

# Algoritmos e Estrutura de Dados

Bruno Feres de Souza  
[\*bferes@gmail.com\*](mailto:bferes@gmail.com)

Universidade Federal do Maranhão  
Bacharelado em Ciência e Tecnologia

1º semestre de 2016

# Na aula anterior...

# Dados e Tipos de Dados

- Um **dado** é uma informação que um algoritmo recebe ou manipula
- Exemplos de dados são nomes, datas, valores (preços, notas, etc.) e condições (verdadeiro e falso)
- Todo dado é de um certo **tipo** que define sua natureza (p. ex., um nome é diferente de um valor), identificando seu uso, e define as operações que podem ser realizadas com o dado
- Por exemplo, podemos somar dois valores numéricos, mas não podemos somar um número e uma frase

# Dados e Tipos de Dados

- Em Python:

- Tipos de dados **atômicos**:
  - int e float: +, -, \*, /, %, \*\*
  - bool: and, or, not
- Tipos de dados de **coleção**:
  - Listas: criar, acessar, modificar, etc
  - Tuplas: criar, acessar, etc
  - String: criar, acessar, etc
  - Dicionários: criar, acessar, modificar, etc

# Estrutura de Dados (ED)

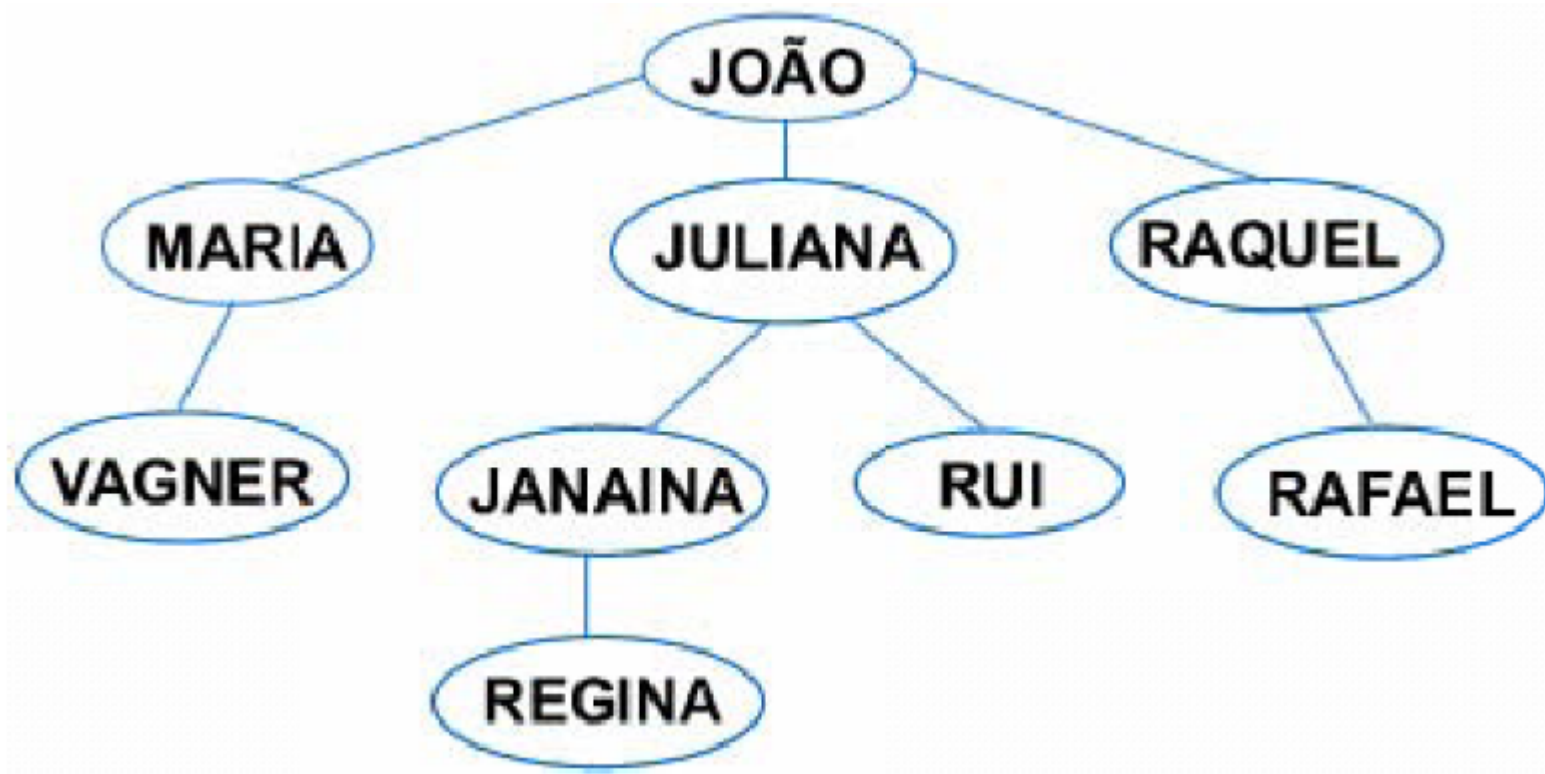
- Definição: organização de dados e operações (algoritmos) que podem ser aplicados sobre esses dados como forma de apoio à solução de problemas. Podem ser utilizadas para representar TADs em alguma linguagem de programação.
- Exemplos de EDs:
  - Pilhas
  - Filas
  - Listas lineares
  - Árvores
  - ...

