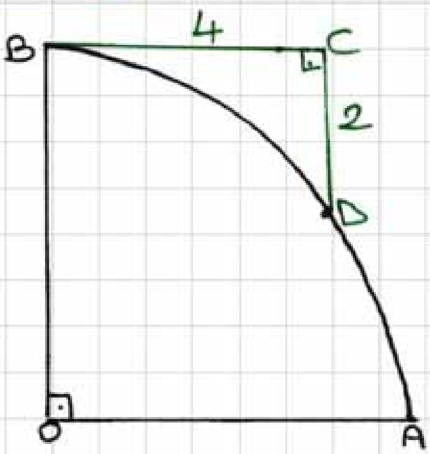


ABCD dikdörtgen, B merkez

$|AB| = 6$ ise $|DE|$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 55



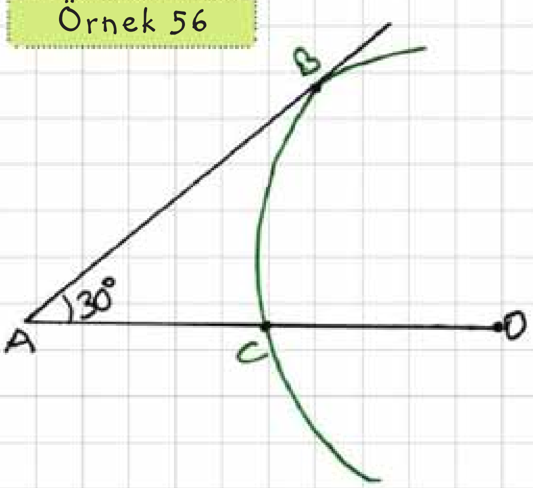
O merkez,

$|BC| = 4$, $|DC| = 2$ ise

bu çemberin yarıçapı kaçtır?

Çözüm

Örnek 56

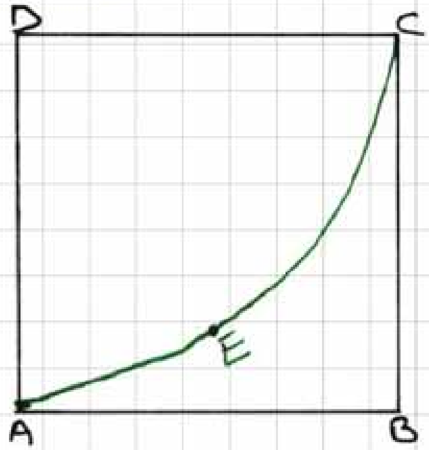


O merkez,

$|OC| = 4$ ise $|AB|$ kaçtır?

Çözüm

Örnek 57

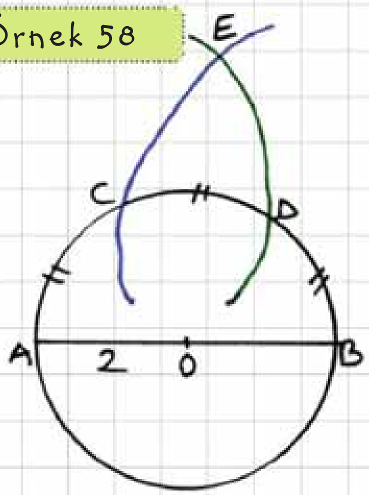


ABCD kare,

E noktasının AB ve AD kenarlarına olan uzunlukları toplamı 10 ise |BE| kaçtır?

Çözüm

Örnek 58



O merkez,

A, $\overset{\frown}{DE}$ yaylı

B, $\overset{\frown}{CE}$ yaylı çemberin merkezidir.

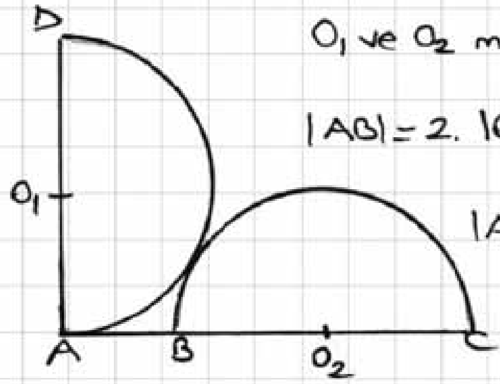
$|\overset{\frown}{AC}| = |\overset{\frown}{CD}| = |\overset{\frown}{DB}|$ ve $|AO| = 2$

ise O ile E arasındaki uzaklık kaçtır?

Çözüm

İki çember birbirine teğetse merkezler birleştirilerek soru çözülür.

Örnek 59



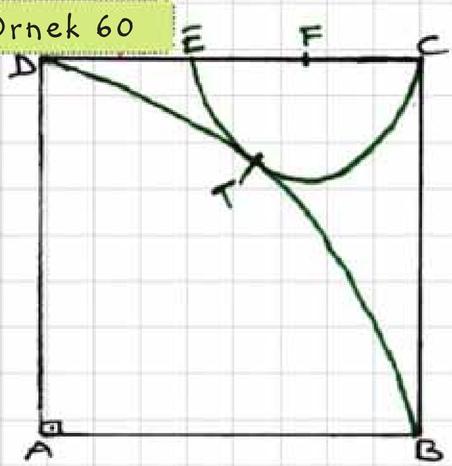
O_1 ve O_2 merkez,

$|AB| = 2 \cdot |O_2C|$ ise

$|AD| = ?$

Çözüm

Örnek 60



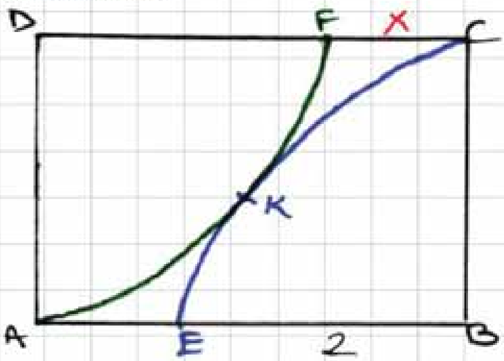
ABCD kare, A merkezli çeyrek çember,

F merkezli yarım çember, $|EF| = 1$,

$|DE| = ?$

Çözüm

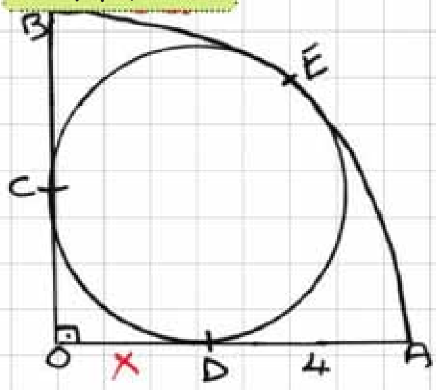
Örnek 61



ABCD dikdörtgen, B ve D merkezli iki çeyrek çember verilmiştir.

Çözüm

Örnek 62

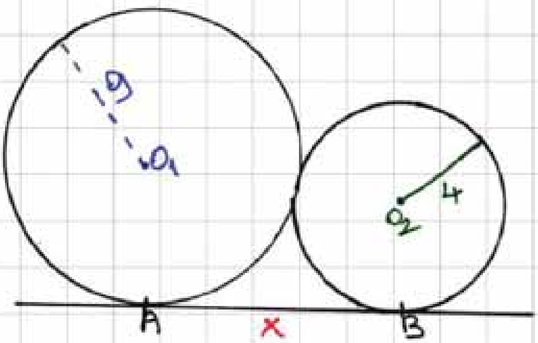


O merkezli çeyrek çember,

$|AD| = 4$ $|OD| = ?$

Çözüm

Örnek 63

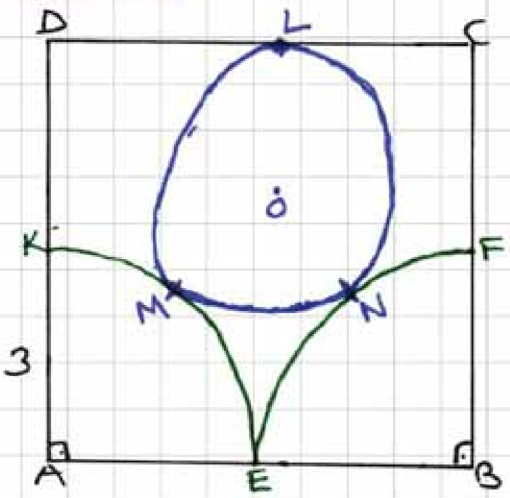


O_1 ve O_2 merkez,

$|AB| = x = ?$

Çözüm

Örnek 64

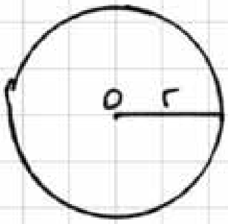


ABCD kare, A ve B merkez,

$|AK| = 3$ ise O merkezli çemberin yarıçapı kaçtır?

Çözüm

Dairenin Çevresi ve Alanı



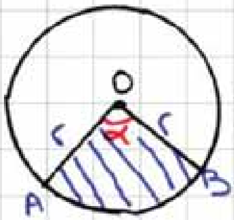
Dairenin Çevresi : $2\pi r$

Dairenin Alanı : πr^2

Örnek 65 Yarıçapı 4 birim olan dairenin çevresini ve alanını bulunuz.

Çözüm

Daire Dilimi :

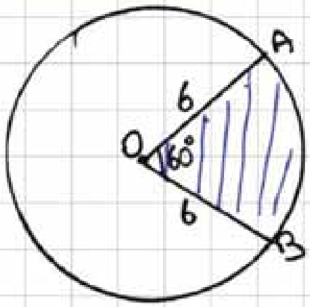


Dilimin Alanı : $\dfrac{\alpha}{360} \cdot \pi r^2$

$m(\overset{\frown}{AB}) = \alpha$

$|AB| = \dfrac{\alpha}{360} \cdot 2\pi . r$

Örnek 66



$m(\widehat{AOB}) = 60°$

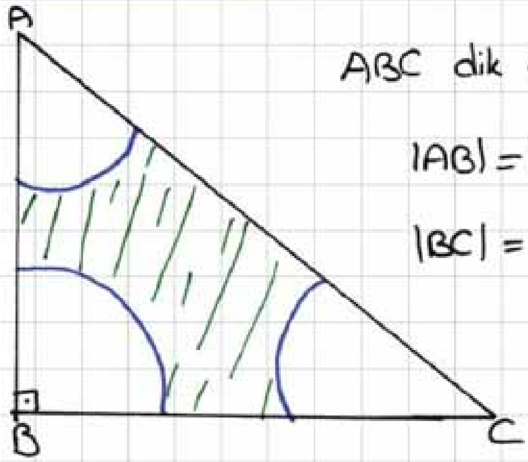
$|OA| = 6$,

a) Taralı alan kaçtır?

b) $|AB| = ?$

Çözüm

Örnek 67



ABC dik üçgen,

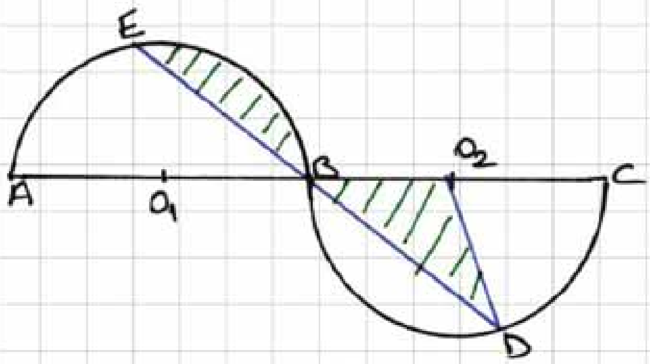
$|AB| = 6$

$|BC| = 10$

Merkezleri A, B, C yarıçapları 2 birim olan çemberler veriliyor. Taralı alanı bulunuz.

