$$\Psi = B\cdot \pi r^2 N = \overbrace{n l}^{N}\, \pi r^2 \overbrace{\mu\mu_0 n I}^{B} = \overbrace{\pi \mu\mu_0 n^2 l}^{L}\, I r^2 = L I r^2 = const$$

Т.е. когда меняется радиус, то меняется и ток. Выразим ток:

$$I = \frac{\Psi}{L r^2} \to \delta A = -L I^2 r\,dr = -L\frac{\Psi^2}{L^2 r^4} r\,dr = -\frac{\Psi^2}{L r^3}\,dr$$

$$A_{12} = \frac{-\Psi^2}{L}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^3} = \frac{\Psi^2}{L\cdot 2}\left(\frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2}\right) = \frac{\Psi^2}{2L r_2^2} - \frac{\Psi^2}{2L r_1^2}$$

Эта работа затрачена на изм. магнитного поля катушки, т.к. r_1 r_2 выбраны произв.. Тогда энергия магнит. поля:

$$W = \frac{\Psi^2}{2L r^2}\ ; \quad \Psi = L I r^2 \to W = \frac{L^2 I^2 r^4}{2L r^2} = \frac{L I^2 r^2}{2} =$$

$$= \frac{\pi\mu\mu_0 n^2 l\, I^2 r^2}{2} = \left[\begin{array}{l} V = \pi r^2 l \\ \text{объём внутри катушки. Это объём занимаем. маг. поле}\end{array}\right] =$$

$$= V\cdot\frac{\mu\mu_0 n^2 I^2}{2} \quad \text{т.к.} \quad H = nI \to W = V\cdot\frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$ – ~~объёмная плот. энер.~~

объём. плот. энер. маг. поля: $w = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$

$$\text{if } w \neq const \to W = \iiint_V w\,dV = \iiint_V \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}\,dV$$

Теор. Томсена для энергии магнитного поля.

Задача: Проводник наход. в пустоте. Магнит. пропиц. $\mu = 1$, V, в нём протекает ток $\bar{J}$, ... i. То энергия магнит. поля, создаваемого таким проводником мб. вычислена 2-мя способами:

$$W = \iiint_{V \div V_\infty} \frac{1}{2}\mu_0 H^2\,dV$$

$$W = \frac{1}{2}\iiint_V (\bar{J}\bar{A})\,dV + \frac{1}{2}\oint_S (\bar{i}\bar{A})\,dS\ ; \quad \bar{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\iiint_V \frac{\bar{J}\,dV}{r} + \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_S \frac{\bar{i}}{r}\,dr$$

Индукт
Мы мы
по d
$W = \frac{1}{2}$
$W =$
По т.
$\oint A_L$
$\to W =$
[L
Индукт
наполнен
30.1 31
Закон
$\mathcal{E}_{инд} =$
Заракон
контур
прим
Ленца
Индук
поле

Индуктивность тока.

Мы имеем: замкнут. веток с током, веток тонкий → веток направлен по $d\bar{l}$ и запишем энергию, используя т. Томсона.

$$W = \frac{1}{2}\iiint\limits_V (\bar{j}\,\bar{A})\,dV \quad ; \quad dV = S\,dl \quad ; \quad (\bar{j}\,\bar{A}) = j\,A_l \rightarrow$$

$$W = \frac{1}{2}\oint j\,A_l\,S\,dl = \frac{I}{2}\oint\limits_L A_l\,dl$$ т.к. $I = const$ в $\forall$ сечении

По т. Стокса (из векторного анализа)

$$\oint\limits_L A_l\,dl = \iint\limits_{S_0} (\mathrm{rot}\,\bar{A})_n\,dS = [\text{т.к. } \bar{B} = \mathrm{rot}\,\bar{A}] = \iint\limits_{S_0} B_n\,dS = \Psi$$

, S_0 – поверх, кот. охватывает замкнут. контур с током

$$\rightarrow W = \frac{1}{2} I \Psi \quad \Big| \; A \sim I \rightarrow B \sim I \rightarrow \Psi \sim I \rightarrow \boxed{\Psi = L\,I}$$

L – индуктивность контура явл. коэф пропорц. между током, текущим по контуру и потоком магнит. индукции через поверх, кот. огранич. контуром

$$[L] = [\text{Гн}] \qquad \boxed{W = \frac{L I^2}{2}}$$

Индуктивность зависит только от самого контура (геометрии, размеров, наполнения и т.д.)

30.1 31.1

Закон электромагнит. индукции Фарадея

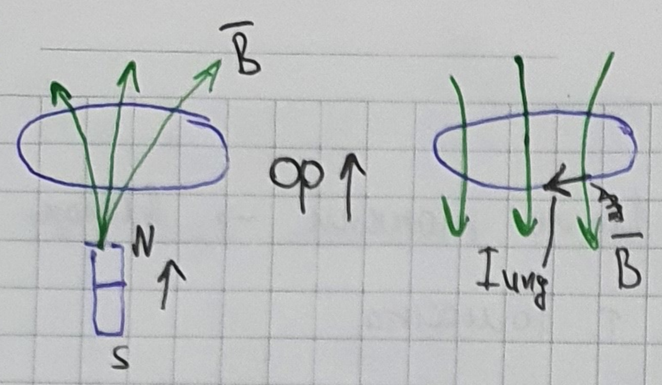
$$\mathcal{E}_{инд} = \frac{-d\Psi}{dt}$$

Заракон Фарадея: При изм. магн. потока, пронизывающий контур, в этом контуре возник. индукционный ток = $I_{инд} = \frac{\mathcal{E}_{инд}}{R} = -\frac{1}{R}\cdot\frac{d\Psi}{dt}$

прийм направл. инд. тока и изм. магнитного потока связан правилом Ленца.

Индукц. ток в контуре течёт в таком направ., что его собств. магн. поле стремится уменьшить изм. внеш. магнитного потока.

Пр:



30.2

Вихревое электрич. поле. I фундамен-ый закон Максвелла.

ЭДС индукции на равне с ЭДС источника подчиняется всем правилам Кирхгофа, а это значит по Фарадею для описания ЭДС индукции тоже вводим ~~электрич. поле~~ поле сторонних „мифических" сил, кот. создают эту ЭДС

$$\mathcal{E}_{миф} = \oint_L E_{\varphi l}\, dl \;;\quad \mathcal{E}_{инд} = \oint_L E'_l\, dl = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d}{dt}\iint_S B_n\, dS$$

Вывод: Новое эл. поле не потенциально. т.к $\oint_L E'_l\, dl \neq 0$ (для $\oint_L E^{ст}_l\, dl = 0$)

$$\bar{E} = \bar{E}' + \bar{E}^{ст} \rightarrow \underbrace{\oint_L E_l\, dl = -\frac{d}{dt}\iint_S B_n\, dS}$$

Максвелл предположил, что вихревое эл. поле, возникающее при переменном магнитном имеется не только в контуре, но и во всём прост-ве, (в кот. создано переменное магнитное) т.е. перемен. магн. поле оказывается электромагнит.. Т.О. контур явл. индикатором существов-ия вихревого эл. поля.

Сформулируем I фунд. зак. Максвелла:

Для ∀ воображ. контура l, кот. огранич. поверх. S справедливо след. соотнош:

$$\boxed{\oint_L E_l\, dl = -\frac{d}{dt}\iint_S B_n\, dS}$$ — I фунд. зак. Максвелла.

Физ. смысл: переменное магнит. поле всегда порождает вихревое эл-ое.

!

По Т. Стокса: $\oint_L E_l\, dl = \iint_S (\mathrm{rot}\,\bar{E})_n\, dS \rightarrow \iint_S (\mathrm{rot}\,\bar{E})_n\, dS = -\frac{d}{dt}\iint_S B_n\, dS$

if S - мала $\rightarrow \mathrm{rot}\,\bar{E}_n S = -\frac{\partial B_n}{\partial t}\cdot S =$ [т.к. $S \neq 0$, но мала] $\Rightarrow$ $\boxed{\mathrm{rot}\,\bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}}$ — I фунд. з. Мак. в дифф. виде

$$\bar{j} = \sigma(\bar{E}^{ст} + \bar{E}_0 + \bar{E}')$$

$\bar{E}^{ст}$ - потенц. эл. поле

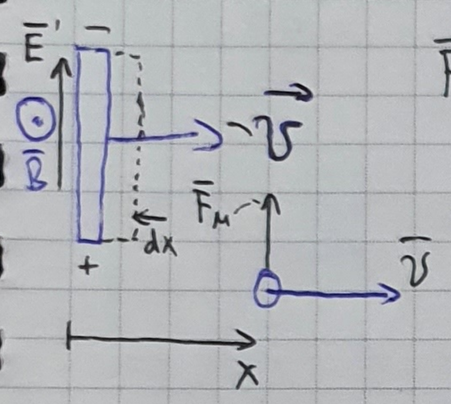
$\bar{E}_0$ - создано стор силами

$\bar{E}'$ - вихревое эл. поле, создано перемен. магнит.

$\boxed{31.2}$

— end —

II случай возникнов. ЭДС индукции: в случае движ. проводника в пост. магнит. поле:



$\bar{F}_M = -e[\bar{v}\,\bar{B}]$, $\bar{F}_{эл} = -e\bar{E}'$, электроны перестанут перетекать по проводнику, когда силы уравновесят др. друга →

$\rightarrow \bar{F}_{эл} + \bar{F}_M = 0 \rightarrow \bar{E}' = -[\bar{v}\,\bar{B}]$

$U = El = vlB \rightarrow \mathcal{E}_{инд} = vlB$

$$\mathcal{E}_{инд} = Blv = Bl\frac{dx}{dt} = [S = xl] = B\frac{dS}{dt} = \frac{d(BS)}{dt} = \frac{d\Psi}{dt}$$

$\bar{B} = const \rightarrow \bar{j} = \sigma(\bar{E}^{ст} + \bar{E}_0 - [\bar{v}\,\bar{B}])$

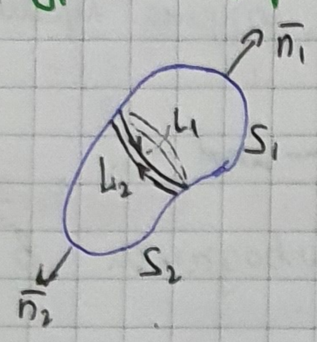
2-е физ причин возникнов. ЭДС инд-ции:

1) 1-й фунд. закон электродинамики. Т.е. переменное магнит. поле всегда порождает вихревое элек-ое.

2) При движ. проводников в пост. магнит. поле возникает ЭДС инд-ции засчёт сила Лоренца, действ. на ~~магн.~~ заряды в магн. поле!

II фунд. зак. Максвелла. 33

32 • ур-е непрерывности:



По теор. о циркуляции:

$$\oint_{L_1} H_e dl = \iint_{S_1} j_n dS \quad +$$

$$\oint_{L_2} H_e dl = \iint_{S_2} j_n dS$$

$|L_1| = |L_2|$

$$\oint_{L_1} H_e dl + \oint_{L_2} H_e dl = \iint_{S_1} j_n dS + \iint_{S_2} j_n dS$$

$$\oint_{L_1} H_e dl = -\oint_{L_2} H_e dl$$

$$\iint_{S_1} j_n dS + \iint_{S_2} j_n dS = \boxed{\oiint_S j_n dS = 0} \qquad \oiint_S j_n dS = \iiint_V \operatorname{div} j \, dV = 0 \rightarrow$$

$$\boxed{\operatorname{div} j = 0}$$ ур-е непрерывности для пост. тока.

Из объём и в объём не вытекали и не стекали заряды.

— 2 Из 3 —

if внутри поверх. есть заряд, то ток через замкнут. поверх. будет = изм. заряда внутри этой поверх.

рис. ↑

$$\oiint_S j_n dS = \frac{-dQ}{dt} \quad ; \quad Q = \iiint_V \rho \, dV \rightarrow \oiint_S j_n dS = -\frac{d}{dt}\iiint_V \rho \, dV =$$

$$\oiint_S j_n dS = \iiint_V \operatorname{div} j \, dV$$

$$= -\iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \rightarrow$$

if V - мал $\rightarrow \operatorname{div} j \cdot \cancel{V} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \cancel{V} \Rightarrow$ (т.к. $V \neq 0$) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\operatorname{div} j = -\frac{\partial \rho}{\partial t}}$$ ур-е непрерывн.