# Árvores: introdução

- Listas não-lineares:
  - Estrutura em grafos
  - **Estrutura em árvores**
- **Estrutura em árvore:** organização dos dados de forma não-linear, mantendo um relacionamento hierárquico entre os elementos.

# Árvores: exemplos

- Árvore genealógica



# Árvores: exemplos

- Organização de um livro

## 1. Livro XYZ

### 1.1 Cap. 1

1.1.1 Seção 1

1.1.2 Seção 2

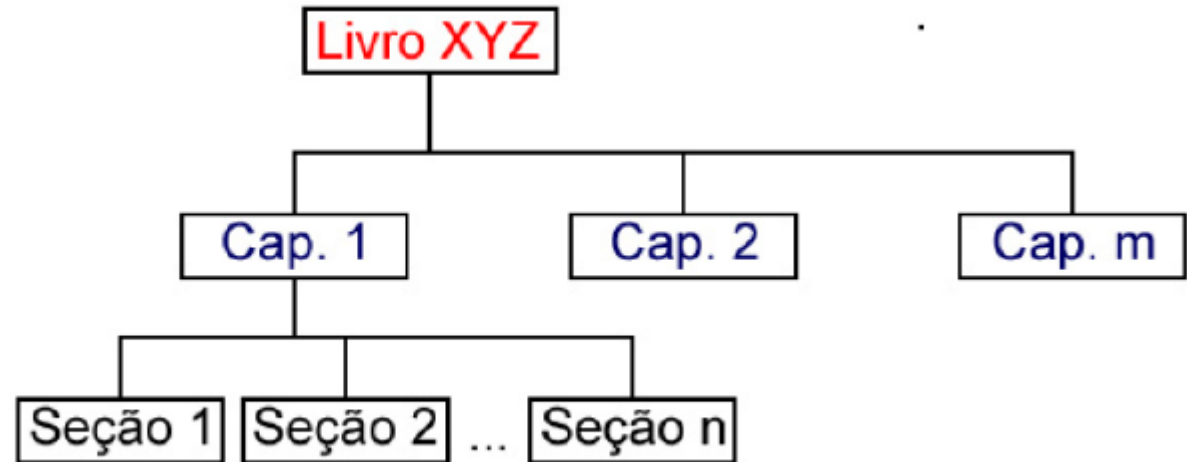
...

1.1.n Seção n

### 1.2 Cap. 2

...

