

Análise dinâmica de um mezzanino frente à ação do público

Prof. Marcelo Maia Rocha, PPGEC/UFRGS

Julho, 2018

1 Introdução

Este artigo apresenta a análise dinâmica, teórica e experimental, de um mezzanino de restaurante submetido à ação do público. O mezzanino, de dimensões $9,2m \times 14,3m$ em planta, é constituído de um piso de concreto armado enrijecido com vigas metálicas, tal como apresentado na Fig. 1. Do ponto de vista estrutural, o mezzanino é concebido como sendo simplesmente apoiado em três bordos, sendo o quarto borgo suportado por uma treliça metálica (TR2), que por sua vez é modelada como simplesmente apoiada nas duas extremidades.

O projetista elaborou um modelo numérico no software STRAP, através do qual foi feita a análise de frequências e formas modais de vibração livre, sendo que os três primeiros modos de vibração estão apresentados na Fig. 2. As frequências naturais estão indicadas junto às respectivas figuras. A presente análise será focada no primeiro modo de vibração, com frequência estimada $f_1 = 5.82\text{Hz}$, a qual predomina na resposta frente à ação do público.

O projetista informa que a massa total do piso (incluindo as vigas subjacentes) é de 40ton, enquanto a treliça TR2 tem massa total 1.5ton. Também é informado que o máximo deslocamento vertical devido ao peso próprio ocorre no centro da treliça (coerentemente com a primeira forma modal) e é de aproximadamente 9.6mm. Como parte dos critérios de avaliação apresentados neste artigo, também foi solicitado ao projetista o cálculo do deslocamento vertical no centro da treliça para uma carga de 8kN, aplicada no mesmo ponto, do qual se encontrou o valor aproximado de 0.6mm.

A análise apresentada a seguir é dividida em três partes:

1. Análise experimental *in situ* através de medição de acelerações produzidas pela ação dinâmica de um grupo de pessoas saltando ou caminhando.
2. Retro-análise das frequências e amplitudes de vibração apresentadas, com a estimativa da resposta a outras ações dinâmicas relevantes.
3. Confrontação das frequências e amplitudes medidas e estimadas com os critérios de aceitação propostos em normas técnicas.

Finalmente, são apresentadas algumas sugestões de medidas mitigatórias caso seja desejável uma redução nas amplitudes de vibração percebidas.

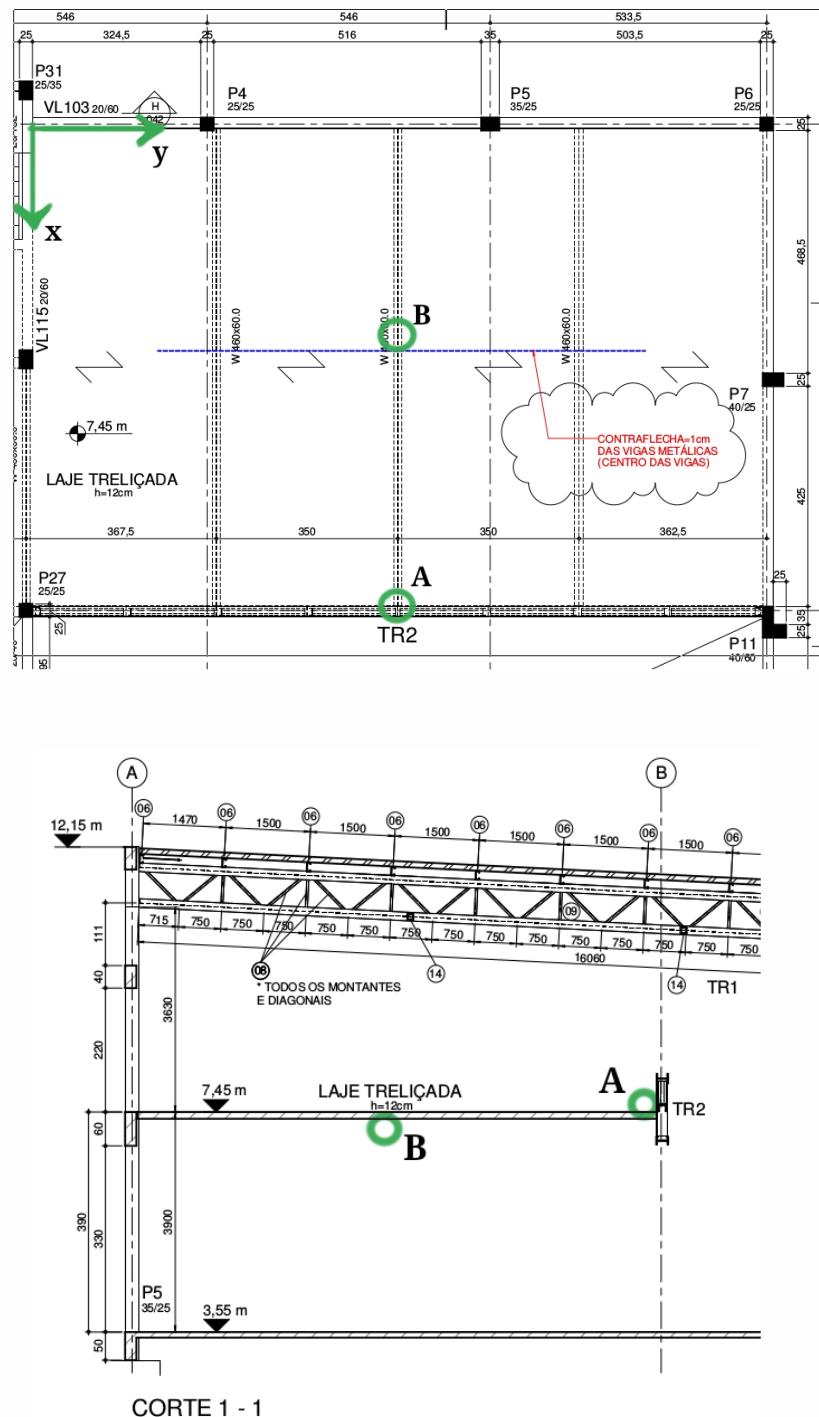


Figure 1: Geometria e dimensões do mezzanino analisado (fonte: Simon Eng.)