Çözüm

Örnek 68



$m(\widehat{BO_2D}) = 150°$,

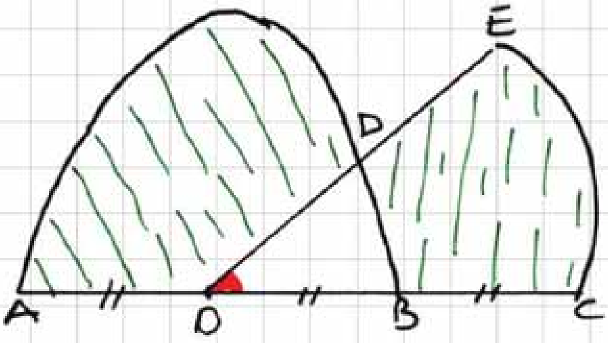
O_1 ve O_2 merkez,

$|AB| = |BC| = 4$ ise

Taralı alanlar toplamı kaçtır?

Çözüm

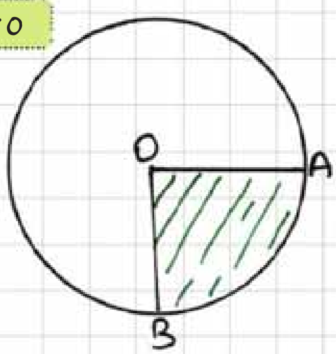
Örnek 69



O noktası her iki çemberinde merkezidir. Taralı alanlar eşit ise $m(E\widehat{O}C) = ?$

Çözüm

Örnek 70

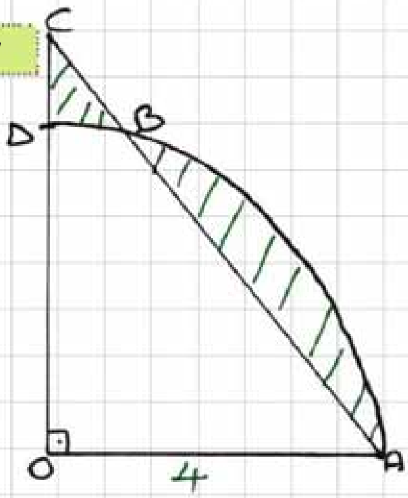


O merkez, $|OA| = |OB| = 6$

$|AB| = \pi$ ise taralı alanı bulunuz.

Çözüm

Örnek 71



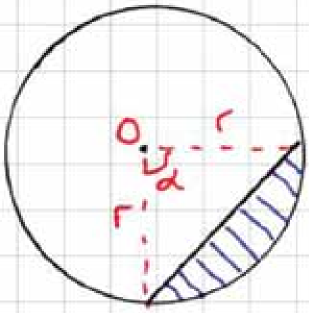
O merkez,

$|OA| = 4$, taralı alanlar eşit ise

$|OC| = ?$

Çözüm

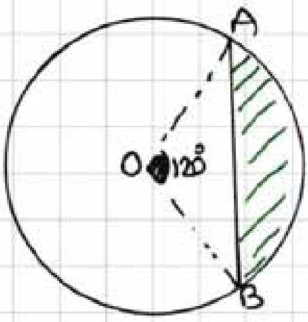
Daire Kesmesi



$$\text{Kesme} = \text{Dilim} - \text{Üçgen}$$

$$= \frac{\alpha}{360} \cdot \pi r^2 - \frac{1}{2} \cdot r \cdot r \cdot \sin\alpha$$

Örnek 72



O merkez,

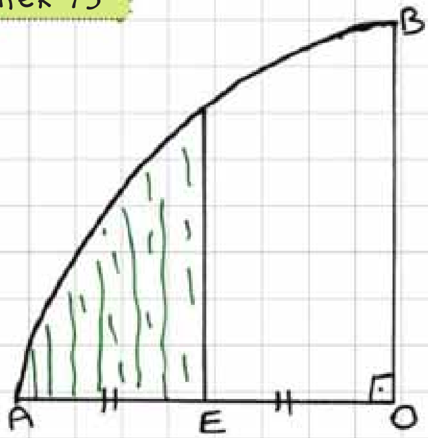
$m(\widehat{AOB}) = 120°$

$|AB| = 4\sqrt{3}$ ise

Taralı Alan = ?

Çözüm

Örnek 73



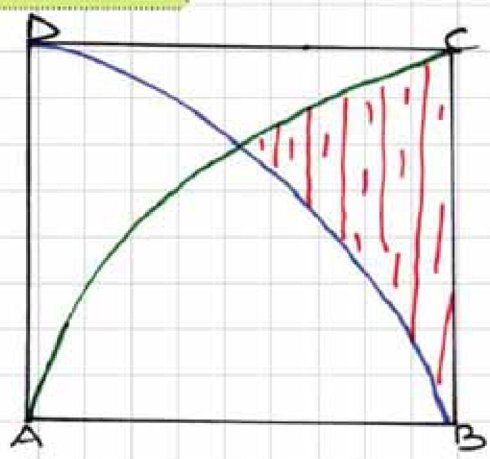
O merkezli çeyrek çember,

$|AE| = |EO| = 8$ ise

Taralı Alan = ?

Çözüm

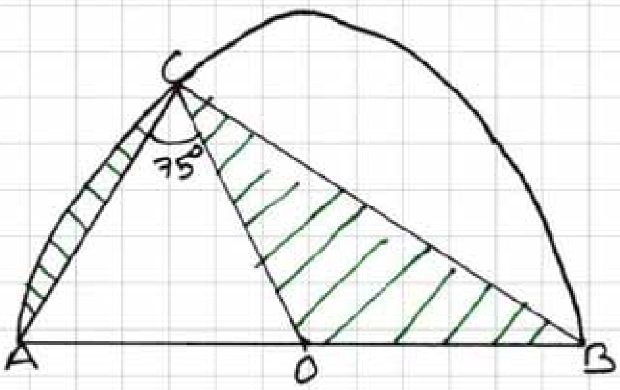
Örnek 74



ABCD kare, A ve B merkezli çeyrek çemberlerdir. $|AB|=6$ ise Taralı alanı bulunuz.

Çözüm

Örnek 75

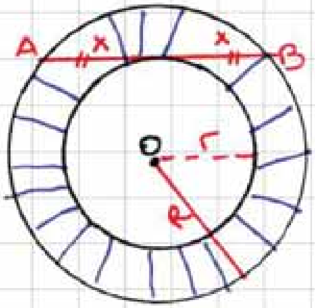


O merkez, $|OB|=9$

Taralı alanlar toplamı kaçtır?

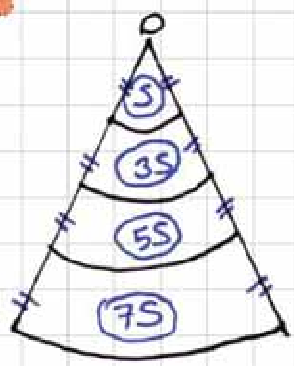
Çözüm

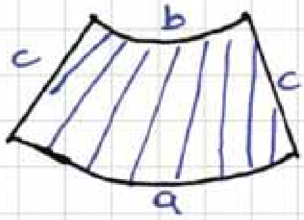
Daire Halkası



(Merkezleri aynı)

$$\text{Taralı Alan} = \pi R^2 - \pi r^2$$
$$= \pi (R^2 - r^2)$$
$$= \pi . x^2$$

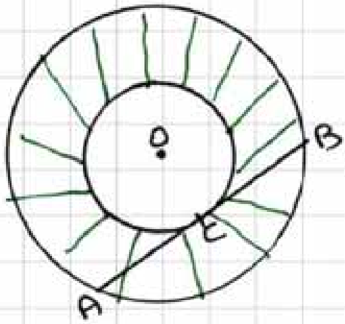




Yamukta olduğu gibi

$$\text{Taralı Alan} = \frac{(a+b).c}{2}$$

Örnek 76

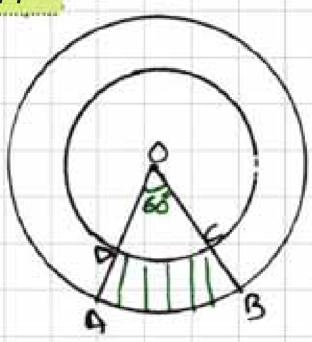


Merkezleri O olan çemberler veriliyor.

$|AB| = 10$ ise taralı alan kaçtır?

Çözüm

Örnek 77



O her iki çemberin merkezidir.

$|OC| = 6$, $|CB| = 2$ ise

taralı alan kaçtır?

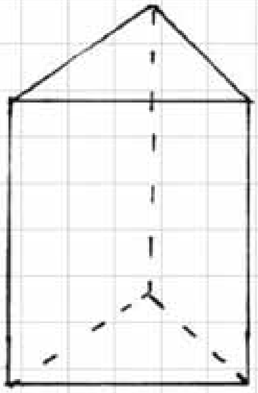
Çözüm

ÜNİTE 6

KATI CİSİMLER

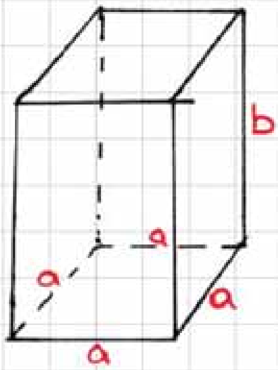
10. sınıf müfredatındaki prizmaları hatırlayalım.