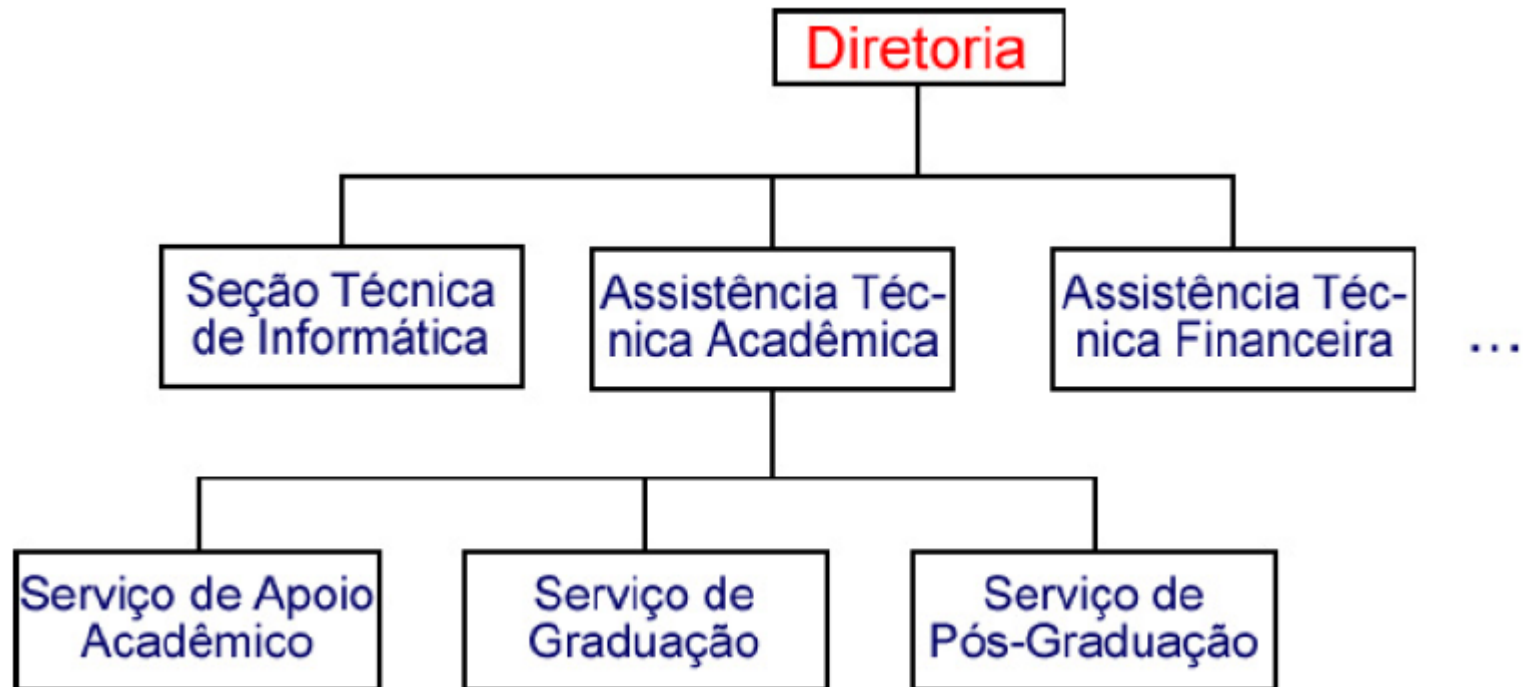
### 1.m Cap. m





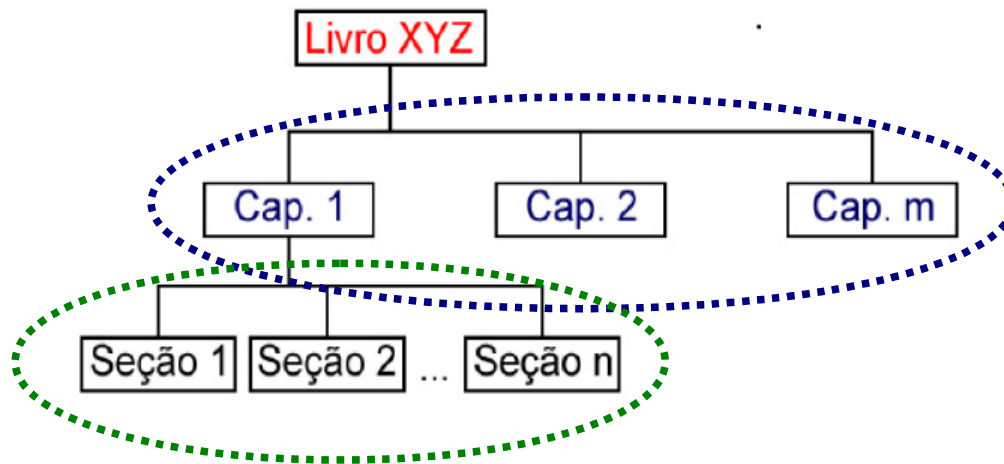
# Árvores: exemplos

- Organograma de um instituto acadêmico



# Árvores: vantagens

- Conceitual: representa relacionamentos entre os dados
  - Indica como os dados estão associados
- Computacional: favorece a manipulação dos dados
  - Facilita a extração de informação na estrutura
  - Enfoque apenas nas regiões de interesse da estrutura, ignorando as demais.



Perguntas:

- 1) Quais os capítulos de XYZ?
- 2) Quais as seções do Cap. 1?
- 3)...

