

Prof. Felipe Borges

Doutorando em Sistemas de Potência – UFMA – Brasil Mestre em Sistemas de Potência – UFMA – Brasil MBA em Qualidade e Produtividade – FAENE – Brasil Graduado em Engenharia Elétrica – IFMA – Brasil Graduado em Engenharia Elétrica – Fontys – Holanda Técnico em Eletrotécnica – IFMA – Brasil

Projetos e Instalações Elétricas – Engenharia – Banco do Brasil Desenvolvimento e Gestão de Projetos – Frencken Engineering BV

Pilhas

Um dos conceitos mais úteis na ciência da computação é o de pilha.

Nesta aula, examinaremos essa simples estrutura de dados e verificaremos por que ela desempenha esse proeminente papel nas áreas de programação e de linguagens de programação.



Pilhas











Empilhar



Empilhar No topo



Empilhar No topo

Desempilhar



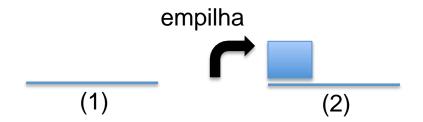
Empilhar

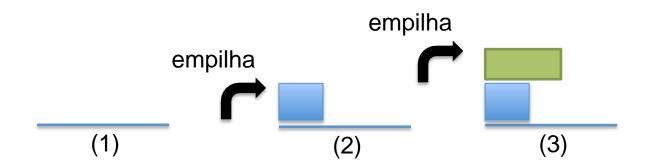
No topo

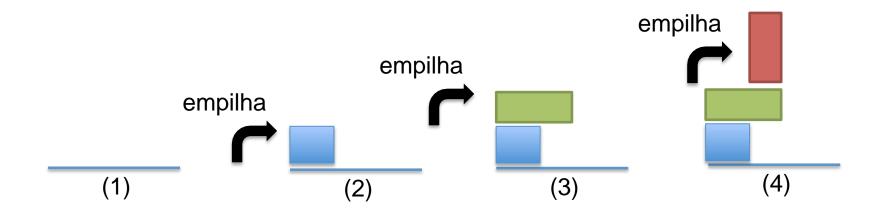
Desempilhar Do topo

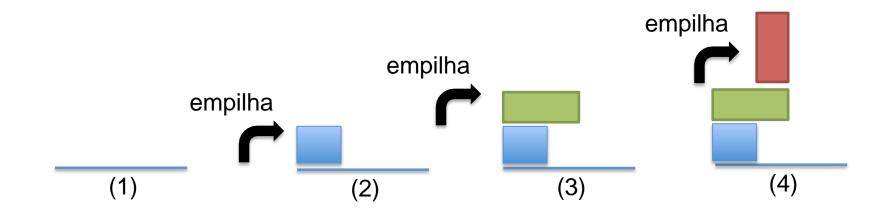


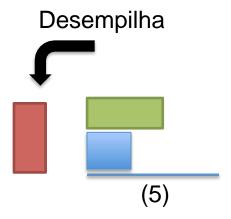
(1)