— end 32 —

33

$$\oiint_S j_n dS = \frac{-dQ}{dt} \quad ; \quad \oiint_S D_n dS = Q \rightarrow \oiint_S j_n dS = -\frac{d}{dt}\oiint_S D_n dS$$

$$\iint_{S_1} j_n\,dS + \iint_{S_2} j_n\,dS = -\iint_{S_1} \frac{\partial D_n}{\partial t}\,dS - \iint_{S_2} \frac{\partial D_n}{\partial t}\,dS;\quad \iint_{S_1} j_n\,dS + \iint_{S_2} j_n\,dS = -\iint_{S_1} \frac{\partial D_n}{\partial t}\,dS -$$

$$-\iint_{S} \frac{\partial D_n}{\partial t}\,dS + \underbrace{\oint_{L_1} H_l\,dl + \oint_{L_2} H_l\,dl}_{\text{т.к. } =0}$$ → разобьём на 1-а ур-е:

$$\iint_{S_1} j_n\,dS = -\iint_{S_1} \frac{\partial D_n}{\partial t}\,dS + \oint_{L_1} H_l\,dl \quad \text{и} \quad \iint_{S_2} j_n\,dS = -\iint_{S_2} \frac{\partial D_n}{\partial t}\,dS + \oint_{L_2} H_l\,dl$$

(if $\frac{\partial D_n}{\partial t} = 0$ → переходим в т. (точка))

⇒ Для ∀ замкнутого контура (неподвижного) и поверх.-ти ограничен. этим контуром справедливо равенству:

$$\boxed{\oint_L H_l\,dl = \iint_S j_n\,dS + \iint_S \frac{\partial D_n}{\partial t}\,dS} \quad \text{или} \quad \boxed{\oint_L H_l\,dl = I + \iint_S \frac{\partial D_n}{\partial t}\,dS}$$

II фунд. зк. Максвелла

$\iint_S \frac{\partial D_n}{\partial t}\,dS$ – ток смещения

$\frac{\partial D_n}{\partial t}$ – плотность тока смещ.

if $I = 0 \to \oint_L H_l\,dl = \iint_S \frac{\partial D_n}{\partial t}\,dS \to B \neq 0$!
(if $E(t)$)

Физ. смысл:

Переменное во времени эл. поле всегда порождает вихревое магнитное.

~~Поясняем~~:

$$\oint_L H_l\,dl = \iint_S (\mathrm{rot}\,\bar{H})_n\,dS = \iint_S j_n\,dS + \iint_S \frac{\partial D_n}{\partial t}\,dS$$, S – мал, $\overrightarrow{\text{тогда}}$

$$(\mathrm{rot}\,\bar{H})_n S = j_n S + \frac{\partial D_n}{\partial t} S \to \boxed{\mathrm{rot}\,\bar{H} = \bar{j} + \frac{\partial \bar{D}_n}{\partial t}}$$ — II фунд. зак. Максвелла в дифф. виде.

— end —

33

-1 Озн- $\boxed{34}$

Дифф. ур-е Максвелла и мат. соотношение.

$\mathrm{rot}\,\bar{E} = \frac{-\partial \bar{B}}{\partial t}$ | В-ых ур-й 7, век-ых переменных 5 ⇒ 2а ур-я не явл. независимыми.

$\mathrm{rot}\,\bar{H} = \bar{j} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}$

$\mathrm{div}\,\bar{B} = 0$

$\mathrm{div}\,\bar{D} = \rho$

$\bar{B} = \mu\mu_0 \bar{H}$

$\bar{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \bar{E}$

$\bar{j} = \sigma \bar{E}$

Переменные:

$\bar{E}, \bar{D}\ \bar{H}\ \bar{B}\ \bar{j}$

$\mathrm{rot}\,\bar{E} = \frac{-\partial \bar{B}}{\partial t} \to |\text{дивергир}| \to \mathrm{div}\,\mathrm{rot}\,\bar{E} = -\mathrm{div}\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$

$\mathrm{div}\,\mathrm{rot}\,\bar{E} = 0 \to |\text{по желанию д-ть}|$

Если возьмём нач. момент времени $\mathrm{div}\,\bar{B} = 0$, то $\mathrm{div}\,\bar{B} = 0$ во всём остальное время

$|\ \mathrm{rot}\,\bar{H} = \bar{j} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \to |\mathrm{div}| \to \mathrm{div}\,\mathrm{rot}\,\bar{H} = \mathrm{div}\,\bar{j} + \mathrm{div}\frac{\partial \bar{D}}{\partial t}$

$\mathrm{div}\,\mathrm{rot}\,\bar{H} = 0 \Rightarrow \mathrm{div}\,\bar{j} + \mathrm{div}\frac{\partial \bar{D}}{\partial t} = 0$

$\mathrm{div}\,\bar{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$ – ур-е непр-ти $\quad -\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t}(\mathrm{div}\,\bar{D}) = 0$

$\frac{\partial}{\partial t}(\mathrm{div}\,\bar{D} - \rho) = 0 \to \mathrm{div}\,\bar{D} - \rho = \mathrm{const}$

Выбираем момент врем., когда $\mathrm{const} = 0 \Rightarrow = 0$ в теч. всего времени. $\to \mathrm{div}\,\bar{D} = \rho$

-end-

Среда намагничена, т.е нет спонтанной намагниченности, поляриз.-ти и нет сторонних ЭДС источников

-end-

-2 Озн- $\boxed{35}$

(Т) Пойнтинга

Задача: Д-во т. для однородноизотропной среды в отсутствии внеш. источника тока.

$\bar{P}_0 = 0 \quad \bar{M}_0 = 0 \quad \bar{E}_0 = 0$

$$\begin{cases} \mathrm{rot}\,\bar{E} = \frac{-\partial \bar{B}}{\partial t} \\ \mathrm{rot}\,\bar{H} = \bar{j} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \end{cases} \to \begin{cases} \mathrm{rot}\,\bar{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} & |\cdot \bar{H} \\ \mathrm{rot}\,\bar{H} = \bar{j} + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} & |\cdot \bar{E} \end{cases} \to \begin{cases} (\bar{H}, \mathrm{rot}\,\bar{E}) = -\mu\mu_0 (\bar{H}, \frac{\partial \bar{H}}{\partial t}) \\ (\bar{E}, \mathrm{rot}\,\bar{H}) = (\bar{j}, \bar{E}) + \varepsilon\varepsilon_0 (\bar{E}, \frac{\partial \bar{E}}{\partial t}) \end{cases}$$

$\Rightarrow |\mathrm{I} - \mathrm{II}| \Rightarrow (\bar{H}, \mathrm{rot}\,\bar{E}) - (\bar{E}, \mathrm{rot}\,\bar{H}) = -\mu\mu_0 (\bar{H}, \frac{\partial \bar{H}}{\partial t}) - (\bar{j}\ \bar{E}) - \varepsilon\varepsilon_0 (\bar{E}, \frac{\partial \bar{E}}{\partial t})$

$$(\bar{H}, \operatorname{rot}\bar{E}) - (\bar{E}, \operatorname{rot}\bar{H}) = \operatorname{div}[\bar{E}, \bar{H}]$$

$$\operatorname{div}[\bar{E}\,\bar{H}] = -(\bar{j}\,\bar{E}) - \frac{\partial}{\partial t}\underbrace{\left(\frac{\mu\mu_0 H^2}{2} + \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}\right)}_{w = w_{эл} + w_M}$$

не надо

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\mu\mu_0 H^2}{2}\right) = \frac{\mu\mu_0 \cancel{2} H}{\cancel{2}}\frac{\partial H}{\partial t}$$

$(\bar{j}\,\bar{E}) = \sigma E^2 = q$ – мощность джоулева тепла, выделяющ-ся в ед. объёма

$[\bar{E}\,\bar{H}] = \bar{S}$ – в-р Контипла $\Rightarrow \operatorname{div}\bar{S} = -q - \frac{\partial w}{\partial t} \Rightarrow \boxed{-\frac{\partial w}{\partial t} = q + \operatorname{div}\bar{S}}$

т. Контипа в диф. форме

$$\iiint_V \frac{-\partial w}{\partial t}\,dV = \iiint_V q\,dV + \iiint_V \operatorname{div}\bar{S}\,dV$$

↓ по т. Г-О.

$$-\frac{\partial}{\partial t}\iiint_V w\,dV = \frac{\delta Q}{dt} + \oiint_S S_n\,dS \Rightarrow \boxed{\frac{-\partial w}{\partial t} = \frac{\delta Q}{dt} + \oiint_S S_n\,dS}$$

Убыл энергии эл/маг. поля в объёме V за ед. времени = сумме мощности джоулева тепла, выделяющ. в этом объёме и потоку энергии эл/магнит. поля, выходящему наружу из объёма V за ед. времени.

$\bar{S}$ – плотность потока энергии эл/магн. поля (Плотн. потока эн – энергии, пересекающ. ед. поверх-ти $\perp E$ за ед. времени)

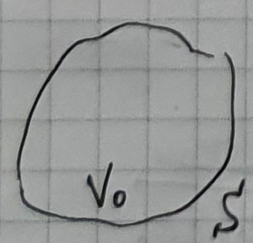
—end—

—30.04— Физ. смысл: ЗСЭ

36

Релаксация эл. заряда в проводниках.

Задача: берём проводник V_0 с нач. мом. времени Q_0 ($Q(t=0)$), вокруг проводника идеальный диэл., проводимость кот. $= 0$



$$-\frac{dQ}{dt} = \oiint_S j_n\,dS$$

т.е. ток возникает за счёт того, что заряд создаёт внутри проводника эл. поле →

$$j_n = \sigma E_n = \left[E_n = \frac{D_n}{\varepsilon\varepsilon_0}\right] = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}D_n \rightarrow -\frac{dQ}{dt} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}\oiint_S D_n\,dS \;;\; \oiint_S D_n\,dS = Q$$

$$\rightarrow -\frac{dQ}{dt} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}Q \rightarrow -\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}dt = \frac{dQ}{Q} \rightarrow \ln\frac{Q(t)}{Q_0} = -\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}t \rightarrow \boxed{Q(t) = Q_0 e^{-\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}t}}$$

τ – время, за кот. заряд уменьшится в e раз

$\tau = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\sigma}$ – время релаксации

$\sigma \sim 10^{7}$, $\varepsilon \sim 1$, $\varepsilon_0 = 10^{-12}$ $\rightarrow$ $\tau \sim 10^{-18} - 10^{-19}$ c

—end—

Вывод:

Эн эл/магн поля не переносится эл. зарядами, т.е. электроны не двигаются некот. фронтами, ударяясь об поверх. и возращ. обратно, эл-ы релаксируют к поверх. и там остаются. Т.е. мы показали, что энерг. эл/магн. поля переносит эл/магн. волны.

—end— $\boxed{37}$

Волновое ур-е.

Задача: Имеем однород. изотропный незаряж. диэлектрик.

$\sigma = 0$ $\quad E_0 = 0$

запишем ур-е Макс: $\begin{cases} \mathrm{rot}\,\bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \\ \mathrm{rot}\,\bar{H} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \\ \mathrm{div}\,\bar{B} = 0 \\ \mathrm{div}\,\bar{D} = 0 \\ \bar{B} = \mu\mu_0 \bar{H} \\ \bar{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \bar{E} \end{cases}$ $\quad \begin{cases} \mathrm{rot}\,\bar{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \\ \mathrm{rot}\,\bar{H} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \end{cases} \rightarrow$ $\quad \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \mathrm{rot} \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} =$

$$\rightarrow \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \mathrm{rot} \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \mathrm{rot}\left[\frac{-1}{\mu\mu_0} \mathrm{rot}\,\bar{E}\right] = \frac{-1}{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0} \mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\bar{E}$$

$$\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\bar{E} = -\nabla^2 \bar{E} + \mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\bar{E} = \left| \text{т.к. } \mathrm{div}\,\bar{D} = 0 \right| = -\nabla^2 \bar{E}$$

$$\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0} \nabla^2 \bar{E} \rightarrow \nabla^2 \bar{E} = \mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2}$$

$$\boxed{\nabla^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}} \rightarrow \boxed{\nabla^2 \bar{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2}} \qquad \text{где } v = \frac{1}{\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \rightarrow v = \frac{c}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

—end—

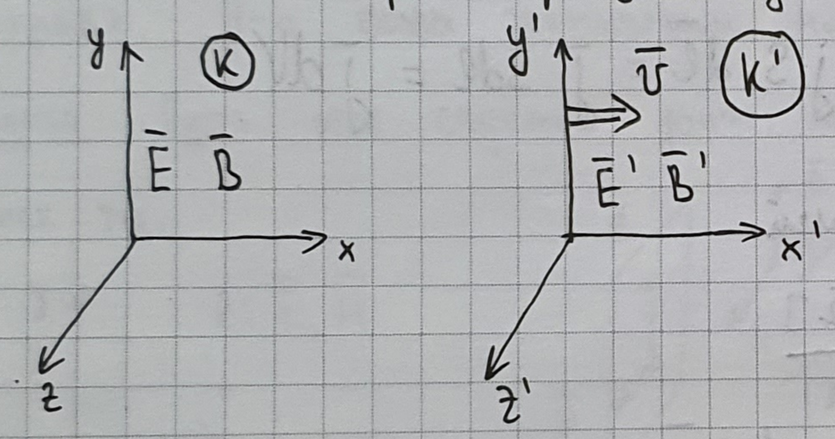
Шкала эл/магн волн.

λ, м	10	10^{-3}	10^{-8}	10^{-9} и меньше
ν, Гц	10^{7}	$\sim 3\cdot10^{4}$	$\sim 3\cdot10^{16}$	от $\sim 10^{18}$
	низко частот. волны	радио волны	инфра красный спектор (ИК) и видимый спектор	рентгеновское и гамма излучение

29

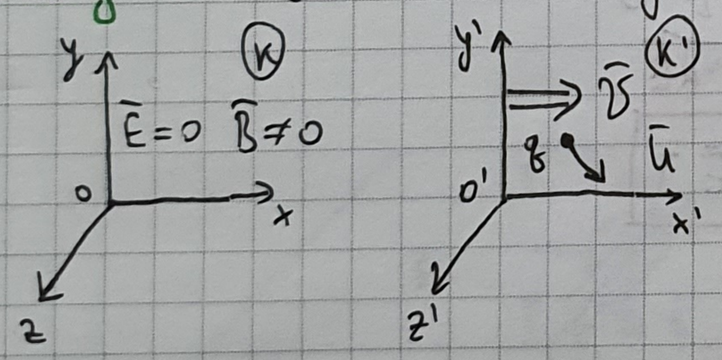
Преобразование полей при скоростях << скор. света

Разбиваем нашу задачу по нахожд. направл. эл. поля и индукции магнит. поле при переходе из 1ой сис. отсчёта в др.