# Árvores: Definição

- Uma **árvore enraizada**  $T$ , ou simplesmente árvore, é um conjunto finito de elementos denominados nós ou vértices tais que:
  - $T = \emptyset$ , quando a árvore é dita vazia, ou
  - $T = \{r\} \cup \{T_1\} \cup \{T_2\} \cup \{T_3\} \cup \dots \cup \{T_n\}$ , com  $n > 0$
- Nesta definição
  - $r$  é um nó especial chamado raiz
  - Os demais nós são um conjunto vazio ou são conjuntos disjuntos não vazios  $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$ , chamados de subárvores de  $r$ , cada qual uma árvore.
- Note a recursividade da definição.

# Árvores: Representação

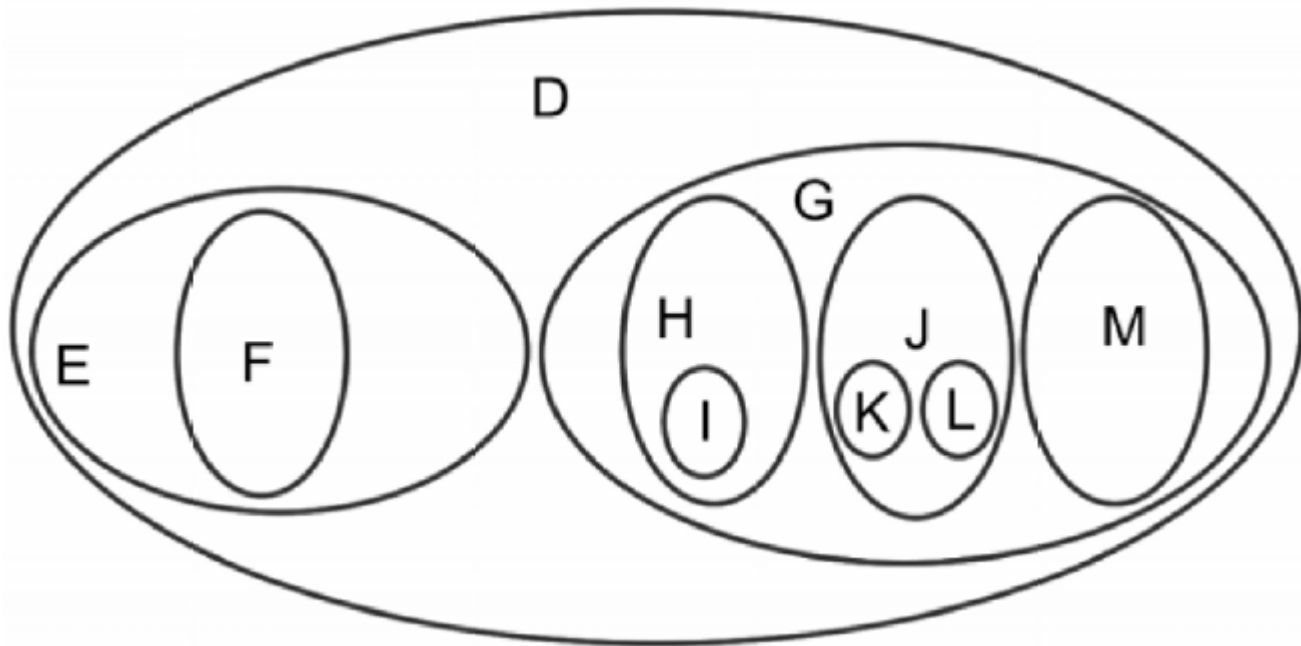
- Textualmente, uma sequência aninhada de “{” e “}” pode ser utilizada para representar uma árvore.
  - As sequências de chaves representam as relações entre os nós da estrutura; o rótulo de cada nó é inserido imediatamente à direita do “{” correspondente.
- Exemplos:
  - $T_a = \{A\}$
  - $T_b = \{B, \{A\}\}$
  - $T_c = \{D, \{E, \{F\}\}, \{G, \{H, \{I\}\}, \{J, \{K\}, \{L\}\}, \{M\}\}$

# Árvores: Representação

- Graficamente, árvores podem ser representadas por:
  - Conjuntos aninhados
  - Identação
  - Grafos