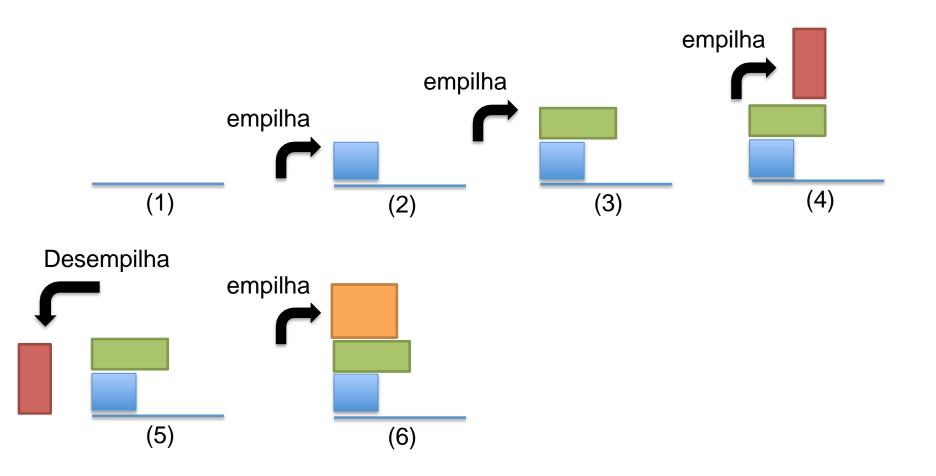


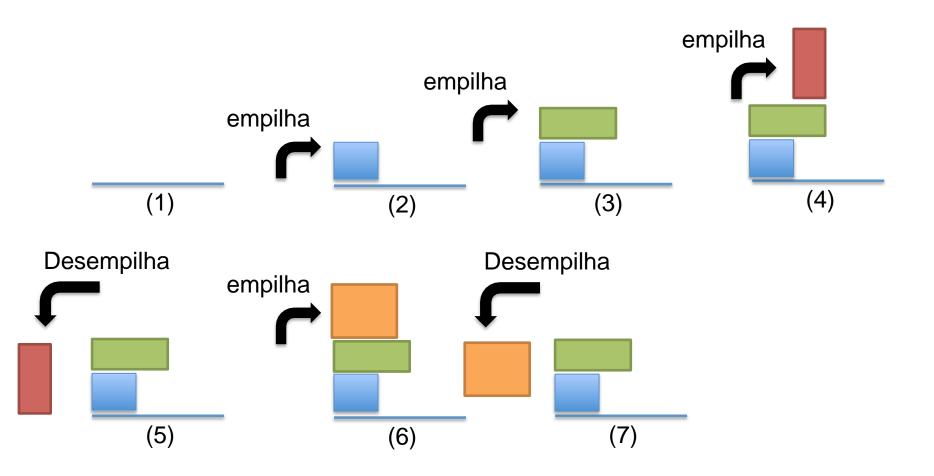


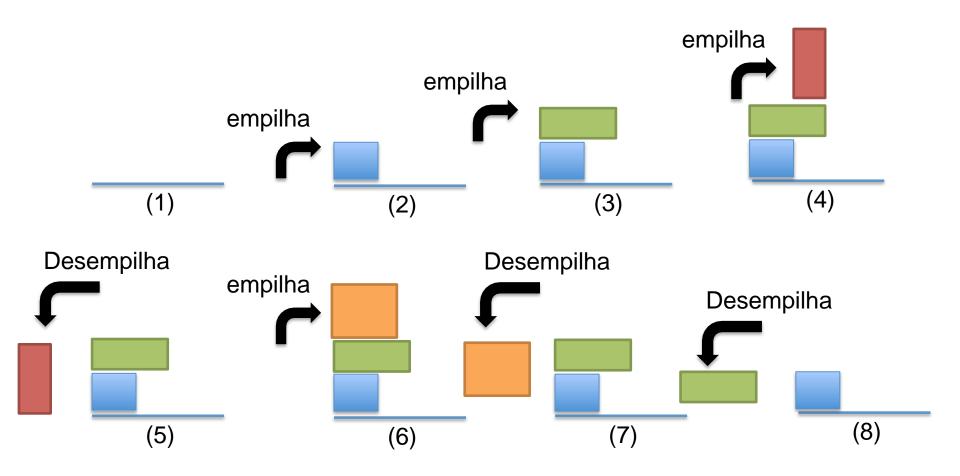










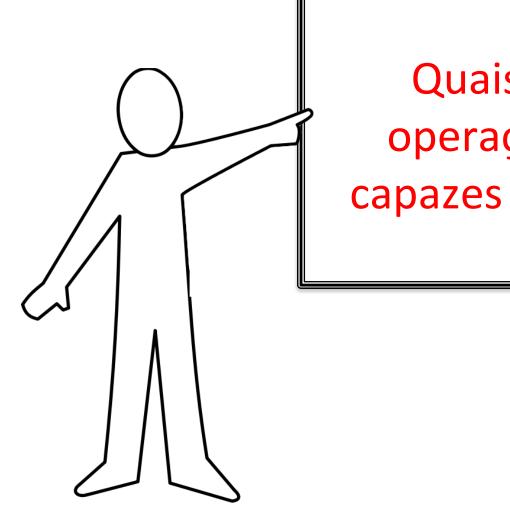


Conceito básico O primeiro que entra empilha é o último que sai. empilha **LIFO** (do inglês, Last In First Out) (4) (3)(2)Desempilha Desempilha empilha Desempilha (8)(5) (7)(6)

O Tipo Abstrato Pilha

O Tipo Abstrato Pilha

Ou seja, as operações que descrevem o comportamento da Pilha.



Quais seriam estas operações, vocês são capazes de enumerá--las?

2. Desempilhar

2. Desempilhar

3. Verificar o valor do topo

2. Desempilhar

3. Verificar o valor do topo

4. Verificar se a pilha está vazia

2. Desempilhar

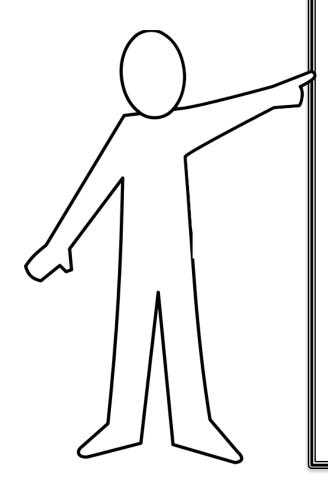
- 3. Verificar o valor do topo
 - 4. Verificar se a pilha está vazia
- 5. Cria uma Pilha

TAD: Pilha

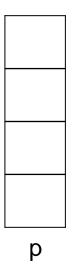
Significado das operações (P sendo uma pilha e x um elemento)

- cria_pilha () Inicializa uma pilha, retornando uma dada pilha P
- 2. empilha(P,x) Acrescenta o elemento x no topo da pilha P (o tamanho de P aumenta)
- 3. desempilha (P) Remove e retorna o elemento no topo da pilha (o tamanho de P diminui)
- 4. pilha_vazia (P) Verifica se a pilha está vazia (ou seja, não possui nenhum elemento)
- 5. topo (P) Retorna o valor que está no topo da pilha

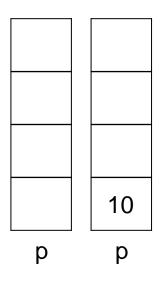
Qual será o estado final da pilha após estas operações ?



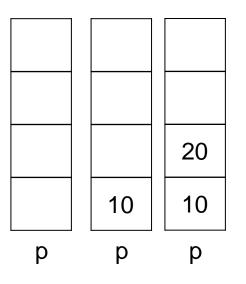
```
p = cria pilha()
empilha (p, 10)
empilha (p, 20)
empilha (p, 30)
desempilha (p)
empilha (p,50)
desempilha (p)
desempilha (p)
empilha (p, 90)
```

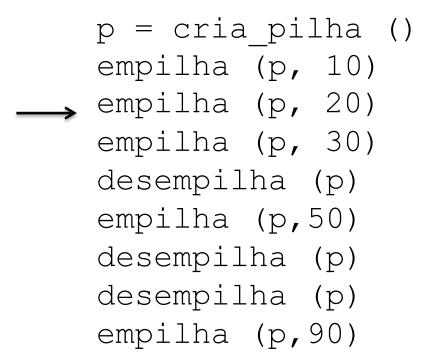


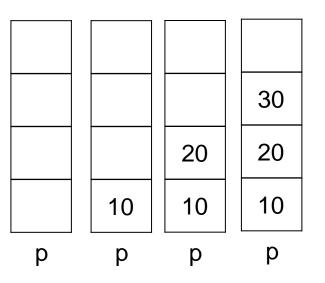
```
\longrightarrow p = cria pilha ()
    empilha (p, 10)
    empilha (p, 20)
    empilha (p, 30)
    desempilha (p)
    empilha (p, 50)
    desempilha (p)
    desempilha (p)
    empilha (p,90)
```



```
p = cria pilha ()
\rightarrow empilha (p, 10)
  empilha (p, 20)
  empilha (p, 30)
  desempilha (p)
  empilha (p,50)
  desempilha (p)
  desempilha (p)
  empilha (p,90)
```

