

# Pesquisa Operacional - Problema da Corrente de Equilíbrio

Eduardo César<sup>1</sup>   Manassés Ferreira<sup>1</sup>   Marzo Júnior<sup>1</sup>  
Thiago Linke<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil

Pesquisa Operacional, 2013

## Resumo

### 1 Modelagem

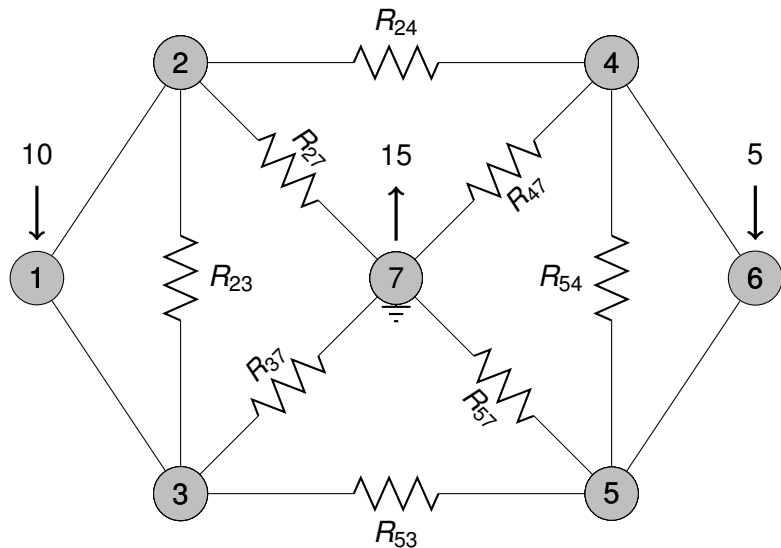
- O Problema
- O Modelo
- Modelo e dados
- Solução
- Modelo e dados do Dual
- Solução Dual

### 2 Análise de Sensibilidade

- Duas Questões sobre Dualidade

### 3 Conclusões

# Modelagem



## O Problema

## O Problema

## Organizando os dados.

	leiteP	queijo	iogurte
demandaMáxima (kL)	50	35	50
produçãoMínima (kL)	50	-	-
insumo: leite (L/unidade)	1	10	2.5
lucroUnitario (\$/unidade)	0.07	1.04	0.2
lucro (\$/kL)	70	104	80
limiteDiário insumo (kL)	100		
implicação	1kg queijo → 1L iogurte 4L → 1L		

# Definições

## Restrições (em kL)

- $\text{leiteP} + \text{queijo} + \text{iogurte} \leq 100$
- $\text{leiteP} \geq 50 \rightarrow -\text{leiteP} \leq -50$
- $\text{leiteP} \leq 50$
- $\text{queijo} \leq 35$
- $\text{iogurte} \leq 50$
- $4 \times \text{iogurte} - \text{queijo} \geq 0 \rightarrow \text{queijo} - 4 \times \text{iogurte} \leq 0$

## Forma matricial

### cotas

$$A: \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -4 \end{array}$$

Matriz de coeficientes

### máximo

$$b: \begin{array}{cccccc} 100 & -50 & 50 & 35 & 50 & 0 \end{array}$$

$$Ax = b$$

## Definições

### Conjuntos

electrical-networkss:  $\{leiteP, queijo, iogurte\}$

Restricoes:  $\{r1, r2, r3, r4, r5, r6\}$

### Variáveis

producao:  $\{electrical - networkss\}$

### Parâmetros

lucro:  $\{70, 104, 80\}$

cotas:  $\{Restricoes, electrical - networkss\}$

maximo:  $\{Restricoes\}$

## Definições

### Objetivo

Maximizar:

$$\sum_{j \in \text{electrical-networkss}} \text{lucro}[j] \times \text{producao}[j]$$

### Restrições

Sujeito a:

$$\text{cotas}[i, j] \times \text{producao}[j] \leq \text{maximo}[i]$$

$$\{i \in \text{Restricoes}\}, \{j \in \text{electrical-networkss}\}$$



## Afinal, qual a melhor escolha?

Saberemos agora ...

# electrical-networks.mod e electrical-networks.data

Solução

# electrical-networks.sol

```
glpsol --model electrical-networks.mod --data electrical-networks.data --output electrical-networks.sol
```

# Modelo Primal

$$\text{Max. } Z = \sum_j^n c_j x_j \quad \text{sujeito a}$$

$$\sum_{j=0}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n)$$

## Obtendo o dual

- Função objetivo do primal é maximização, então a do dual é minimização.

