Estrutura de dados: Árvores

Professor: Me. Felipe Borges

Prof. Felipe Borges

Doutorando em Sistemas de Potência – UFMA – Brasil
Mestre em Sistemas de Potência – UFMA – Brasil
MBA em Qualidade e Produtividade – FAENE – Brasil
Graduado em Engenharia Elétrica – IFMA – Brasil
Graduado em Engenharia Elétrica – Fontys – Holanda
Técnico em Eletrotécnica – IFMA – Brasil

Projetos e Instalações Elétricas – Engenharia – Banco do Brasil
Desenvolvimento e Gestão de Projetos – Frencken Engineering BV

Estrutura de Dados (ED)

Definição: organização de dados e operações (algoritmos) que podem ser aplicados sobres esses dados como forma de apoio à solução de problemas. Podem ser utilizadas para representar tipos abstratos de dados em alguma linguagem de programação.

Exemplos de EDs:

- Pilhas
- Filas
- Listas lineares
- Árvores
- ...

Árvores

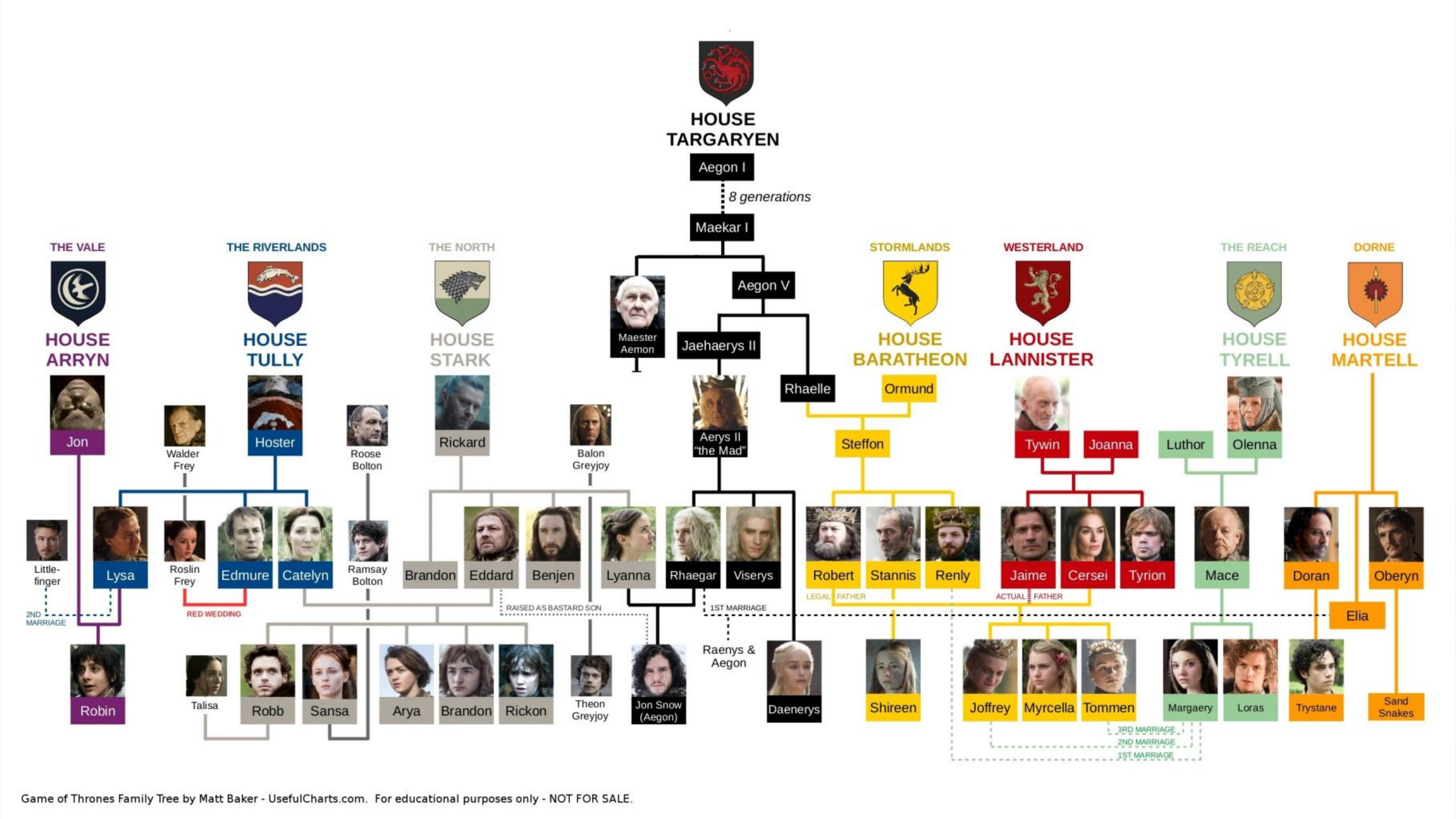
Estruturas não-lineares:

- Estrutura em grafos
- Estrutura em árvores

Estrutura em árvore: organização dos dados de forma não-linear, mantendo um relacionamento hierárquico entre os elementos.

