Supongamos que se desea producir un tipo de cerveza caracterizado por un contenido en alcohol del 3,1 %, así como por otras cualidades técnicas que se recogen en el cuadro, a base de 4 tipos estándar de cerveza cuyo stock se supone ilimitado y de una cierta proporción de agua, aunque ésta no es absolutamente necesaria.

Características de los distintos componentes

Características	Requerimientos	Componentes				
		Agua	Cervezas			
		1	2	3	4	5
% alcohol	3,1	0	2,5	3,7	4,5	5,8
Densidad	1,034-1,040	1	1,030	1,043	1,050	1,064
Color uni. EBC	8-10	0	11	9	8	7
Isomulina mgr/Hlitro	20-25	0	30	20	28	30
Coste u.m./Hl		0	44	50	64	90

A efectos de no diversificar la producción y motivado por políticas de compra se **limita a dos el número máximo de tipos estándar de cerveza que han de integrar la mezcla**.

En el caso de que el componente número 5 entre a formar parte de la mezcla se precisa la instalación de una maquinaria especial cuyo coste de instalación asciende a 5000 u.m.. La producción de la mezcla ha de ser de 100 Hl.

Formula un modelo que permita determinar qué tipos estándar de cerveza y agua y en qué cantidades se necesita que integren la mezcla para minimizar el coste total de los componentes, en la producción de 100 Hectolitros de cerveza.

H_i = Hl de producto i {A - C1 ~ C5}

MIN $Z = 44 \cdot H_{c2} \cdot Y_{c2} + 50 H_{c3} \cdot Y_{c3} + 64 H_{c4} \cdot Y_{c4} + 90 H_{c5} + 5000 \cdot Y_5$

$Y_{c2} + Y_{c3} + Y_{c4} + Y_{c5} \leq 2$

Cerrar condiciones variables binarias

$X_2 \leq M Y_2$
$X_3 \leq M \cdot Y_3$
⋮

Y_{ci} → 1 : Se integra en mezcla; → 0 : NO "

$H_{c2} + H_{c3} + H_{c4} + H_{c5} = 100$

Rest. calidad

$1.034 \leq 1 \cdot H_A + 1.03 \cdot H_{c2} + 1.043 \cdot H_{c3} + 1.05 \cdot H_{c4} + 1.064 \cdot H_{c5} \leq 1.04$

$2.5 \cdot H_{c2} + 3.7 \cdot H_{c3} + 4.5 \cdot H_{c4} + 5.8 \cdot H_{c5} = 3.1$

$8 \leq 11 \cdot H_{c2} + 9 \cdot H_{c3} + 8 \cdot H_{c4} + 7 \cdot H_{c5} \leq 10$

$20 \leq 30 \cdot H_{c2} + 20 \cdot H_{c3} + 28 \cdot H_{c4} + 30 \cdot H_{c5} \leq 25$

Las H_{ci} multiplicadas por sus Y_{ci}

Una empresa tiene **cuatro centros de producción** en Lugo, Bilbao, Barcelona y Valencia. Estas fábricas tienen una capacidad máxima de 40, 20, 40 y 30 unidades respectivamente en la producción del artículo que comercializan. Además, es necesario cubrir una producción mínima de 10 unidades en la fábrica de Lugo y de 15 en la de Bilbao, pero ésta última sólo en el caso de que se decida utilizar. Asimismo, se debe decidir la utilización o no de la fábrica de Valencia, que precisa una inversión de 150 u.m. en el caso afirmativo.

La empresa dispone de **dos centros de consumo**, localizados en Valladolid y Madrid con una capacidad máxima de recepción de 50 y 100 unidades respectivamente, siendo necesario cubrir la demanda de 70 unidades en el centro de Madrid y de 20 en Valladolid. La fábrica de Barcelona sólo puede enviar el producto a un único centro de destino.

Costes de transporte unitarios

ORIGEN	DESTINO	
	VALLADOLID	MADRID
LUGO	30	55
BILBAO	30	35
BARCELONA	45	50
VALENCIA	40	35

Formula un modelo para determinar la cantidad de producto a transportar desde cada centro de origen a cada centro de consumo de forma que se minimicen los costes totales de la empresa.

C_{ij} = cantidad de transporte de i {Lugo, Bilbao, Barcelona, Valencia} a j {Valladolid, Madrid}

Y_V → 1 : se fabrica en Valencia; → 0 : NO "

MIN $Z = 30 C_{LV} + 55 C_{LM} + 30 C_{CV} + \cdots$
$\cdots 150 \cdot Y_V$

Y_{BC} → 1. Se envía a Valladolid; → 0: " a Madrid

Producción

$10 \leq C_{LV} + C_{LM} \leq 40$
$15 \cdot Y_{Bi} \leq C_{BiV} + C_{BiM} \leq 20 \cdot Y_{Bi}$
$C_{VV} + C_{VM} \leq 30 \cdot Y_V$ → Utilización de V → para Z
$\cancel{C_{BCV} \cdot Y_{BC} + C_{BCM} \cdot (1 - Y_{BC})} \leq 40$