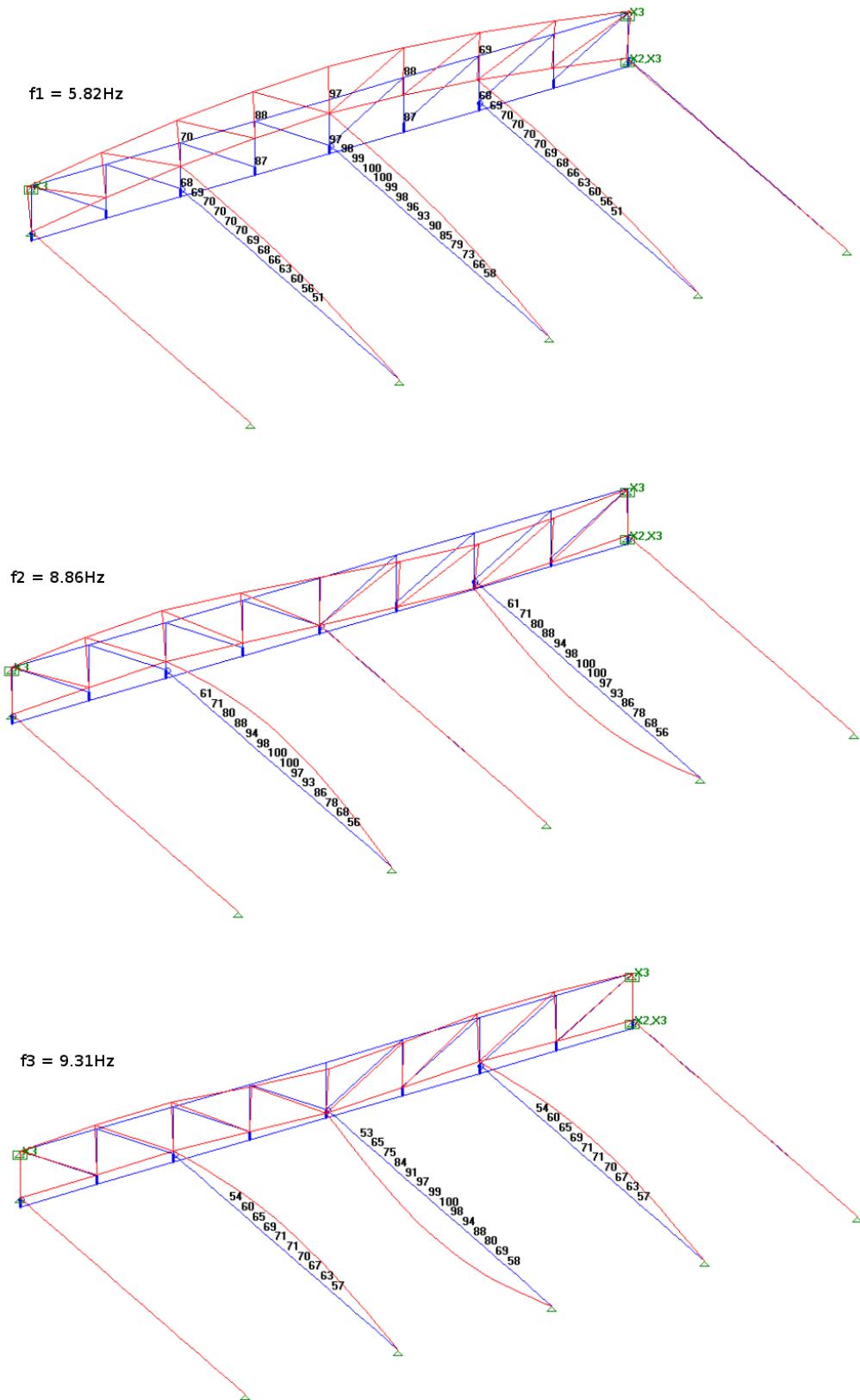


Figure 2: Primeiros três modos de vibração do mezzanino e respectivas frequências naturais de vibração livre (fonte: Simon Eng.)

2 Medições *in situ*

2.1 Técnica experimental

No dia 11 de julho de 2018 foi feita uma visita ao local da obra com a finalidade de se obterem registros de acelerações (componente vertical) produzidas pela ação dinâmica de um grupo de 3 a 5 pessoas caminhando ou saltando sobre o piso do mezzanino, em um ponto próximo ao centro da treliça TR2. Nesta data, o piso se encontrou desocupado e sem qualquer tipo de revestimento, o que deve ser considerado na avaliação do amortecimento estrutural observado.

Os registros foram feitos através de um acelerômetro tipo MEMS, modelo MPU6050 (3 componentes ortogonais de aceleração e 3 componentes de velocidade angular) com conversão analógico/digital em 16 bits para uma escala $\pm 2G$, portanto com uma resolução de aproximadamente 0,06mG. Os sinais de aceleração foram adquiridos a uma taxa média de aquisição de 440Hz e posteriormente processados por meio de scripts na linguagem Python de autoria própria. Para a minimização de ruídos de instrumentação, os registros foram digitalmente filtrados com banda passante entre 0 e 32Hz.

Os registros obtidos estão apresentados nas Figs. 3 a 8. As medições foram feitas em dois pontos do mezzanino: no centro do bordo apoiado na treliça TR2 (ponto *A* na Fig. 1) e no centro do piso na viga inferior (ponto *B* na Fig. 1). Foram efetuados dois tipos de excitação: grupo de pessoas saltando junto ao ponto *A* e grupo de pessoas caminhando paralelamente à treliça TR2, junto ao bordo. Foram também feitos registros com uma escora de eucalipto encunhada sob o centro da treliça, de modo a se verificar a influência de um apoio central nas amplitudes de vibração observadas. As Figs. 3 a 8 trazem também o periodograma (estimador da densidade espectral) dos respectivos sinais, de modo a permitir a identificação das frequências naturais de vibração livre.

2.2 Análise do amortecimento por *Random Decrement*

Embora os registros originais, sob vibração forçada já permitam uma identificação de frequências naturais, é conveniente a aplicação da técnica *Random Decrement* para uma melhor observação do comportamento da estrutura em vibração livre. Esta técnica faz uso de um registro de vibrações estacionárias, neste caso os registros de pessoas caminhando, para se construir um sinal em vibração livre amortecida. Em suma, é definida uma amplitude de referência (geralmente o valor r.m.s. do sinal) que ao ser cruzada tanto para cima como para baixo define um ponto de referência no sinal que é transladado para o tempo zero. Fazendo-se a média de todos os segmentos assim obtidos, tem-se um novo sinal que corresponde estatisticamente a uma resposta estrutural em vibração livre para uma dada uma condição inicial.

Os sinais assim obtidos para os três registros com pessoas caminhando (ver Figs. 4, 6 e 8) estão apresentados nas Figs. 9 a 11. Estes sinais artificiais facilitam a estimativa de frequências naturais e do amortecimento estrutural.

Centro da treliça / grupo saltando / livre

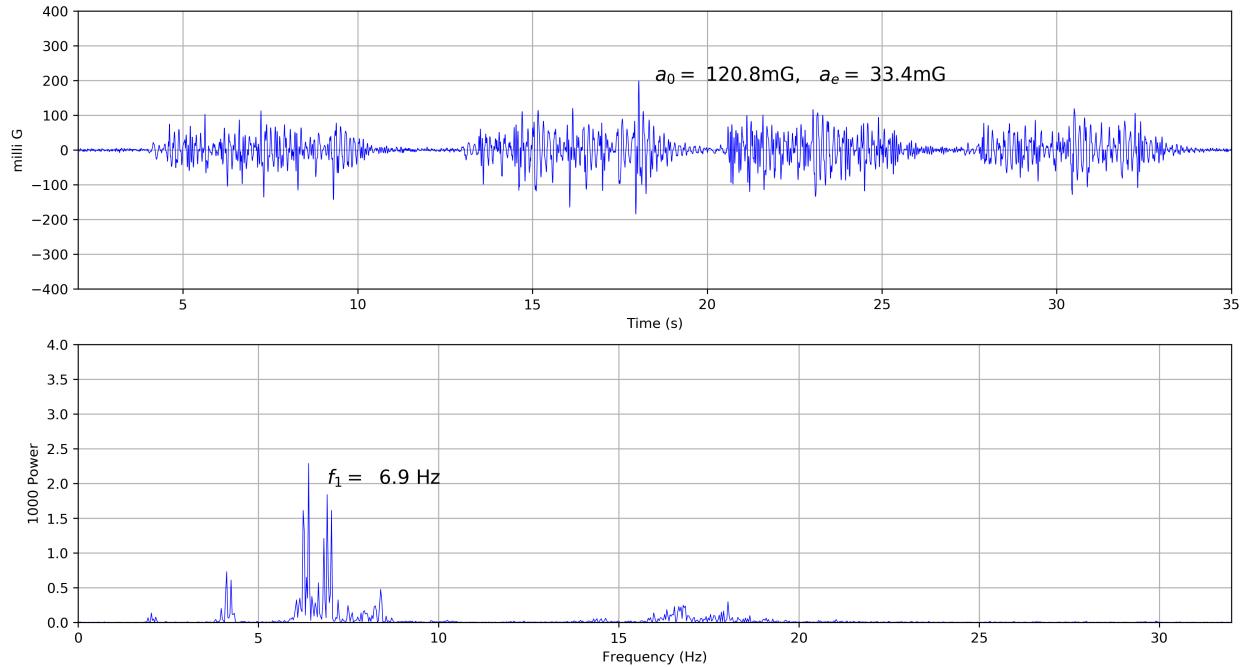


Figure 3: Acelerações medidas no centro da treliça, ponto *A*, para um grupo de pessoas saltando.