Üçgen Dik Prizma



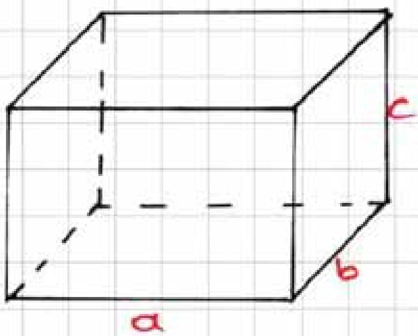
- Ayrıt sayısı : 9
- Yüzey sayısı : 5
- Köşe sayısı : 6

Kare Dik Prizma



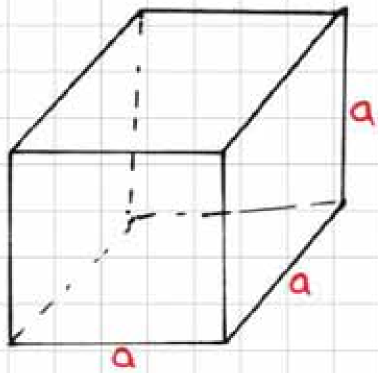
- Ayrıt sayısı : 12
- Yüzey sayısı : 6
- Köşe sayısı : 8
- Yüzey Alanı : $2a^2 + 4ab$
- Hacmi : Taban Alanı x Yükseklik
  $= a^2 . b$

Dikdörtgen Dik Prizma



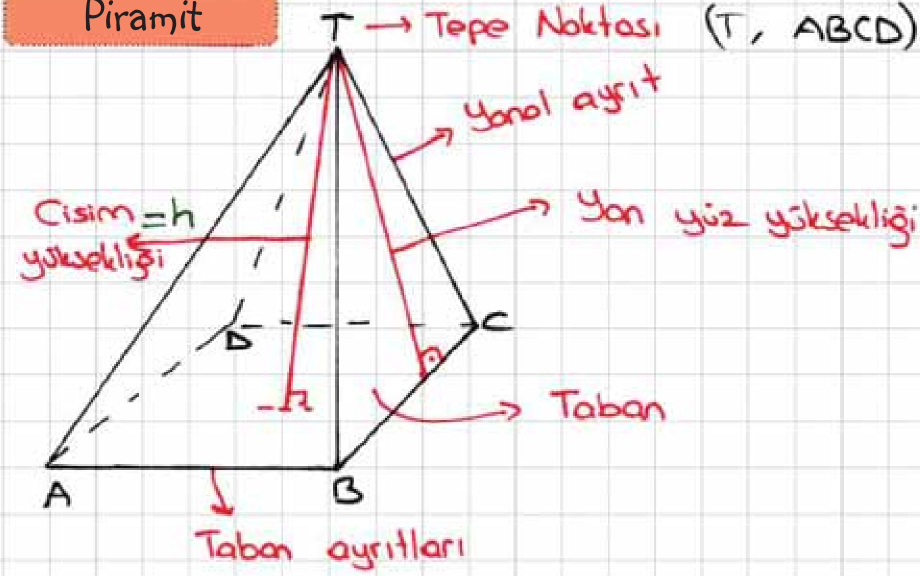
- Ayrıt sayısı : 12
- Yüzey sayısı : 6
- Köşe sayısı : 8
- Yüzey Alanı : $2(ab+bc+ac)$
- Hacmi : Taban Alanı x Yükseklik
  $= a.b.c$
- Cisim Köşegeni : $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$
- Yanal Alan = Taban Çevre x Yükseklik
  $= 2(ac+bc)$

Küp



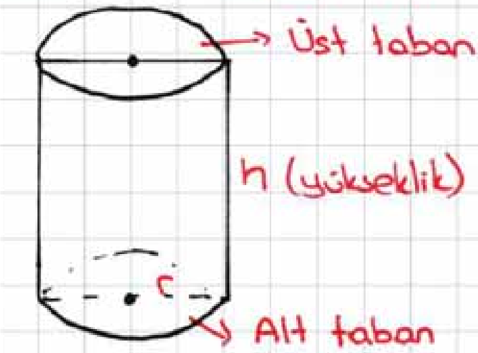
- Tüm ayrıtları eşittir.
- Tüm yüzeyleri karedir.
- Yüzey Alanı : $6a^2$
- Hacmi : a^3
- Yüzey Köşegeni : $a\sqrt{2}$
- Cisim Köşegeni : $a\sqrt{3}$

Piramit

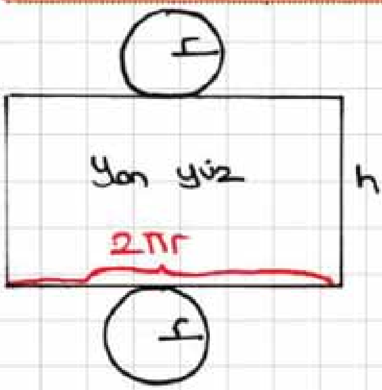


- Alanı: Taban Alanı + Yanal Alan
- Hacmi: $\dfrac{\text{Taban Alanı} \times h}{3}$

Silindir



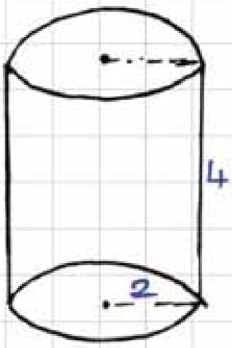
Silindirin Açık Hali



- Silindirin Alanı $= 2$ Taban Alan $+$ Yanal Alan
  $= 2\pi r^2 + 2\pi r . h$

- Silindirin Hacmi $=$ Taban Alanı $\times$ Yükseklik
  $= \pi r^2 . h$

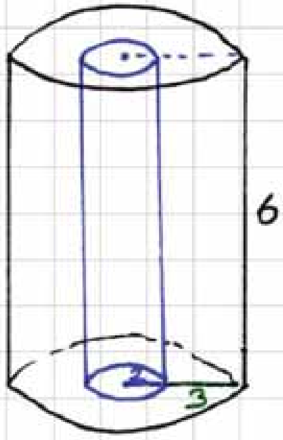
Örnek 1



Taban yarıçapı 2br, yüksekliği 4br olan dik silindir alanının ve hacmini bulunuz.

Çözüm

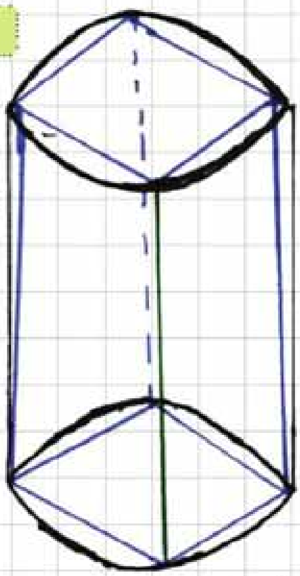
Örnek 2



Taban yarıçapı 5 birim olan dik silindirin taban yarıçapı 2 br olan aynı yükseklikteki dik silindir kesilip çıkarılıyor. Geri kalan cismin alanını ve hacmini bulunuz.

Çözüm

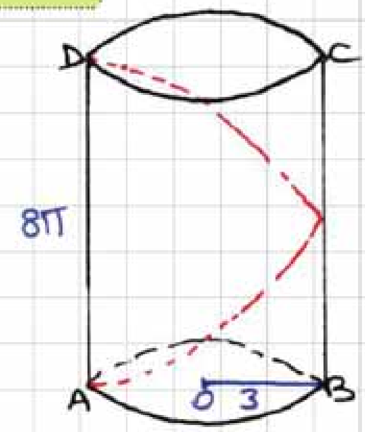
Örnek 3



Kare dik prizma ile dik silindirin tabanları çakışıktır. Kare prizmanın taban ayrıtı 4cm, yüksekliği 6 cm dir. Kare prizma ile silindir arasındaki boşluğa su doldurulacaktır. Doldurulacak suyun hacmini bulunuz. ($\pi=3$ alınız)

Çözüm

Örnek 4

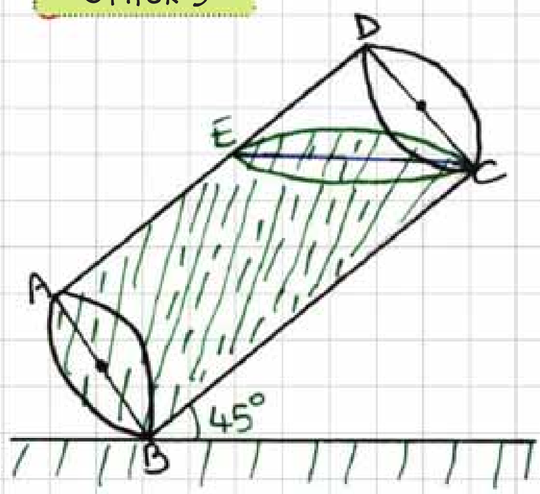


$|OB| = 3$ ve $|AD| = 8\pi$,

A daki hareketli, silindirin yüzeyin den hareket ederek D noktasına geliyor. Bu hareketlinin aldığı yol en az kaçtır?

Çözüm

Örnek 5



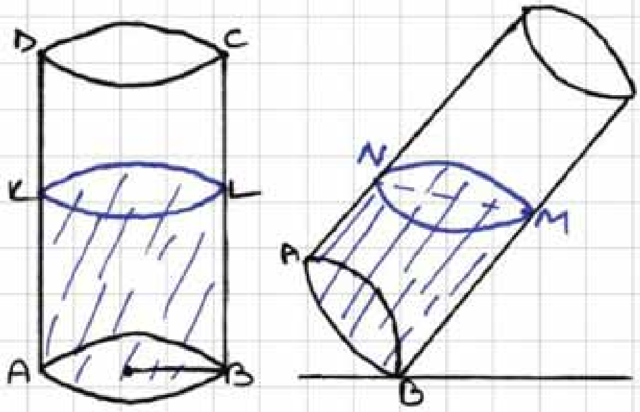
$|AE| = 4$, $|BC| = 6$

Dik silindir yatay düzlemde $45°$ lik açı yapmaktadır. Silindirin içindeki suyun hacmini bulunuz.

Çözüm

Örnek 6

Çözüm

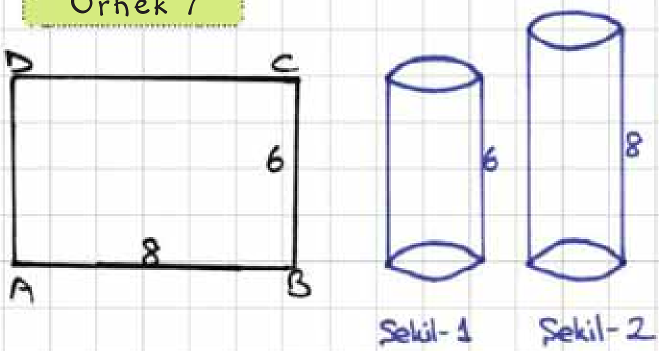


$|AK| = 5$, $|AN| = 1$

Silindir Şekil - 1 deki durumdan Şekil - 2 deki duruma getiriliyor. Buna göre $|BM|$ kaçtır?

Örnek 7

Çözüm

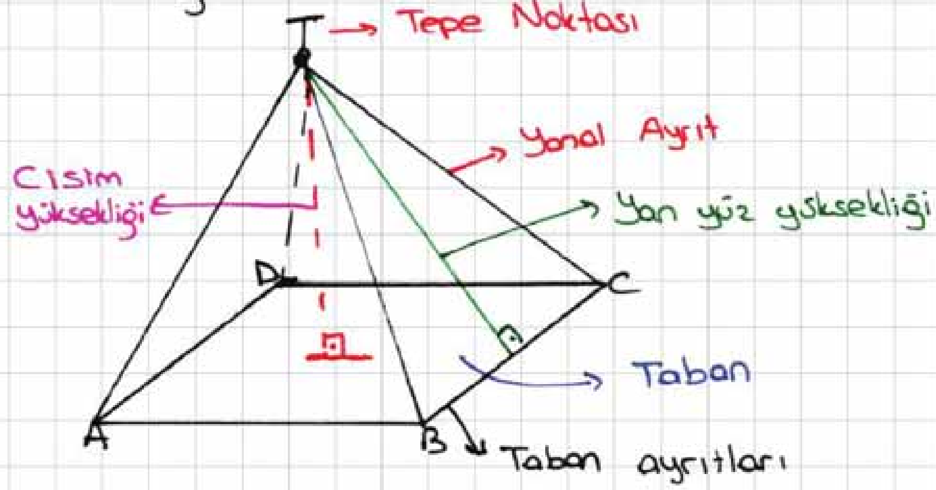


ABCD dikdörtgeninin AD kenarı ile BC kenarı çakışacak şekilde birleştirildiğinde şekil - 1 deki silindir; AB kenarı ile DC kenarı çakışacak şekilde birleştirildiğinde şekil - 2 deki silindir oluşuyor.

$$\frac{\text{Şekil - 1 deki Silindir Hacmi}}{\text{Şekil - 2 deki Silindir Hacmi}} = ?$$

PİRAMİTLER

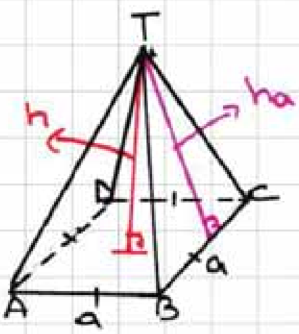
Tabanı bir çokgen, tepesi bu çokgenle düzlemsel olmayan bir nokta olan cisimlere piramit denir. Tabanı düzgün çokgen olan dik piramitlere düzgün piramit denir. Düzgün piramitlerin tepe noktasından inilen dikme tabandaki çokgenin ağırlık merkezinden geçer.



