$N = 17, M = 5$

Пермяков Дмитрий ИУ5-63Б

$a_1 = 17 \pmod 5 = 2$

$a_2 = 17 \pmod 3 = 2$

$a_3 = 5 \pmod 5 = 0$

$a_4 = 5 \pmod 2 = 1$

$a_5 = 17 \pmod 7 = 3$

$a_6 = 5 \pmod 5 = 0$

$X = \{x : Ax = b, x \geq 0\}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$C = (1, 2, 0, 1, 1)^T$

$x \in X, \quad f(x) = \langle C, x \rangle \to \inf$

$$B_{145} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad B_{145}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B_{145}^{-1} b = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow X_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$B_{123} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B_{123}^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B_{123}^{-1} b = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{не угловая точка}$$

$$B_{134} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B_{134}^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B_{134}^{-1} b = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \Rightarrow X_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$B_{124} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B_{124}^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B_{124}^{-1} b = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow X_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$f(X_1) = \langle C, X_1 \rangle = 7$

$f(X_2) = \langle C, X_2 \rangle = 3,5$ – мин. зн. ф-ии

$f(X_3) = \langle C, X_3 \rangle = 4$

$$X = conv\{X_1, X_2, X_3\} = conv \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0,5 \\ 0,5 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\begin{pmatrix} 3\lambda_1 \\ 0 \\ 0 \\ \lambda_1 \\ 3\lambda_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2\lambda_2 \\ 0 \\ \frac{\lambda_2}{2} \\ \frac{\lambda_2}{2} \\ 0 \end{pmatrix} + (1-\lambda_1-\lambda_2) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\lambda_1 + \lambda_2 + 1 \\ 1 - \lambda_1 - \lambda_2 \\ \frac{\lambda_2}{2} \\ 1 - \frac{\lambda_2}{2} \\ 3\lambda_1 \end{pmatrix}$$

Двойственная задача:

$$A^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad A^T \lambda \geq -C \quad \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \lambda_2 \geq -1 \\ \lambda_1 + 2\lambda_2 \geq -2 \quad (1) \\ 2\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 \geq 0 \quad (2) \\ \lambda_3 \geq -1 \\ \lambda_1 \geq -1 \end{cases}$$

Надо максимизировать $\psi(\lambda)$:

$\psi(\lambda) = \langle -b, \lambda \rangle = -\lambda_1 - 3\lambda_2 - \lambda_3 \to max$

$-\lambda_1 - 3\lambda_2 - \lambda_3 = a$

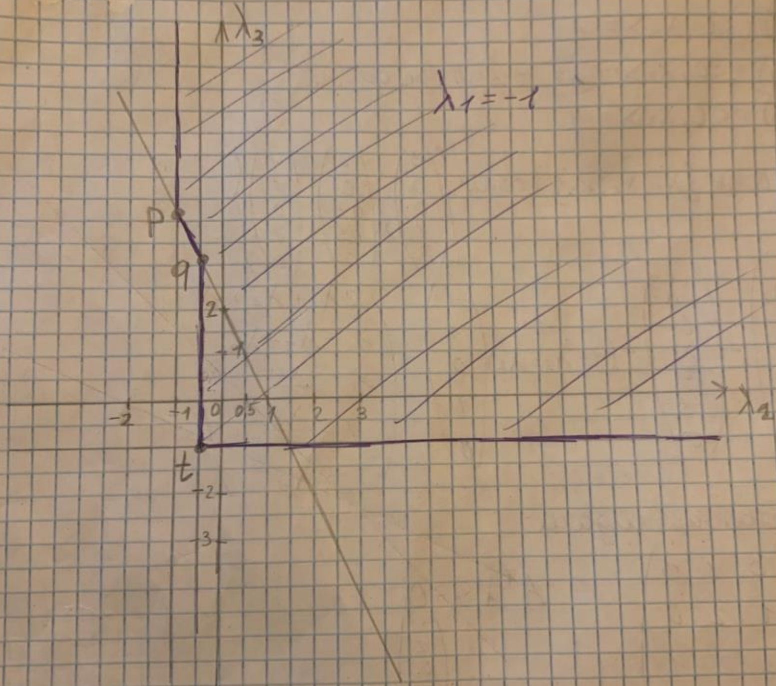
Перейдём из 3-х мерного пр-ва в 2-мерное λ_2, λ_3 при $\lambda_1 = -1$:

(1): $2\lambda_2 - 1 \geq -2$

$\lambda_2 = -\frac{1}{2}$ – ур-ние в отрезках

(2): $-2 + 2\lambda_2 + \lambda_3 \geq 0$

$\lambda_2 + \frac{\lambda_3}{2} = 1$ – ур-ние в отрезках



При $\lambda_1 = -1$:

$\psi_0(\lambda) = \psi(\lambda)\big|_{\lambda_1 = -1} = 1 - 3\lambda_2 - \lambda_3 \longrightarrow max$

$$p: \begin{cases} \lambda_2 = -1 \\ \lambda_2 + \frac{\lambda_3}{2} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \lambda_2 = -1 \\ \frac{\lambda_3}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow p = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$q: \begin{cases} \lambda_2 = -\frac{1}{2} \\ \lambda_2 + \frac{\lambda_3}{2} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \lambda_2 = -\frac{1}{2} \\ \frac{\lambda_3}{2} = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow q = \begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{1}{2} \\ 3 \end{pmatrix}$

$t: \begin{cases} \lambda_2 = -\frac{1}{2} \\ \lambda_3 = -1 \end{cases} \Rightarrow t = \begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$

$\psi(p) = 1 + 3 - 4 = 0$

$\psi(q) = 1 + \frac{3}{2} - 3 = -0{,}5$

$\psi(t) = 1 + \frac{3}{2} + 1 = 3{,}5$

В точке t достигается max.

$f(x_2) = \psi(t)$ - верно

ЗЛП и дв. задача решены правильно.