$\bar{E}'$ и $\bar{B}'$ с $\bar{E}$ и $\bar{B}$

1 случай. Эл. поле отсутств. Отличное от нуля только магнит. поле.



K: $\bar{F} = q[(\bar{v}+\bar{u}), \bar{B}] =$

$= q[\bar{v}\,\bar{B}] + q[\bar{u}\,\bar{B}]$

Сила не зависит от выбора С.О., т.к. $\bar{F} = \bar{F}' \rightarrow$

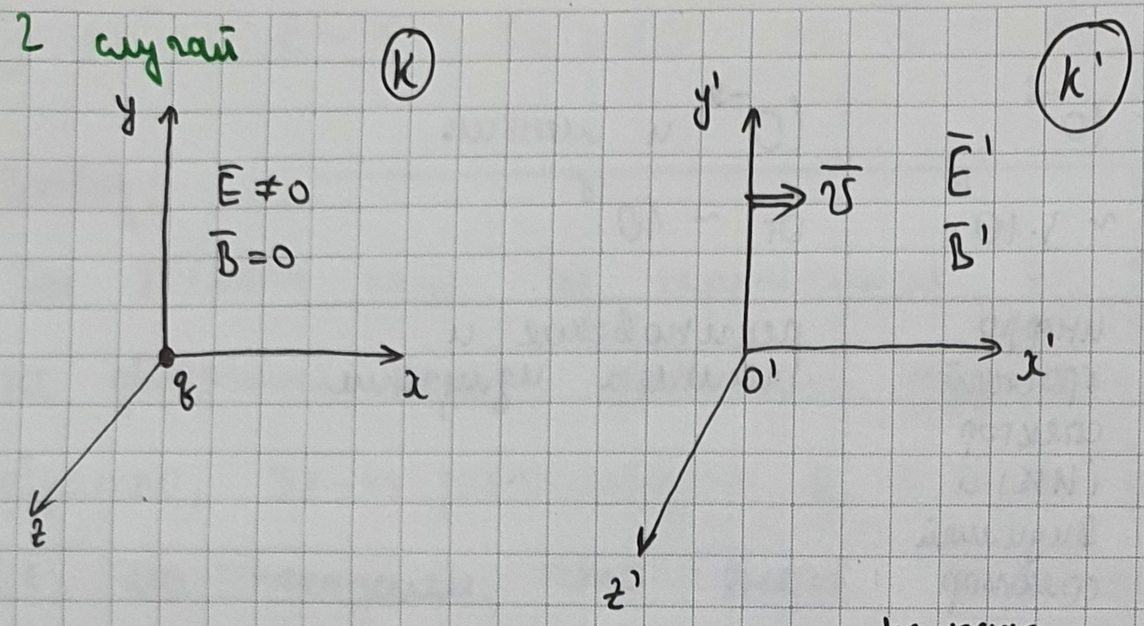
$\bar{F}' = q\bar{E}' + q[\bar{u}\,\bar{B}'] \rightarrow q\bar{E}' + q[\bar{u}\,\bar{B}'] = q[\bar{v}\,\bar{B}] + q[\bar{u}\,\bar{B}]$

$$\boxed{\bar{B}' = \bar{B}, \quad \bar{E}' = [\bar{v}\,\bar{B}]}$$

Вывод:

В случае, когда в сис-ме K эл. поля отсутств., в движ. сис-ме отсчёта K' появляется отличное от нуля эл. поле.

2 случай



В (K') q со скоростью $\underbrace{-\bar{v}}$, поэтому он создаёт вокруг себя магнитное поле.

не надо
Пояснение если K^F движ. в $\rightarrow$ а q не подвижн, то в K' со ск. $-v$

по з.Б-С. $\rightarrow$ $d\bar{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{[d\bar{l}, \bar{r}]}{r^3}$, $I d\bar{l} = j S d\bar{l} = \bar{j} S dl = \bar{j} dV$

$\bar{j} = e n \bar{v}$, n - концентрация носителей

$\rightarrow$ подстав. $\rightarrow$ $d\bar{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} e n dV \frac{[\bar{v}\ \bar{r}]}{r^3}$

$dq = e \cdot n \cdot dV \rightarrow d\bar{B} = \mu_0 \varepsilon_0 [\bar{v}, \underbrace{\frac{dq\ \bar{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}}_{d\bar{E}}]$

$\rightarrow d\bar{B} = \mu_0 \varepsilon_0 [\bar{v}\ d\bar{E}] \rightarrow \boxed{\bar{B} = \mu_0 \varepsilon_0 [\bar{v}\ \bar{E}]}$

т.к. скорость $-\bar{v}$!

$\rightarrow \bar{B}' = -\mu_0 \varepsilon_0 [\bar{v}\ \bar{E}]$, $\bar{E}' = \bar{E}$

$$\boxed{\begin{aligned} \bar{E}' &= \bar{E} + [\bar{v}\ \bar{B}] \\ \bar{B}' &= \bar{B}^* - \mu_0 \varepsilon_0 [\bar{v}\ \bar{E}] \end{aligned}}$$

-end-

Если среда изотропна и непровод, т.е. $\sigma = 0$, то эл/магн волны распрост. наиболее просто, т.к. энергия волны не поглощается средой и форма волны не меняется при её распрост. Тогда среда непоглощ. и в ней нет дисперсии.

Дисперсия - явление изм. формы волны при её распрост..

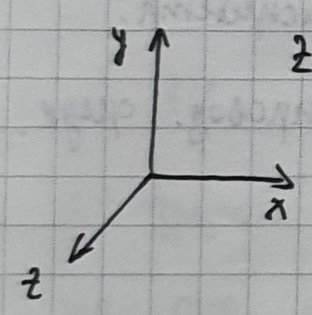
Проводящие изотропные среды, поглощающие и диспергирующие.

38

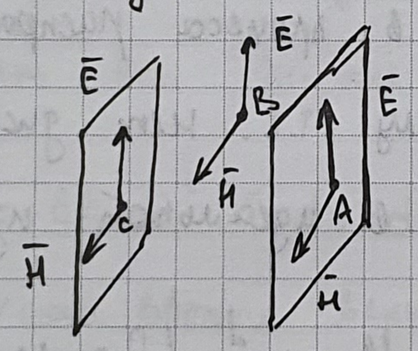
Распространение эл-м плоского сгустка Хевисайда в идеальной непроводящей однородной изотропной среде.

Р-м частный случай распр-ия эл/маг волны в виде плоского сгустка Хевисайда. Пусть в момент времени t эл-ое составл. $\bar{E}$ и магн.-ое $\bar{H}$ отличны от нуля только в некот. области плоского слоя, огранич. 2-мя ||-ными плоскостями, кот. будем наз. передним и задним фронтами сгустка, при этом $\bar{E}, \bar{H}$ внутри слоя однородные, т.е. одинаковы по величине и направлению во всех точках внутри слоя. Их направл. ||-о ~~плоск~~ границам плоск-м, $\bar{E} \perp \bar{H}$.

<u>Задача:</u> Пусть этот сгусток движ. с пост. скор. $\bar{v}$ в направл. $\perp$-ом его плоск-ти.

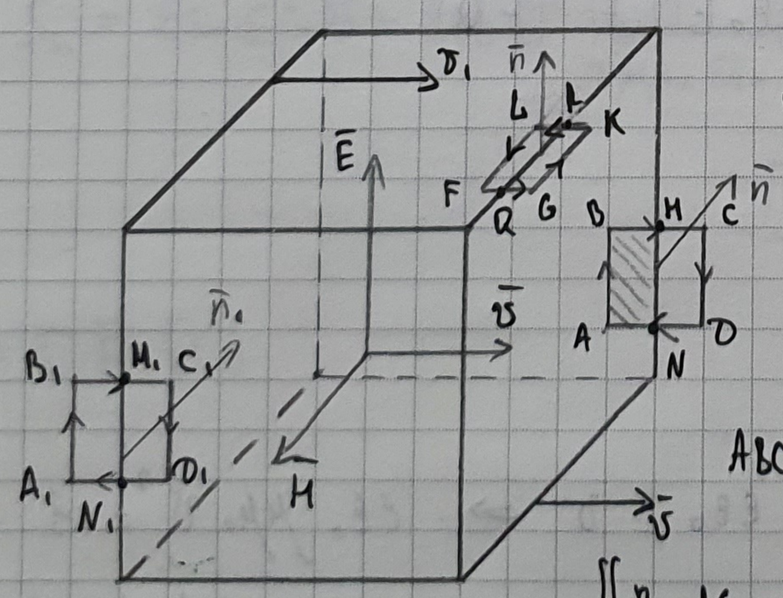


$z: \bar{E}, \bar{H}$



$\bar{E}_A = \bar{E}_B = \bar{E}_C = \bar{E}$

$\bar{H}_A = \bar{H}_B = \bar{H}_C = H$



<u>Задача:</u> Д-м, что такое распр-е эл/маг. поле возможно в природе. Т.е. д-м, что оно удовл. ур-ям Максвелла.

Р-м показ. контур ABCD и применим к нему I ф.з. Максвелла.

$$ABCD: \oint_L E_l dl = -\frac{d}{dt}\left(\iint_S B_n dS\right)$$

$$\iint_S B_n dS = -\mu\mu_0 H \cdot \underbrace{|AB| \cdot |BM|}_{\text{площадь заштрих.}} \rightarrow \text{Произв} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{d}{dt}\left(\iint_S B_n dS\right) = -\mu\mu_0 H \cdot |AB| \cdot \frac{d}{dt}|BM|$$ (BM не const, т.к. движимся вправо)

$$\oint_L E_l dl = E \cdot |AB|$$

$$\rightarrow E \cdot |AB| = \mu\mu_0 H \cdot |AB| \cdot \underbrace{\frac{d}{dt}|BM|}_{v} \rightarrow \boxed{\bar{E} = \mu\mu_0 H v} \quad (1)$$

, v – скорость распрост. переднего фронта

$A_1 B_1 C_1 D_1$:

$$\iint_S B_n dS = -\mu\mu_0 H |M_1 C_1| \cdot |C_1 D_1| \rightarrow \text{произв} \rightarrow$$

$$\frac{d}{dt}\left(\iint_S B_n dS\right) = -\mu\mu_0 H \cdot |C_1 D_1| \cdot \underbrace{\frac{d}{dt}|C_1 M_1|}_{-v_1} = \mu\mu_0 H \cdot |C_1 D_1| \cdot v_1$$

$$\rightarrow \cancel{\oint_L E_l dl = -\mu\mu_0 H |C_1 D_1| v_1} \quad \oint E_l dl = -E|C_1 D_1| \rightarrow -E|C_1 D_1| = -\mu\mu_0 H |C_1 D_1| v_1$$

$$\rightarrow \boxed{E = +\mu\mu_0 H \cdot v_1} \quad (2)$$

(1) и (2) $\Rightarrow$ $v = v_1$! Т.е передний и задний фронты сгустка движ. с один. скор. v, т.е. толщина сгустка не меняется в процессе распрост. $\Rightarrow$ он не меняет свою форму, т.е. нет дисперсии при распростр. сгустка в идеальной изотропной непровод. среде.

Вывод

FGKL: 2 ф. з. Максв $\Rightarrow$ $\oint_L H_l dl = \frac{d}{dt}\left(\iint_S D_n dS\right)$

$$\oint_L H_l dl = H \cdot |LF| \rightarrow \iint_S D_n dS = \varepsilon\varepsilon_0 E |LF| \, |FQ|$$

$$H \cdot |LF| = \varepsilon\varepsilon_0 E |LF| \underbrace{\frac{d}{dt}|FQ|}_{v}$$

$$\Rightarrow \boxed{H = \varepsilon\varepsilon_0 E v} \quad (3)$$

(3) $\rightarrow$ в (1) $\Rightarrow$ $E = \mu\mu_0 v H = \mu\mu_0 v \cdot \varepsilon\varepsilon_0 E v \Rightarrow \varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0 v^2 = 1 \Rightarrow$

$$\boxed{v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0}}} \quad (4)$$

Т.е. мы получили скор. распраст. эл/маг волн. отсюда можем выразить связь между E и H:

$$(4) \rightarrow \text{в } (3) \Rightarrow H = \varepsilon\varepsilon_0 E \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0}} \Rightarrow \boxed{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E = \sqrt{\mu\mu_0} H}$$

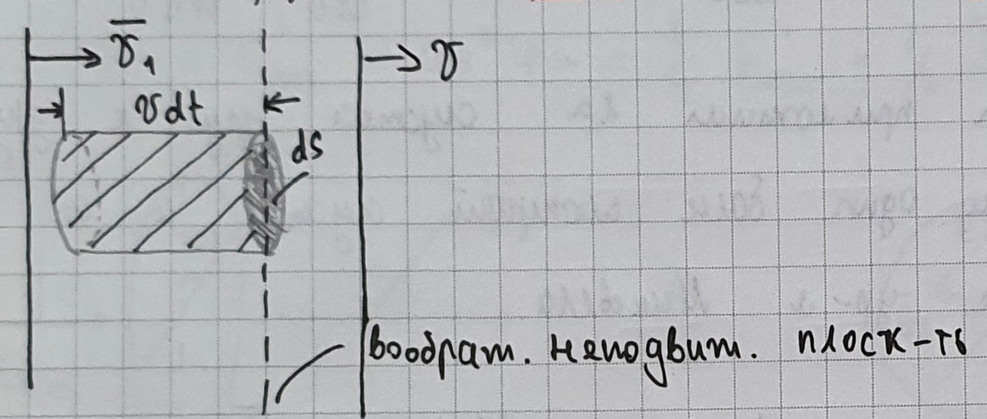
-end-

Перенос энергии с пучком Хевисайда.