# Árvores: Representação

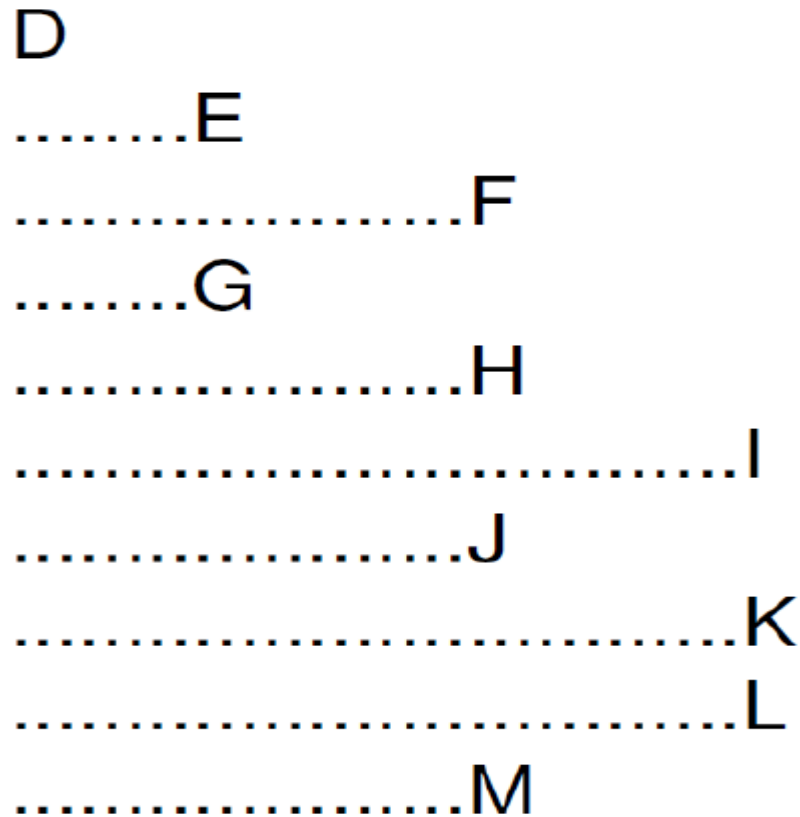
- Conjuntos aninhados
  - $T_c = \{D, \{E, \{F\}\}, \{G, \{H, \{I\}\}, \{J, \{K\}, \{L\}\}, \{M\}\}$



# Árvores: Representação

- Identação

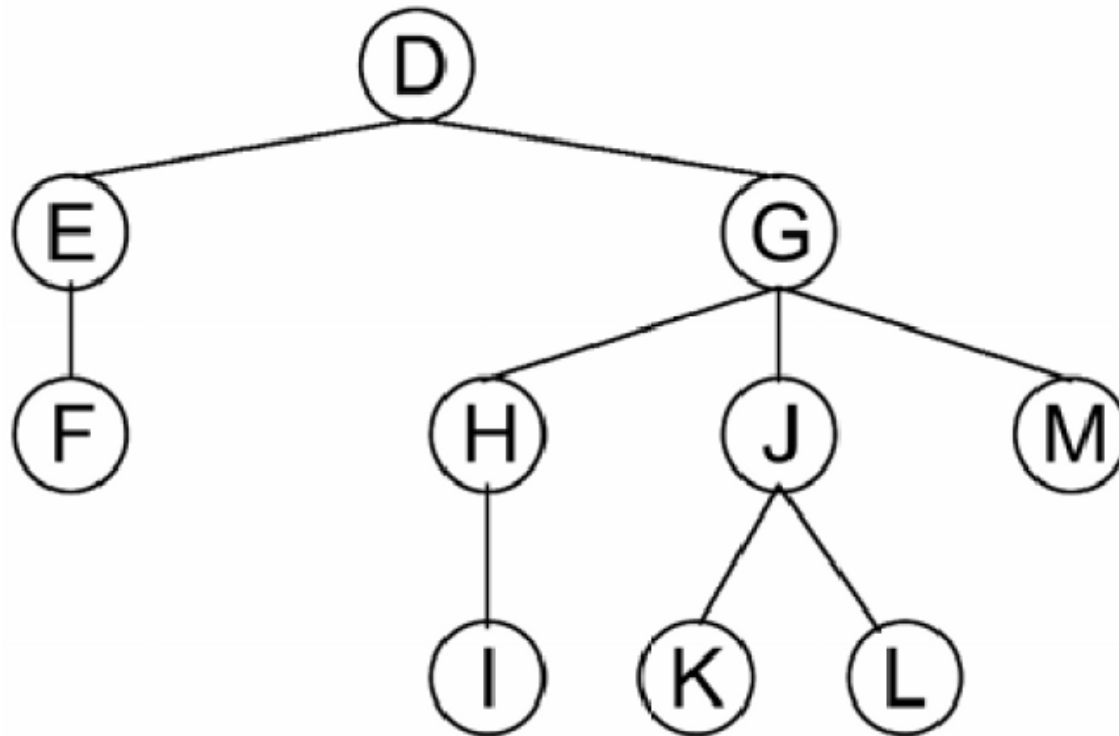
- $T_c = \{D, \{E, \{F\}\}, \{G, \{H, \{I\}\}, \{J, \{K, \{L\}\}, \{M\}\}\}$