Alan = Taban Alan + Yan Alan

Hacim = $\dfrac{\text{Taban Alan} \times \text{Yükseklik}}{3}$

Kare Piramit

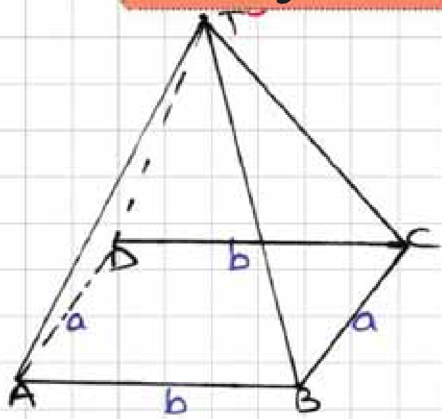


Kare Piramitin :

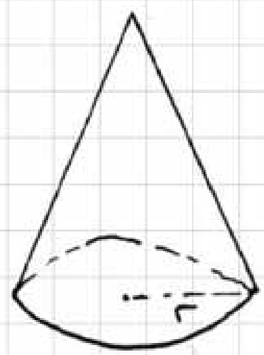
Alanı = $a^2 + 2a.h_a$

Hacmi = $\dfrac{a^2.h}{3}$

Dikdörtgen Piramit

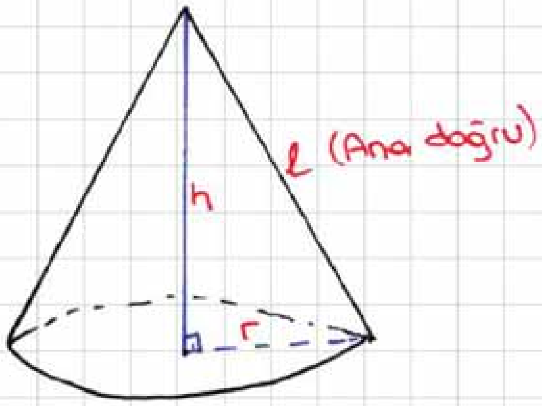


Koni

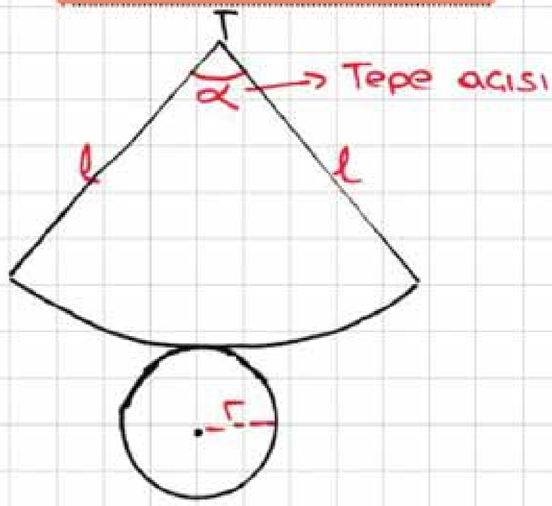


Koni

Tabanı daire olan piramide <u>koni</u> denir. Tepe noktasından inilen yükseklik taban merkezinde olan koniye <u>dik koni</u> denir.



Koninin Açık Hali



- $\ell^2 = h^2 + r^2$
- Taban Alan $= \pi r^2$
- Yanal Alan $= \pi r \ell$
- Hacim $= \dfrac{\text{Taban Alan} \times \text{Yükseklik}}{3} = \dfrac{\pi r^2 . h}{3}$

- $\dfrac{r}{\ell} = \dfrac{\alpha}{360}$

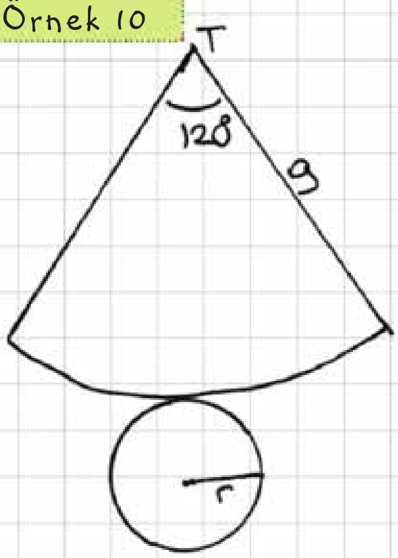
Örnek 8 Taban yarıçapı 5 br, yüksekliği 12 br olan dik koninin alanını ve hacmini bulunuz.

Çözüm

Örnek 9 Taban çevresi 4π olan bir dik koninin ana doğrusu $2\sqrt{10}$ birim olduğuna göre hacmi kaç birimküptür?

Çözüm

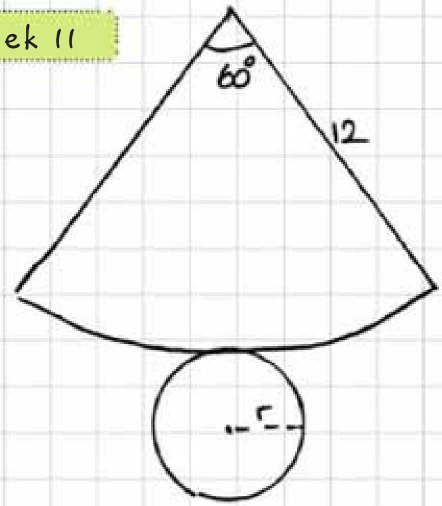
Örnek 10



Açılımı verilen dik koninin taban yarıçapı kaçtır?

Çözüm

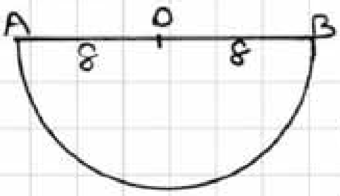
Örnek 11



Açılımı verilen dik koninin yüzey alanını bulunuz.

Çözüm

Örnek 12

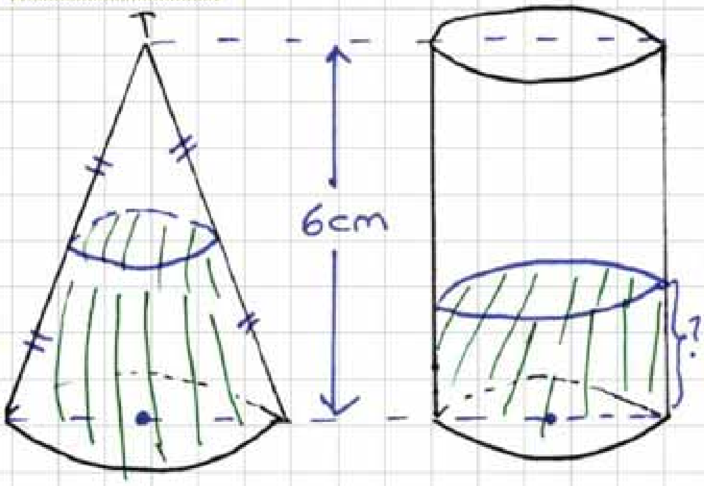


Şekildeki yarım daire kıvrılarak dik koni oluşturuluyor.

Oluşan koninin hacmini bulunuz.

Çözüm

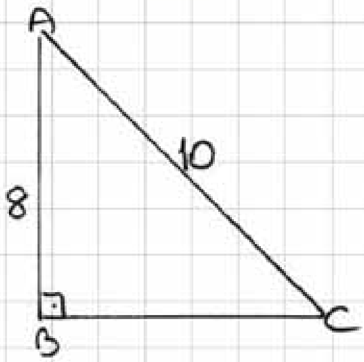
Örnek 13



Yukarıdaki şekilde yükseklikleri 6cm ve taban yarıçapları eşit olan dik koni ile dik silindir verilmiştir. Yarı seviyesine kadar su dolu olan koninin içindeki su boş olan silindire boşaltılmaktadır. Su boşaltıldıktan sonra silindirdeki suyun yüksekliği kaç cm olur?

Çözüm

Örnek 14



ABC dik üçgen

$[AB] \perp [BC]$

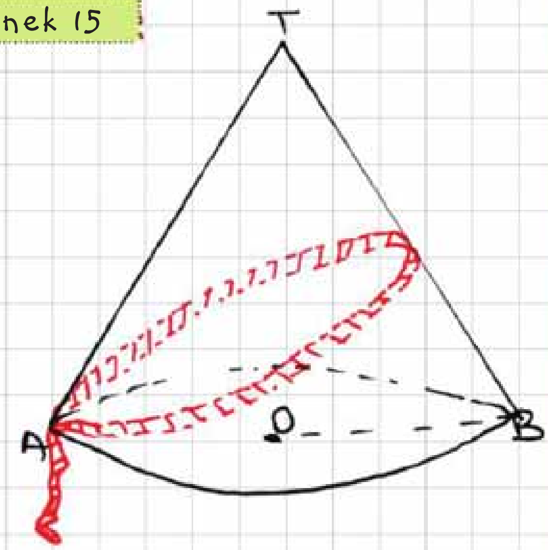
$|AC| = 10$

$|AB| = 8$

Şekildeki dik üçgenin [AB] kenarı etrafında $360°$ döndürülmesiyle oluşan cismin alanını ve hacmini bulunuz.

Çözüm

Örnek 15

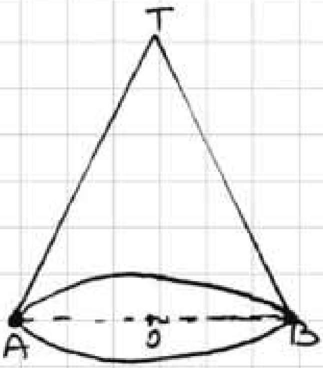


Dik koni şeklindeki şapkaya A noktasından geçecek biçimde bir kurdale takılıyor. Kurdelenin ucu da A noktasından 10 cm aşağı sarkmaktadır. $|AT| = 48$ cm, $|OB| = 8$ cm

Bu kurdelenin boyu en az kaç cm dir?

Çözüm

Örnek 16



$|AB| = 6$ km

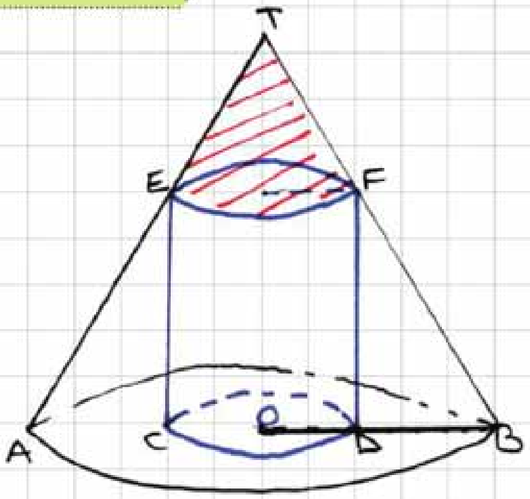
$|AT| = 9$ km

Dik koni şeklindeki tepenin A ve B noktalarında iki köy vardır.