Т.к. во всех точках внутри пучка E и H константы, запишем объёмную плотность эл. составл. и магнитной:

$$w_{эл} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} \quad ; \quad w_M = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$

т.к. $\varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2 \Rightarrow \underline{w} = w_{эл} + w_M = \underline{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}$



За время от t до $t + dt$ найдём эн-ию, пересек. повер-ть dS

... $v\,dt$ — это будет вся эн-ия в объёме dV: $dV = v\,dt\,dS$

$$w\,dV = w\,dS\,v\,dt = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 v\,dS\,dt$$

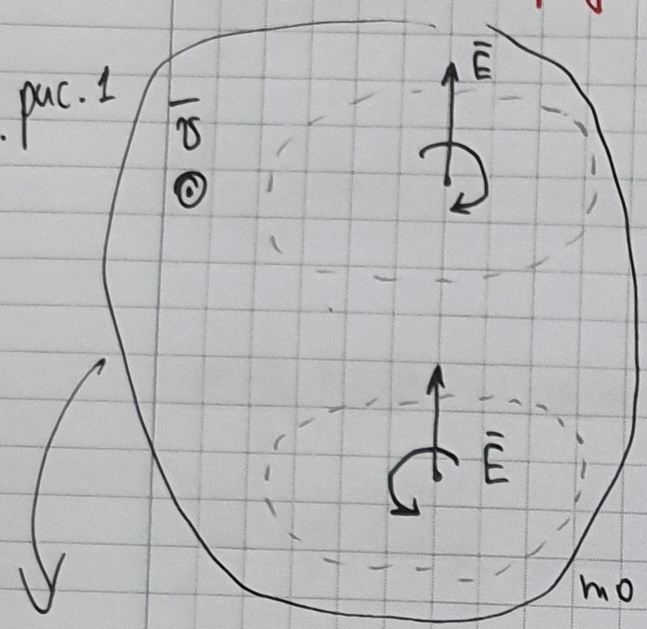
с другой стороны, если ввести вектор плотности потока dS, то по опр. плотности потока энергии: $S_n \cdot dS \cdot dt \Rightarrow$

$$\Rightarrow S_n = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 \cdot v = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}} = \underbrace{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}\,E}_{} \cdot \frac{E}{\sqrt{\mu\mu_0}} = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}\,E^2 \frac{1}{\sqrt{\mu\mu_0}} = \sqrt{\mu\mu_0}\,H \cdot \frac{E}{\sqrt{\mu\mu_0}} = \underline{\underline{EH}}$$

$$\bar{S} = [\bar{E}\,\bar{H}]$$

Плоская эл/магн. волна общего вида в идеальной диэл. изотропной среде.

рис. 1



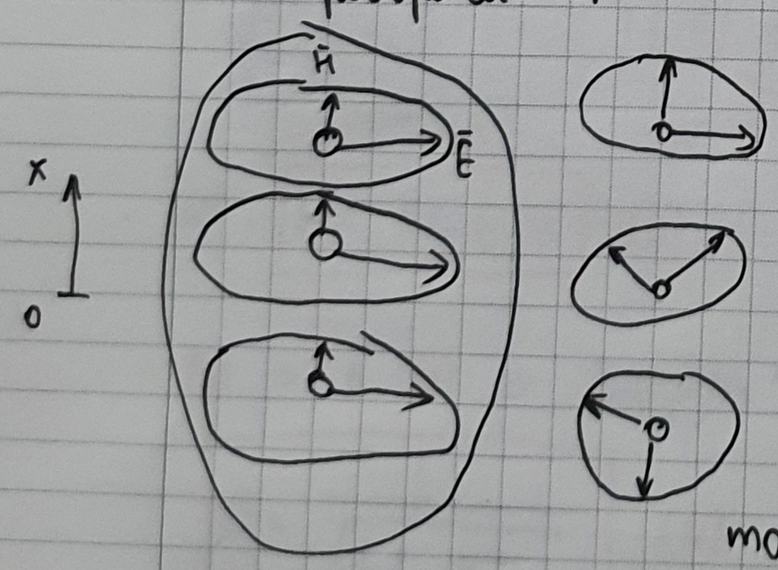
т.к. ~~ось~~ сгусток не меняет формы и величины $\bar{E}\bar{H}$, поэтому вдоль будут распространяться 2а сгустка величин $\bar{E}\bar{H}$, то они не будут мешать друг другу

Если мы приложим 2а сгустка друг к другу, то получим один более сложный сгусток, и он тоже будет представлять решение ур-я Максвела.

Волна, у которой $\bar{E}$ направлена вдоль оси OY, а $\bar{H}$ – вдоль OZ, наз. плоско поляризованной.

Волна, у кот. при сложении бескон. множ. сгустков, мы будем их поворачивать вдоль оси OY произвольным образом, получится плоская неполяризованная волна.

Можно т.о. получить ~~эл~~ плоскую гармонич. волну, для этого при наложении сгустков будем изм. $\bar{E}$ и $\bar{H}$ по гармонич. закону, не проворачивая.



Волны бывают поляризованные и неполяриз., и это относится только к поляризам волнам

Если вектор $\bar{E}$ меняется в некот. точке наблюдения каким-то закономерным образом, то такая эл/маг. волна наз. поляризованной, if вектор $\bar{E}$ меняется в одной плоскости, то это плоско поляриз. волна. if в. $\bar{E}$ вращается по эллипсу или окрут., то это циркулярно поляриз. волна.

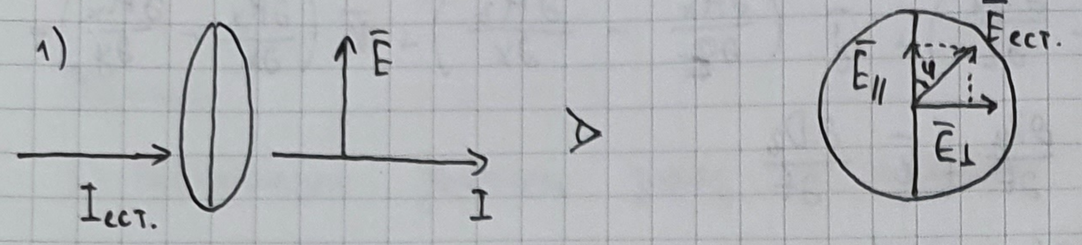
рис. 1

Если ↻, то полярно поляр. по правому

Если ↺, полярно поляриз. по левому кругу

Закон Малюса.

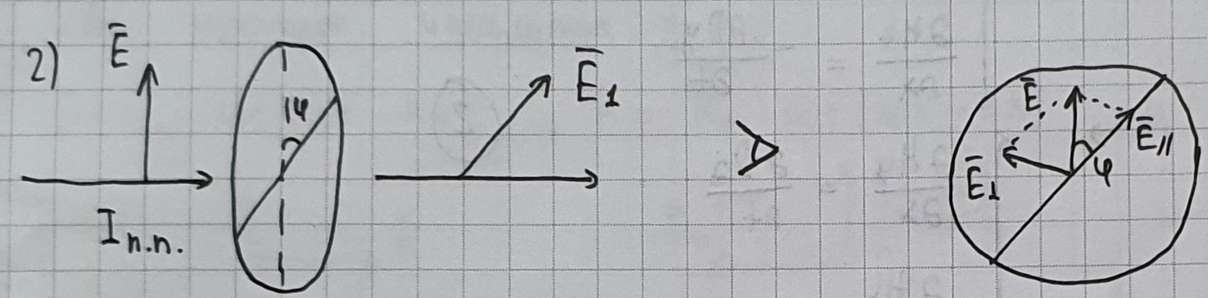
1)



$$E_{\parallel} = E_{ест} \cos\varphi \quad ; \quad I \sim E_{\parallel}^2 = E_{ест}^2 \cos^2\varphi$$

$$\langle I \rangle = E_{ест}^2 \langle \cos^2\varphi \rangle = \frac{1}{2} E_{ест}^2 = \frac{1}{2} I_{ест.}$$

2)



$$E_{\parallel} = E\cos\varphi \quad ; \quad I \sim E_{\parallel}^2 = E^2\cos^2\varphi \quad , \text{т.к. } \varphi = const \rightarrow \boxed{I = I_{п.п.} \cos^2\varphi}$$

39 Построение плоской эл/маг волны в однородной изотропной непровод. среде.

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx) \quad ; \quad H = H_0 \cos(\omega t - kx)$$

1) Волна распространяется вдоль оси OX, и $\bar{E}$ и $\bar{H}$ не зависят от коор. Y и Z

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \bar{E} = -\dfrac{\partial \bar{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \bar{D} = 0 \\ \operatorname{rot} \bar{H} = \dfrac{\partial \bar{D}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \bar{B} = 0 \\ \bar{B} = \mu\mu_0 \bar{H} \\ \bar{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \bar{E} \end{cases} ; \quad \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \bar{i}\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right) + \bar{j}\left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right) + \bar{k}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right) = -\bar{i}\frac{\partial B_x}{\partial t} - \bar{j}\frac{\partial B_y}{\partial t} - \bar{k}\frac{\partial B_z}{\partial t}$$

$$\operatorname{div} \bar{D} = 0 \rightarrow \frac{\partial D_x}{\partial x} + \underbrace{\cancel{\frac{\partial D_y}{\partial y}}}_{0} + \underbrace{\cancel{\frac{\partial D_z}{\partial z}}}_{0} = 0 \rightarrow \frac{\partial D_x}{\partial x} = 0$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial E_z}{\partial y} - \dfrac{\partial E_y}{\partial z} = -\dfrac{\partial B_x}{\partial t} \\ \dfrac{\partial E_x}{\partial z} - \dfrac{\partial E_z}{\partial x} = -\dfrac{\partial B_y}{\partial t} \\ \dfrac{\partial E_y}{\partial x} - \dfrac{\partial E_x}{\partial y} = -\dfrac{\partial B_z}{\partial t} \\ \dfrac{\partial D_x}{\partial x} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial B_x}{\partial t} = 0 \\ \dfrac{\partial E_z}{\partial x} = +\dfrac{\partial B_y}{\partial t} \\ \dfrac{\partial E_y}{\partial x} = -\dfrac{\partial B_z}{\partial t} \\ \dfrac{\partial E_x}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \bar{i}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}\right) + \bar{j}\left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}\right) + \bar{k}\left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}\right) =$$

$$= \bar{i}\frac{\partial D_x}{\partial t} + \bar{j}\frac{\partial D_y}{\partial t} + \bar{k}\frac{\partial D_z}{\partial t}$$

$$\operatorname{div}\bar{B} = 0 \rightarrow \frac{\partial B_x}{\partial x} + \underbrace{\frac{\partial B_y}{\partial y}}_{0} + \underbrace{\frac{\partial B_z}{\partial z}}_{0} = 0 \rightarrow \frac{\partial B_x}{\partial x} = 0$$

$$\begin{cases} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{\partial D_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{\partial D_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{\partial D_z}{\partial t} \\ \frac{\partial B_x}{\partial x} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{\partial D_x}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial H_z}{\partial x} = -\frac{\partial D_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} = \frac{\partial D_z}{\partial t} \\ \frac{\partial H_x}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

из (1) и (2):

$$\begin{cases} \frac{\partial E_x}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} \frac{\partial H_x}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial H_x}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow \bar{E} \perp OX$; $\bar{H} \perp OX \Rightarrow$ эл/маг. волна поперечная

$$(3) \begin{cases} \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} \\ \frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \end{cases} \Rightarrow \bar{E} \perp \bar{H} \,!$$

Т.е перем. эл/маг поле вдоль OZ приводит к возникновению вихревого эл. поля вдоль OY и наоборот.