Centro da treliça / grupo caminhando / livre

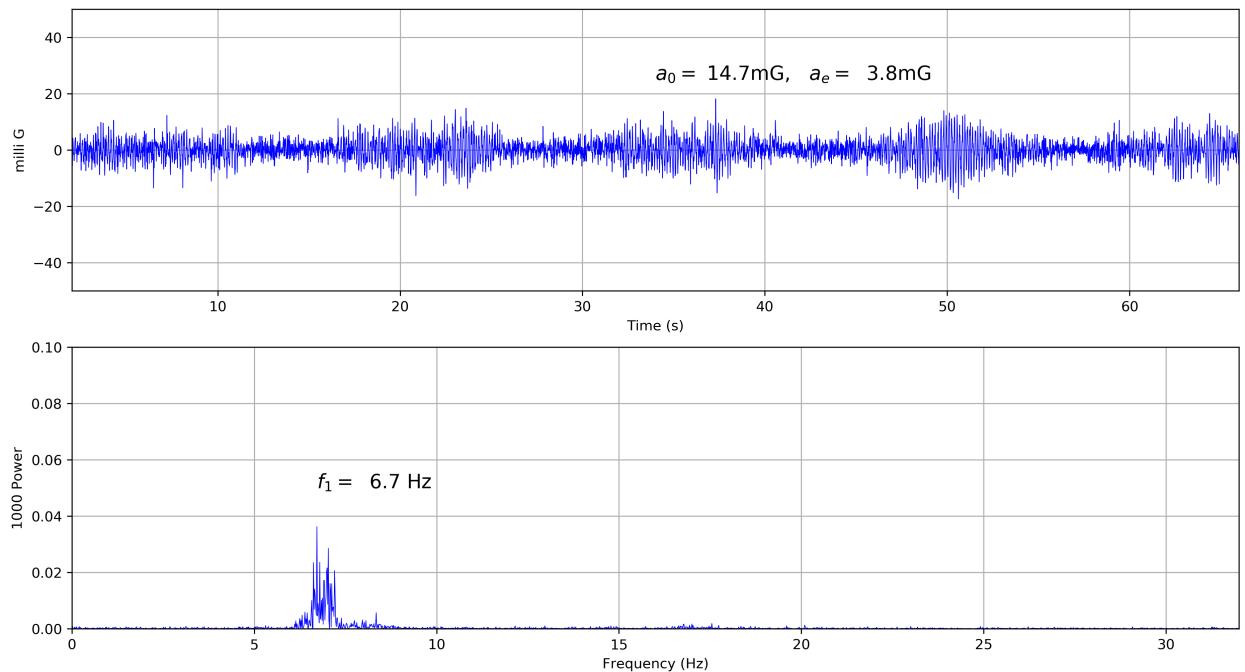


Figure 4: Acelerações medidas no centro da treliça, para um grupo de pessoas caminhando paralelamente à mesma.

Centro da viga / grupo saltando / livre

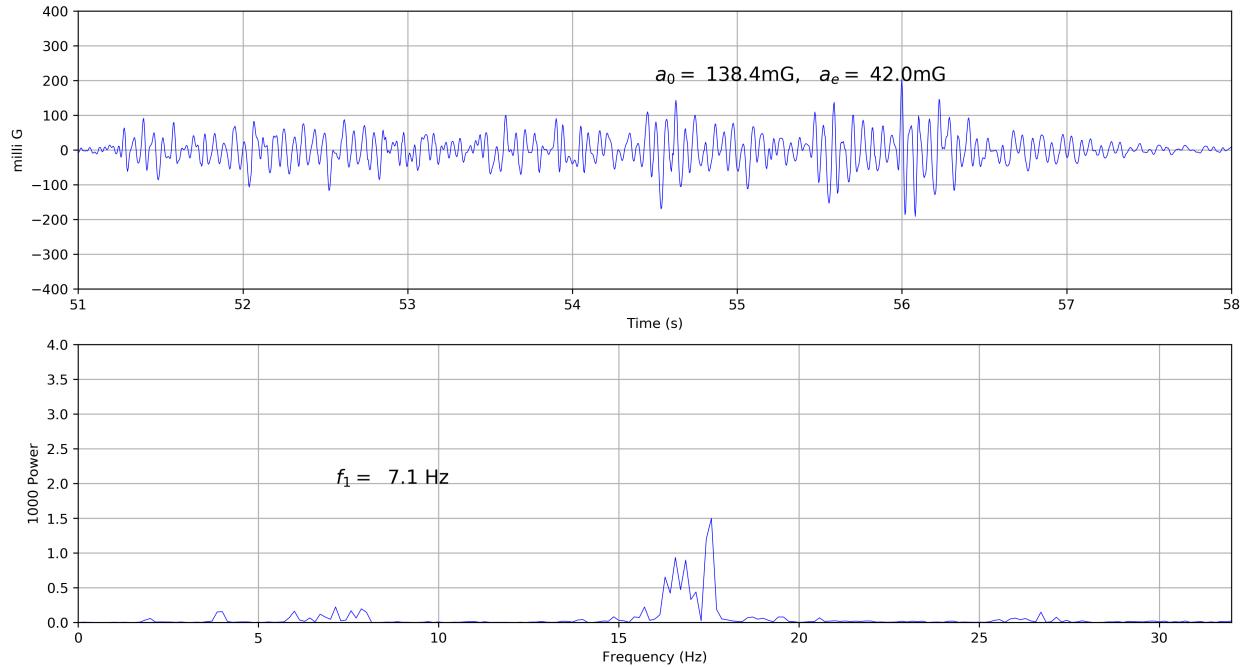


Figure 5: Acelerações medidas no centro do piso, ponto *B*, para um grupo de pessoas saltando.