## Obtendo o dual

- Função objetivo do primal é maximização, então a do dual é minimização.
- Termos constantes das restrições do dual são os coeficientes da função objetiva do primal e vice-versa.

## Obtendo o dual

- Função objetivo do primal é maximização, então a do dual é minimização.
- Termos constantes das restrições do dual são os coeficientes da função objetivo do primal e vice-versa.
- O número de incógnitas do dual ( $m$  valores de  $y_i$ ) é igual ao número de restrições do primal.

## Obtendo o dual

- Função objetivo do primal é maximização, então a do dual é minimização.
- Termos constantes das restrições do dual são os coeficientes da função objetivo do primal e vice-versa.
- O número de incógnitas do dual ( $m$  valores de  $y_i$ ) é igual ao número de restrições do primal.
- O número de restrições do dual é igual ao número de incógnitas do primal ( $m$  valores de  $x_j$ ).



## Obtendo o dual

- Função objetivo do primal é maximização, então a do dual é minimização.
- Termos constantes das restrições do dual são os coeficientes da função objetivo do primal e vice-versa.
- O número de incógnitas do dual ( $m$  valores de  $y_i$ ) é igual ao número de restrições do primal.
- O número de restrições do dual é igual ao número de incógnitas do primal ( $m$  valores de  $x_j$ ).
- A matriz de coeficientes do dual é a transposta da matriz de coeficientes do primal.

# Modelo Dual

$$\text{Min. } D = \sum_i^m b_i y_i \quad \text{sujeito a}$$

$$\sum_{i=0}^m a_{ij} y_i \geq c_j \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n)$$

$$y_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m)$$

## Problema Dual

Função objetivo:

$$\text{Min. } D = 100 \times y_1 - 50 \times y_2 + 50 \times y_3 + 35 \times y_4 + 50 \times y_5 + 0 \times y_6$$

$$\begin{array}{rccccccc} \text{Restrições:} & y_1 & -y_2 & +y_3 & & & & \geq 70 \\ & y_1 & & & -y_4 & & +y_6 & \geq 104 \\ & y_1 & & & & +y_5 & -4y_6 & \geq 80 \end{array}$$

Modelo e dados do Dual

**electrical-networksDual.mod e electrical-networks.data**

# electrical-networksDual.sol

```
glpsol --model electrical-networksDual.mod --data electrical-networksDual.data --output electrical-networksDual.sol
```

Duas Questões sobre Dualidade

## Variação de $f$ induzida por $b$

$$\Delta f = y \Delta b \quad a$$

Duas Questões sobre Dualidade

## Variação de $f$ induzida por $b$

$$\Delta f = y \Delta b \quad \begin{matrix} a \\ b \end{matrix}$$

Duas Questões sobre Dualidade

## Acrescentar variáveis

**Quarto Produto** c



Duas Questões sobre Dualidade

## Acrescentar variáveis

**Quarto Produto** c

d

# Conclusões

- item 1

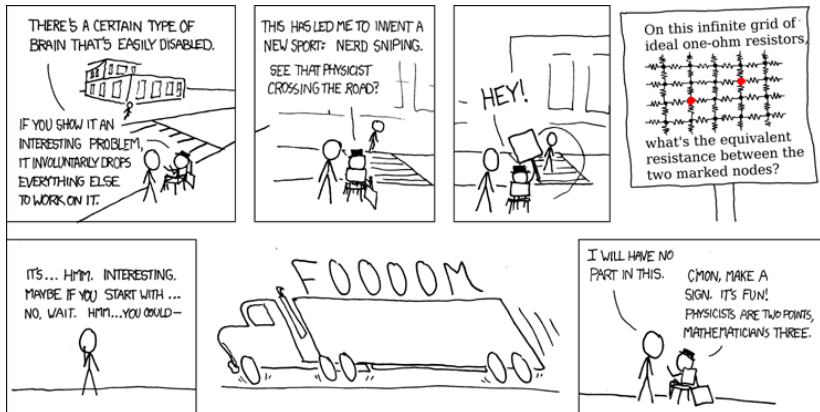
## Conclusões

- item 1
- item 2

## Conclusões

- item 1
- item 2
- item 3

## Dúvidas



Apresentação produzida usando

L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

disponível em [goo.gl/1DtLf](https://goo.gl/1DtLf)