Связь $\bar{E}$ и $\bar{H}$:

$$E = f\underbrace{\left(t - \frac{x}{v}\right)}_{\alpha} = f(\alpha)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{dE_y}{d\alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{dE_y}{d\alpha} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{dE_y}{d\alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial x} = -\frac{1}{v}\frac{dE_y}{d\alpha} \\ \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{dH_z}{d\alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{dH_z}{d\alpha} \\ \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{dH_z}{d\alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial x} = -\frac{1}{v}\frac{dH_z}{d\alpha} \end{cases} \Rightarrow \text{учитывая (3)} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{v}\frac{dE_y}{d\alpha} = -\mu\mu_0 \frac{dH_z}{d\alpha} \\ -\frac{1}{v}\frac{dH_z}{d\alpha} = -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{dE_y}{d\alpha} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}\, dE_y = \sqrt{\mu\mu_0}\, dH_z \Rightarrow \boxed{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}\, E_y = \sqrt{\mu\mu_0}\, H_z}$$

Факты:

1) Равномерно движущ. заряд не излучает эл/маг. волну

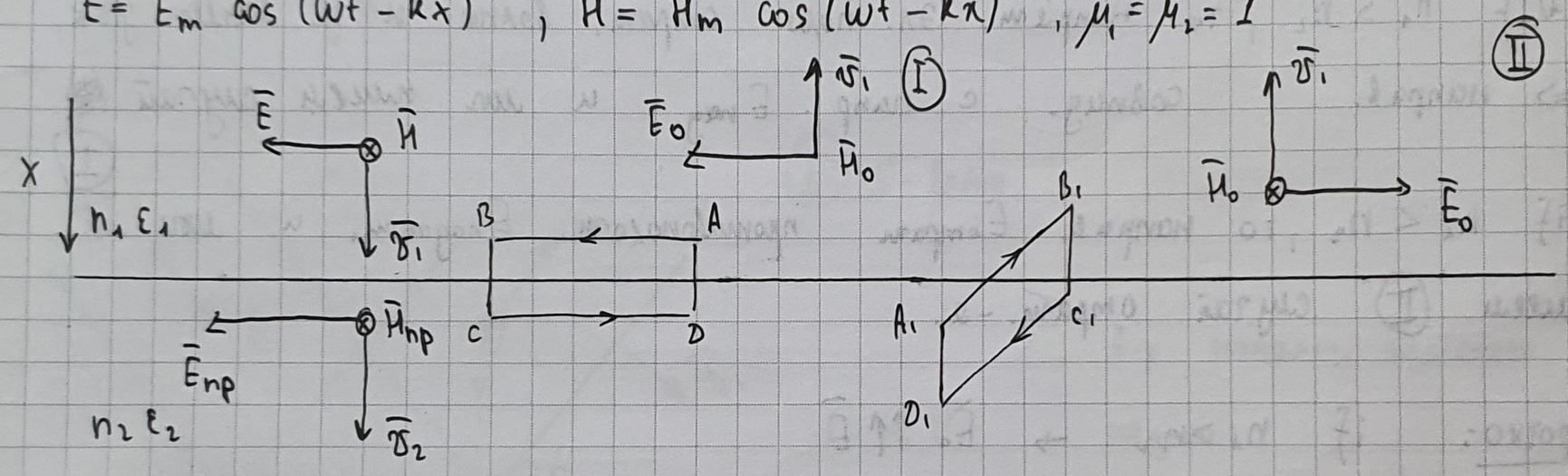
2) ускор. движ. заряд излучает эл/маг. заряд.

46

Нормальное падение плоской монохромат. волны на границу раздела 2ух диэл.

Два изотроп. идеальных диэл:

$E = E_m \cos(\omega t - kx)$, $H = H_m \cos(\omega t - kx)$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$



I $\bar{E}$ отражён влево, $\bar{H}$ на нас.

плос-ть контура ABCD $\perp$ плоск. раздела сред и в. $\bar{E}$ лежит в плос-ти этого контура.

$A_1 B_1 C_1 D$ $\perp$ плос-ти раздела 2ух сред и в плоск-ти этого контура лежит в. $\bar{H}$ падающ. волн.

ABCD: $\oint_L E_e dl = -\frac{d}{dt}\left(\iint_S B_n dS\right)$ т.к $S \to 0 \Rightarrow \iint_S B_n dS = 0 \Rightarrow$

$E \cdot AB + E_0 AB - E_{пр} \cdot CD = 0 \to \boxed{E + E_0 = E_{пр.}}$ (4)

р-м $A_1 B_1 C_1 D_1$ и применим II ФЗМ.

$A_1 B_1 C_1 D_1$: $\oint_L H_e dl = \frac{d}{dt}\left(\iint_S D_n dS\right)$ т.к. $S \to 0 \to \iint_S D_n dS = 0 \to$

$H \cdot A_1 B_1 - H_0 A_1 B_1 - H_{пр.} C_1 D_1 = 0 \to \boxed{H - H_0 = H_{пр}}$ (5)

$\sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_0}\, E = \sqrt{\mu_0}\, H$; $\sqrt{\varepsilon_2 \varepsilon}\, E_{пр} = \sqrt{\mu_0}\, H_{пр}$; $\sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_0}\, E_0 = \sqrt{\mu_0}\, H_0$

из (4) и (5) $\begin{cases} E + E_0 = E_{пр} \\ H - H_0 = H_{пр.} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} E + E_0 = E_{пр.} \\ \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0}{\mu_0}} (E - E_0) = \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0}{\mu_0}} E_{пр.} \end{cases}$

$n_1 = \sqrt{\varepsilon_1}$ $\quad n_2 = \sqrt{\varepsilon_2}$

$\begin{cases} n_1 (E - E_0) = n_2 E_{пр} \\ E + E_0 = E_{пр} \end{cases} \Rightarrow \ldots \Rightarrow \begin{cases} \boxed{E_{пр} = \frac{2 n_1 E}{n_1 + n_2}} \quad (6) \\ \boxed{E_0 = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} E} \quad (7) \end{cases}$

не надо

из 6: При $\forall\, n_1, n_2$, в-р $\bar{E}_{пр}$ совпад. с направ. $E_{падающ.}$

из 7: 1) if $n_1 > n_2$, то направл. эл. поля отрат. волны и не меняет знак, $\Rightarrow$ направ. совпад. с напр. $E_{пад.}$ и мы имеем случай I

2) if $n_1 < n_2$, то направ. $E_{отрат}$ противополож. $E_{падающ.}$ и мы имеем II случай отрат.-я.

Коротко: if $n_1 > n_2 \rightarrow \bar{E}_0 \uparrow\uparrow \bar{E}$

$n_1 < n_2 \rightarrow \bar{E}_0 \uparrow\downarrow \bar{E}$

$S = EH = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E^2 = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E_m^2 \cos^2(\omega t - kx)$

$\langle S \rangle = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E_m^2 \langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle$

т.к. $\langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle = \frac{1}{2}$

$\rightarrow \langle S \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E_m^2 = \left| \mu = 1 \right| = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, n E_m^2$

$I = \langle S \rangle \cdot S \sim n E_m^2$, найдём коэф отрат. ($\rho$) и коэф. пропускания ($\tau$)

$\rho = \frac{I_{отр.}}{I_{пад.}}$ и $\tau = \frac{I_{прош}}{I_{пад.}}$ (I - интенсивность)

$\rho = \frac{n_1 E_0^2}{n_1 E^2} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$

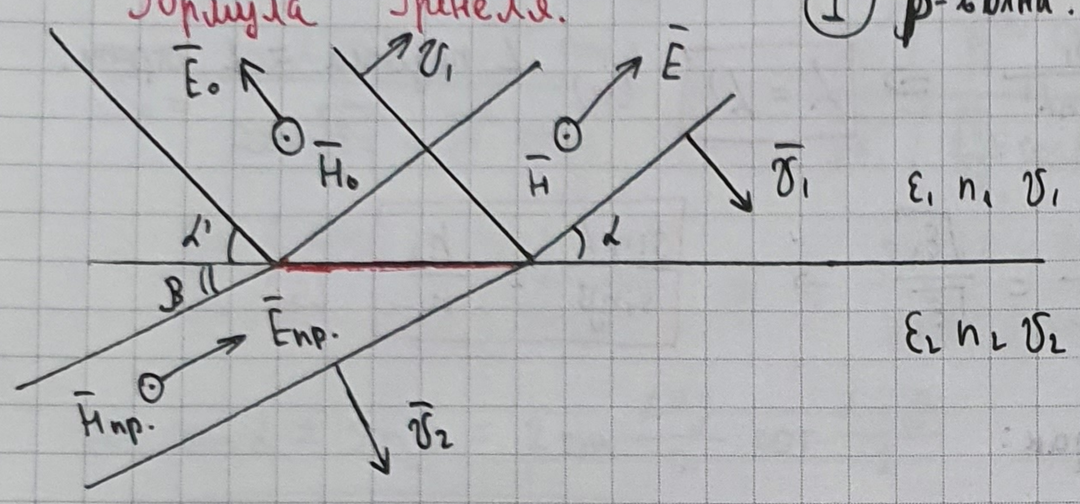
$\tau = \frac{n_2 E_{пр}^2}{n_1 E^2} = \frac{n_2 \cdot 4 n_1^2}{n_1 (n_1 + n_2)^2} = \frac{4 n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}$

т.к. в средах нет поглощения, то часть падающ. излучения отразится, вторая часть пройдёт, т.е:

$$\rho + \tau = 1$$

$$\left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2 + \frac{4 n_1 n_2}{(n_1+n_2)^2} = \frac{n_1^2 - 2n_1n_2 + n_2^2 + 4n_1n_2}{(n_1+n_2)^2} = \frac{(n_1+n_2)^2}{(n_1+n_2)^2} = 1$$

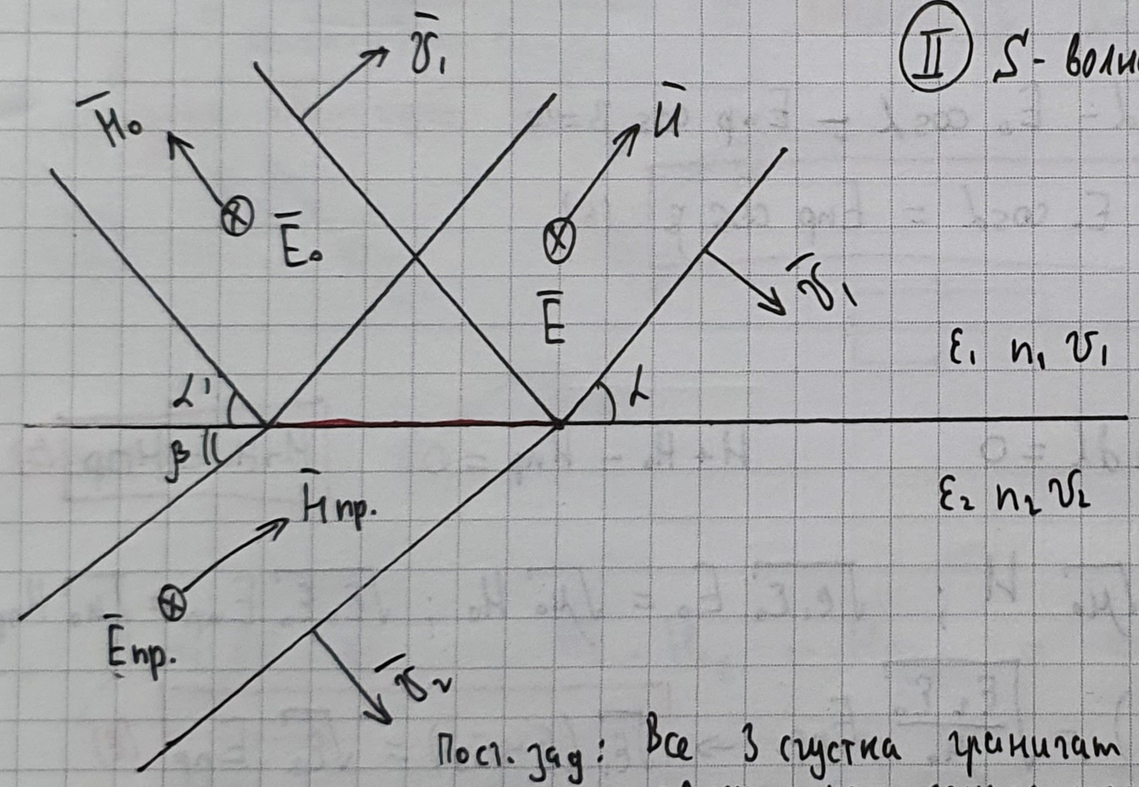
Формула Френеля.



(I) p-волна. Постан. задачи:

...

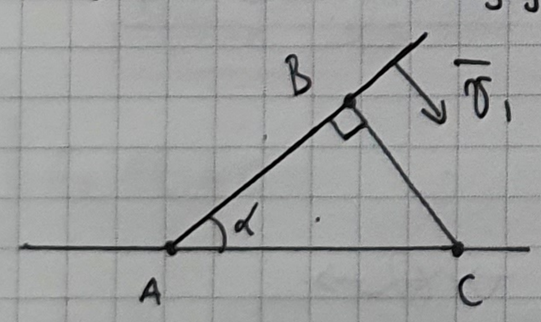
$\bar{E}$ лежит в плос-ти падения спустка



(II) S-волна.

в-р напрят. эл. сост. ⊥ плос-ти падения.

Пост. зад: Все 3 спустка граничат на границе раздела и все они движ. как единое целое вдоль границы раздела с некот. скор. U.

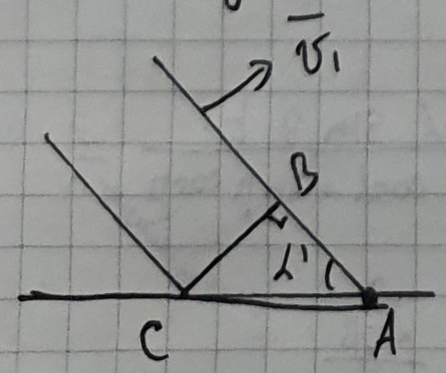


$$BC = v_1 t$$

$$AC = Ut$$

$$Ut = \frac{v_1 t}{\sin\alpha} \rightarrow \boxed{U = \frac{v_1}{\sin\alpha}} \quad (1)$$

точка A движ. с одной и той же скоростью для всех 3ёх спустков.