Centro da viga / grupo caminhando / livre

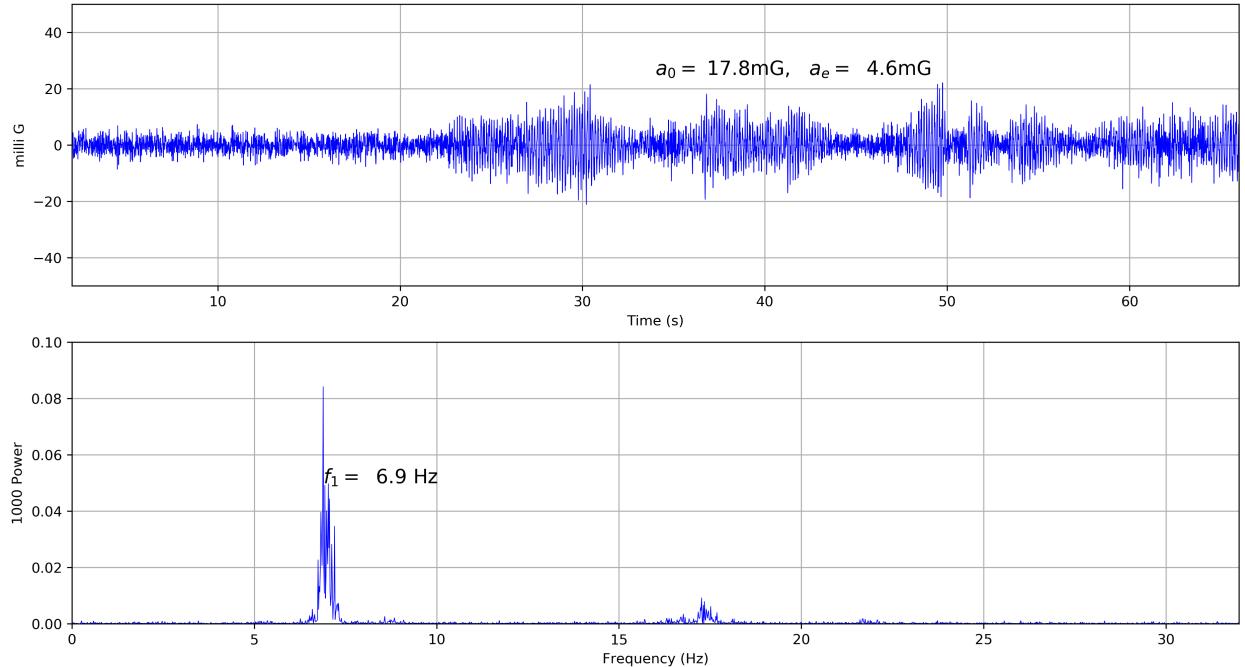


Figure 6: Acelerações medidas no centro do piso, ponto *B*, para um grupo de pessoas caminhando.

Centro da viga / grupo saltando / treliça escorada

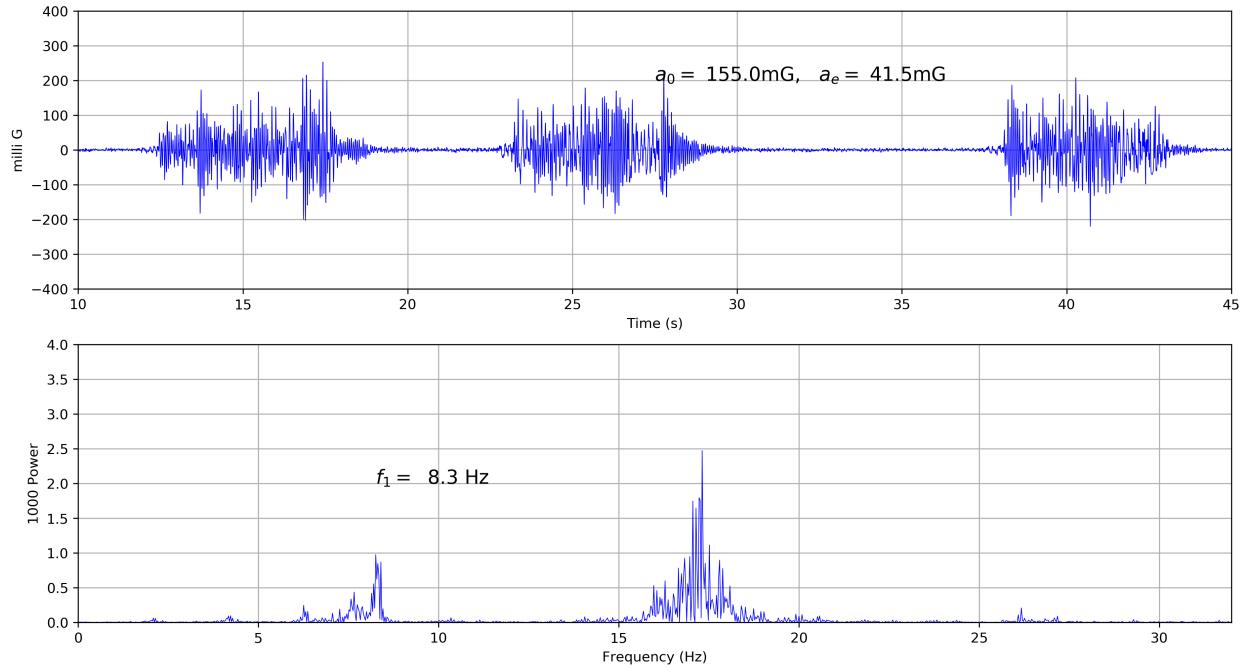


Figure 7: Acelerações medidas no centro do piso, ponto *B*, para um grupo de pessoas saltando, treliça escorada.

Centro da viga / grupo caminhando / treliça escorada

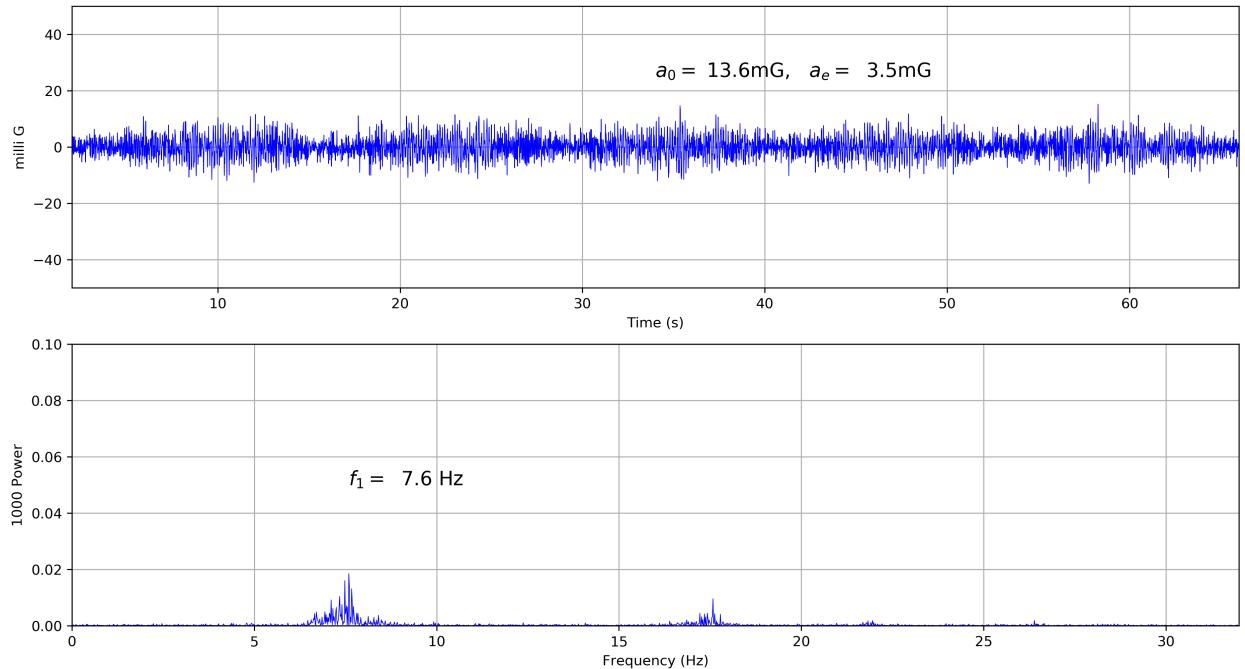


Figure 8: Acelerações medidas no centro do piso, ponto *B*, para um grupo de pessoas caminhando, treliça escorada.

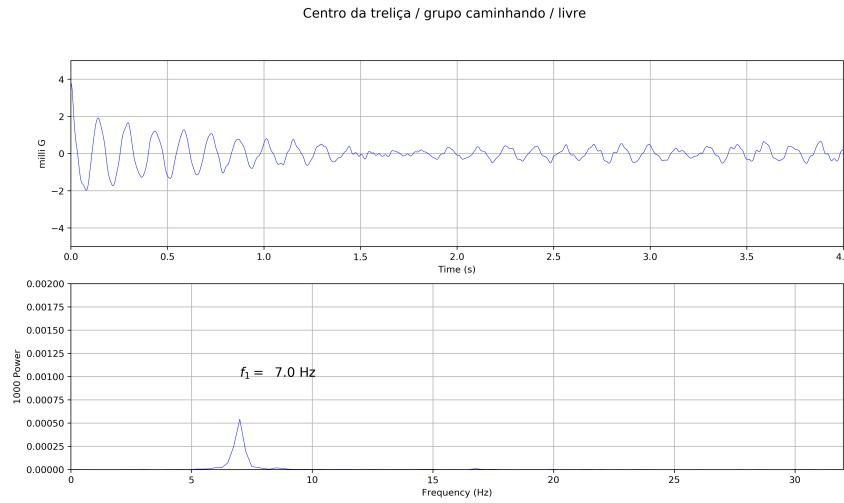


Figure 9: Sinal tipo *random decrement* das acelerações medidas no centro da treliça, ponto *A*, para um grupo de pessoas caminhando.