A dan B'ye dağ yüzeyinden gitmek isteyen bir kişi en az kaç km yol gider?

Çözüm

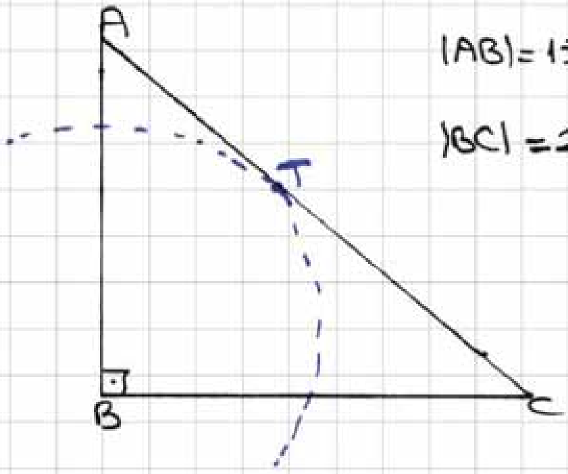
Örnek 17



[AB] çaplı dik koninin yarıçapı dik silindirin yarıçapının 3 katıdır. [EF] çaplı dik koninin hacmi $12 cm^3$ ise dik silindirin hacmi kaç cm^3 tür?

Çözüm

Örnek 18



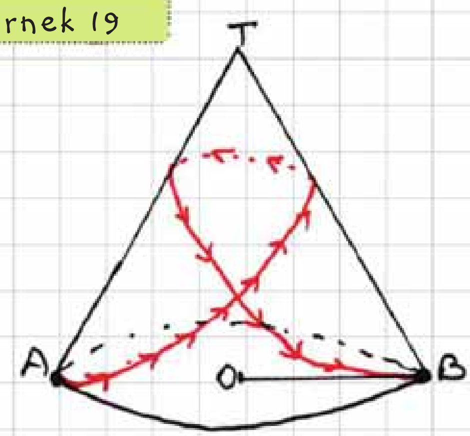
$|AB| = 15$

$|BC| = 20$

ABC dik üçgen şeklindeki kağıttır. B noktasına pergeli koyan bir öğrenci şekildeki gibi bir çember çiziyor. Daha sonra işaretli yerlerden kesiyor. Oluşan daire dilimini katlayarak bir dik koni elde ediyor. Oluşan koninin hacmini bulunuz

Çözüm

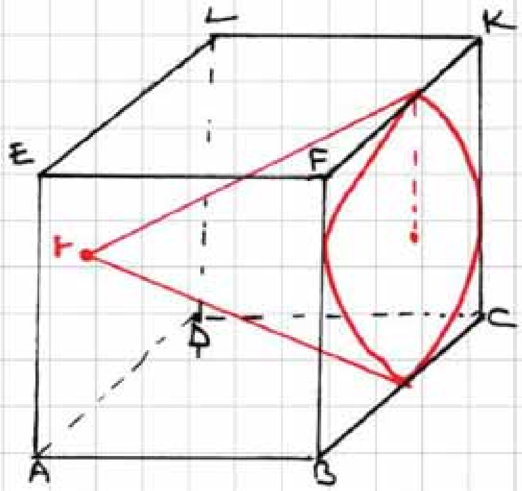
Örnek 19



Şekildeki dik konide |AT| = 18 br, |OB| = 2 br dir. A noktasındaki bir hareketli koninin yüzeyinde bir tur attıktan sonra B noktasına gidecektir. Bu hareketlinin alacağı yol en az kaç birimdir?

Çözüm

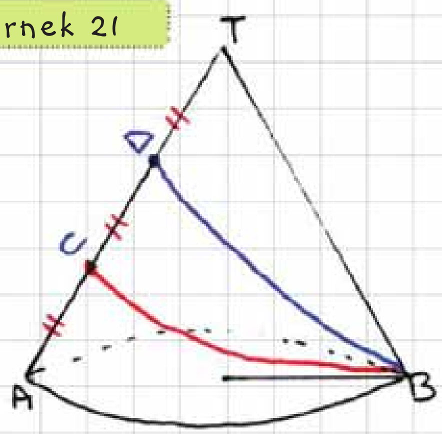
Örnek 20



Şekildeki küptür. T noktası, ADLE karesinin ağırlık merkezidir. Tabanı BCKF düzlemi üzerinde olan dik koninin ana doğrusu $3\sqrt{5}$ olduğuna göre bu koninin hacmini bulunuz.

Çözüm

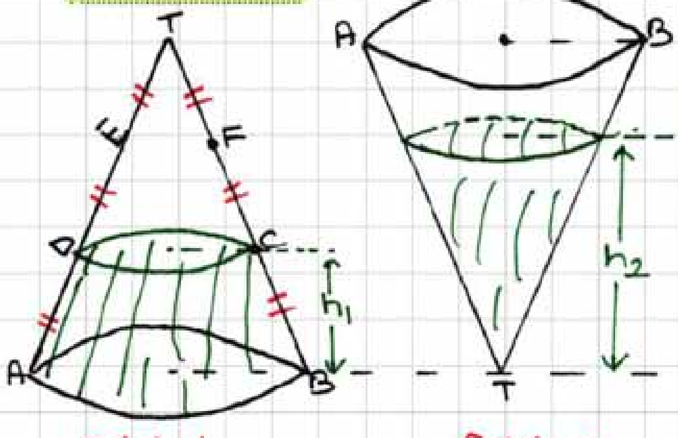
Örnek 21



Şekildeki dik konidir. B noktasından D ve C noktalarına birer ip çekiliyor. D'ye çekilen ipin uzunluğunun, C'ye çekilen ipin uzunluğuna oranı kaçtır?

Çözüm

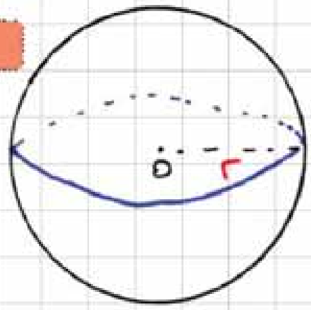
Örnek 22



Şekil-1 deki koninin içinde h_1 seviyesine kadar su vardır. Koni ters çevrilerek şekil-2 deki konuma getiriliyor. Son durumdaki su seviyesi h_2 olduğuna göre $\frac{h_1}{h_2}$ oranı kaçtır?

Çözüm

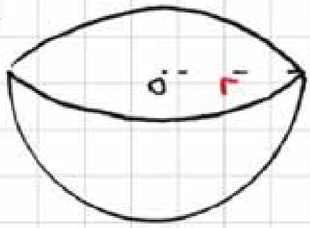
Küre



Kürenin Alanı : $4\pi r^2$

Kürenin Hacmi : $\frac{4}{3}\pi r^3$

Yarım Küre



Alanı : $3\pi r^2$

Hacmi : $\frac{2}{3}\pi r^3$

Çeyrek Küre

Alanı : $2\pi r^2$

Hacmi : $\frac{1}{3}\pi r^3$

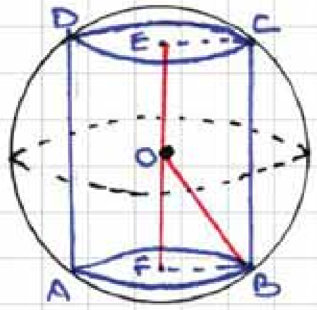
Örnek 23 Yarıçapı 6cm olan kürenin alanını ve hacmini bulunuz.

Çözüm

Örnek 24 Alanı 36π olan kürenin hacmini bulunuz.

Çözüm

Örnek 25



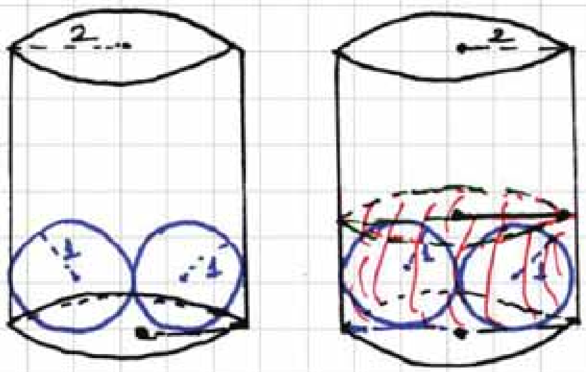
Silindirin yüksekliği $|EF| = 12$,

Taban yarıçapı $|FB| = 8$,

Silindiri çevreleyen kürenin hacmini bulunuz.

Çözüm

Örnek 26

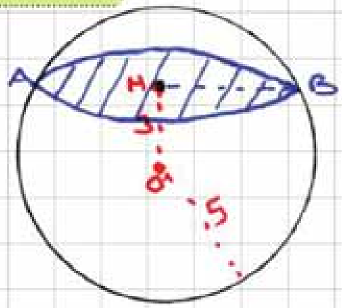


Şekil-1 Şekil-2

Taban yarıçapı 2 cm dan dik silindirin tabanına yarıçapı 1cm dan 2 tane küre yerleştiriliyor. Daha sonra şekil-2 deki kürelerin üst seviyesine kadar su dolduruluyor. Doldurulan suyun hacmi kaç cm^3tür?

Çözüm

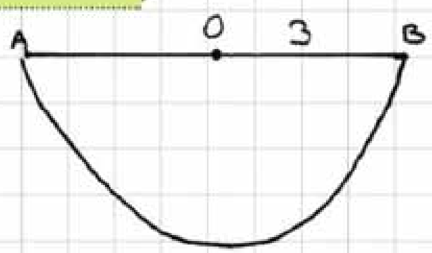
Örnek 27



Yarıçapı 5cm olan küre merkezine 3 cm uzaklıkta bir düzlemle kesiliyor. Buna göre oluşan ara kesitin alanı kaç cm^2 dir?

Çözüm

Örnek 28



Yarıçapı 3cm olan yarım çember verilmiştir.

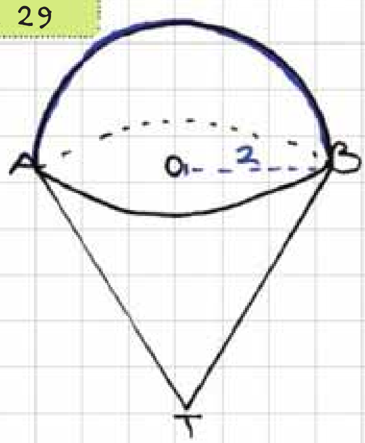
1. Durum : [AB] etrafında 360° döndürülüyor.

2. Durum : A ve B noktaları çakışacak, O noktası tepe noktası olacak şekilde koni oluşturuluyor.

1. Durumda oluşan cismin, 2. Durumda oluşan cismin hacmine oranını bulunuz.

Çözüm

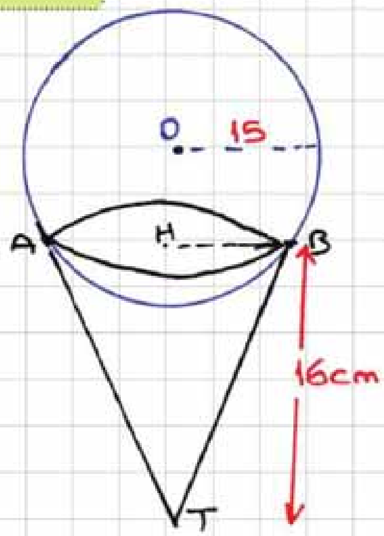
Örnek 29



Taban yarıçapı 2 cm olan koninin tabanına, yarıçapı 2cm olan yarım küre yapıştırılıyor. $|BT|=6$ ise, bu cismin hacmini bulunuz.