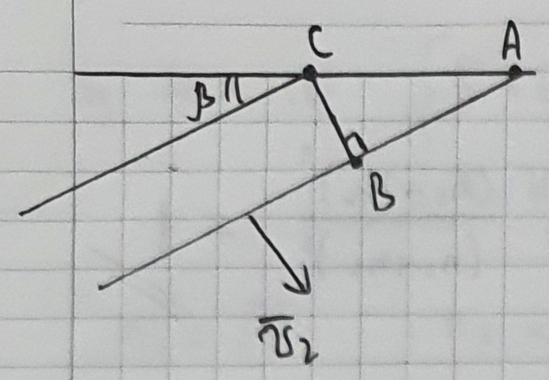


Изначально т. A была в т. C, потом передвинулась вправо. Волновой фронт продвинулся вдоль отрезка $\overline{CB}$

$$BC = v_1 t$$

$$AC = U_0 t$$

$$U_0 t = \frac{v_1 t}{\sin\alpha'} \rightarrow \boxed{U_0 = \frac{v_1}{\sin\alpha'}} \quad (2)$$



$BC = v_2 t$

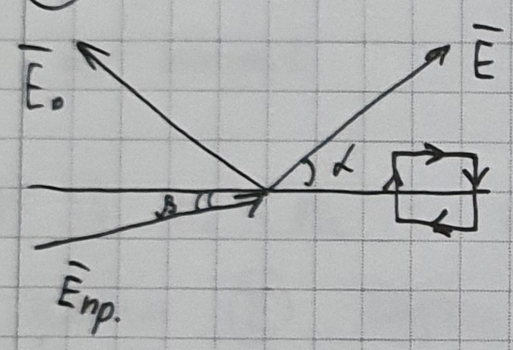
$AC = u_{np}\, t$

$$\boxed{u_{np} = \frac{v_2}{\sin\beta}} \quad (3)$$

Т.к. $u = u_0 = u_{пр.}$ $\Rightarrow$ $\dfrac{v_1}{\sin\alpha} = \dfrac{v_1}{\sin\alpha'}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\alpha = \alpha'}$ (4) $\angle$ падения $= \angle$ отраж.

$$\frac{v_1}{\sin\alpha} = \frac{v_2}{\sin\beta} \rightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}} \rightarrow \boxed{\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}} \quad (5)$$

I

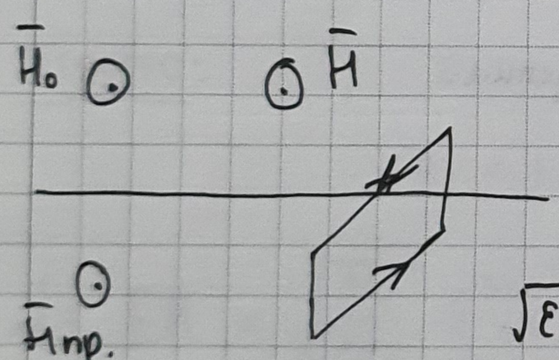


по I Фур. зак:

$$\oint_L E_l\, dl = 0$$

$$E\cos\alpha - E_0\cos\alpha - E_{пр}\cos\beta = 0$$

$$\boxed{E\cos\alpha - E_0\cos\alpha = E_{пр}\cos\beta} \quad (6)$$



$$\oint_L H_l\, dl = 0 \qquad H + H_0 - H_{пр} = 0 \qquad \boxed{H + H_0 = H_{пр}} \quad (7)$$

$$\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_0}\,E = \sqrt{\mu_0}\,H; \quad \sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_0}\,E_0 = \sqrt{\mu_0}\,H_0; \quad \sqrt{\varepsilon_2\varepsilon_0}\,E_{пр} = \sqrt{\mu_0}\,H_{пр}$$

$$\rightarrow (\text{в } (7)) \rightarrow \sqrt{\frac{\varepsilon_1\varepsilon_0}{\mu_0}}(E + E_0) = \sqrt{\frac{\varepsilon_2\varepsilon_0}{\mu_0}}\,E_{пр.} \rightarrow \boxed{\sqrt{\varepsilon_1}(E + E_0) = \sqrt{\varepsilon_2}\,E_{пр}} \quad (8)$$

Из (6) и (8):

$$\begin{cases} E\cos\alpha - E_0\cos\alpha = E_{пр.}\cdot\cos\beta \\ \sqrt{\varepsilon_1}\,E + \sqrt{\varepsilon_1}\,E_0 = \sqrt{\varepsilon_2}\,E_{пр} \end{cases} \quad \Big|\cdot\sqrt{\varepsilon_1} + \cdot\cos\alpha \quad \Big|\cdot\sqrt{\varepsilon_2} - \cdot\cos\beta$$

$$2\sqrt{\varepsilon_1}\cos\alpha\cdot E = E_{пр}\left(\sqrt{\varepsilon_2}\cos\alpha + \sqrt{\varepsilon_1}\cos\beta\right)$$

$$E_{пр.} = \frac{2\sqrt{\varepsilon_1}\cos\alpha\cdot E}{\sqrt{\varepsilon_1}\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}}\cos\alpha + \cos\beta\right)} = \frac{2\cos\alpha\cdot E}{\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\cos\alpha + \cos\beta} = \frac{2\cos\alpha\sin\beta\, E}{\sin\alpha\cos\alpha + \sin\beta\cos\beta} =$$

$$= \frac{4\cos\alpha\sin\beta\, E}{\sin 2\alpha + \sin 2\beta}, \text{ т.к. } \sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\boxed{E_{пр.} = \frac{2\sin\beta\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)}\cdot E} \quad (9)$$

$$E\cos\alpha\sqrt{\varepsilon_2} - E_0\cos\alpha\sqrt{\varepsilon_1} - \sqrt{\varepsilon_1}E\cos\beta - \sqrt{\varepsilon_1}\cos\beta\, E_0 = 0$$

$$E_0\cos\alpha\sqrt{\varepsilon_2} + E_0\sqrt{\varepsilon_1}\cos\beta = E\cos\alpha\sqrt{\varepsilon_2} - \sqrt{\varepsilon_1}E\cos\beta$$

$$E_0 = \frac{\cos\alpha\sqrt{\varepsilon_2} - \sqrt{\varepsilon_1}\cos\beta}{\cos\alpha\sqrt{\varepsilon_2} + \sqrt{\varepsilon_1}\cos\beta}E = \frac{\cancel{\sqrt{\varepsilon_1}}\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}}\cos\alpha - \cos\beta\right)}{\cancel{\sqrt{\varepsilon_1}}\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}}\cos\alpha + \cos\beta\right)}E = \frac{\left(\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\cos\alpha - \cos\beta\right)E}{\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\cos\alpha + \cos\beta} =$$

$$= \frac{\sin\alpha\cos\alpha - \cos\beta\sin\beta}{\sin\alpha\cos\alpha + \cos\beta\sin\beta}\cdot E = \frac{\sin 2\alpha - \sin 2\beta}{\sin 2\alpha + \sin 2\beta}\cdot E$$

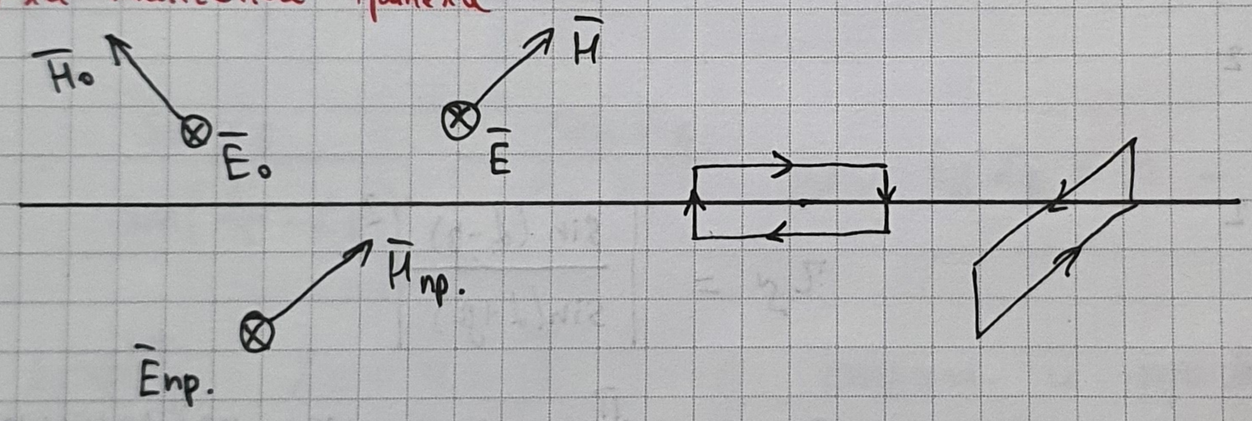
т.к. $\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha\pm\beta}{2}\cos\frac{\alpha\mp\beta}{2}$

$$\Rightarrow \boxed{E_0 = \frac{\sin(\alpha-\beta)\cos(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)}\cdot E} \quad (10)$$

if $\alpha+\beta = \frac{\pi}{2} \to tg(\alpha+\beta) = \infty \to E_0 = 0.$

ф-ла Тангенса Френеля

II



$$\oint_L H_l\, dl = 0 \qquad H_l - H_{0l} - H_{пр\,l} = 0 \Rightarrow H\cos\alpha - H_0\cos\alpha - H_{пр.}\cos\beta = 0$$

$$\boxed{H\cos\alpha - H_0\cos\alpha = H_{пр.}\cos\beta} \quad (11)$$

$$\oint_L E_l\, dl = 0$$

$$-E - E_0 + E_{пр.} = 0 \to \boxed{E + E_0 = E_{пр.}} \quad (12)$$

$$\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_0}\,E = \sqrt{\mu_0}\,H; \quad \sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_0}\,E_0 = \sqrt{\mu_0}\,H_0; \quad \sqrt{\varepsilon_2\varepsilon_0}\,E_{пр.} = \sqrt{\mu_0}\,H_{пр.}$$

и $\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \Rightarrow \begin{cases} E + E_0 = E_{пр} \\ E\cos\alpha - E_0\cos\alpha = E_{пр.}\cdot\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\cdot\cos\beta \end{cases}$, однозначная сис-ма.

$$E\cos\alpha - E_0\cos\alpha = (E+E_0)\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\sin\beta} \to E\cos\alpha\sin\beta - E_0\cos\alpha\sin\beta = E\sin\alpha\cos\beta + E_0\sin\alpha\cdot\cos\beta$$

$$E(\cos\alpha\sin\beta - \sin\alpha\cos\beta) = E_0(\cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta)$$, т.к. $\sin(\alpha\pm\beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \sin\beta\cos\alpha$

$$\to E_0\sin(\alpha+\beta) = -E\sin(\alpha-\beta) \to \boxed{E_0 = -\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}\cdot E} \quad (13)$$ ф-ла синусов

$$E_{пр.} = E - E\left(\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}\right) = E\,\frac{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)} =$$

$$= \frac{E(\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta - \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta)}{\sin(\alpha+\beta)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{E_{пр.} = \frac{2E\cos\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}} \quad (14)$$

Анализ ф-л Френеля.

а) в случай падения из оптически менее плотной среды в оптически более плотную.

$\boxed{\text{ред}}$

$$\frac{n_2}{n_1} = n > 1$$

$$r = \frac{I_0}{I} = \left|\frac{E_0}{E}\right|^2$$

$$r_p = \left|\frac{tg(\alpha-\beta)}{tg(\alpha+\beta)}\right|^2 \qquad r_s = \left|\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}\right|^2$$

Угол падения α меняется от 0 до $\frac{\pi}{2}$, но угол преломления меняется от 0 до $\beta_{предельной}$. ($\beta_{пр}$). Из закона преломл. найд. $\beta_{пр}$

P.S. ($\sin\frac{\pi}{2}$)

$$\frac{1}{\sin\beta_{пр}} = n \rightarrow \sin\beta_{пр.} = \frac{1}{n}$$

Пр. $n = 3/2 \rightarrow \sin\beta_{пр.} = \frac{2}{3} \rightarrow \beta_{пр.} \approx 41°$.

$tg(\alpha \mp \beta) \simeq \alpha \mp \beta$; $\sin(\alpha \mp \beta) \simeq \alpha \mp \beta$ | P.S. угл в радианах!

$$\Rightarrow r_p = r_s = \left(\frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta}\right)^2 = \left|\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \approx \frac{\alpha}{\beta} = n\right| = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2.$$

Пр. $n = 3/2 \rightarrow r_p = r_s = 0{,}04$

Вывод: всего 4% от интенсивности падающ. волна отразится от границы раздела воздух, стекло

При $\alpha \rightarrow \pi/2$; $\beta \rightarrow \beta_{пр} \Rightarrow$

$$r_p = \left|\frac{tg\left(\frac{\pi}{2}-\beta_{пр}\right)}{tg\left(\frac{\pi}{2}+\beta_{пр}\right)}\right|^2 = \left|-\frac{ctg\,\beta_{пр}}{ctg\,\beta_{пр}}\right|^2 = 1$$

$$r_s = \left|\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta_{пр}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\beta_{пр}\right)}\right|^2 = \left|-\frac{\cos\beta_{пр.}}{\cos\beta_{пр}}\right|^2 = 1$$

Вывод: т.е при скользящ. падении 2е волна полностью отраж. от ...

При промежут. углах падений α, коэф отраж. для S-волны нигде в 0 не обращ. и растёт с увелич. угла до единицы.