Árvores: exemplo

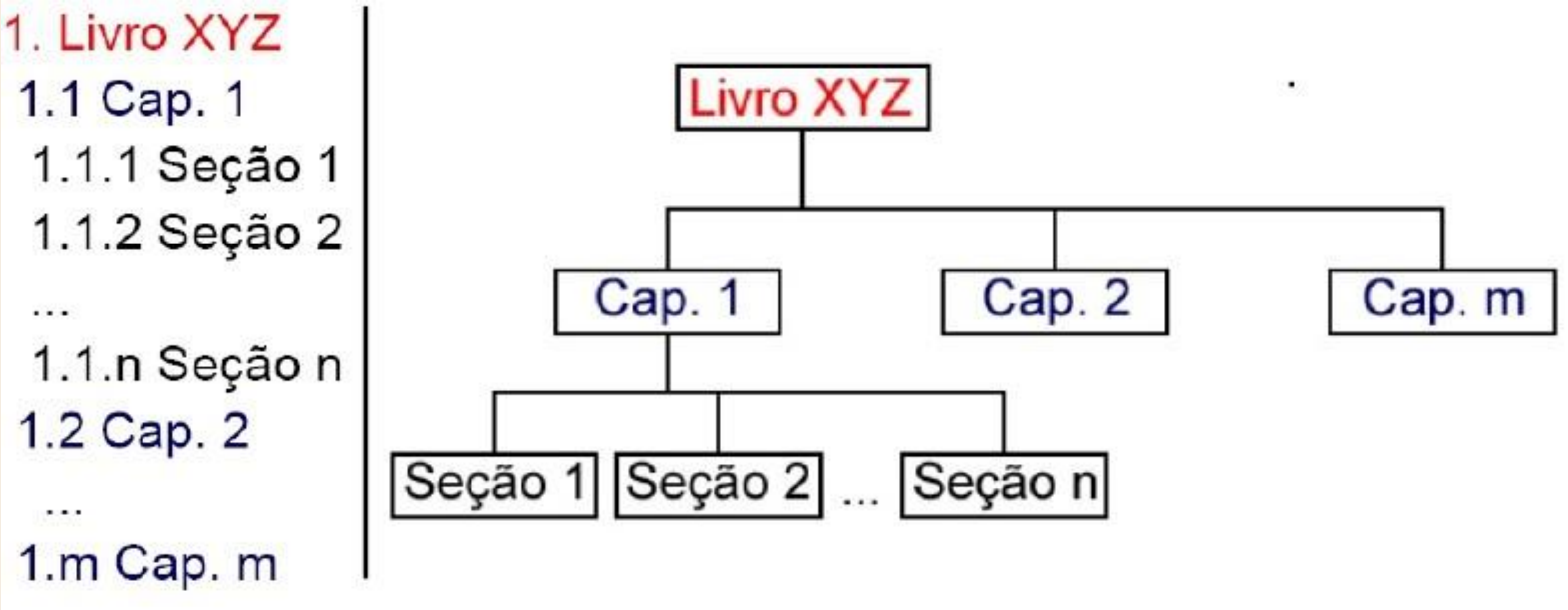
Árvore genealógica



Fonte> https://usefulcharts.com/blogs/charts/game-of-thrones-family-tree

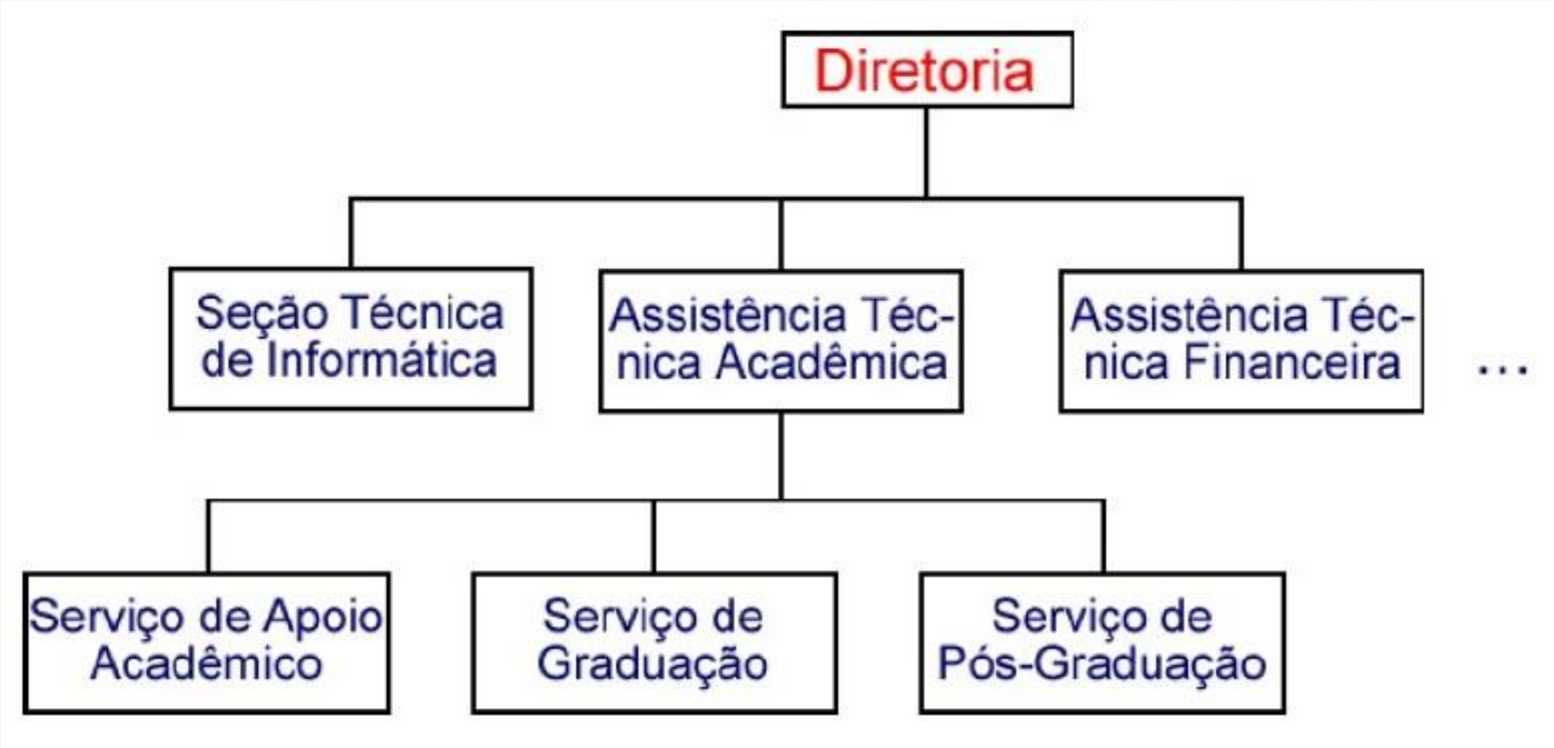
Árvores: exemplo

Organização de um livro

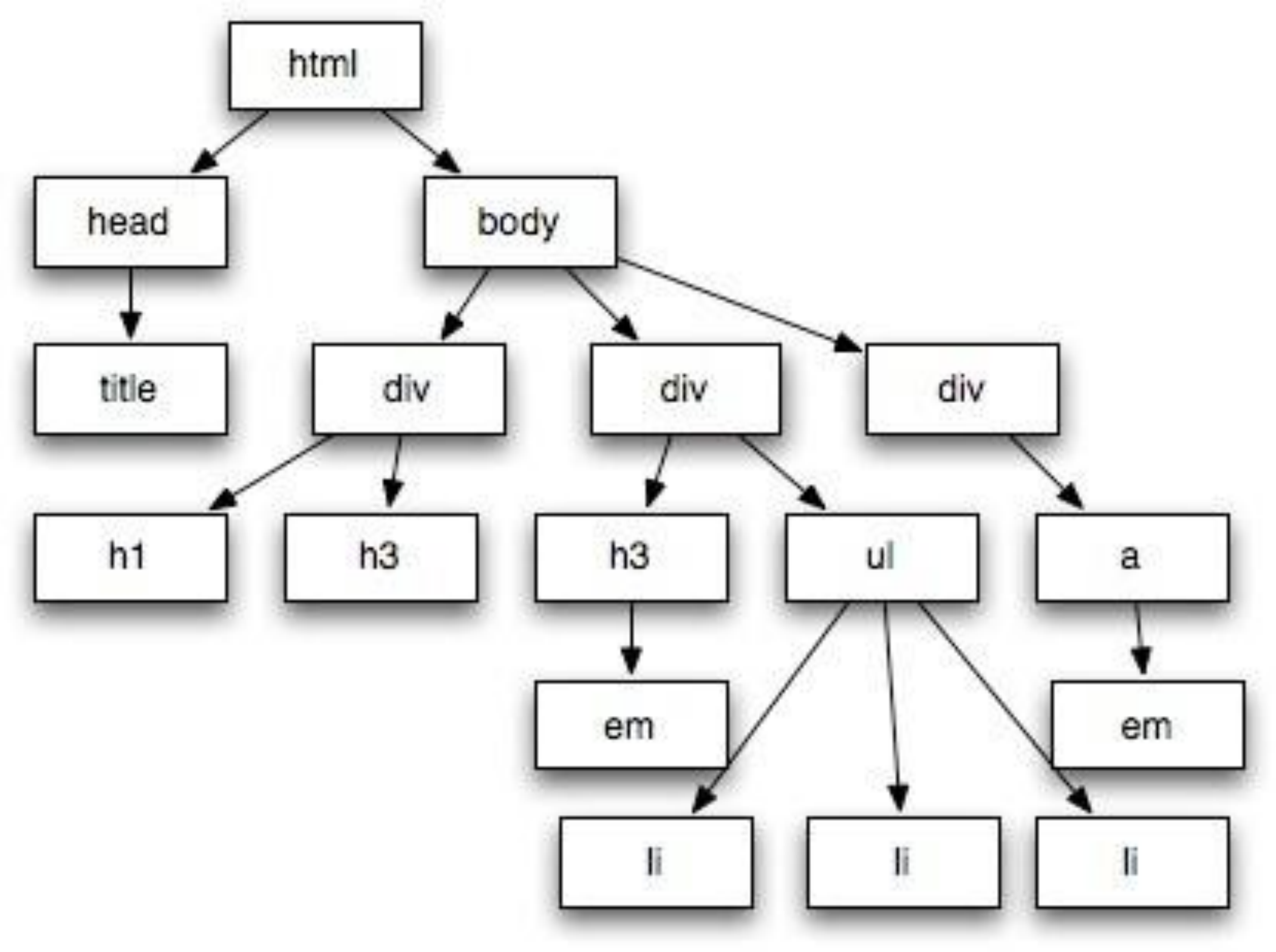


Árvores: exemplo

Organograma de um instituto acadêmico



Árvores: exemplo



Estrutura de um documento HTML

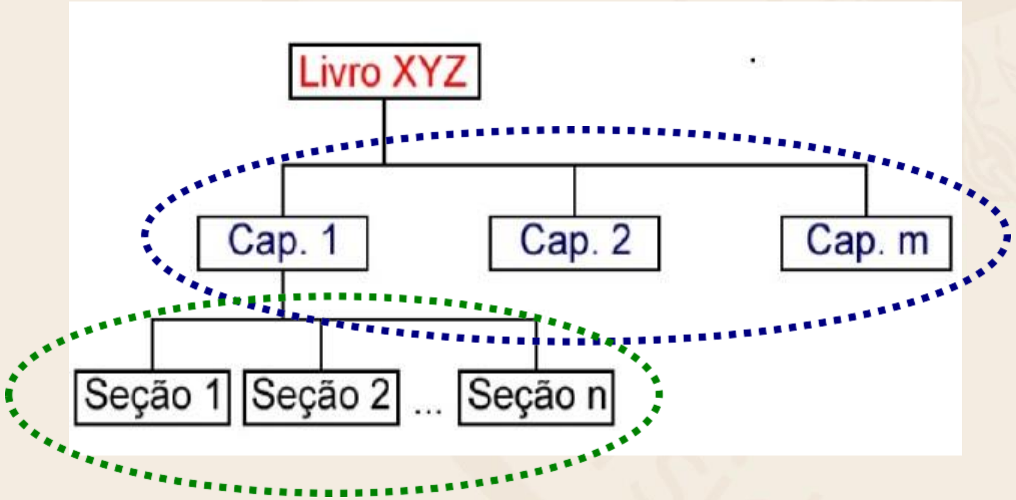
Árvores: vantagens

Conceitual: representa relacionamentos entre os dados

•Indica como os dados estão associados

Computacional: favorece a manipulação dos dados