Çözüm

Örnek 30



Tepe noktası T olan koninin içine A ve B noktalarında teğet olacak şekilde küre yerleştiriliyor. Kürenin yarıçapı 15cm, koninin yüksekliği 16 cm ise koninin yanal alanı kaç cm^2 dir?

Çözüm

ÖĞRETMENİM DİYOR Kİ:

ÜNİTE 7

Bağımsız Olay : Bir olayın gerçekleşmesi başka bir olay tarafından etkilenmiyorsa bu olaya bağımsız olay (ayrık olay) denir.

- Bir zar ile bir paranın atılması
- Erkekler arasından bir erkek, kızlar arasından bir kız seçmek
- İki yada daha fazla paranın birlikte atılması.
- İki yada daha fazla zarın birlikte atılması
- Bir paranın iki yada daha fazla ard arda atılması
- Bir zarın iki yada daha fazla ard arda atılması
- Bir torbadan çekilen topun torbaya geri atılarak tekrar top çekilmesi
- İki zar atılıp ikisininde 5 gelmesi

Hesaplanışı :

$$P(A \underset{\text{ve}}{\cap} B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \underset{\text{veya}}{\cup} B) = P(A) + P(B) - P(A \underset{\text{ve}}{\cap} B)$$

$[P(A) \cdot P(B)]$

Bağımlı Olay: Bir olayın gerçekleşmesi başka bir olay tarafından etkileniyorsa bu olaya bağımlı olay denir.

- Bir torbadan çekilen topun torbaya geri atılmayarak tekrar top çekilmesi
- Bir topluluktan ard arda insan seçmek
- Bir sepette bulunan 4 elma, 5 armut arasından iki tane meyve seçmek

Aşağıdaki olayların bağımsız yada bağımlı olup-olmadığını inceleyelim

	Bağımlı Olay	Bağımsız Olay
• 2 para atılıp birinin tura diğerinin yazı gelmesi	☐	☐
• 20 kişilik bir sınıftan seçilen iki kişinin de kız olması	☐	☐
• 2 zar ve 1 paranın atıldığında zarlarının ikisinin de 3, paranın tura gelmesi	☐	☐
• 2 sarı, 3 kırmızı top bulunan bir torbadan çekilen topun geri konmaması şartıyla çekilen toplardan birincinin sarı, ikincinin kırmızı olması	☐	☐
• 5 Japon, 4 Çinli turist arasından seçilen iki turistin de Japon olması.	☐	☐
• Bir paranın ard arda üç kez atılmasıyla üçünün de tura gelmesi	☐	☐
• A torbasından kırmızı bir top çekilip, B torbasına atılması daha sonra B torbasından sarı bilye çekilmesi	☐	☐
• 10 kız, 8 erkek olan bir sınıftan seçilen 3 kişinin üçünün de kız olması	☐	☐
• 5 eş bölmesi çarkın herbir bölmesi ayrı renge (sarı, kırmızı, mavi, mor, yeşil) boyanmıştır. 2 kez çevrildiğinde ikisinin de sarı olması.	☐	☐

Örnek 1 Bir zar ve bir madeni para havaya atılıyor. Paranın yazı ve zarın asal sayı gelme olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek 2 İki madeni para ve iki zar havaya atılıyor. Paraların aynı ve zarların toplamının 10 olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek 3 Bir zar ve bir madeni para aynı anda havaya atılıyor. Paranın tura veya zarın 3' ten küçük olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek 4 Bir torbada 3 kırmızı, 2 beyaz top vardır.

a) Yerine konmak şartıyla ard arda iki top çekiliyor. İkisinin de kırmızı olma olasılığı kaçtır?

b) Yerine konmamak şartıyla ard arda iki top çekiliyor. İkisinin de kırmızı olma olasılığı kaçtır?

c) Yerine konmamak şartıyla ard arda iki top çekiliyor. Birincinin kırmızı, ikincinin beyaz olma olasılığı kaçtır?

d) Yerine konmamak şartıyla ard arda iki top çekiliyor. Birinin kırmızı, diğerinin beyaz olma olasılığı kaçtır?

e) Torbadan aynı anda iki top çekiliyor. Birinin kırmızı, diğerinin beyaz olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek 5 4 erkek, 3 kız arasından oluşturulacak 3 kişilik ekipte en çok 2 kız olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek 6 A, B, C isimli kişilerin de bulunduğu 9 kişilik gruptan 6 kişilik bir ekip oluşturulacaktır. Bu ekip, içinde A, B, C kişilerinden en az birinin bulunma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek 7 Düzgün bir para üç defa atıldığında en az bir tura gelme olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek 8 A torbasında 3 beyaz, 4 kırmızı; B torbasında 5 beyaz, 2 kırmızı top vardır. Aynı anda her iki torbadan da birer top alınıyor ve öteki torbaya (A'dan alınan B'ye B'den alınan A'ya) atılıyor. Bu işlemin sonucunda torbalardaki kırmızı ve beyaz top sayılarının başlangıçtaki ile aynı olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek 9 Oğuz'un sınavı kazanma olasılığı $\frac{1}{4}$, Ömer'in kazanma olasılığı $\frac{1}{2}$ dir. Bu sınavı Oğuz'un veya Ömerin kazama olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek 10 Bir zar ve üç madeni para havaya atılıyor. Paralardan en az birinin tura ve zarın 2'den büyük olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek 11 A, B, C nin 2023 yılına kadar yaşama şansları sırasıyla $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$ ve $\frac{3}{4}$ tir. 2023 yılında üçünün de ölmüş olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek 12 1'den 10'a kadar numaralandırılmış 10 karttan iki tanesi seçiliyor. Seçilen kartlardan birisi 3 olduğuna göre toplamlarının çift olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek 13 İki basamaklı tüm doğal sayıların bulunduğu bir torbadan çekilen bir sayının rakamlarının aynı olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek 14 Bir atıcının hedefi vurma olasılığı $\frac{2}{3}$'tür. Atıcının yapacağı iki atıştan en az birinde hedefi vurma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek 15 Her öğrencinin en az bir dersten başarılı olduğu sınıftaki öğrencilerin %75'i edebiyat, %65'i tarihten başarılıdır. Seçilen öğrencinin hem edebiyat, hemde tarih derslerinden başarılı olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

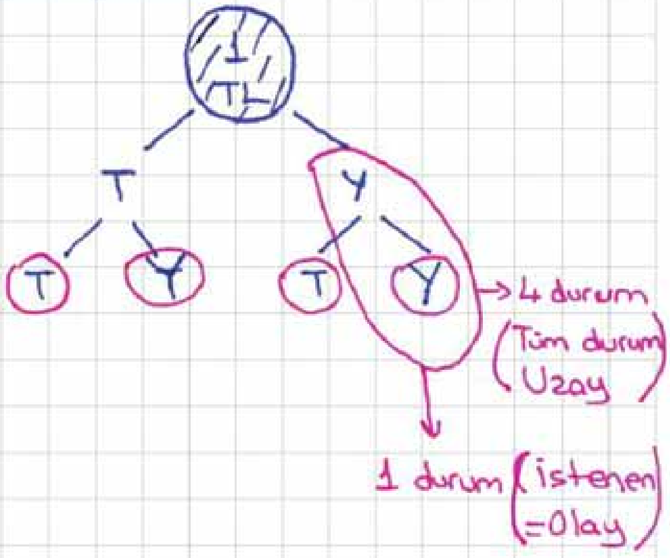
Örnek 16 $6x^2+7x-3=0$ denkleminin köklerinden biri A olayının olma olasılığıdır. Buna göre A olayının olmama olasılığı kaçtır?

Çözüm

Çözümlü Örnekler

Bir madeni para iki kez atılıyor. İkisinde de yazı gelme olasılığını ağaç şeması yardımıyla bulunuz.

Çözüm

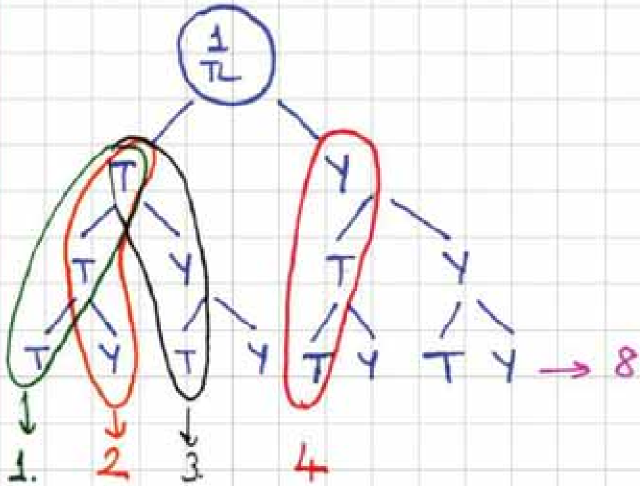


$$\frac{\text{İstenen}}{\text{Tüm Durum}} = \frac{\text{Olay}}{\text{Uzay}} = \frac{1}{4}$$

Çözümlü Örnekler

Bir madeni para üç kez atılıyor. En az ikisinde tura gelme olasılığını bulunuz.

Çözüm



Tüm durum = Uzay = 8

İstenen = Olay = 4

$$\frac{\text{Olay}}{\text{Uzay}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Koşullu Olasılık

B olayının gerçeklesmis olması durumunda A olayının gerçekleşmesi olasılığına A'nın B'ye bağlı koşullu olasılığı denir.

$P(A/B)$ şeklinde gösterilir.

$$\boxed{P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$ ile hesaplanır.

UYARI Koşullu olasılık sorularında genellikle "gerçekleştiğine göre" yada "bilindiğine göre" ifadeleri kullanılır.

Örnek 17 Bir zar havaya atılıyor. Zarın 3'ten büyük geldiği bilindiğine göre tek sayı olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek 18 İki zar havaya atılıyor. Zarların üst yüzlerindeki sayıların her ikisinin de aynı olduğu bilindiğine göre toplamların 5'den büyük olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek 19

3 kırmızı
4 sarı

A

4 kırmızı
3 sarı

B

Bir zar havaya atılıyor. Zar 3'ten kücük gelirse; A torbasından, aksi halde B torbasından bilye cekiliyor. Cekilen bilyenin kırmızı olduğu bilindiğine göre B torbasından cekilmiş olma olasılığı kactır?

Çözüm

Örnek 20 30 kişilik bir sporcu grubunun 18'i voleybolcu, 12 si basketbolcudur. Voleybolculardan 10'u erkek, basketbolculardan 8'i erkektir. Bu gruptan secilen bir kişinin erkek olduğu bilindiğine göre voleybolcu olma olasılığı kactır?