коэф. отраж для p волны обращается в 0 при некот. угле падения при кот. $\alpha_б + \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow tg(\alpha_б + \beta) = tg\frac{\pi}{2} = \infty \Rightarrow r_p = 0$!

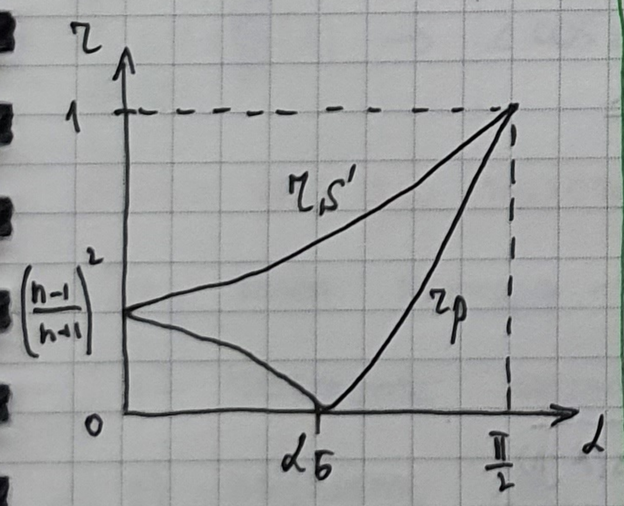
$\alpha_б$ – угол Брюстера

При $\alpha_б$ = углу Брюстера, p-волна не отражается и проходит во 2ую среду.

Вывод: При угле падения $\alpha = \alpha_б$ на границу раздела падает плоская неполяриз. волна, явл. супер позицией p и S волн, то в отражённой волне будет только S компонента, а в проходящей будет усилена p компонента

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\alpha_б}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_б\right)} = \frac{\sin\alpha_б}{\cos\alpha_б} \Rightarrow tg\,\alpha_б = n$$ – закон Брюстера

Т.к $\alpha_б + \beta = \frac{\pi}{2}$, то отраж. и преломлённый лучи взаимоперпендик.



б). Падение эл/маг. волны из оптически более плотной в оптич. менее плот. среду 50

$$n_{12} = \frac{1}{n_{21}} = \frac{1}{n} < 1$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{1}{n} < 1 \rightarrow \beta > \alpha$$

т.е. ∃ такой предельный угол падения:

при кот. $\beta = \frac{\pi}{2}$. Т.е. $\alpha = \alpha_{пр} \Leftrightarrow \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\sin\alpha_{пр}}{1} = \frac{1}{n}$

При $\alpha = \alpha_{пр}$, преломленный луч идёт вдоль границы раздела двух сред. При $\alpha > \alpha_{пр}$, преломленный луч вообще не возникает и имеется только отражённый луч, т.е. эл/маг. волна не выход наружу из оптич. более плот. среде.

Итак, при нормальном падении для p и S волн: $r_p = r_S = \left(\frac{\frac{1}{n} - 1}{\frac{1}{n} + 1}\right)^2 = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$

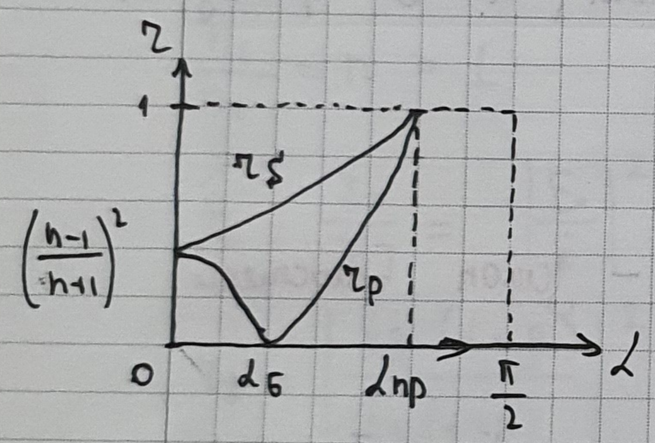
$\alpha \simeq \alpha_{пр}$, $\beta = \frac{\pi}{2}$

$$r_p = \left(\frac{tg(\alpha_{пр} - \pi/2)}{tg(\alpha_{пр} + \pi/2)}\right)^2 = 1 \qquad r_s = \left(\frac{\sin(\alpha_{пр} - \pi/2)}{\sin(\alpha_{пр} + \pi/2)}\right)^2 = 1$$

Т.е., при $\alpha = \alpha_{пр}$., обе волны отраж. полностью.

При изменении угла падения от 0 до $\alpha_{пр}$, коэф. отраж. для S-волны возраст до 1-цы. А для p-волны $\exists\ \alpha_Б$, причём $\alpha_Б < \alpha_{пр}$. (при $\alpha_Б$, коэф. отраж. для p-волны $= 0$)

$tg\ \alpha_Б = \frac{1}{n}$; $\sin \alpha_{пр} = \frac{1}{n}$ $\Rightarrow$ $\alpha_Б < \alpha_{пр}$.



51 Изменение фазы при прохождении раздела 2ух сред.

S-волна

$$\frac{E_0}{E} = -\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)} \qquad \frac{E_{пр}}{E} = \frac{2\sin\beta\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$$

p-волна

$$\frac{E_0}{E} = \frac{tg(\alpha+\beta)}{tg(\alpha+\beta)} \qquad \frac{E_{пр}}{E} = \frac{2\sin\beta\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)}$$

Из отнош. преломл. к падающей видим, что преломл. волна всегда имеет фазу как и падающ., т.е. не происх. никакого изм. фазы преломл. волны.

При отраж. при оптически более плот ($\alpha > \beta$) фазы отраж. S-волны меняется на π, а фазы отраж. p-волны при от 0 до α не меняется, а при углах $\frac{\pi}{2} \geq \alpha > \alpha_Б$ меняется на π.

При отраж. от оптически менее плот. ($\alpha < \beta$) фаза отраж. S-волны не изм. Фаза отраж. p-волны меняется на π при $0 > \alpha > \alpha_б$ и не изм. своей фазы: $\alpha_б < \alpha < \alpha_{пр}$

..

~~if $\alpha_{бр} < \alpha_б$ до $\alpha_{пр}$~~

$\boxed{40}$

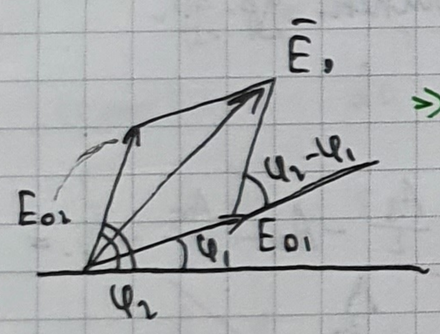
Опр Интерференция – сложение волн в прост-ве, при кот. происходит перераспред. энергий колебаний в данной обл. прост-ва.

$E = E_0 \cos(\omega t \pm (\bar{k}\,\bar{r}))$ $\quad E_1 = E_{01}\cos(\omega_1 t + \varphi_1)$ $\quad E_2 = E_{02}\cos(\omega_2 t + \varphi_2)$

if $\omega_1 = \omega_2$:

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{10}E_{20}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

if $\varphi_2 - \varphi_1 = const \neq f(t) \Rightarrow$



$\Rightarrow E_{0\,min} = |E_{01} - E_{02}|$ при $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = -1 \rightarrow \Delta\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi \ldots = (2n+1)\pi,\ n = 0, 1 \ldots$

$E_{0\,max} = |E_{01} + E_{02}|$ при $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 1 \rightarrow \Delta\varphi = 0, 2\pi, 4\pi = 2n\pi$

$$\Delta\varphi = (\bar{k}\,\bar{r}_2) - (\bar{k}\,\bar{r}_1) = k(r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) \rightarrow \delta = r_2 - r_1 = n\lambda - max$$

$$\delta = \left(\frac{2n+1}{2}\right)\lambda - min$$

if $\Delta\varphi = f(t) \rightarrow \langle \cos\Delta\varphi \rangle = 0 \rightarrow E_{рез}^2 = E_{10}^2 + E_{20}^2$, т.к. $I \sim E^2 \rightarrow \underline{I_{рез} = I_1 + I_2}$

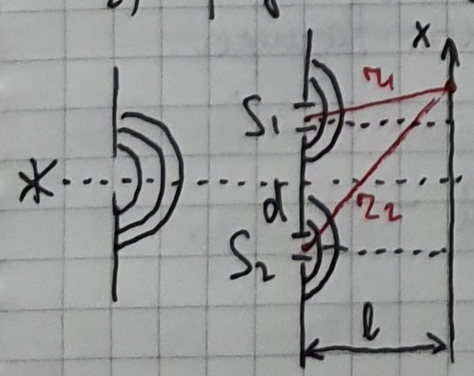
$\boxed{\cancel{40}}$

Необх. усл. для наблюд. интерфер.

Для набл. интерф.-ии необх в усл. явл. когерентность волн:

1) частоты складываюц-ся должны быть одинак. !

2) разность фаз не зависит от времени



$r_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2$, $r_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 \rightarrow r_2^2 - r_1^2 = 2dx \Rightarrow$

$\Rightarrow (r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = 2dx$

$d \sim 1 \div 5$ мм; $l \sim 5 \div 10$ м $\quad x \sim 1 \div 10$ см $\Rightarrow r_1 + r_2 \approx 2l$

$r_2 - r_1 = \delta \rightarrow \boxed{\delta = \frac{d \cdot x}{l}}$ $\quad \delta = m\lambda - max$; $\delta = \frac{2n+1}{2}\lambda - min$ $\Rightarrow$

Принцип Гюйгенса – Френеля:

Каждая точка волнового фронта явл. источником вторич. сферич. когерент. волн, а огибающая этих волн явл. новым волновым фронтом.

$\Rightarrow X_{max} = \frac{l\lambda}{2}$ m $\quad \Delta x = \frac{l\lambda}{d}$ – расстояние между max

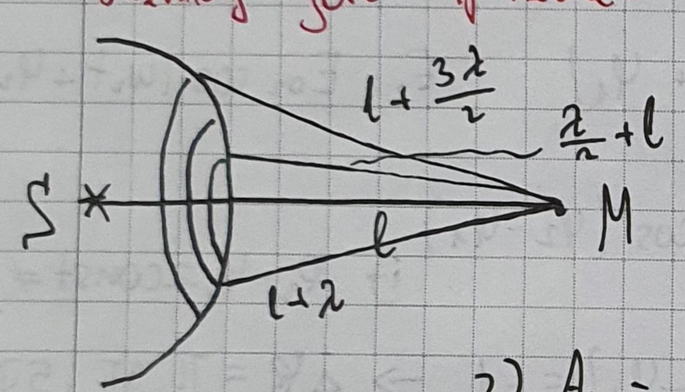
$$\lambda = \frac{d\Delta x}{l} \sim \frac{10^{-3}\cdot 10^{-2}}{10} \approx \underbrace{10^{-6}\ м}$$

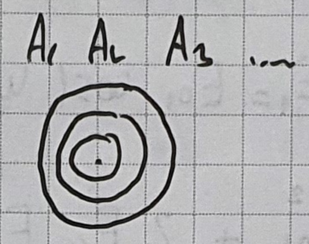
– end –

41

Дифракция света – отклонение от прямолин. распределения волн, т.е. огибание препятствий и прохождение волн в обл. геом. тени.

Метод зон Френеля.





1) δ разность хода между 2-мя сосед. зонами $\frac{\lambda}{2}$ => в т. набл. излучение от 2ух сосед зон приходит в противофаз. и практически компен. др. др.

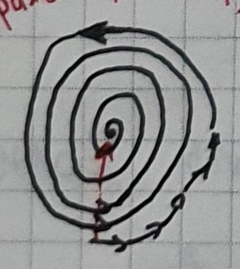
2) $A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$

$$A_p = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \ldots = \frac{A_1}{2} + \underbrace{\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}}_{=0} - A_4 + \underbrace{\frac{A_5}{2} + \frac{A_3}{2}}_{=0} + \ldots =$$

$$= \frac{A_1}{2}$$

$$A_p = \frac{A_1}{2} \Rightarrow I_p \sim A_p^2 \sim \frac{A_1^2}{4}$$

спираль Френеля

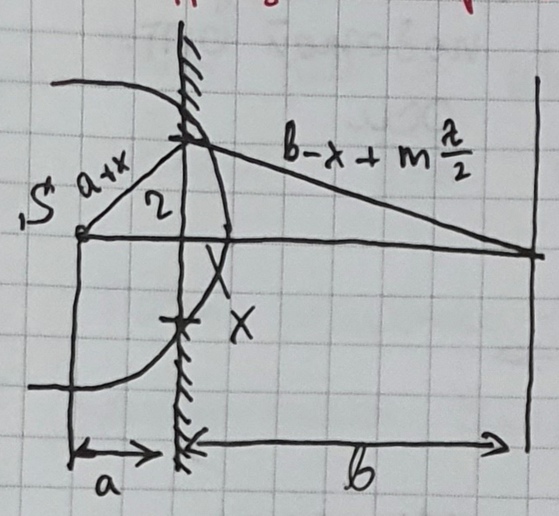


Из этой теор. легко увидеть прямолин. распрост. света. Т.е. интенсивность задаётся только половиной амплит. 1-ой зоны. Размеры этой половины << длины волны.