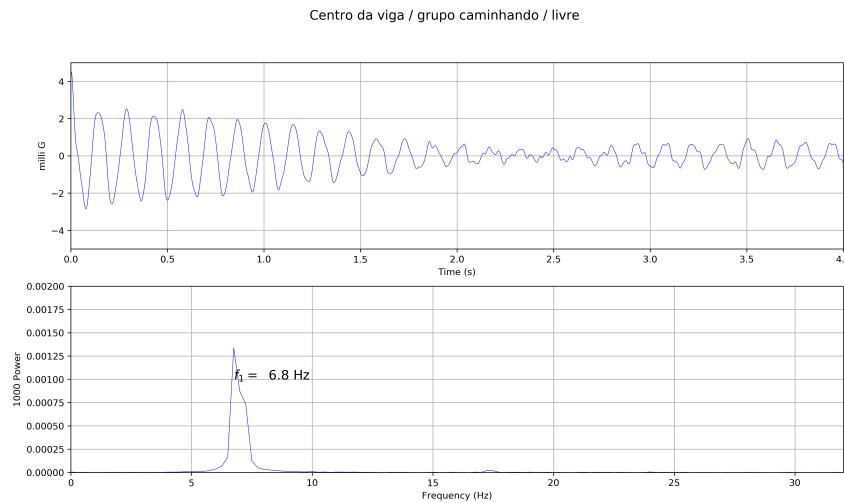


Figure 10: Sinal tipo *random decrement* das acelerações medidas no centro do piso, ponto *B*, para um grupo de pessoas caminhando.

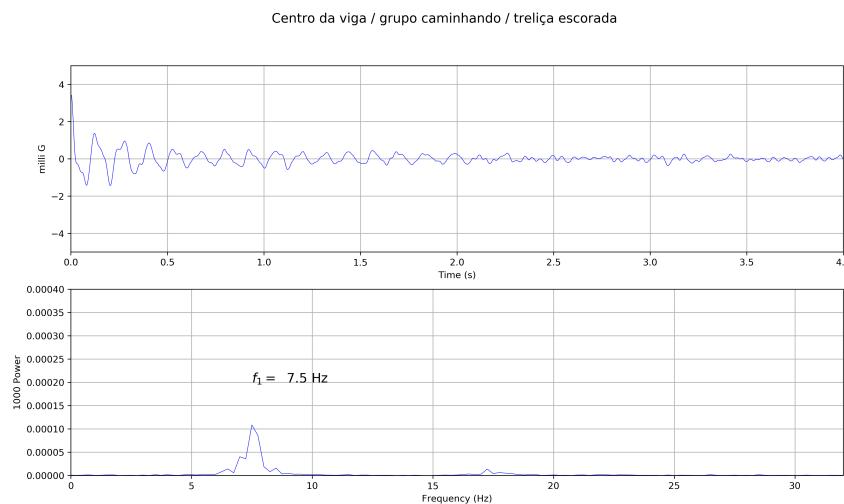


Figure 11: Sinal tipo *random decrement* das acelerações medidas no centro do piso para um grupo de pessoas caminhando, treliça escorada.

2.3 Comentários preliminares sobre os registros

A análise dos registros apresentados indicam que a frequência fundamental do mezzanino está entre 6.8 a 7.0Hz, superior portanto aos 5.82Hz estimados pelo projetista com o modelo STRAP. Isto implica que a estrutura construída é *mais rígida* do que previsto, considerando-se que a avaliação das massas é geralmente mais precisa. Observa-se também um outro modo de vibração entre 17.3 e 17.6Hz, provavelmente o terceiro modo simétrico, visto que o segundo modo não poderia ser detectado nos pontos *A* ou *B* pela sua assimetria.

A inclusão da escora de madeira no centro da treliça fez a frequência fundamental subir para algo entre 7.3 e 7.5Hz, mas teve pouca influência na outra frequência observada. Comparando-se as Figs. 3 e 7 verifica-se que a introdução da escora aumentou em 50% as amplitudes de aceleração, mas com predomínio das frequências em torno de 17.3Hz, que não são relevantes do ponto de vista de conforto humano. Por outro lado, a escora reduziu muito as vibrações no primeiro modo, estas sim potencialmente incômodas.

Junto a cada um dos registros estão indicadas as acelerações de pico, a_0 , e r.m.s. (*root mean square*), a_e , que serão posteriormente confrontadas com alguns critérios de aceitação. O valor de pico foi obtido estatisticamente, utilizando-se a teoria de processos aleatórios para banda estreita. A relação a_0/a_e é denominada *fator de pico*, que é da ordem de 3.9 (adimensional) para os registros obtidos.

As Figs. 9 a 11, com sinais tipo *random decrement*, facilitam a estimativa do amortecimento estrutural no primeiro modo (razão do crítico), ζ_1 , conforme definição apresentada na próxima seção. Para um sinal registro de vibração livre o amortecimento pode ser estimado observando-se dois picos quaisquer, afastados de n ciclos, através da fórmula:

$$\ln \left(\frac{a_{i+n}}{a_i} \right) = 2\pi n \zeta \quad (1)$$

De forma prática, procuram-se dois picos que tenha uma relação de amplitude aproximadamente 2:1 e contam-se o número de ciclos, n , entre eles. Isto resulta que:

$$\zeta = \frac{\ln 2}{2\pi n} \approx \frac{1}{9.1 n} \quad (2)$$

Uma inspeção nas Figs. 9 a 11 indica que ocorrem 4 a 5 ciclos para que uma amplitude se reduza à metade e, portanto, o amortecimento ζ_1 está entre 0.022 e 0.027. Este valor está dentro do esperado para este tipo de estrutura, e deve aumentar após a instalação do piso.

3 Retro-análise da resposta dinâmica à ação do público

3.1 Fundamentos teóricos

Estimativas razoavelmente precisas da resposta estrutural frente a ações dinâmicas podem ser obtidas por superposição modal, através da solução da equação diferencial de equilíbrio dinâmico no k -ésimo modo de vibração:

$$M_k \ddot{u}_k + C_k \dot{u}_k + K_k u_k = F_k(t) \quad (3)$$

onde M_k é a massa modal, C_k é o amortecimento modal, K_k é a rigidez modal e $F_k(t)$ é a força modal. Para uma placa, com formas modais $\phi_k(x, y)$, tem-se que:

$$M_k = \int \int \mu(x, y) \phi_k^2(x, y) dx dy \quad (4)$$

$$F_k(t) = \int \int q(x, y, t) \phi_k(x, y) dx dy \quad (5)$$

Dividindo-se a eq. 3 por M_k tem-se a forma:

$$\ddot{u}_k + 2\zeta_k \omega_k \dot{u}_k + \omega_k^2 u_k = F_k(t)/M_k \quad (6)$$

onde $\omega_k = 2\pi f_k$ é a frequência natural de vibração livre e ζ_k é a taxa de amortecimento (razão do crítico). A partir destes parâmetros pode-se calcular a resposta modal, $u_k(t)$, que multiplicada pela respectiva forma modal fornece a contribuição do k -ésimo modo para a resposta completa da estrutura:

$$u(x, y, t) = \sum_{k=1}^N u_k(t) \phi_k(x, y) \quad (7)$$

onde N é o número de modos considerados na solução.