- Facilita a extração de informação na estrutura
- Enfoque apenas nas regiões de interesse da estrutrura, ignorando as demais.



Perguntas:

1) Quais os capítulos de XYZ?
2)Quais as seções do Cap. 1?
3)...

Árvores: definição

Uma **árvore enraizada T**, ou simplesmente árvore, é um conjunto finito de elementos denominados nós ou vértices tais que:

- T = Ø, quando a árvore é dita vazia, ou
- T = {*r*} U {T_1} U {T_2} U {T_3} U … U {T_n}, com *n*>0

Nesta definição

- r é um nó especial chamado raiz
- Os demais nós são um conjunto vazio ou são conjuntos disjuntos não vazios T_1, T_2, T_3,...,T_n, chamados de subárvores de *r*, cada qual uma árvore.

Note a recursividade da definição.

Árvores: representação

Textualmente, uma sequência aninhada de “{“ e “}” pode ser utilizada para representar uma árvore.

As sequências de chaves representam as relações entre os nós da estutura; o rótulo de cada nó é inserido imediatamente à direita do “{” correspondente.

Exemplos:

T_a = {A}

T_b = {B,{A}}

T_c = {D,{E,{F}},{G,{H,{I}},{J,{K},{L}},{M}}}

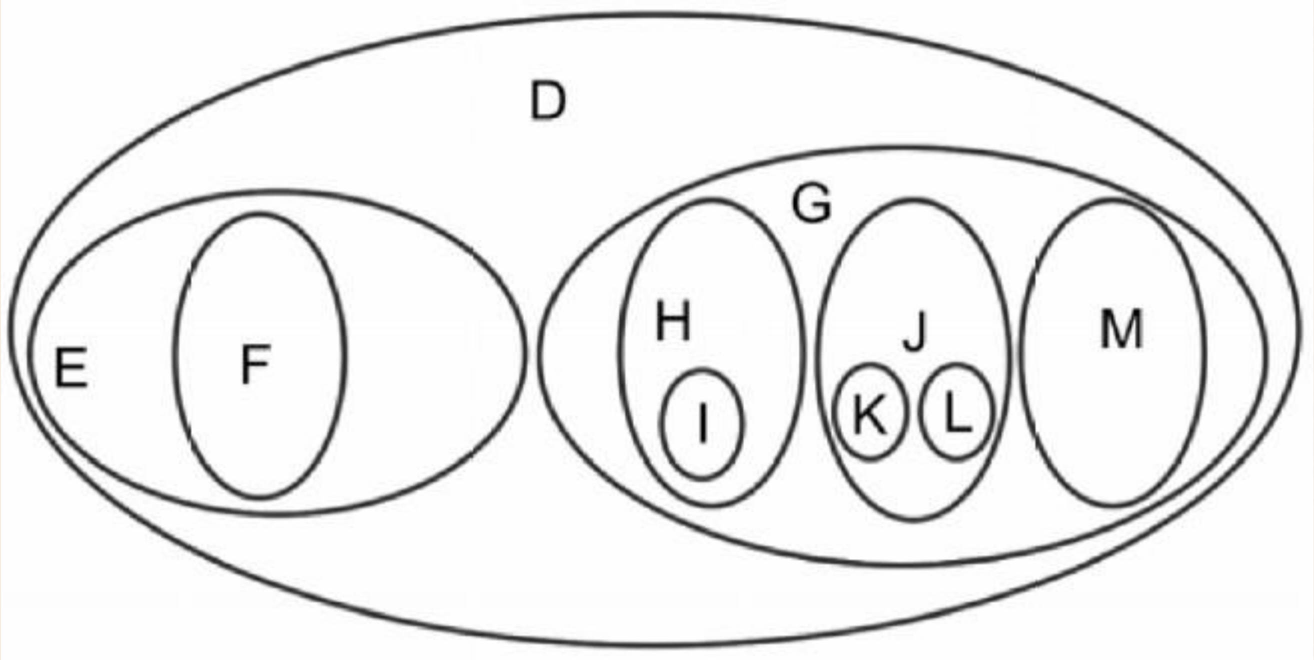
Árvores: representação

Graficamente, árvores podem ser representadas por:

- Conjuntos aninhados
- Identação
- Grafos

Árvores: representação

Conjuntos aninhados
T_c = {D,{E,{F}},{G,{H,{I}},{J,{K},{L}},{M}}}



Árvores: representação

Identação

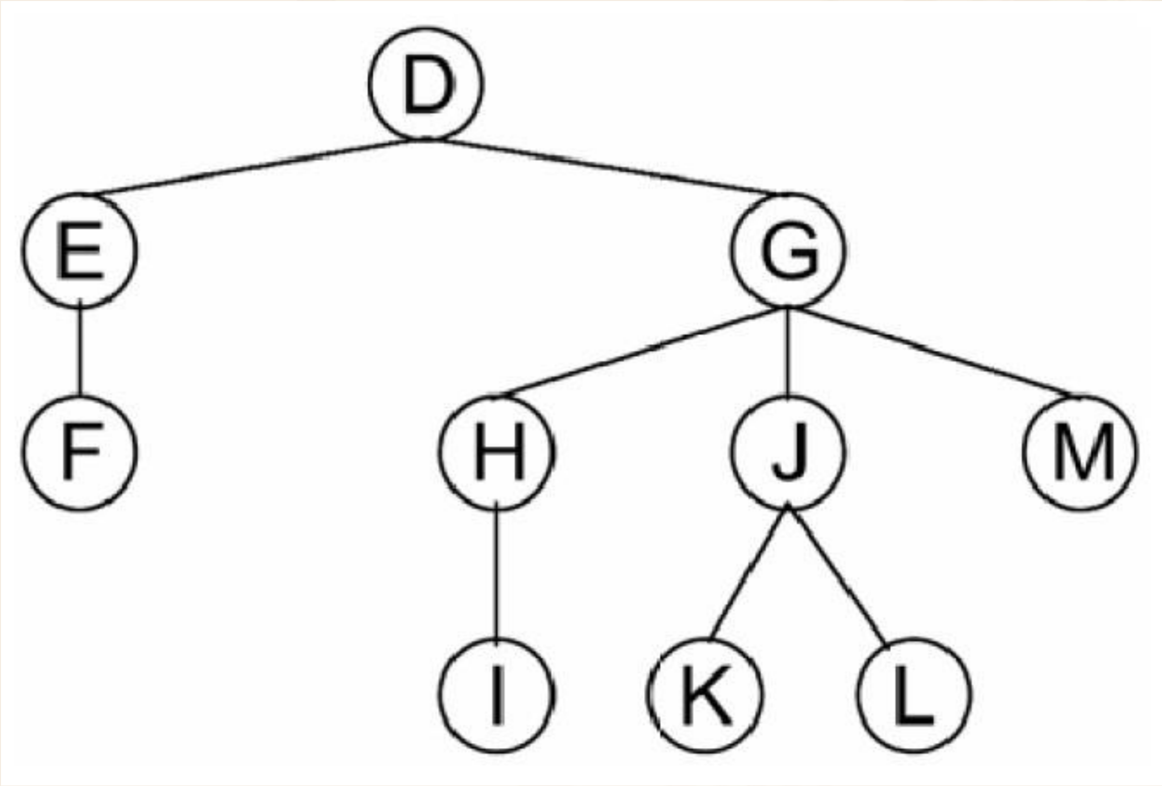
T_c = {D,{E,{F}},{G,{H,{I}},{J,{K},{L}},{M}}}

```
D
........E
....................F
........G
....................H
................................I
....................J
................................K
................................L
....................M
```