Çözüm

Örnek 21 Bir madeni para ard arda 3 kez atılıyor. Birinci atışta yazı geldiği bilindiğine göre ikinci ve üçüncü atışta tura gelme olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek 22 Bir sınıfta 18 kız, 12 erkek vardır. Kızların 5'i matematikten başarısız, erkeklerin 9'u matematikten başarılıdır. Sınıftan seçilen bir kişinin matematikten başarılı olduğu bilindiğine göre kız olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek 23 Bir torbadaki 10 bilyeden 5'i sarı, 3'ü kırmızı, 2 si beyazdır. Bu torbadan aynı anda iki bilye seçiliyor. Seçilen bilyelerin ikisinin de farklı renkte olduğu bilindiğine göre birinin beyaz, diğerinin kırmızı olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Teorik Olasılık

Olasılık deneyinde teorik olarak beklenen olasılığa denir.

Genellikle şu ana kadar karşılaştığımız problem tipleri teorik olasılıktır.

Örneğin; "Paranın tura gelme olasılığı $\frac{1}{2}$ dir."

"Atılan zarın 3 gelme olasılığı $\frac{1}{6}$ dır." gibi

Deneysel Olasılık

Olasılık deneyi sonucunda hesaplanan olasılıktır.

Deneydeki her çıktı birbirinden farklı ise deneysel olasılığa başvurulur.

NOT ! Deneysel olasılık değeri deneme sayısı arttıkça teorik olasılık değerine yaklaşır.

Örnek 24 Hileli bir zar 30 kez atılıyor. 7 kez 1, 6 kez 2, 4 kez 3, 5 kez 4, 5 kez 5, 3 kez 6 gelmiştir. Buna göre bu zarın 31. kez atıldığında 5 gelme olasılığı kaçtır.

Çözüm

Örnek 25

Bir oteldeki turist sayıları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Alman	Rus	İngiliz	Arap	İspanyol
42	20	18	25	15

Bu otele gelecek olan 121. kişinin İspanyol olma olasılığı deneysel olarak kaçtır?

Çözüm

Örnek 26 Bir zar atma deneyinde üste gelen sayılar sırasıyla aşağıda verilmiştir.

5, 4, 6, 4, 2, 1, 3, 4, 5, 3, 5, 4, 6, 6, 1, 2, 1, 2, 5, 6, 2, 4, 5, x

24 kez atılan bu zarda deneysel olasılık ile teorik olasılığın aynı olması için x ne olmalıdır.

Çözüm

ÜNİTE 1

1) $5^\circ\ 14'\ 40''$

2) $65^\circ\ 9'\ 8''$

3) $65^\circ\ 52'\ 19''$

4) $\pi/3$

5) $\frac{3\pi}{4}$

6) 108°

7) 300°

8) 30°

9) 280°

10) $\frac{3\pi}{5}$

11) $\frac{3\pi}{4}$

12) 2

13) $\frac{4}{5}$

14) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

15) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

16) $\frac{1}{2}$

17) 3

18) $\frac{2}{3}$

19) 2

20) $\frac{3}{4}$

21) $\frac{1}{3}$

22) $\frac{4}{9}, \frac{4}{3}$

23) $\frac{3}{5}$

24) $\frac{4}{5}$

25) 4

26) $15+20\sqrt{3}$

27) $1+\sin x$

28) $\sin x$

29) 2

30) $\cot x$

31) 1

32) $2\cot x$

33) $11/4$

34) $(x+1)^2+(y-2)^2=1$

35) 1

36) $1/3$

37) $89/2$

38) 1

39) 3

40) $4/5$

41) $e.b = 2$
$e.k = -4$

42) $e.b = 7$
$e.k = -3$

43) $+, -, +, -$

44) $c<d<a<b$

45) $b<c<d<a$

46) $a<b<c<d$

47) Yalnız II

48) $-7/5$

49) $-\frac{79}{156}$

50) $1-\cos\alpha$

51) $\sec\alpha - 1$

52) $\frac{\cos^3\alpha}{2\sin\alpha}$

53) $\sin 2\alpha$

54) $\frac{11}{4}$

55) 1

56) $1/m$

57)

$-1/2$	$-\sin\alpha$
$\sqrt{3}/2$	$\sin\alpha$
1	$\sin m$
$-\sqrt{3}$	$\tan t$
$\sqrt{3}/2$	$-\tan\alpha$
$-\sqrt{2}/2$	$-\sin m$
$-1/2$	$-\cos k$
$-\cos 40$	$\tan m$
$\cot 13$	$-\cot\alpha$
$\cot 40$	$-\sin\alpha$
$\cos\alpha$	$-\sin\alpha$
$-\sin\alpha$	$-\tan m$

58) $-3/5$

59) $11/15$

60) $21/10$

61) $-\sin b$

62) $3/4$

63) $d<a<b<c$

64) $11/20$

65) $1/a$

66) 2

67) $2\sqrt{7}$

68) $120°$

69) $150°$

70) 36

71) $\sqrt{106}$

72) $\sqrt{41}$

73) $4\sqrt{3}$

74) 6

75) $2/3$

76) $1/3$

77) 12

78) $6\sqrt{2}$

79) $6\sqrt{3}$

80) $\sqrt{2}$

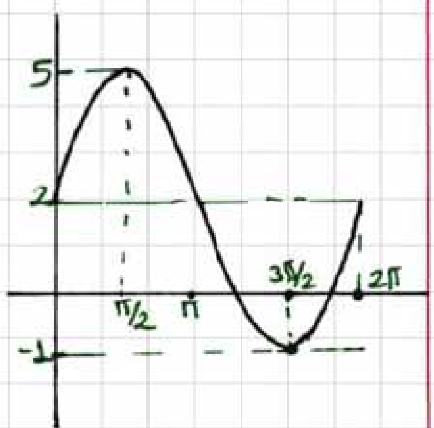
81) $4\sqrt{3}$

82) 6

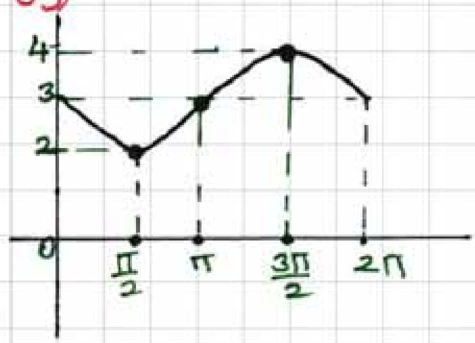
83)

π	$\frac{2\pi}{5}$
$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$
$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$
2π	$\frac{2\pi}{3}$

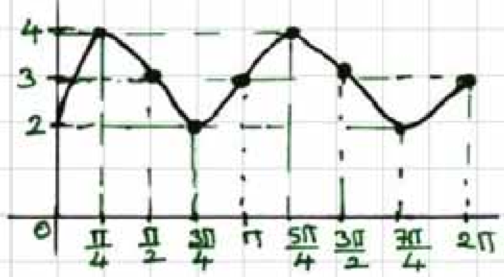
84)



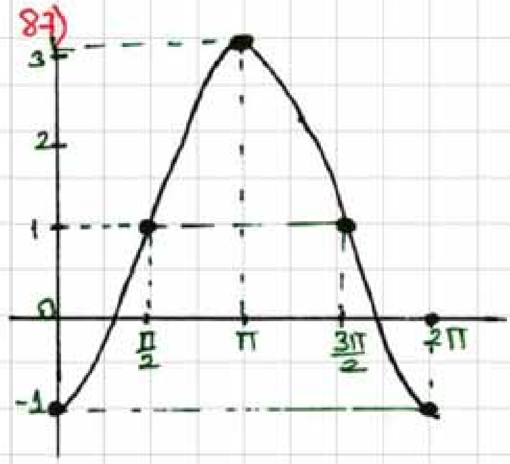
85)



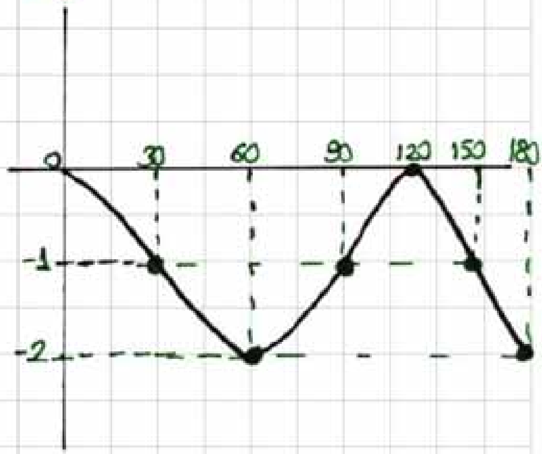
86)



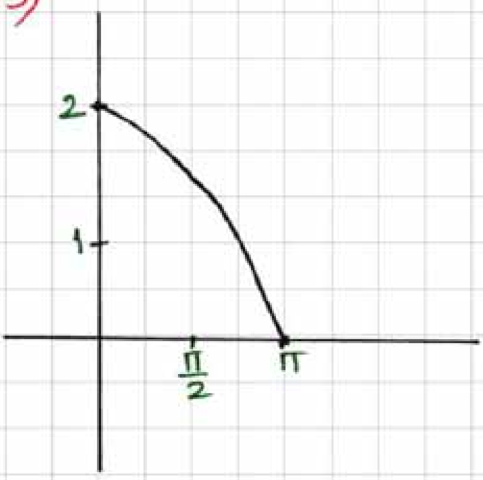
87)



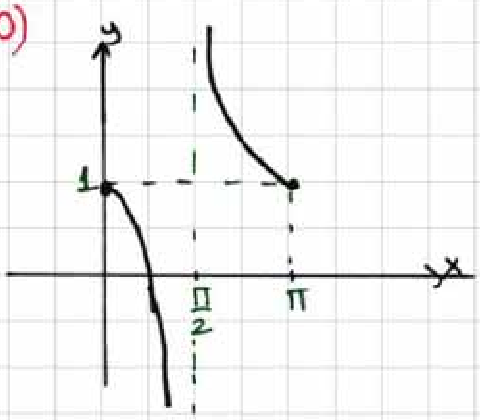
88)



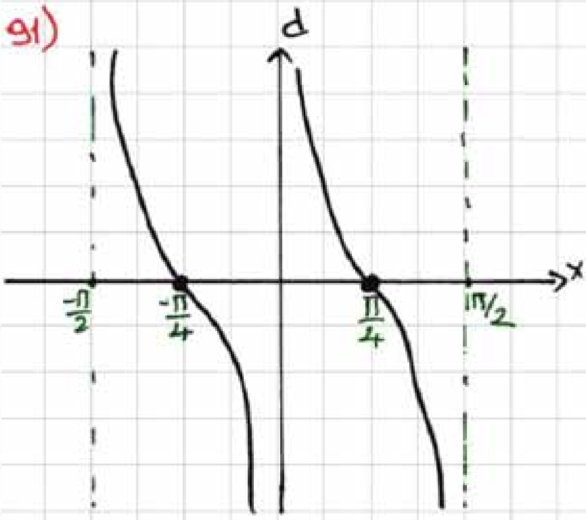
89)



90)



91)



92 $\frac{\pi}{3}$

93) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

94) $\frac{4}{3}$

95) $\frac{-1}{2\sqrt{2}}$

96) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

97) 2

98) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

99) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

100) -1

101) 4

102 $\frac{-2}{\sqrt{3}}$

ÜNİTE 2

1) -1
2) 4
3) (8,0)
4) 3.Bölge
5) 4.Bölge
6) 6
7) (-8,1)
8) (-3,0)
9) (7,4)
10) (6,1)
11) $2\sqrt{13}$
12) $\{-2,6\}$
13) (5/2 , 0)
14) $3x+y=6$
15) 39
16) (-1,5)
17) $\sqrt{10}$
18) 4
19) $\sqrt{5}$
20) 11
21) 6
22) (2,0)
23) (-3/2 , 9/2)
24) (5/3 , 0)
25) (1 , 9/2)
26) 18
27) $3x-4y+12=0$
28) -4
29) 9
30) $y=2x-10$
31) 18
32) 12
33) -1/2
34) 4
35) 1-4/3