# Árvores: Representação

- **Grafos**

- $T_c = \{D, \{E, \{F\}\}, \{G, \{H, \{I\}\}, \{J, \{K\}, \{L\}\}, \{M\}\}$



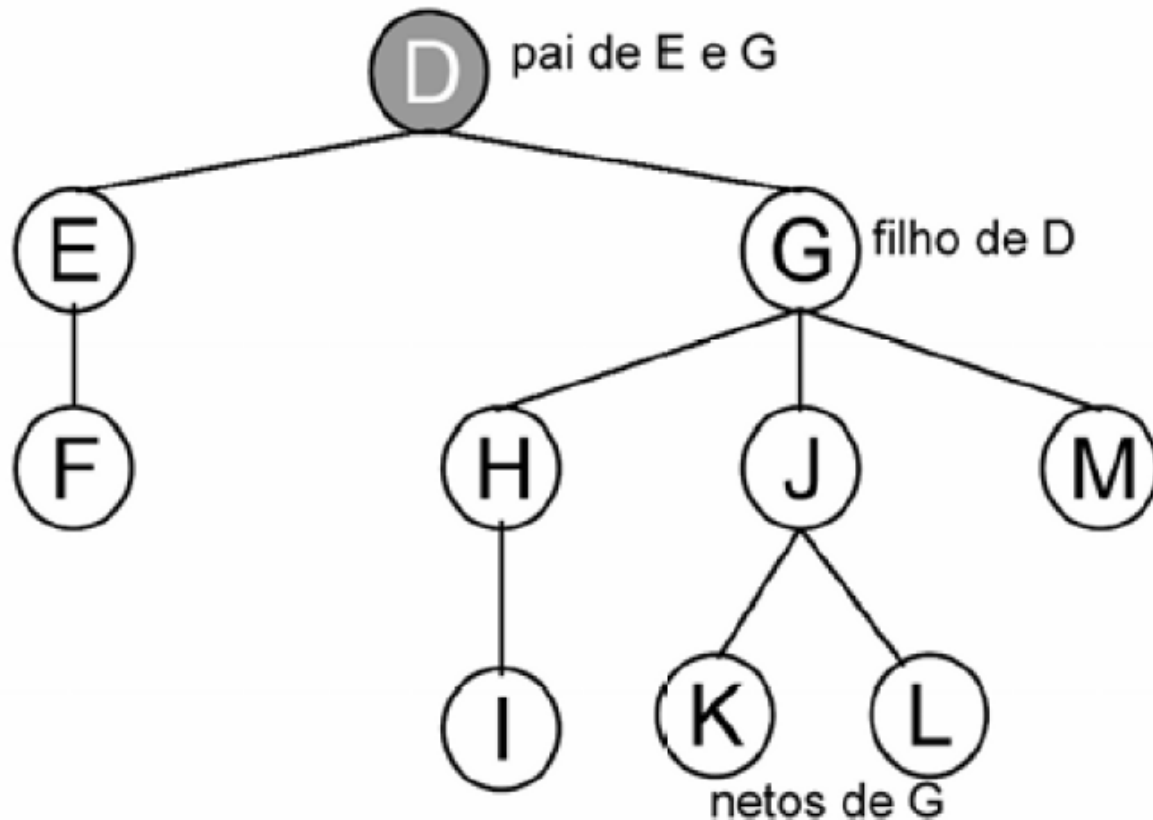


# Árvores: Terminologia

- Dada uma árvore  $T$  com raiz  $r$ , tem-se as seguintes relações genealógicas:
  - Os nós  $w_1, w_2, \dots, w_j$  das subárvores de  $r$  são chamados de **filhos** de  $r$ .
  - O nó  $r$  é chamado de **pai** de  $w_1, w_2, \dots, w_j$
  - Os nós  $w_1, w_2, \dots, w_j$  são ditos **irmãos**
  - Se o nó  $z$  é filho de  $w_1$ , então  $w_2$  é **tio** de  $z$  e  $r$  é **avô** de  $z$  e  $z$  é **neto** de  $r$ .