Árvores: representação

Grafo

Tc = {D,{E,{F}},{G,{H,{I}},{J,{K},{L}},{M}}}



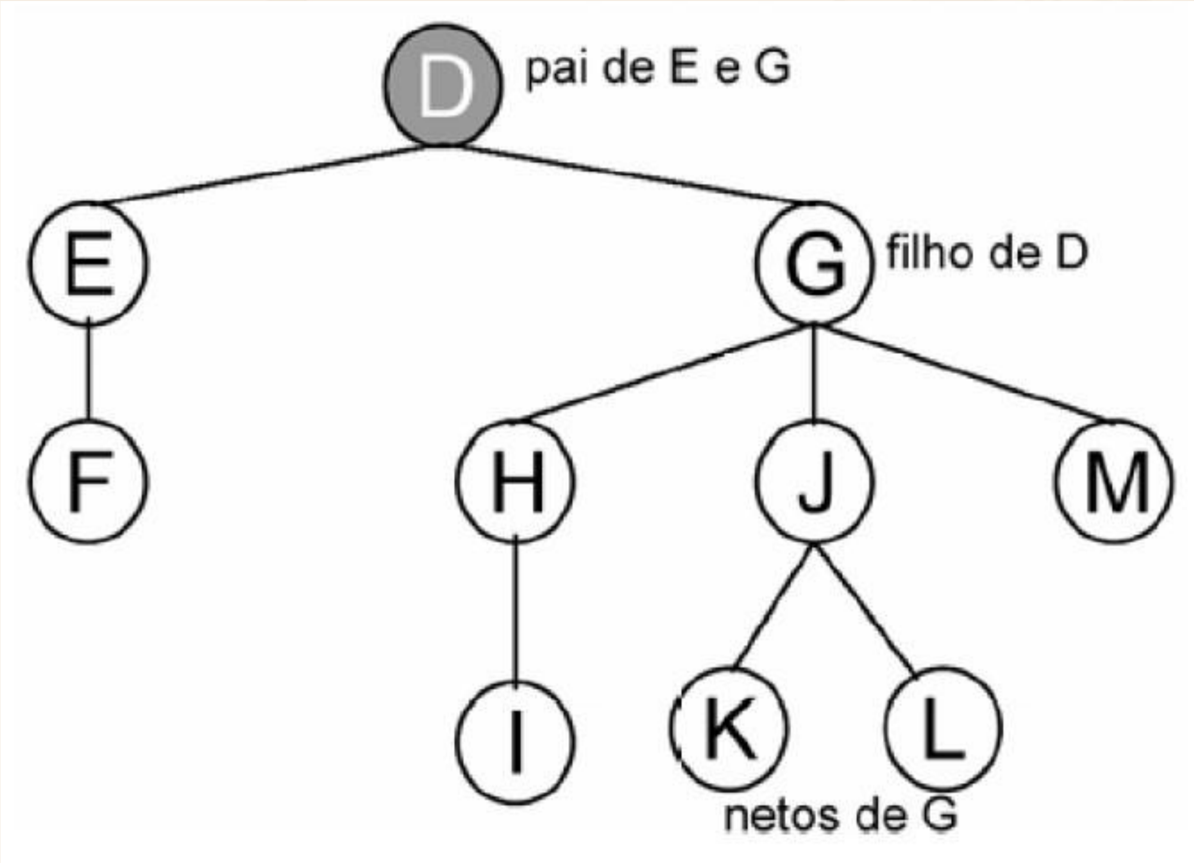
Árvores: terminologia

Dada uma árvore T com raiz r, tem-se as seguintes relações genealógicas:

- Os nós w_1, w_2,..., w_j das subárvores de r são chamados de **filhos** de r.
- O nó r é chamado de **pai** de w_1, w_2,..., w_j
- Os nós w_1, w_2,..., w_j são ditos **irmãos**
- Se o nó z é filho de w_1, então w_2 é **tio** de z e r é **avô** de z e z é **neto** de r.

Árvores: terminologia

Considerando a árvore T_c anteriormente definida:



Árvores: terminologia

Grau de saída, folha, descendente e ancestral

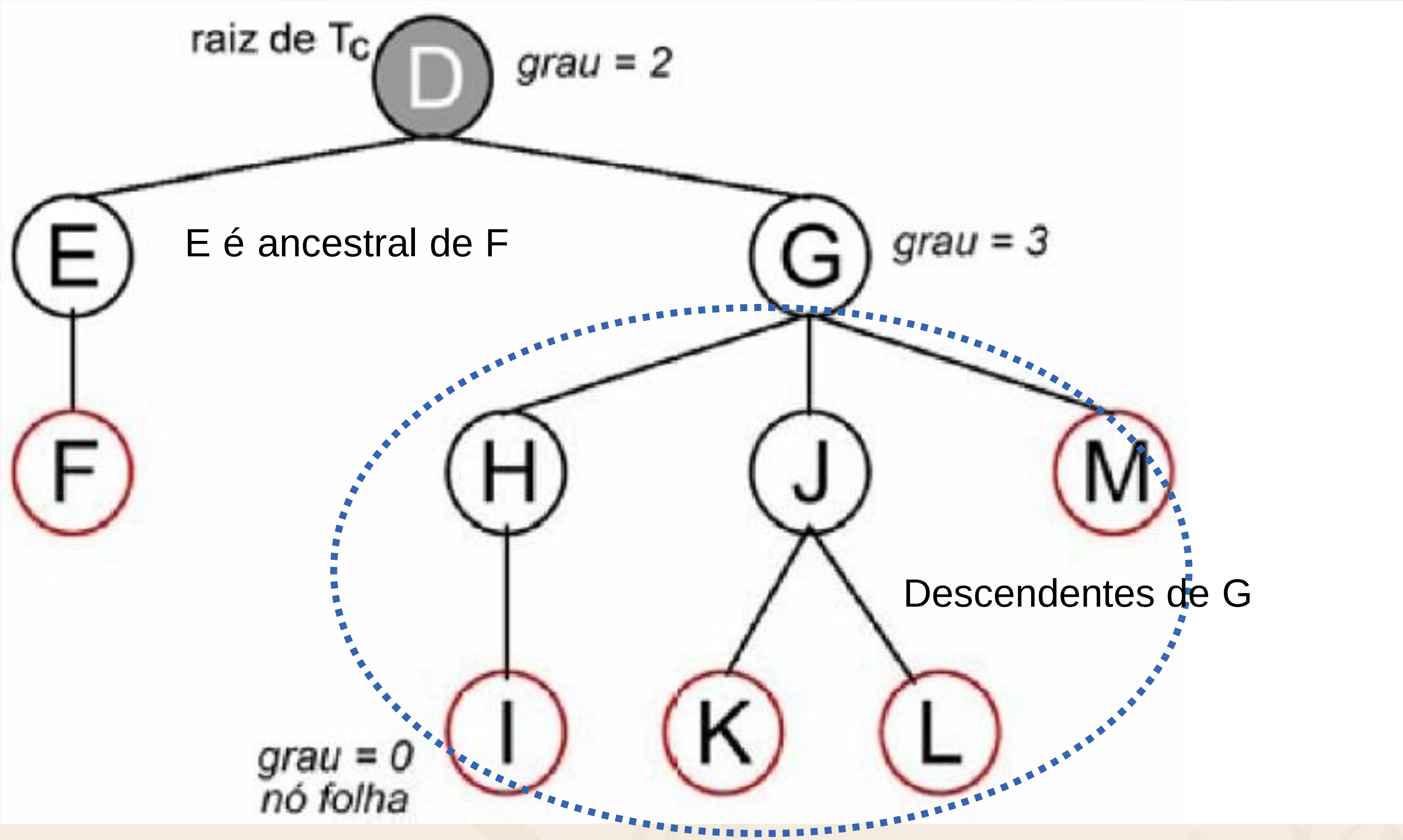
O número de filhos de um nó é chamado de grau desse nó