Na presente análise, focada na percepção de vibrações do ponto de vista do conforto humano, o primeiro modo de vibração contribui com quase a totalidade da resposta estrutural relevante. Portanto, será considerado apenas o modo $k = 1$.

3.2 Modelo simplificado

É importante observar que a eq. 6 também pode ser utilizada para uma estimativa aproximada da resposta estática, zerando-se as derivadas do deslocamento no tempo:

$$u_{k,\text{est}} = \frac{F_{k,\text{est}}}{\omega_k^2 M_k} \quad (8)$$

Essa possibilidade é utilizada a seguir para a calibração de um modelo simplificado de análise baseado na seguinte aproximação do modo fundamental de vibração livre (comparar com a Fig. 2):

$$\phi_1(x, y) = \phi(x, y) = \sin\left(\frac{\pi x}{2 \times 9.2}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{14.3}\right) \quad (9)$$

onde o sistema de referência (x, y) está indicado na Fig. ???. Uma visualização desta função é apresentada na Fig. 12, sendo que o ponto de máxima amplitude está normalizado pela unidade ($\phi_{\max} = 1$).

Considerando as massas totais (40ton para o piso e 1.5ton para a treliça) como uniformemente distribuídas, pode-se utilizar a eq. 4 para calcular a massa modal, M_1 , como:

$$M_1 = \frac{40000}{9.2 \times 14.3} \int_0^{9.2} \int_0^{14.3} \phi^2(x, y) dx dy + \frac{1500}{14.3} \int_0^{14.3} \phi^2(9.2, y) dy = 10750\text{kg}$$

A qualidade da aproximação proporcionada por este modelo simplificado pode ser avaliada utilizando-se os dois resultados fornecidos para o projetista, que são:

1. o deslocamento máximo devido ao peso próprio e
2. o deslocamento máximo devido uma carga de 8kN no centro da treliça.

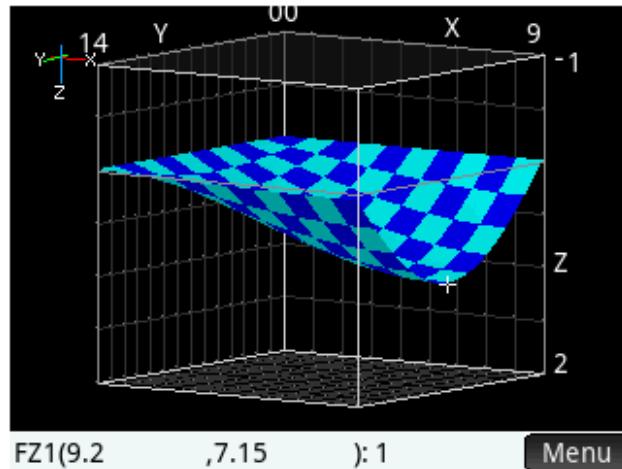


Figure 12: Visualização da aproximação proposta para a primeira forma modal (*HP Prime*).

No primeiro caso, a força modal (estática) pode ser calculada através da eq. 5 como:

$$F_1 = \frac{40000 \times 9.81}{9.2 \times 14.3} \int_0^{9.2} \int_0^{14.3} \phi(x, y) dx dy + \frac{1500 \times 9.81}{14.3} \int_0^{14.3} \phi(9.2, y) dy = 168400\text{N}$$

o que resulta no deslocamento máximo:

$$u_{\max} = \phi_{\max} \frac{F_1}{\omega_1^2 M_1} = 1.17\text{mm} \quad (10)$$

onde $\omega_1 = 2\pi \times 5.82 = 36.6\text{rad/s}$. Verifica-se portanto uma estimativa conservadora com erro de 22% frente ao valor de 0.96mm informado pelo projetista.

No segundo caso, a força modal é aplicada diretamente no ponto em que $\phi_{\max} = 1$ e, portanto, $u_{\max} = 0.56\text{mm}$, implicando em uma estimativa não-conservadora com erro de 7% frente ao valor de 0.60mm informado pelo projetista.

Observa-se assim que o modelo simplificado apresenta uma precisão aceitável frente a outras incertezas da análise, e pode ser utilizado para a estimativa da resposta estrutural frente a outras condições de carregamento. No entanto, para os cálculos que serão feitos a seguir será utilizada não a frequência estimada pelo projetista, de 5.82Hz, mas sim a frequência verificada na análise dos registros de acelerações, de 6.9Hz, o que implica em uma estrutura justificadamente mais rígida que aquela modelada no STRAP. Isto é feito considerando-se que as estimativas de massa, e portanto a estimativa da massa modal, é sujeita a erros de avaliação menores do que a rigidez estrutural.

3.3 Estimativa da resposta ao *Heel Impact*

Embora já estejam disponíveis as respostas frente à ação de um grupo de pessoas caminhando e saltando sobre a estrutura, também é de utilidade a estimativa da resposta frente ao teste de referência denominado *Heel Impact*, que considera as amplitudes de pico de aceleração produzidas pelo impacto do calcanhar de uma única pessoa (com o calcanhar oposto apoiado no piso). Esta estimativa será utilizada na próxima seção, em conjunto com outros critérios de aceitação.

Segundo Bachmann, considera-se que o teste do calcanhar corresponde a um impacto de curta duração, com impulso $I_0 = 67\text{Ns}$, no ponto de máxima amplitude da forma modal. Neste caso, a força modal é dada por:

$$F_k(t) = \phi_{\max} I_0 \delta(t) \quad (11)$$

onde $\delta(t)$ é a função *Delta de Dirac*, ou *função impulso unitário*, que tem unidade 1/s. A resposta da estrutura a esta função é denominada *resposta impulsiva*, que resulta ser:

$$u_k(t) = \frac{I_0}{M_k \omega_{Dk}} \exp(-\zeta_k \omega_k t) \sin(\omega_{Dk} t) \quad (12)$$

onde pode ser considerado que a frequência natural amortecida, ω_{Dk} , é muito próxima da frequência natural não amortecida, ω_k . Substituindo-se valores nesta equação, e considerando que o pico de aceleração ocorre para $\omega_k t = \pi/2$, chega-se ao deslocamento máximo causado pelo impacto:

$$u_{k,\max} = u_{\max} = \frac{67}{10750 \times (2\pi \times 6.9)} \exp\left(-\frac{0.022\pi}{2}\right) = 0.14\text{mm} \quad (13)$$

onde se usou $f_k = 6.9\text{Hz}$ e $\zeta_k = 0.022$, conforme a análise anterior dos resultados experimentais. A amplitude em deslocamento pode ser convertida para amplitude em aceleração fazendo-se:

$$a_0 = \omega_k^2 u_{\max} = (2\pi \times 6.9)^2 \times 1.4 \times 10^{-4} = 0.26\text{m/s}^2 \quad (14)$$

ou seja, um pico de aceleração de 27mG ou $2.7\%\text{G}$. As Figs. 3, 5 e 7 corroboram este cálculo, já que nelas se verificam picos de aceleração de 120.8 , 138.4 e 155.0mG , portanto da ordem de 5 vezes o pico aqui estimado para uma única pessoa.

4 Critérios de aceitação das amplitudes de vibração

4.1 Análise comparativa com passarela de pedestres

Os critérios apresentados nesta seção foram extraídos do livro de Bachmann, *Vibration Problems in Structures* (1995), onde é feita uma distinção entre pisos de passarelas e pisos onde pessoas permanecerão sentadas. No segundo caso, os critérios de aceitação são um pouco mais rigorosos e a metodologia de análise é diferente. No entanto, uma avaliação das amplitudes registradas sob a ótica da análise de passarelas é instrutiva no presente contexto.