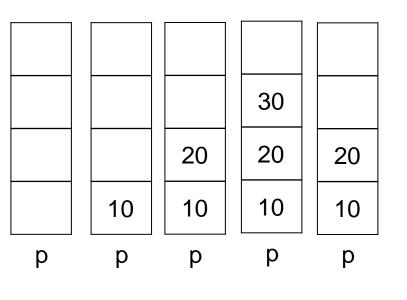






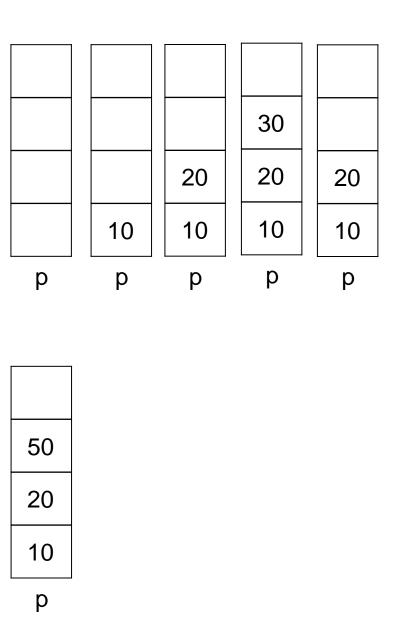
```
p = cria_pilha ()
empilha (p, 10)
empilha (p, 20)

empilha (p, 30)
desempilha (p)
empilha (p, 50)
desempilha (p)
desempilha (p)
empilha (p, 90)
```

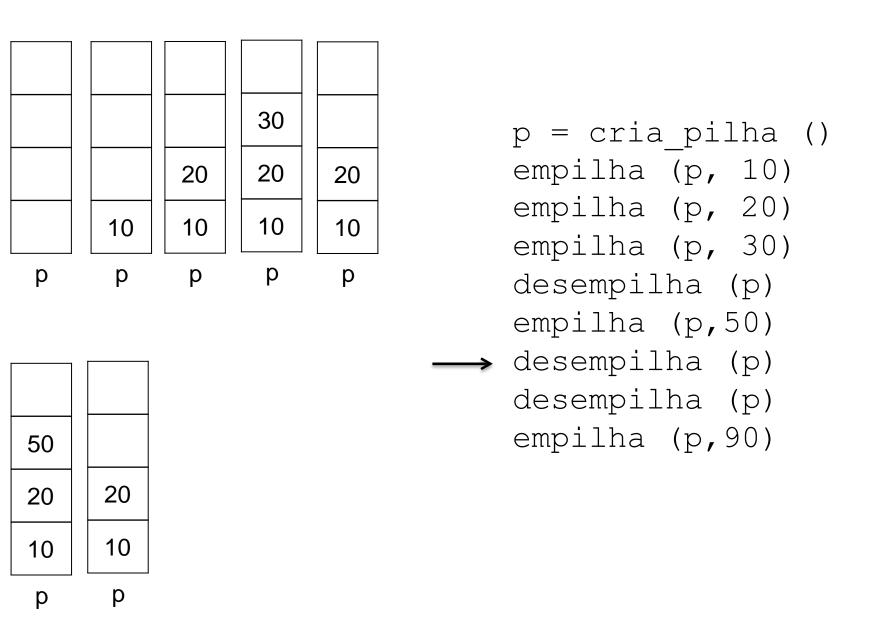


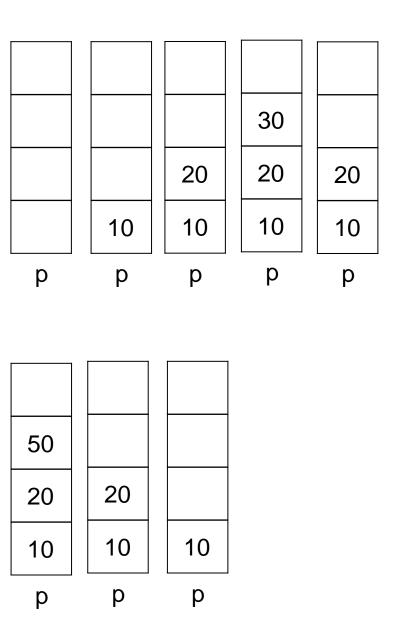
```
p = cria_pilha ()
empilha (p, 10)
empilha (p, 20)
empilha (p, 30)

→ desempilha (p)
empilha (p, 50)
desempilha (p)
desempilha (p)
empilha (p, 90)
```

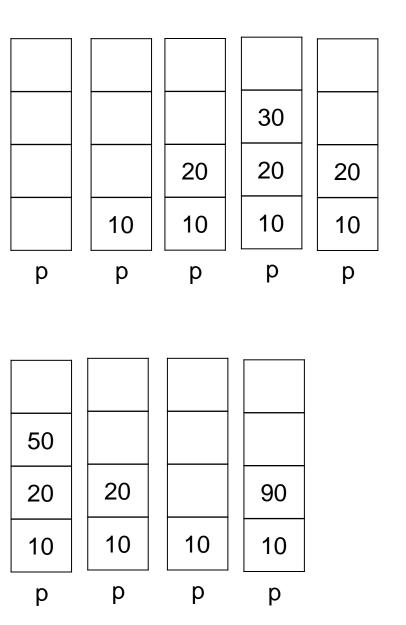


```
p = cria pilha ()
 empilha (p, 10)
 empilha (p, 20)
 empilha (p, 30)
 desempilha (p)
→ empilha (p,50)
 desempilha (p)
 desempilha (p)
 empilha (p,90)
```