# Árvores: Terminologia

- Considerando a árvore  $T_c$  anteriormente definida:

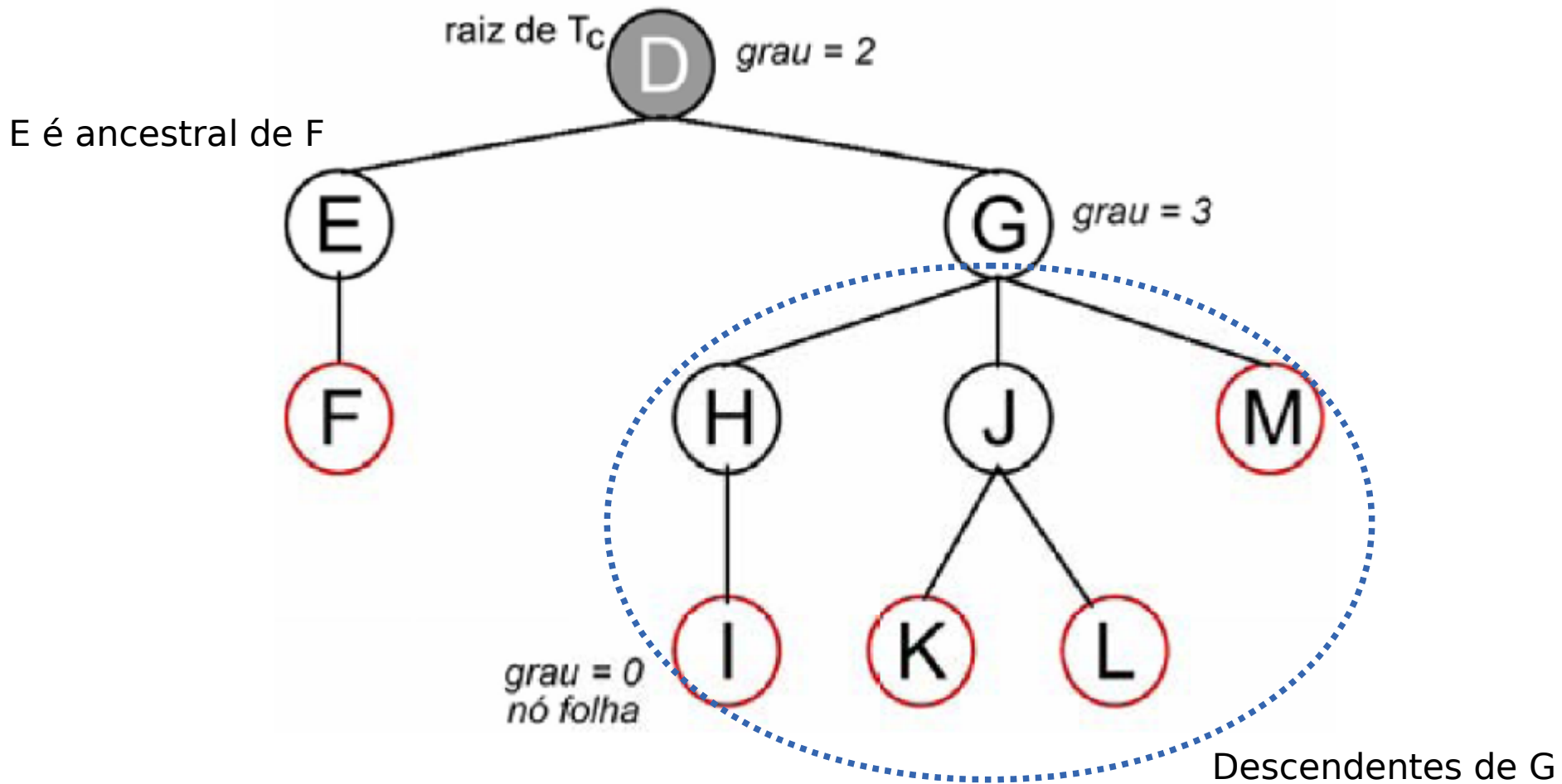


# Árvores: Terminologia

- Grau de saída, folha, descendente e ancestral
  - O número de filhos de um nó é chamado de **grau** desse nó
    - O **grau de uma árvore** é o máximo entre os graus de seus nós
    - Nós com grau zero são ditos **folhas**
  - Se o nó  $x$  pertence à subárvore do nó  $v$ , então  $x$  é **descendente** de  $v$  e  $v$  é **ancestral** de  $x$