Para passarelas, a Fig. 13 ilustra a grande dificuldade de se alcançarem frequências fundamentais distantes de valores críticos frente a ação de público. O gráfico apresenta medições para 67 passarelas com diferentes soluções estruturais em diferentes lugares do mundo. Para vãos acima de 15m , utilizando-se os materiais atualmente disponíveis, é muito difícil permanecer acima dos 4Hz que deveriam evitar ressonâncias com atividades humanas tais como caminhar ou saltar. Parece claro que a mesma dificuldade deve ser encontrada para pisos em geral.

Por outro lado, Bachmann (1995) recomenda que seja feita uma verificação de rigidez aplicando-se uma carga de 8kN no centro do vão e calculando-se o deslocamento vertical. A Fig. 14 mostra que se este deslocamento for menor que 1mm (rigidez maior que

8kN/m), a passarela muito provavelmente não terá amplitudes de vibração acima do que seria considerado normal.

Considerando os resultados para o mezzanino em questão, verifica-se que para um vão de 14.3m foi alcançada uma frequência fundamental de 6.9Hz, que sob a ótica da Fig. 13 representa um valor bem acima do usual.

Da mesma forma, refazendo-se o cálculo do deslocamento no centro para a carga de referência de 8kN, desta vez com $f_k = 6.9\text{Hz}$, obtém-se uma rigidez aparente de 20kN/mm. Sob a ótica da Fig. 14, de novo observa-se uma rigidez bem acima do que seria usualmente esperado.

4.2 Critério do *Heel Impact*

Para pisos em que as pessoas estarão sentadas ou caminhando (*floor with walking people*), como é o caso do mezzanino em questão, o critério prático apresentado por Bachmann (1995) é o do impacto com o calcanhar (*Heel Impact Testing*). Os parâmetros necessários para esta análise são a aceleração de pico para uma carga impulsiva de 67N e o amortecimento estrutural, ambos já calculados em uma seção anterior. A Fig. 15 apresenta o critério de aceitação conforme estes dois parâmetros, em função da frequência fundamental.

Pela figura, verifica-se que para uma frequência natural abaixo de 8Hz o pico de aceleração de 2.7% de G, anteriormente calculado, seria aceitável caso o amortecimento estrutural estivesse entre 3 e 6% do crítico. O amortecimento estimado dos registros está entre 2.2 e 2.7% do crítico, portanto abaixo do desejável. Assim, sob o ponto de vista do teste do calcanhar, seria necessário aumentar o amortecimento estrutural. Isso pode eventualmente ser conseguido com uma escolha adequada do piso a ser instalado, de modo a aumentar o amortecimento para aproximadamente 4%.

Na mesma figura está apresentado o limite para vibração contínua, que é de 0.5% de G para o pico de aceleração. Os registros apresentados nas Figs. 4, 6 e 8 indicam que um grupo de pessoas caminhando pode produzir picos de aceleração entre 1.4 e 1.8% de G. No entanto, este critério se refere a locais de trabalho em que as vibrações poderiam causar fadiga e prejudicar a produtividade de pessoas. O mezzanino em questão consiste em um ambiente de restaurante e o limite de 0.5% é certamente conservador.

4.3 Critério da ISO 2631/1

O critério definido na norma ISO 2631/1 faz uso do valor r.m.s da aceleração e o gráfico com os limites aceitáveis está apresentado na Fig. 16. Percebe-se que, segundo esta norma, os limites atingem o patamar mais baixo para uma faixa de frequências de vibração livre entre 4 e 8Hz, onde se situa o mezzanino em questão.

Considerando um período de permanência de 4h, adequado ao público de restaurantes, a norma estabelece que o valor r.m.s. da aceleração não deve ultrapassar o valor de referência $\approx 0.53\text{m/s}^2$, que corresponde a aproximadamente 5.4% de G. Este limite deve, no entanto, ainda ser dividido pelo fator 3.15 para definir o que a norma chama de limite de conforto reduzido (*reduced-comfort boundary: threshold at which activities such as eating, reading, or writing are disturbed*). Isto implica que o valor r.m.s. da aceleração, no caso em questão, não deve ultrapassar 1.7% de G.

As Figs. 4, 6 e 8 indicam que, para um grupo de pessoas caminhando, as acelerações r.m.s.

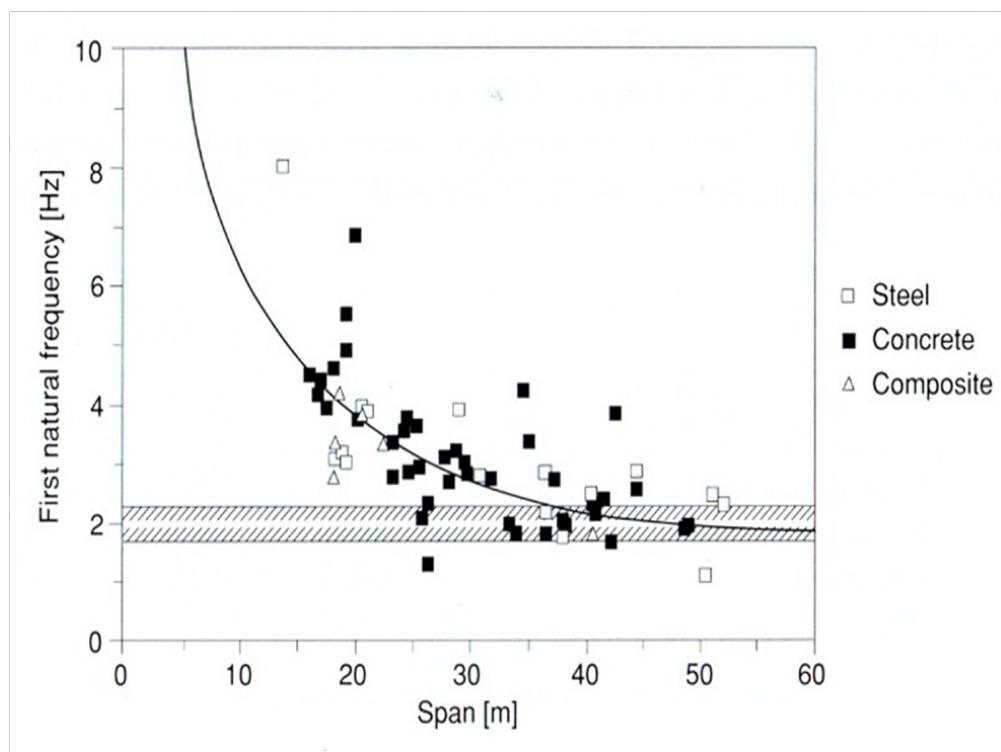


Figure 13: Frequências naturais observadas para passarelas de pedestres em função do vão livre (Fonte: Bachmann, 1995).