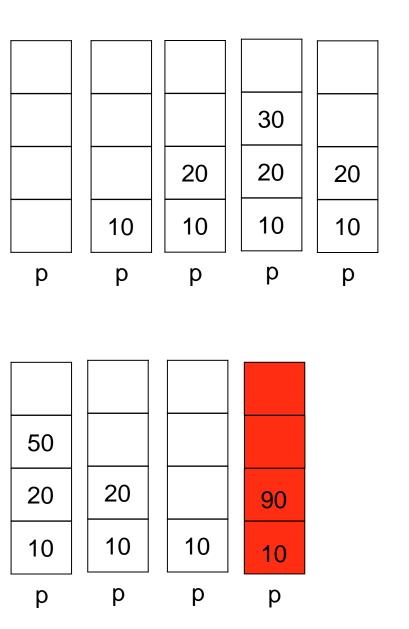




```
p = cria pilha ()
empilha (p, 10)
empilha (p, 20)
empilha (p, 30)
desempilha (p)
empilha (p,50)
desempilha (p)
desempilha (p)
empilha (p,90)
```

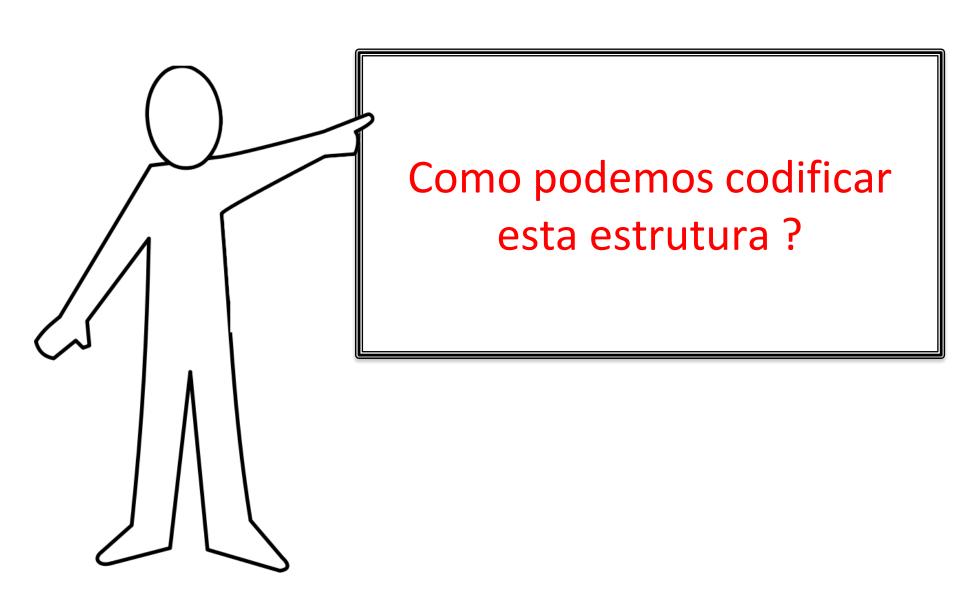


```
p = cria pilha ()
empilha (p, 10)
empilha (p, 20)
empilha (p, 30)
desempilha (p)
empilha (p,50)
desempilha (p)
desempilha (p)
empilha (p,90)
```



```
p = cria pilha ()
empilha (p, 10)
empilha (p, 20)
empilha (p, 30)
desempilha (p)
empilha (p,50)
desempilha (p)
desempilha (p)
empilha (p,90)
```







TAD: Pilha

• Uma possibilidade é usar vetores, dados que estes permitem armazenar uma coleção de dados.

TAD: Pilha

 Uma possibilidade é usar vetores, dados que estes permitem armazenar uma coleção de dados.

 Uma pilha que usa vetor como estrutura básica é chamada de pilha estática.

TAD: Pilha

 Uma possibilidade é usar vetores, dados que estes permitem armazenar uma coleção de dados.

- Uma pilha que usa vetor como estrutura básica é chamada de pilha estática.
- Na Unidade II, veremos como codificar uma pilha dinâmica usando listas encadeadas.

- Antes de prosseguir, pause a aula e tentem rascunhar em papel como seria as operações:
 - Empilha e
 - Desempilha

- Ao usar um vetor como estrutura para a nossa pilha precisamos:
 - Saber em qual posição do vetor o elemento deve ser empilhado.
 - Saber quando a pilha encheu, ou seja, precisaremos de uma operação que verifica se a pilha encheu.

O que vamos precisar para codificar a nossa pilha?

O que vamos precisar para codificar a nossa pilha?

Registros

O que vamos precisar para codificar a nossa pilha?

Registros

Funções

O que vamos precisar para codificar a nossa pilha?

Registros

Funções

Ponteiros

O que vamos precisar para codificar a nossa pilha?

Registros

Funções

Ponteiros

Alocação Dinâmica

Dica: Caso necessário revisem estes conceitos usando o material de Linguagem de Programação I

recisar para codificar a nossa pilha?

Funções

Ponteiros

Alocação Dinâmica

Criando o tipo de dado Pilha ...

```
typedef struct
 Pilha;
```

Esta é a sintaxe básica para criar qualquer tipo de dado. Mas o que uma pilha irá ter?

Criando o tipo de dado Pilha ...

```
typedef struct {
  int v[10];
} Pilha;
```

Um vetor *v* com um dado tamanho para armazenar os dados.

Criando o tipo de dado Pilha ...

```
#define MAX 10
typedef struct {
   int v[MAX];
} Pilha;
```

Porém, usamos uma constante para definir o tamanho do vetor. Por que?

Criando o tipo de dado Pilha ...

```
#define MAX 10
typedef struct
    int v[MAX];
    int topo;
 Pilha;
```

Precisamos ainda saber em qual posição inserir, para isso usamos o atributo topo

APLICAÇÕES

Aplicações

- Como o uso das pilhas é possivel simplificar diversos algoritmos.
 - O próprio sistema operacional utiliza pilha para tratar as chamadas a funções.
 - Uma outra aplicação comum é na avaliação de expressões e de parênteses.