- O grau de uma árvore é o máximo entre os graus de seus nós
- Nós com grau zero são ditos folhas

Se o nó x pertence à subárvore do nó v, então x é descendente de v e v é ancestral de x

Árvores: terminologia

Considerando a árvore T_c anteriormente definida:



Árvores: terminologia

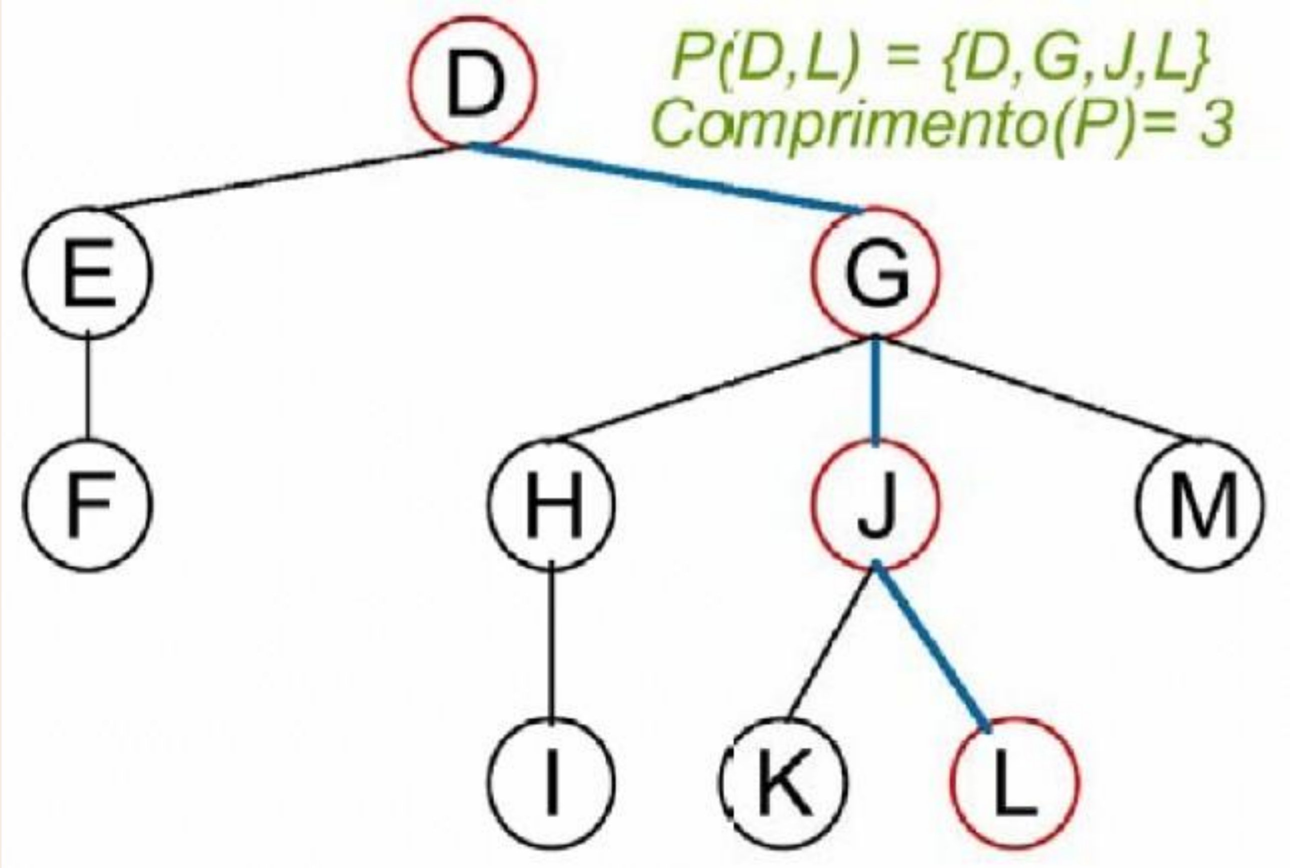
Caminho e comprimento do caminho

- Uma sequência de nós distintos w_1, w_2, ..., w_j, tal que existe sempre entre nós consecutivos a relação “é filho de” ou é “pai de”, é denominada um **caminho** na árvore: diz-se que w_1 alcança w_j e que w_j é alcançado por w_1.