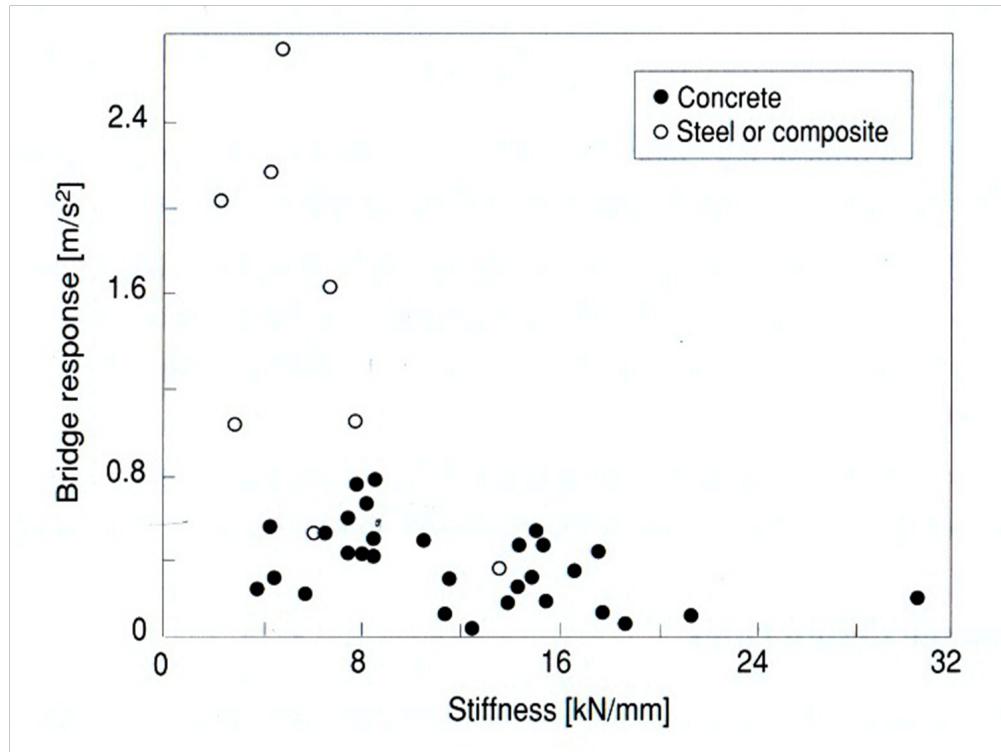


Figure 14: Resposta em aceleração observadas para passarelas de pedestres em função da rigidez aparente (Fonte: Bachmann, 1995).

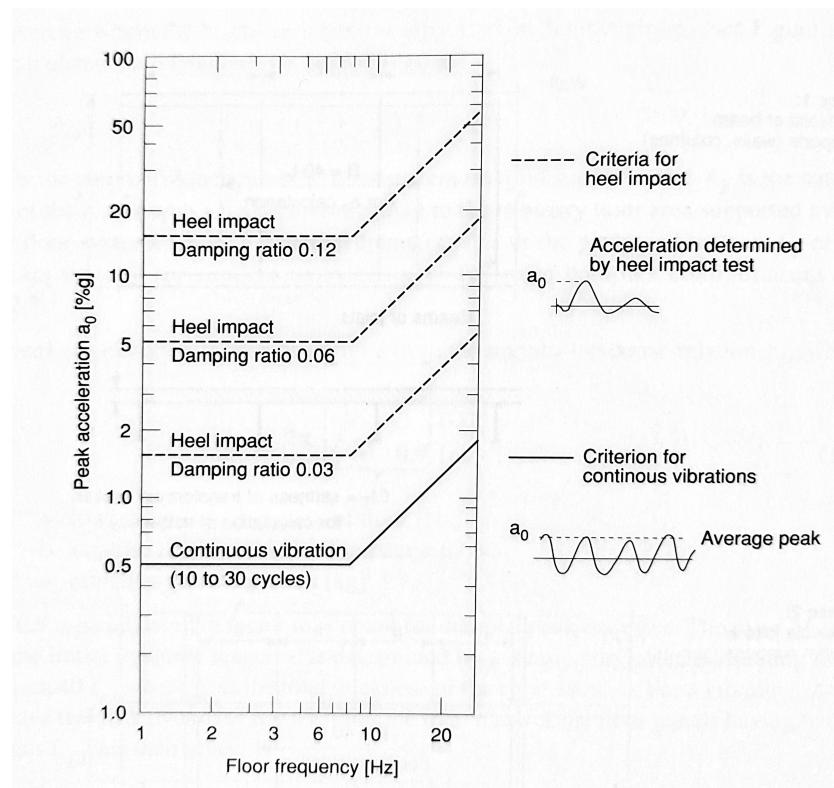


Figure 15: Níveis aceitáveis de aceleração (de pico) para o teste tipo *Heel Impact* (Fonte: Bachmann, 1995).

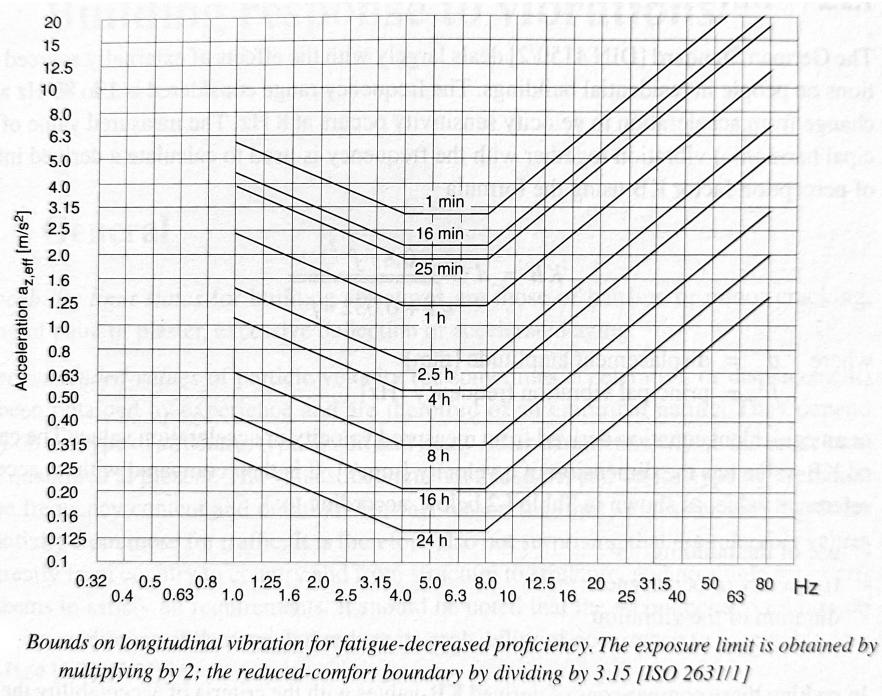


Figure 16: Níveis aceitáveis de aceleração vertical (valor r.m.s.) segundo a ISO 2631/1 (Fonte: Bachmann, 1995).

são 0.38, 0.46 e 0.35% de G (sem filtrar modos superiores), respectivamente. Constatou-se que estas amplitudes estão, portanto, sempre abaixo do limite estabelecido na ISO 2631/1, o que indicaria não serem necessárias medidas mitigatórias.

5 Conclusões

As verificações apresentadas na seção anterior conduzem à conclusão de que as amplitudes de vibração registradas no mezzanino analisado, sob a ação de um grupo de 3 a 5 pessoas caminhando ou saltando, estão dentro de limites aceitáveis segundo a norma ISO 2631/1. Apenas frente ao *Heel Impact Testing* faz-se a ressalva de que seria necessário aumentar o amortecimento estrutural para um valor da ordem de 4%, o que poderia ser alcançado pela escolha adequada do piso de revestimento.

Não se considera necessário, e tampouco eficaz, o aumento da rigidez estrutural através de reforços de seções de vigas ou da treliça metálica. Este tipo de solução teria pouca influência na frequência natural de vibração livre, já que a frequência aumenta na proporção da raiz quadrada do aumento de rigidez. O reforço de seções tem como efeito colateral o aumento da massa da estrutura, e portanto tem efeito ambíguo na variação das frequências naturais. Finalmente, caso a inclusão do piso de revestimento não seja efetivo em aumentar o amortecimento a ponto de reduzir as amplitudes a níveis aceitáveis, é recomendável a utilização de amortecedores de massa sintonizada (*tuned-mass dampers*) que, em geral, são muito eficazes na absorção de energia de sistemas estruturais que vibram em uma frequência bem definida.

Porto Alegre, 26 de julho de 2018,

Prof. Marcelo Maia Rocha, Dr.techn.
PPGEC/UFRGS