 Palíndromos são palavras ou frases que são iguais quando lidas de frente para trás

• Exemplos:

ANA

ARARA

ROTOR

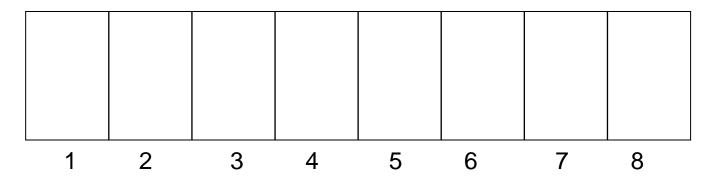
SOCORRAM ME SUBI NO ONIBUS EM MARROCOS (não considerando os espaços em branco)

Algoritmo

- 1. Empilhe n/2 letras
- 2. Descarta letra central se houver
- 3. Repita
 - 1. Compare o topo da pilha com a proxima letra
 - 2. Se são iguais entao Desempilhe
 - 3. Senao Não é um palíndromo
- 4. Se no final a pilha está vazia entao a palavra é um palíndromo

Topo =0

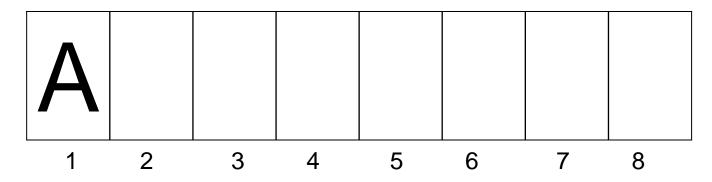




61

Topo =1

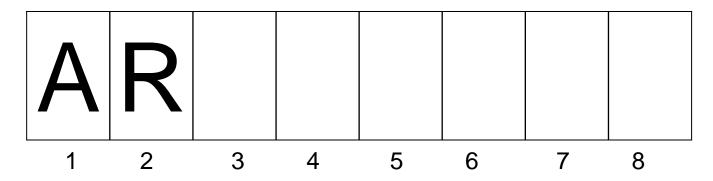
Base =1



Empilha letra 1

Topo =2

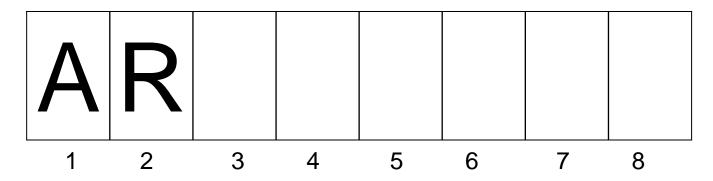
Base =1



Empilha letra 2

Topo =2

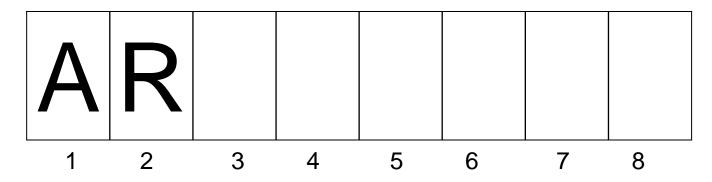
Base =1



Descarta letra central

Topo =2

Base =1

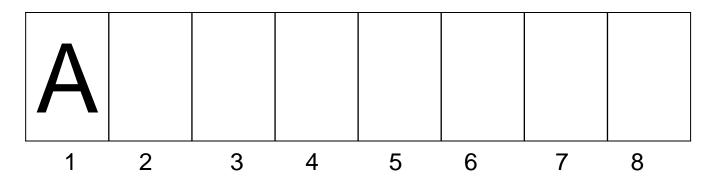


Comparar topo com próxima letra

ARARA

Topo =1

Base =1

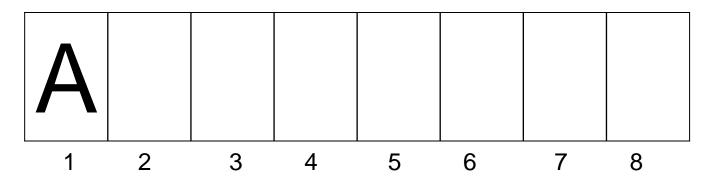


Se são iguais então desempilhe

ARARA

Topo =1

Base =1

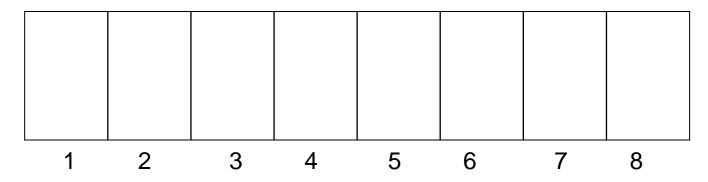


Comparar topo com próxima letra

ARARA

Topo =1

Base =1

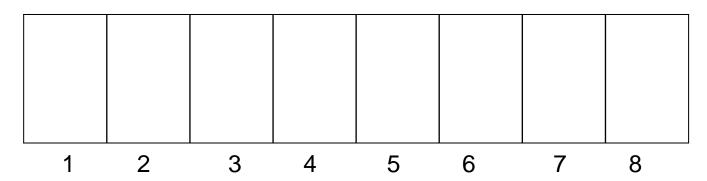


Se são iguais então desempilhe

ARARA

Topo =1

Base =1



Se no final a pilha está vazia então é um palíndromo

Outros exemplos

 Pilhas podem ser utilizadas para verificar se os parênteses em uma expressão está balanceado.

Exemplo:

((3+4+(4*9) ERRO: Faltam dois parênteses fechando!

Como?

Outros exemplos

 Pilhas podem ser utilizadas para verificar se os parênteses em uma expressão está balanceado.

Exemplo:

((3+4+(4*9) ERRO: Faltam dois parênteses fechando!

Como?

Para cada carácter da expressão faça

- 1. Se encontrou um "(" empilha
- 2. Se encontrou um ")" então
 - 1. Se a pilha estiver vazia: expressão invalida
 - 2. Caso contrario desempilhe
- 3. Se no final pilha estiver vazia, expressão válida.

Notação Infixa - Avaliação

Operadores entre operandos.

$$4 + 6 * 8$$

Como decidir quais operadores são avaliados primeiros ?

- Abordagem usual é usar as mesmas regras da matemática.
- Caso a precedênciaseja a mesma, avalia-se da esquerda para direita
- Parenteses tem precedência sobre todos operadores.

