Pesquisa Operacional - Modelagem do Problema da Corrente de Equilíbrio

Eduardo César[1] Manassés Ferreira[1] Marzo Júnior[1]
Thiago Linke[1]

[1]Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil

Pesquisa Operacional, 2013

Resumo

Modelagem da Indústria de Laticínio

O Problema
Organizando os dados.

	leiteP	queijo	iogurte
demandaMáxima (kL)	50	35	50
produçãoMínima (kL)	50	-	-
insumo: leite (L/unidade)	1	10	2.5
lucroUnitario ($/unidade)	0.07	1.04	0.2
lucro ($/kL)	70	104	80
limiteDiário insumo (kL)		100	
implicação		1kg queijo $\rightarrow$ 1L iogurte	
		4L $\rightarrow$ 1L	

$\frac{\$}{kL} = lucro = \frac{lucroUnitario}{insumo:leite} = \frac{\$}{\cancel{unidade}} \frac{\cancel{unidade}}{\cancel{L}} \frac{1000\cancel{L}}{kL}$ * Unidades convertidas para kL de insumo básico: o leite.

Definições

Restrições (em kL)

- leiteP + queijo + iogurte $\leq$ 100
- leiteP $\geq$ 50 $\rightarrow$ -leiteP $\leq$ -50
- leiteP $\leq$ 50
- queijo $\leq$ 35
- iogurte $\leq$ 50
- 4 $\times$ iogurte - queijo $\geq$ 0 $\rightarrow$ queijo - 4 $\times$ iogurte $\leq$ 0

Forma matricial

cotas

$$A: \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -4 \end{matrix}$$

Matriz de coeficientes

máximo

b:

100 -50 50 35 50 0

$$Ax = b$$

Definições

Conjuntos

electrical-networkss: $\{leiteP, queijo, iogurte\}$
Restricoes: $\{r1, r2, r3, r4, r5, r6\}$

Variáveis

producao: $\{electrical - networkss\}$

Parâmetros

lucro: $\{70, 104, 80\}$
cotas: $\{Restricoes, electrical - networkss\}$
maximo: $\{Restricoes\}$

Definições

Objetivo

Maximizar:

$\sum_{j \in electrical-networkss} lucro[j] \times producao[j]$

Restrições

Sujeito a:

$cotas[i,j] \times producao[j] \leq maximo[i]$

$\{i \in Restricoes\}, \{j \in electrical - networkss\}$

Afinal, qual a melhor escolha?

Saberemos agora . . .

electrical-networks.mod e electrical-networks.data

electrical-networks.sol

glpsol –model electrical-networks.mod –data electrical-networks.data –output electrical-networks.sol

Modelo Primal

$$\text{Max.}Z = \sum_{j}^{n} c_j x_j \qquad \text{sujeito a}$$

$$\sum_{j=0}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \qquad (i = 1, 2, 3..., m)$$

$$x_j \geq 0 \qquad (j = 1, 2, 3..., n)$$

Obtendo o dual

- Função objetivo do primal é maximização, então a do dual é minimização.

Obtendo o dual

- Função objetivo do primal é maximização, então a do dual é minimização.
- Termos constantes das restrições do dual são os coeficientes da função objetiva do primal e vice-versa.

Obtendo o dual

- Função objetivo do primal é maximização, então a do dual é minimização.
- Termos constantes das restrições do dual são os coeficientes da função objetiva do primal e vice-versa.
- O número de incógnitas do dual (m valores de y_i) é igual ao número de restrições do primal.

Obtendo o dual

- Função objetivo do primal é maximização, então a do dual é minimização.
- Termos constantes das restrições do dual são os coeficientes da função objetiva do primal e vice-versa.
- O número de incógnitas do dual (m valores de y_i) é igual ao número de restrições do primal.
- O número de restrições do dual é igual ao número de incógnitas do primal (m valores de x_j).

Obtendo o dual

- Função objetivo do primal é maximização, então a do dual é minimização.
- Termos constantes das restrições do dual são os coeficientes da função objetiva do primal e vice-versa.
- O número de incógnitas do dual (m valores de y_i) é igual ao número de restrições do primal.
- O número de restrições do dual é igual ao número de incógnitas do primal (m valores de x_j).
- A matriz de coeficientes do dual é a transposta da matriz de coeficientes do primal.

Modelo Dual

$$\text{Min.}D = \sum_{i}^{m} b_i y_j \qquad \text{sujeito a}$$

$$\sum_{i=0}^{m} a_{ij} y_i \geq c_j \qquad (j = 1, 2, 3..., n)$$

$$y_i \geq 0 \qquad (i = 1, 2, 3..., m)$$

Problema Dual

Função objetivo:

$$\text{Min.}D = 100 \times y_1 - 50 \times y_2 + 50 \times y_3 + 35 \times y4 + 50 \times y_5 + 0 \times y_6$$

$$\text{Restrições:} \quad \begin{array}{llllllll} y1 & -y2 & +y3 & & & & \geq 70 \\ y1 & & & -y4 & & +y6 & \geq 104 \\ y1 & & & & +y5 & -4y6 & \geq 80 \end{array}$$

electrical-networksDual.mod e electrical-networks.data

electrical-networksDual.sol

glpsol –model electrical-networksDual.mod –data electrical-networksDual.data –output electrical-networksDual.sol

Variação de f induzida por b

$\Delta f = y\Delta b$ a

Variação de f induzida por b

$\Delta f = y \Delta b$ a

b

Acrescentar variáveis

Quarto Produto c

Acrescentar variáveis

Quarto Produto c

d

Conclusões

- item 1

Conclusões

- item 1
- item 2

Conclusões

- item 1
- item 2
- item 3

Dúvidas

Apresentação produzida usando

disponível em goo.gl/1DtLf