- Um caminho de *k* vértices é obtido pela sequência de *k-1* pares; o valor *k-1* é o **comprimento do caminho**

Árvores: terminologia

Considerando a árvore T_c anteriormente definida:



Árvores: terminologia

Nível (ou profundidade) e altura de um nó e da árvore

O **nível** de um nó é o tamanho do caminho entre a raiz da árvore até esse nó

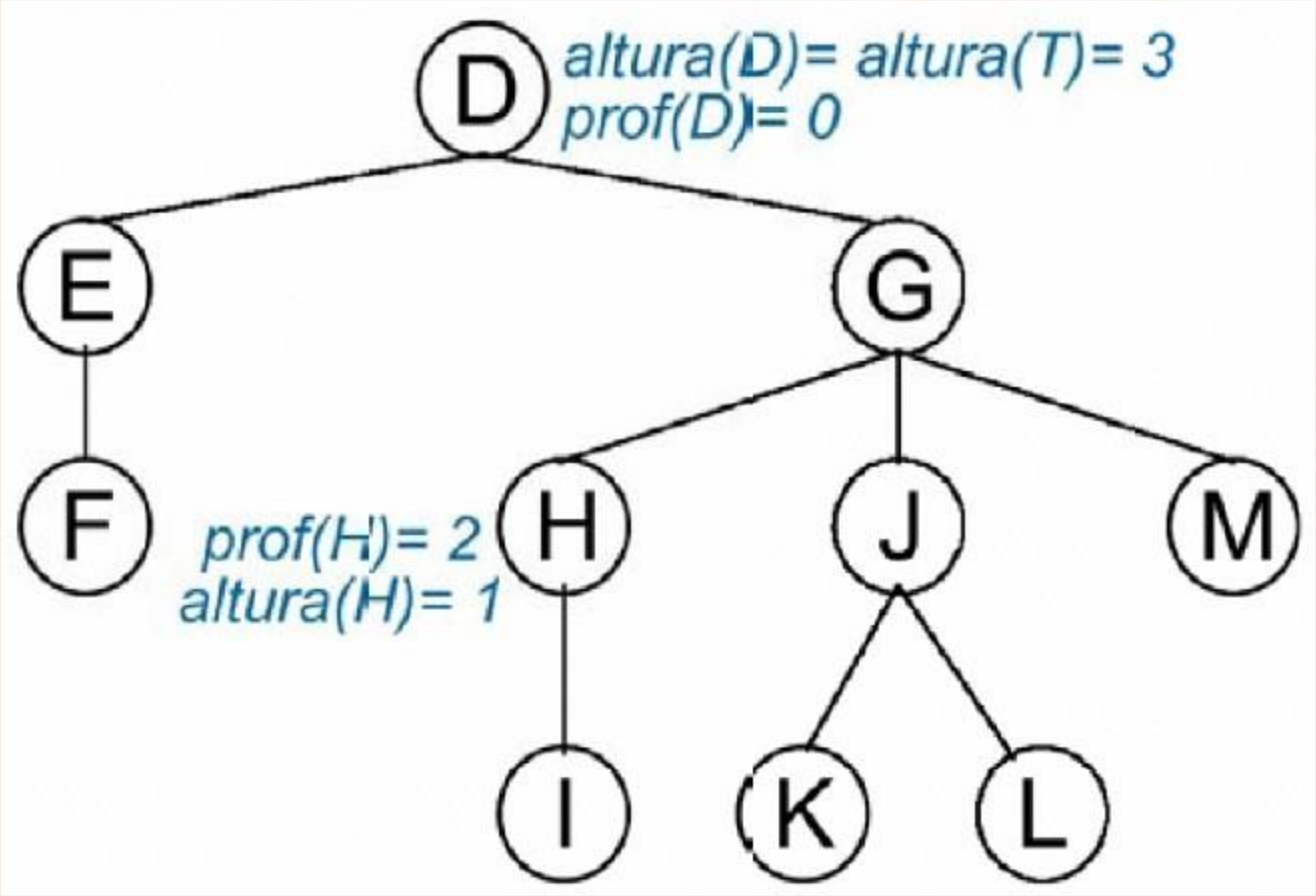
- A raiz tem nivel 0

A **altura** de um nó é o tamanho do maior caminho entre este nó e uma folha descendente desse nó

- As folhas tem altura 0
- A altura da raiz equivale à altura da árvore

Árvores: terminologia

Considerando a árvore T_c anteriormente definida:



Árvores: exercícios

Considere as seguintes árvores:

T_1 = {a,{b,{c,{d}},{e,{f},{g}}},{h,{i}}}
T_2 = {2,{1},{3}}
T_3 = {4,{2,{1},{3}},{6,{5},{7}}}

Pede-se que:

- Obtenha as representações por conjunto, identação e grafos das estruturas
- Encontre grau, altura e profundidade de cada nó
- Exercite os conceitos vistos na Seção Terminologia