Notação Polonesa

É fácil observar que devido a estas regras, o algoritmo para avaliar expressões na notação infixa não é muito trivial.

O matemático polonês Jan Łukasiewicz criou uma notação em torno de 1920 que elimina a necessidade de regras.

Ficou sendo conhecida como notação polonesa.

Não é muito usado na matemática convencional, mas muito usado nas ciências da computação devido sua simplicidade.

Avaliação de expressões - Notações

Infixa: A + (B*C) / D

Posfixa (polonesa reversa): ABC*+D/

Préfixa (polonesa): +A/*BCD

Avaliação de expressões - Notações

Infixa: A + (B*C) / D

Posfixa (polonesa reversa): A B C * + D

Préfixa (polonesa): +A/*BCD

Exemplos de uso da notação polonesa





Linguagens:

Scheme e Lisp

Algoritmo de avaliação de expressão na notação pos-fixa.

Notação Posfixa

A avaliação de expressões nesta notação é a mais simples. Percorrendo uma expressão da esquerda para direita, sabemos que ele deve operar os dois últimos valores encontrados (considerando que os operadores são binários, por exemplo os aritméticos).

Notação posfixa

Considerem a seguinte expressão 7 3 + 5 *.

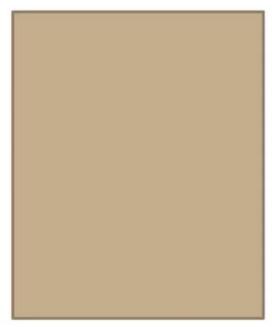
Expressão	Elemento	Ação	Pilha
73+5*			P:[]
3+5*	7	Empilhar	P:[7]
+5*	3	Empilhar	P:[3,7]
5*		Desempilha 3 Desempilha 7 Empilha 3+7	P:[7] P:[] P:[10]
*	5	Empilhar	P:[5,10]
		Desempilha 5 Desempilha 10 Empilha 5*10	P:[10] P:[] P:[50]

Se a pilha tiver mais de um elemento, erro, caso contrário retorna o único valor da pilha.

Referências Bibliográficas

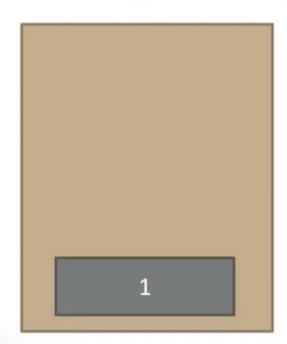
- AARON, Tanenbaun. Estruturas de Dados usando C.
 São Paulo: Makron Books, 1995.
- PEREIRA, Silvio. Estruturas de Dados Fundamentais.
 São Paulo: Editora Erica, 1996.
- VELOSO, Paulo et al. **Estruturas de Dados**. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1983.

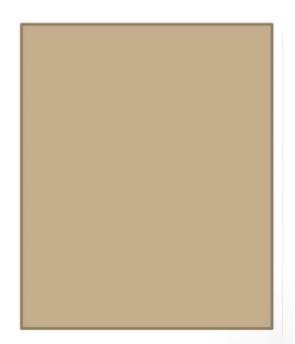
- Representa um tipo de estrutura onde novos elementos são empilhados sobre os antigos
 - Similar a uma pilha de livros
 - LIFO Last In, First Out
 - O último a entrar é o primeiro a sair



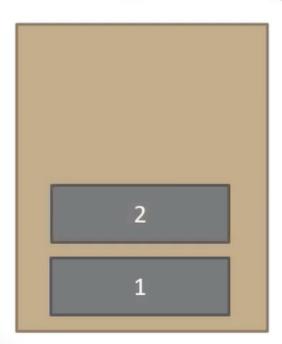
 Representa um tipo de estrutura onde novos elementos são empilhados sobre os antigos

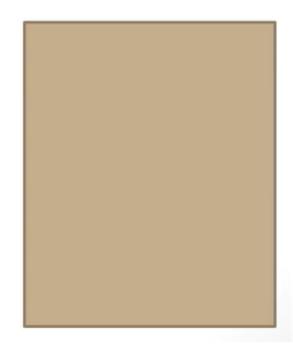
- Similar a uma pilha de livros
- LIFO Last In, First Out
 - O último a entrar é o primeiro a sair



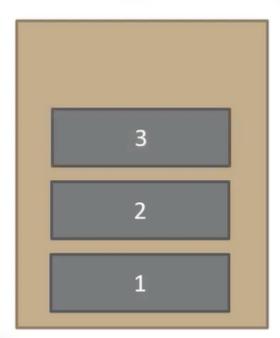


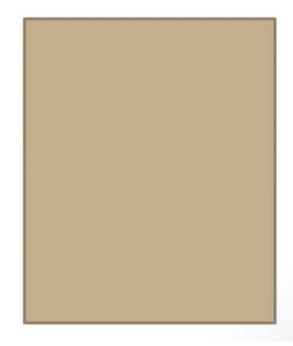
- Representa um tipo de estrutura onde novos elementos são empilhados sobre os antigos
 - Similar a uma pilha de livros
 - LIFO Last In, First Out
 - O último a entrar é o primeiro a sair



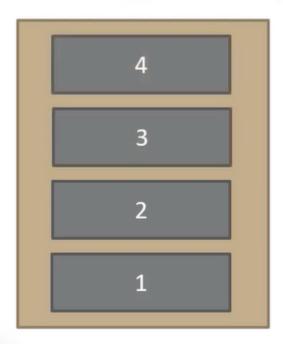


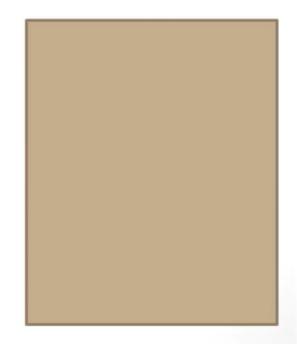
- Representa um tipo de estrutura onde novos elementos são empilhados sobre os antigos
 - Similar a uma pilha de livros
 - LIFO Last In, First Out
 - O último a entrar é o primeiro a sair