– end –

№2

Дифракция Френеля на круглом отверстии.



$$r^2 = \left(b - x + m\frac{\lambda}{2}\right)^2 - b^2 = -2bx + bm\lambda - m\lambda x \simeq bm\lambda - 2bx$$

$$r^2 = (a+x)^2 - a^2 = 2ax$$

$$\Rightarrow 2ax = bm\lambda - 2bx \rightarrow x = \frac{bm\lambda}{2(a+b)} \rightarrow \boxed{r^2 = \frac{abm\lambda}{a+b}}$$

Если в отверстие укладывается чётное число френеля, то m – min, Если нечётное, то max.

Мы имеем 3 параметра: r, a, b. Например, if a и b = const, то меняя r, можно добиться min or max.

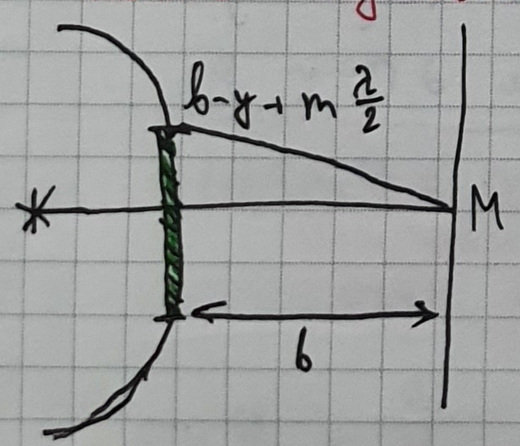
if $a \to \infty$, то на отверстие падает плоск. волна $r^2 = bm\lambda$.

остаётся 2а парам: r и b.

if $b \downarrow$, т.е $\uparrow m$ и if $m > 8 \div 10$, то переходим в обл. геом. оптики

if $b \uparrow$, т.е $\downarrow m$ и $m \ll 1$, то такая дифракц. наз. диф. Фраунгофе-ра

Пятно Пуассона



m – закрытие зон френеля

№3

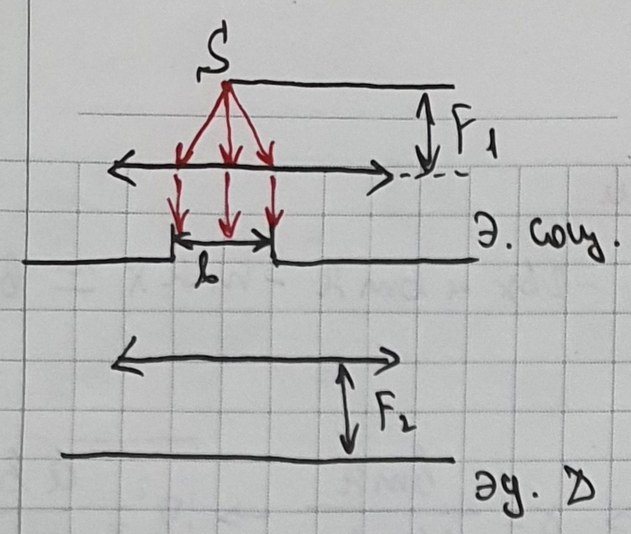
Дифракция Фраунгофера.

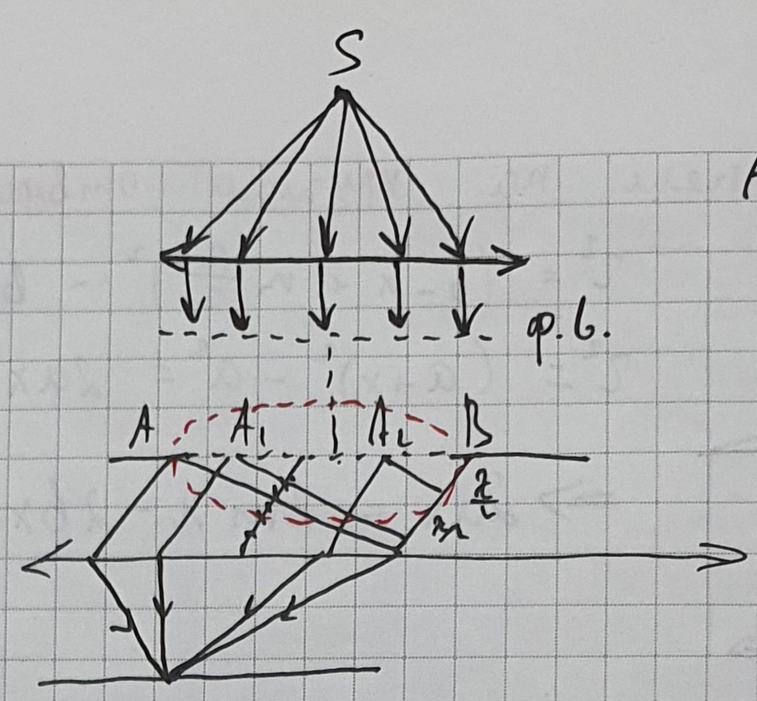
Дифр. Фраунгофера имеем, когда в отверстии уклад. << 1 зоны Френ.

Это можно получить 2мя способами:

1) сдвигать экран на очень большое расстояние.

2) за отверстие поместить собирающ. линзу, а в её фокальной плос-ти экран, тогда на экране будут собираться ||-ые лучи, прошедшие через отверстие.





AC – перпед. к побочной опт. оси

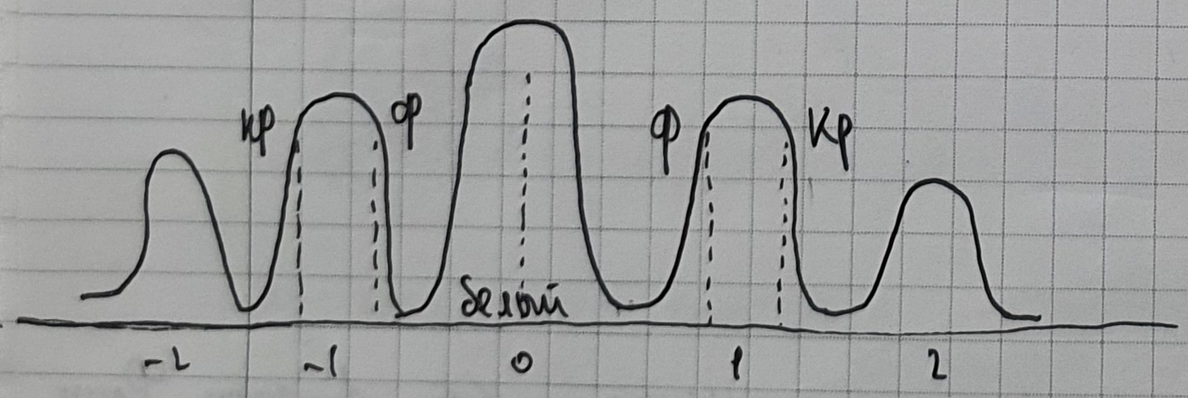
Линза собирает лучи фокальной плос-ти при этом не меняет разность хода на перпендикул. побочной опт. оси.

т.к. фронтальные волны – пл-ть, то все точки в щели AB имеют один. фазу

max: $b \cdot \sin\varphi = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$ $n = 1, 2..$

min: $b \cdot \sin\varphi = n\lambda$ $n = 1, 2...$

при $n=0$ мах набл. центр. max, т.к. разность хода для всех точек $=0$.

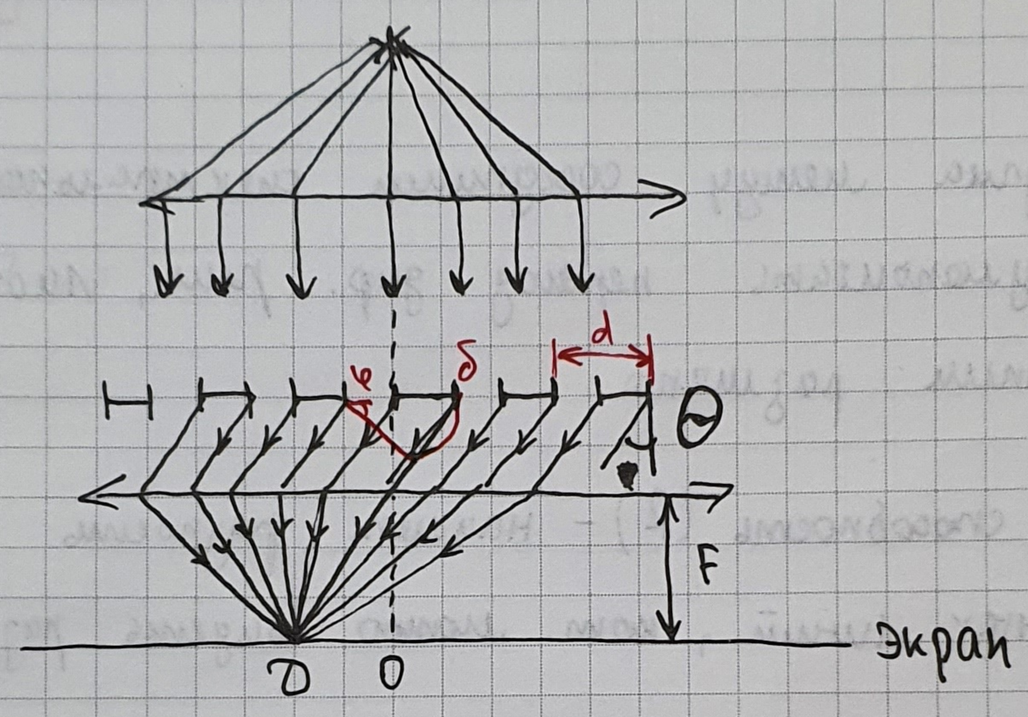


44

Дифракционная решётка.

Диф. реш. – кварцевая тонкая пластинка, на кот. лазером нанос. ||-ые пластинки. $d \approx 1{,}5$ мкм. Пос

Пост. решётки (период) – расстояние между 2-мя близлежащими ~~решётками~~. симметр. т-ками.



Все условия, кот. были получены для 1-ой щели, справедливы для ~~Д~~ диф. решётки.

I_{min}: $b \sin\varphi_1 = \lambda \Rightarrow \sin\varphi_1 = \frac{\lambda}{b}$

$\lambda \sim 0{,}6$ мкм $\quad b \sim 0{,}7$ мк $\rightarrow \varphi_1 \sim 70^\circ - 80^\circ$

$\boxed{d \sin\varphi = m\lambda}$ – условие главных max

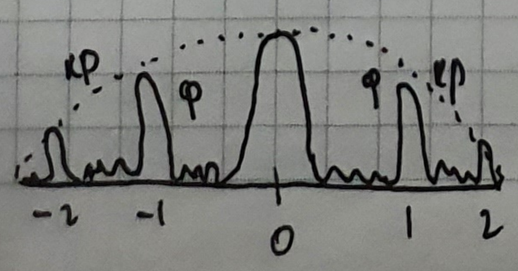
Излучение от крайних световых точек соседних щелей придут в т. D в один. фазе.

$\sin\varphi_1 = \frac{\lambda}{d}$; $\lambda \sim 0{,}6$ мкм; $d \sim 1{,}5$ мкм $\rightarrow \varphi_1 \approx 20^\circ$

Р-м всю дифракц. решётку и будем считать, что она будет щелью шириной $l = Nd$, N – число штрихов на решётке

$\boxed{l \sin\varphi = n\lambda}$ – условие доп. min $\rightarrow dN \sin\varphi = n\lambda \rightarrow d\sin\varphi = \frac{n}{N}\lambda$,

где $n = 1, \ldots N-1, N+1 \ldots 2N-1, 2N+1, \ldots$



45

Характеристики дифракц. решётки.

1) Угловая дисперсия (D) – угловое расстояние между 2мя спектральными линиями, кот. отличаются по длине волны на единицу.

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} \quad ; \quad d\sin\varphi = m\lambda \quad | \delta$$

$$d\cos\varphi\,\delta\varphi = m\,\delta\lambda \rightarrow \boxed{\frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d\cos\varphi} = D}$$

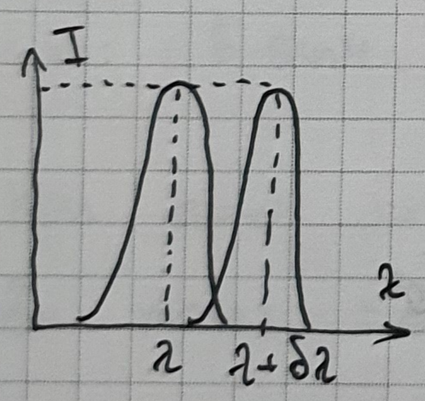
Вывод:

Для увелич. угла между соседними спектральными линиями нужно либо уменьшать период диф. реш., либо ↑ порядок между кот. линии различны.

!

2) Разрешающая способность (R) – наимен. разность длин волн 2ух спектральных линий, кот. можно видеть раздельно.

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$



Чтобы 2-е линии видились раздельно, нужно, чтобы max 1-ой совпадал с min. другой.

max: $\lambda + \delta\lambda$: $d\sin\varphi = (\lambda + \delta\lambda)m$

min λ : $d\sin\varphi = (m + \frac{1}{N})\lambda$

$$m(\lambda + \delta\lambda) = \frac{mN+1}{N}\lambda \rightarrow \frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{mN} \rightarrow \boxed{\frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN = R}$$

Т.е., чтобы получить большую разрешающую способность, нужно либо больше порядок наблюд, либо увеличить больше штрихов.