2- a) $-1/\sqrt{3}$
b) $-2/\sqrt{3}$
c) 3/2
d) 1
e) 0
f) Tanımsız
g) -3/5
h) 3
i) 5
j) Tanımsız
k) 0

36) 0
37) 12/5
38) 5
39) 5/12
40) 6
41) 7
42) 2
43) -8
44) -3/5
45) -5
46) 5/4
47) (-6,0)
48) 1
49) $2\sqrt{3}$
50) $\sqrt{3}/2$
51) 1/4
52) $15y=8x$
53) 114
54) $y=3x$
55) $y=2x$
56) $y=4x-5$
57) $2x+5y-13=0$
58) $y=x-3$
59) $y=2x+4$
60) $x+y-3=0$
61) a) 3
b) $y=-2x+13$
62) -77
63) -7
64) (-1,2)
65) (1,3)
66) $3x+4y+6=0$
67) -3
68) 2
69) $\sqrt{5}$
70) 20
71) $\sqrt{5}$
72) $\dfrac{5\sqrt{13}}{26}$
73) 5
74) 10
75) $x-3y+2=0$

ÜNİTE 3

1) $(1,3)$ negatif

$(-3,1) \cup (3,5)$ pozitif

2) 8

3) a) $(-7,-5) \cup (1,6)$

b) $(-7,3) \cup (-1,4)$

c) $(-7,5) \cup (1,4)$ veya
$(-3,-1) \cup (6,8)$

d) $[-5,-3] \cup [-1,1] \cup [4,6]$

4) $(-\infty,1) \cup (4,8)$ azalan
$(1,4)$ artan

5) a) $(a,d) \cup (m,p)$

b) $(-\infty,a] \cup [0,p]$

c) (a,d)

d) $(0,\infty)$

e) (m,∞)

6) 3

7) 3

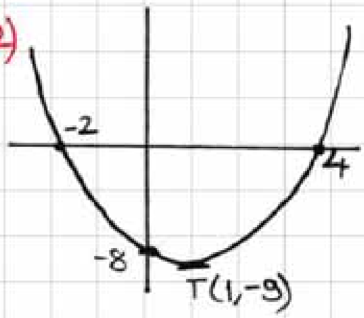
8) c

9) $7/3$

10) 4

11) 80

12)



13) a) $x=3$

b) 21

14) -3

15) 9

16) En küçük $= -1$
En büyük $= 35$

17) 14

18) 2

19) 22

20) $\sqrt{2}$

21) -9

22) $3/4$

23) $3\sqrt{5}$

24) $d<c<a<b$

25) $8/3$

26) $y=2x^2-8x+6$

27) $y=-(x+2)^2$

ÜNİTE 3

28) $y = (x-1)^2 + 3$

29) $y = 2(x-1)^2 - 2$

30)

a)	b)
$-$	$-$
$+$	$-$
$+$	0
$+$	$-$
$+$	$+$
$+$	$+$

c)	d)
$+$	$+$
$-$	0
$+$	$-$
$+$	0
$+$	$-$
$-$	$+$

e)	f)
$+$	$-$
$-$	$-$
$+$	$-$
$+$	$-$
0	0
0	0

31) I, II, III, IV

32) -9

33) 0

34) $(-2, 8)$
$(4, 14)$

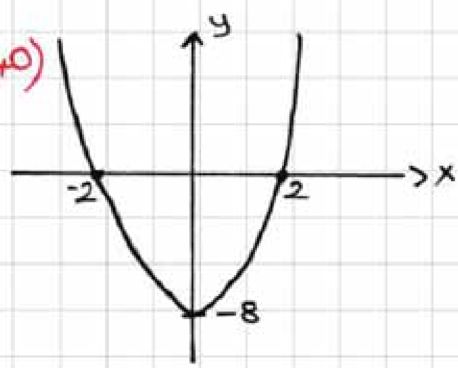
35) 10

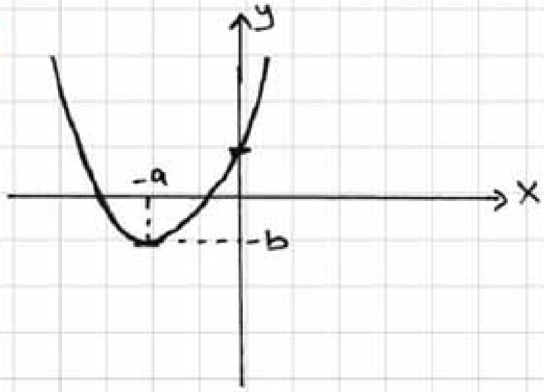
36) $y = 2x - 14$

37) $4\sqrt{2}$

38) $(3, 11)$

39) $n > -3$

40)


41)


42) $a.b$

ÜNİTE 4

1) $\{(4,1), (4,-1), (-4,1), (-4,-1)\}$

2) $(-4,2)$

3) $(3,16)$

4) $\{(5,15), (-3,-1)\}$

5) $\{(1,-1)\}$

6) $\{(3,1), (-3,-1)\}$

7) 2

8) 2

9) $[-2,3]$

10) $(-\infty,0) \cup (3,\infty)$ veya
$\mathbb{R}-[0,3]$

11) $[-5,6]$

12) $(-4,3)$

13) $(-\infty,-5) \cup [-4,-3] \cup (1,4] \cup (5,\infty)$

14) $(-4,1)$

15) $\mathbb{R}$

16) $\mathbb{R}$

17) $\mathbb{R}$

18) $\emptyset$

19) $m>6$

20) $(2,3)$

21) $\left(-\infty, \frac{b}{a}\right] \cup \left[-\frac{a}{b}, \infty\right)$

22) $[a,b) \cup [c,\infty)$

23) 0

24) $\left(1, \frac{5}{2}\right)$

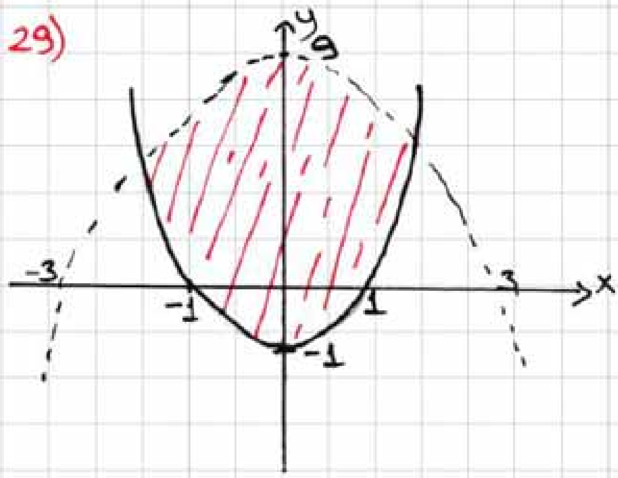
25) 12

26) $\emptyset$

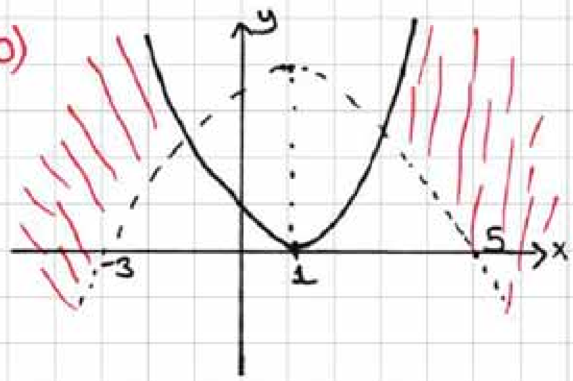
27) $(3,5]$

28) $\emptyset$

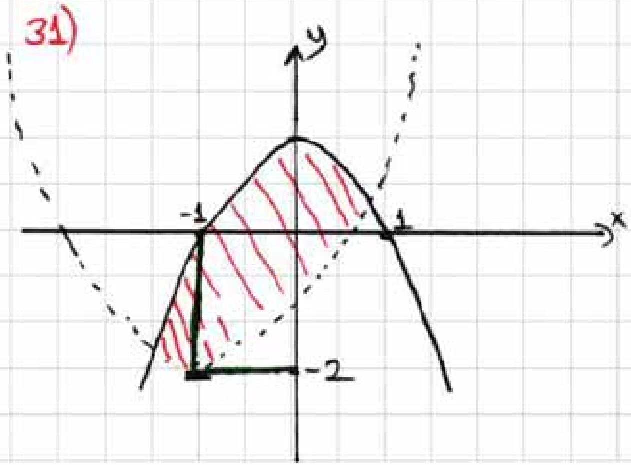
29)



30)



31)



ÜNİTE 5

1) $3\sqrt{3}$
2) 14
3) 5
4) $3\sqrt{5}$
5) 12
6) 8
7) $5\sqrt{2}$
8) 32
9) 45
10) 80
11) 70
12) 20
13) 52,5
14) 65
15) 20
16) 81
17) 60
18) 110
19) 25
20) 40
21) 5
22) 8
23) 19
24) 60
25) 8
26) 25
27) 55
28) 40
29) 50
30) 50
31) 60
32) 77
33) 4
34) 12π
35) 6
36) 6
37) 4
38) 6
39) 4
40) 16
41) 8
42) 4
43) 12
44) 5
45) 24
46) 1
47) $2\sqrt{10}$
48) 10
49) 18
50) 5
51) $4\sqrt{5}$
52) 12
53) 12
54) $6-3\sqrt{2}$
55) 5
56) $4\sqrt{3}$
57) $\sqrt{85}$
58) $2\sqrt{2}$
59) 8
60) 2
61) $2\sqrt{3}-2$
62) $2\sqrt{2}$
63) 12
64) 2
65) Çevre $= 8\pi$
Alan $= 16\pi$
66) a) 6π
b) 2π
67) $30-2\pi$
68) $5\pi/3$
69) 45
70) 3π
71) 2π
72) $\frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3}$
73) $\frac{128\pi}{3} - 32\sqrt{3}$
74) $9\sqrt{3} - 3\pi$
75) $\frac{27\pi}{4}$
76) 25π
77) $\frac{14\pi}{3}$

ÜNİTE 6

1) Alan = 24π
Hacim = 16π

2) Alan = 126π
Hacim = 126π

3) 48

4) 10π

5) 5π

6) 8

7) $4/3$

8) Alan = 90π
Hacim = 100π

9) 8π

10) 3

11) 28π

12) $\frac{64\sqrt{3}\pi}{3}$

13) $7/4$

14) Alan = 96π
Hacim = 96π

15) 58

16) 9

17) 72

18) $9\sqrt{15}\pi$

19) 18

20) 18π

21) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{13}}$

22) $\sqrt[3]{19}$

23) Alan = 144π

Hacim = 288π

24) 36π

25) $\frac{4000\pi}{3}$

26) $16\pi/3$

27) 16π

28) $\frac{32}{\sqrt{3}}$

29) $\frac{16\sqrt{2}\pi + 16\pi}{3}$

30) 240π