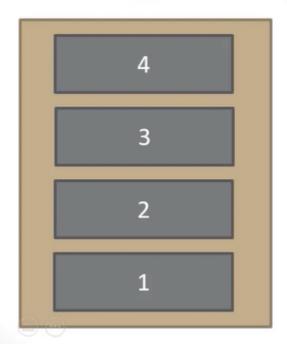


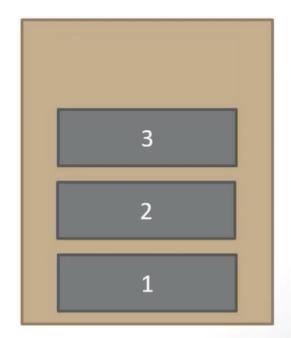
- Representa um tipo de estrutura onde novos elementos são empilhados sobre os antigos
 - Similar a uma pilha de livros
 - LIFO Last In, First Out
 - O último a entrar é o primeiro a sair



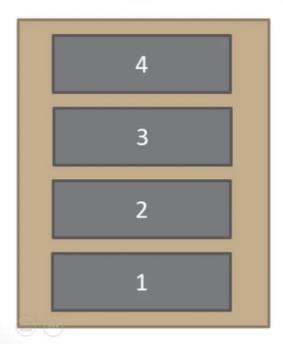


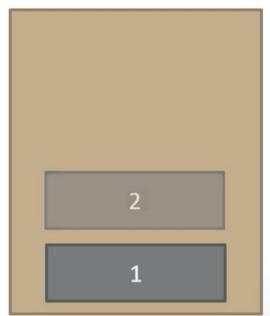
- Representa um tipo de estrutura onde novos elementos são empilhados sobre os antigos
 - Similar a uma pilha de livros
 - LIFO Last In, First Out
 - O último a entrar é o primeiro a sair



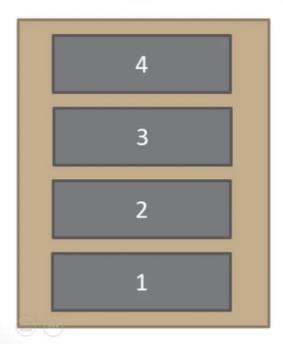


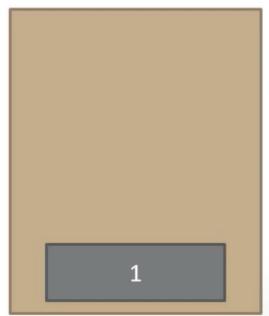
- Representa um tipo de estrutura onde novos elementos são empilhados sobre os antigos
 - Similar a uma pilha de livros
 - LIFO Last In, First Out
 - O último a entrar é o primeiro a sair





- Representa um tipo de estrutura onde novos elementos são empilhados sobre os antigos
 - Similar a uma pilha de livros
 - LIFO Last In, First Out
 - O último a entrar é o primeiro a sair





- Características
 - Número de elementos n
 - Máximo número de elementos que cabe na pilha
 - Topo topo
 - Posição onde um novo elemento entrará
- Operações
 - Empilhar
 - Adiciona um novo elemento ao topo
 - Incrementa o topo
 - Stack overflow (pilha cheia) se topo = n
 - Desempilhar
 - Remover um elemento
 - Decrementa o topo
 - Stack empty (pilha vazia) se topo = 0



4

3

2

1

- Pode ser implementada com vetor
- Variáveis de controle da pilha
 - Número de elementos n
 - Máximo número de elementos que cabe na pilha
 - Topo topo
 - Posição onde um novo elemento entrará

Aplicações

- Controle de fluxo de programas
- Quando o usuário chama uma função em um programa
 - O sistema operacional adiciona a uma pilha (stack) a posição da memória de código onde o programa estava no momento da chamada da função
 - O controle de programa salta para uma posição na memória de código onde inicia o código da função
 - Após a função terminar (return), o sistema operacional verifica na pilha a posição da memória de código onde o programa deve continuar
- Stack overflow
 - Ocorre quando o usuário chama muitas vezes uma função dentro de outra, a ponto da pilha encher e o programa não mais conseguir retornar
 - Pode ocorrer em microcontroladores e outros sistemas que possuem pouca memória, onde a pilha é pequena – limite de chamadas

```
int pilha[20];
                    // cria uma vetor de 20 elementos
int topo = 0;
                    // define onde esta o topo da pilha
// empilha um elemento
pilha[topo] = 25;
topo++;
                               topo = 1
                                           25
    topo = 0
```

Um exemplo de struct para uma pilha

```
typedef struct {
     int pilha[4]; // tamanho da pilha
     int topo;
  Pilha;
            topo = 0
```

- Faça um programa que implemente uma pilha de 20 elementos do tipo inteiro utilizando struct
 - Implemente um método que empilhe um novo inteiro
 - O método deve enviar uma mensagem se a pilha estiver cheia
 - void empilha(int valor, Pilha *pilha);
 - Implemente um método que desempilhe
 - O método deve exibir uma mensagem se a pilha estiver vazia
 - void desempilha(Pilha *pilha);
 - Implemente um método que retorne 1 se a pilha está cheia e 0 se não
 - int isCheia(Pilha *pilha);
 - Implemente um método que retorne 1 se a pilha está vazia e 0 se não
 - int isVazia(Pilha *pilha);
- Porque nos métodos deve ser passado como parâmetro um ponteiro para a pilha, e não a pilha diretamente?