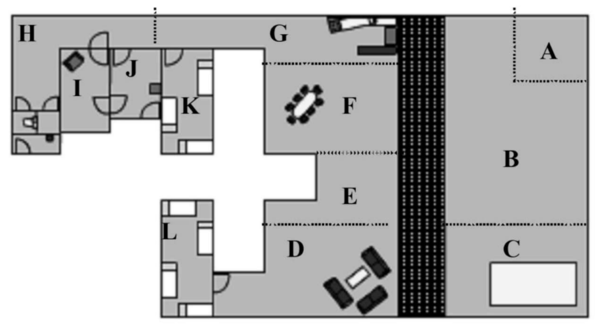
NO MULT VARIABLES

$X_{BCV} \leq 40 \cdot Y_{BC}$
$X_{BC} \leq 40 \cdot (1 - Y_{BC})$

Consumo

$20 \leq \sum C_{iV} \leq 50$
$70 \leq \sum C_{iM} \leq 100$

La cadena de televisión TVSAT está preparando un nuevo programa de TV. El programa consiste en que los espectadores pueden ver a través de sus televisores todo lo que hacen los concursantes, "encerrados" durante tres meses en una casa. Los técnicos del programa han dividido la casa en 12 sectores, que han sido nombrados con letras (A ... L) y que se muestran en la siguiente figura:



Además se han establecido una serie de puntos estratégicos en los que sería posible situar una cámara móvil por control remoto. Estos puntos han sido numerados del 1 al 13 y en la siguiente tabla se muestra el sector o sectores que quedarían cubiertos si la cámara se instalase en ese punto y el coste de instalar dicha cámara (coste de la cámara más el coste de instalación):

Cámara	Coste (euros)	Sectores cubiertos
1	350	A, G
2	350	B, C
3	350	C, D
4	400	A, B, E
5	450	B, E, F
6	300	G, F
7	300	G, H
8	300	H, I
9	250	H, J
10	225	G, K
11	225	D, L
12	175	K
13	225	I, J

Por motivos técnicos, las cámaras 2 y 5 son incompatibles entre sí. Además, si se instala la cámara 6, necesariamente se debe instalar también la cámara 7.

Plantea un modelo matemático que permita decidir a los responsables del programa la instalación de mínimo coste que permita visualizar cualquiera de los sectores de la casa.

C_i → 1: se instala cámara i; → 0 : NO "

MIN $Z = 350 \cdot C_1 + 350 \cdot C_2 \cdots$

A $C_1 + C_4 \geq 1$
B $C_2 + C_4 + C_5 \geq 1$
⋮

$C_2 + C_5 \leq 1$
$C_6 \leq C_7$

Consideremos el caso en que debemos decidir si realizar o no una actividad (**xj**) cuyo coste tiene tanto una componente fija (Kj) como una componente variable (Cj·**xj**), es decir el coste de realizar la actividad al nivel **xj** viene dado por:

Coste (xj):	**0**	si **xj** = 0	**Modelo no lineal**
	Kj + Cj·xj	si **xj** > 0	

En este caso, nuevamente resulta de gran utilidad definir una variable binaria:

y_j=(0,1) : 1 → Si se realiza la actividad j
0 → Si no se realiza la actividad j

$K_j \cdot y_j + C_j \cdot x_j$

$x_j \leq y_j \cdot M_j$

(*) **Elaboración de un producto químico industrial.** Una pequeña empresa fabrica un determinado producto químico industrial y lo comercializa en cuatro formatos distintos. En la tabla siguiente se detalla qué cantidad de materia prima y de mano de obra requiere cada lote de cada uno de estos formatos.

	Formato 1	Formato 2	Formato 3	Formato 4
Materia prima (litros/lote)	10	10	20	20
Mano de obra (horas/lote)	5	4	3	1

Se dispone de un máximo de 2.000 litros de materia prima y de 500 horas de mano de obra, cada semana.

Los beneficios netos por ventas son los siguientes: 50, 60, 90 y 70 euros por cada lote de los formatos 1, 2, 3 y 4, respectivamente. Se supone que se puede vender todo lo que se fabrica.

Además, producir el formato 1 comporta un ingreso extra semanal de 1.000 euros, en concepto de subvenciones autonómicas (se trata de una cantidad FIJA por el hecho de producir ese formato, independientemente de la cantidad producida). En cambio, producir el formato 2 conlleva un COSTE FIJO semanal de 2.000 euros, necesarios para acondicionar la línea de producción (de nuevo, se trata de un coste en el que se incurriría semanalmente por el hecho de producir el formato 2, independientemente de la cantidad producida).

a) Formula un modelo LINEAL que ayude a la empresa a determinar cuál es el plan de producción que permitiría maximizar sus beneficios (ingresos – costes), respetando todas las condiciones enunciadas. Puede considerarse que los lotes de este producto son indivisibles.

Modifica el modelo planteado en el apartado (a) para que contemple las siguientes condiciones adicionales, sin que el modelo deje de ser lineal.

b) En el caso de producir el formato 3 (cualquier cantidad), deberá producirse también alguna cantidad del formato 4.

c) Para cualquier formato que se decida producir, la mínima cantidad deberá ser 10 lotes semanales.

d) En el caso de producir más de 20 lotes del formato 3, deberán producirse como mucho 15 lotes del formato 1, semanalmente.

MAX $Z = 50X_1 + 60X_2 + 90X_3 + 70X_4 + 1000\delta_1 - 2000\delta_2$

δ_i → Se produce formato i
X_i → l/lote de formato i

$\boxed{\text{For 1}}$ $m\delta_1 \leq X_1 \leq M\delta_1$
$\boxed{\text{For 2}}$ $m\delta_2 \leq X_2 \leq M\delta_2$

b) $\boxed{\begin{array}{l} m\delta_3 \leq X_3 \leq M\delta_3 \\ m\delta_4 \leq X_4 \leq M\delta_4 \end{array}}$ $\delta_3 \leq \delta_4$

Implicación entre restricciones

c) $10\delta_1 \leq X_1 \leq M\delta_1$
⋮

d) $X_3 > 20 \rightarrow X_1 \leq 15$

$A \rightarrow B \equiv \neg A \mid B$

$X_3 \leq 20$
$X_1 \leq 15$

$X_3 \leq 20 + MY$
$X_1 \leq 15 + M(1-Y)$