 Faça um programa que implemente uma pilha de 20 elementos do tipo inteiro utilizando struct

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#define TAMANHO PILHA 20
typedef struct{
         int vetor[TAMANHO_PILHA]; //VETOR É A PILHA com tamanho = a tamanho da pilha
         int topo;
}Pilha;
int main(int argc, char *argv[]) {
         //DECLARA UMA PILHA
         Pilha p;
         p.topo=0;
         //empilhar numero 45: Faz-se dessa forma pq p foi declarado de forma local
         p.vetor[p.topo]=45;
         p.topo++;
         //desempilhar o ultimo numero
         p.topo--;
         printf("Elemento retirado da pilha: %d \n",p.vetor[p.topo]);
         return 0;
```

- Faça um programa que implemente uma pilha de 20 elementos do tipo inteiro utilizando struct
 - Implemente um método que empilhe um novo inteiro
 - O método deve enviar uma mensagem se a pilha estiver cheia
 - void empilha(int valor, Pilha *pilha);

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#define TAMANHO PILHA 20
typedef struct{
         int vetor[TAMANHO PILHA]; //tamanho da pilha
         int topo;
}Pilha;
//prototipo da função empilha
void empilha(int valor,Pilha *pilha){
         //pilha->topo significa: ponteiro "pilha" apontando para CONTEÚDO de um item de
uma struct
         if(pilha->topo < TAMANHO PILHA){ //verificando se a pilha não está cheia
         //daí pode empilhar
         pilha->vetor[pilha->topo]=valor;
         pilha->topo++;
         }else{
                   printf("Nao ha mais espaco na pilha, \n");
```

 Porque nos métodos deve ser passado como parâmetro um ponteiro para a pilha, e não a pilha diretamente?

Devido as variáveis locais e globais.

Ao não passar como ponteiro, as funções vão manipular a cópia da pilha, mas não vão manipular a pilha original (da função *main*)

- Faça um programa que implemente uma pilha de 20 elementos do tipo inteiro utilizando struct
 - Implemente um método que empilhe um novo inteiro
 - O método deve enviar uma mensagem se a pilha estiver cheia
 - void empilha(int valor, Pilha *pilha);
 - Implemente um método que desempilhe
 - O método deve exibir uma mensagem se a pilha estiver vazia
 - void desempilha(Pilha *pilha);

```
void desempilha(Pilha *pilha){
        if(pilha->topo > 0){
             pilha->topo--; //desempilha
             printf("Elemento retirado: %d. \n",pilha->vetor[pilha->topo]);
        }else{
             printf("A pilha está vazia. \n"); //pilha vazia
        }
}
```

- Faça um programa que implemente uma pilha de 20 elementos do tipo inteiro utilizando struct
 - Implemente um método que empilhe um novo inteiro
 - O método deve enviar uma mensagem se a pilha estiver cheia
 - void empilha(int valor, Pilha *pilha);
 - Implemente um método que desempilhe
 - O método deve exibir uma mensagem se a pilha estiver vazia
 - void desempilha(Pilha *pilha);
 - Implemente um método que retorne 1 se a pilha está cheia e 0 se não
 - int isCheia(Pilha *pilha);
 - Implemente um método que retorne 1 se a pilha está vazia e 0 se não
 - int isVazia(Pilha *pilha);

INSERINDO ITENS NA PILHA E VERIFICANDO A POSIÇÃO QUE ESTÁ NO TOPO.

```
int main(int argc, char *argv[]) {
        //DECLARA UMA PILHA
         Pilha p;
         p.topo=0; // o topo da pilha deve começar em zero
         empilha(12,&p); //elemento 1
         empilha(2,&p); //elemento 2
         empilha(6,&p); //elemento 3
         empilha(9,&p); //elemento 4
         empilha(50,&p); //elemento 5
         printf("Topo da pilha: %d. \n",p.topo);
         return 0;
```

IMPLEMENTAÇÃO FUNÇÃO IMPRIMIR PILHA:

TESTANDO A FUNÇÃO imprimePilha:

```
int main(int argc, char *argv[]) {
         //DECLARA UMA PILHA
         Pilha p;
         p.topo=0; // o topo da pilha deve começar em zero
                         //elemento 1
         empilha(12,&p);
         empilha(2,&p); //elemento 2
         empilha(6,&p); //elemento 3
         empilha(9,&p); //elemento 4
         empilha(50,&p);
                         //elemento 5
         printf("Topo da pilha: %d. \n",p.topo);
         imprimePilha(&p);
         return 0;
```

TESTANDO A FUNÇÃO desempilha: int main(int argc, char *argv[]) { //DECLARA UMA PILHA Pilha p; p.topo=0; // o topo da pilha deve começar em zero //elemento 1 empilha(12,&p); empilha(2,&p); //elemento 2 empilha(6,&p); //elemento 3 empilha(9,&p); //elemento 4 //elemento 5 empilha(50,&p); desempilha(&p); printf("Topo da pilha: %d. \n",p.topo); imprimePilha(&p); return 0;

Exercício - PILHA

- Com base no exercício 01, adicione um menu para que o usuário possa escolher se quer adicionar um elemento à pilha, ou remover um elemento
 - Se pressionar 'a', o programa solicita um número a ser adicionado à pilha
 - Se pressionar 'r', o programa remove um elemento da pilha
 - Se pressionar 's', o programa exibe os elementos já presentes na pilha
 - Se pressionar 't', o programa exibe o número de elementos
 - Se pressionar 'x', encerra o programa

```
Escolha uma opção:
a: adiciona elemento
r: remove elemento
s: exibe elementos
...
```

Menu em C

```
char c = 'a';
while(c!='x') // se o usuario pressionar 'x', encerra o laço do menu
         printf("Digite um caractere:\n");
         scanf("%c",&c);
                                        // captura caractere pressionado
         switch(c)
                   case 'a':
                   break;
                   case 'x':
                   break;
                   default:
                              . . .
                   break;
```

```
int main(int argc, char *argv[]) {
    char c = 'a'; // guarda o caractere (opcao) do usuario
// declara uma pilha
Pilha p;
p.topo = 0;
// menu infinito
while(c!='x') // se o usuario pressionar 'x', encerra o Laço do menu
   printf("Digite um caractere:\n");
   //c = (char)getchar(); // captura caractere pressionado
   scanf("%c",&c);
   switch(c)
       case 'a':
           printf("Empilhar\n");
           // TODO
       break;
       case 'x':
           printf("Sair\n");
           // TODO
       break;
       case 's':
           // TODO
           break;
       default:
           // TODO
       break;
```