# Árvores: Terminologia

- Considerando a árvore  $T_c$  anteriormente definida:

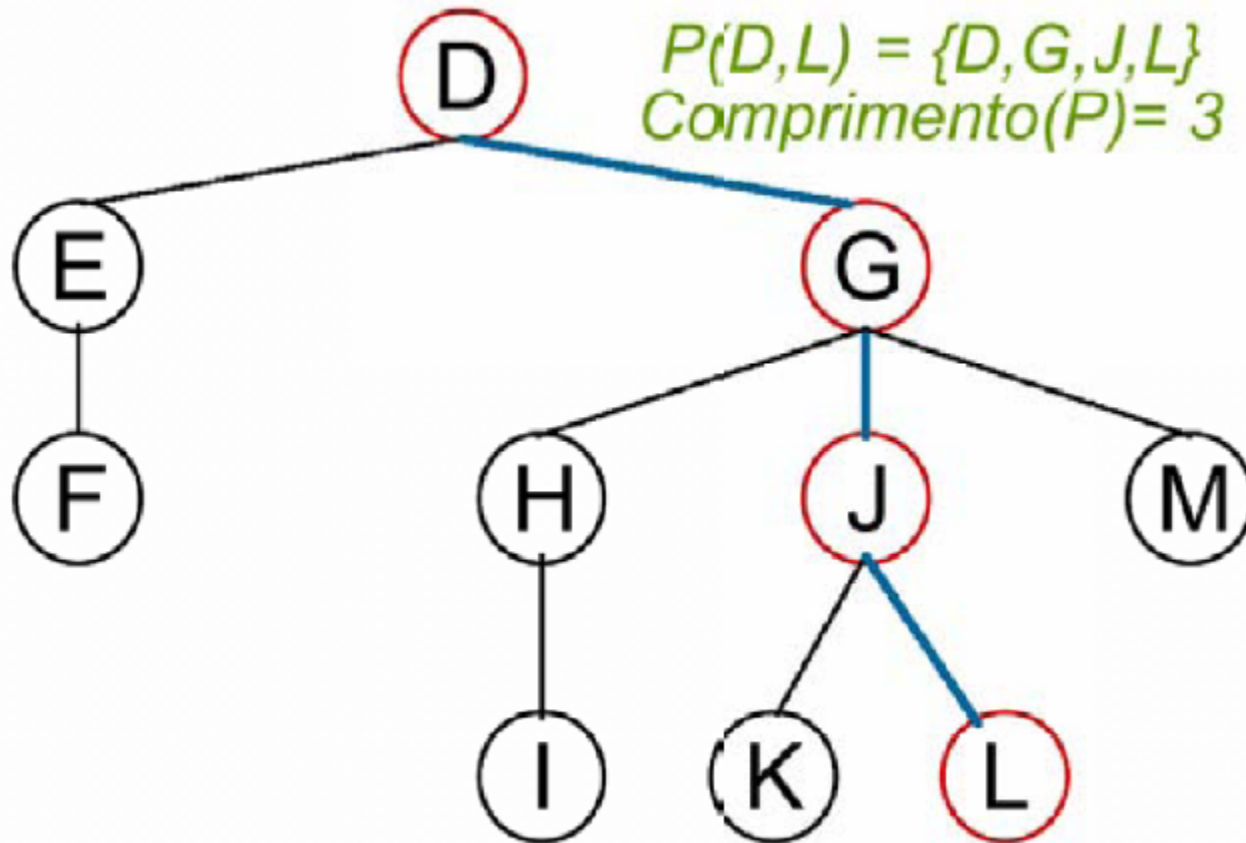


# Árvores: Terminologia

- Caminho e comprimento do caminho
  - Uma sequência de nós distintos  $w_1, w_2, \dots, w_j$ , tal que existe sempre entre nós consecutivos a relação “é filho de” ou é “pai de”, é denominada um **caminho** na árvore: diz-se que  $w_1$  alcança  $w_j$  e que  $w_j$  é alcançado por  $w_1$ .
  - Um caminho de  $k$  vértices é obtido pela sequência de  $k-1$  pares; o valor  $k-1$  é o **comprimento do caminho**

# Árvores: Terminologia

- Considerando a árvore  $T_c$  anteriormente definida:

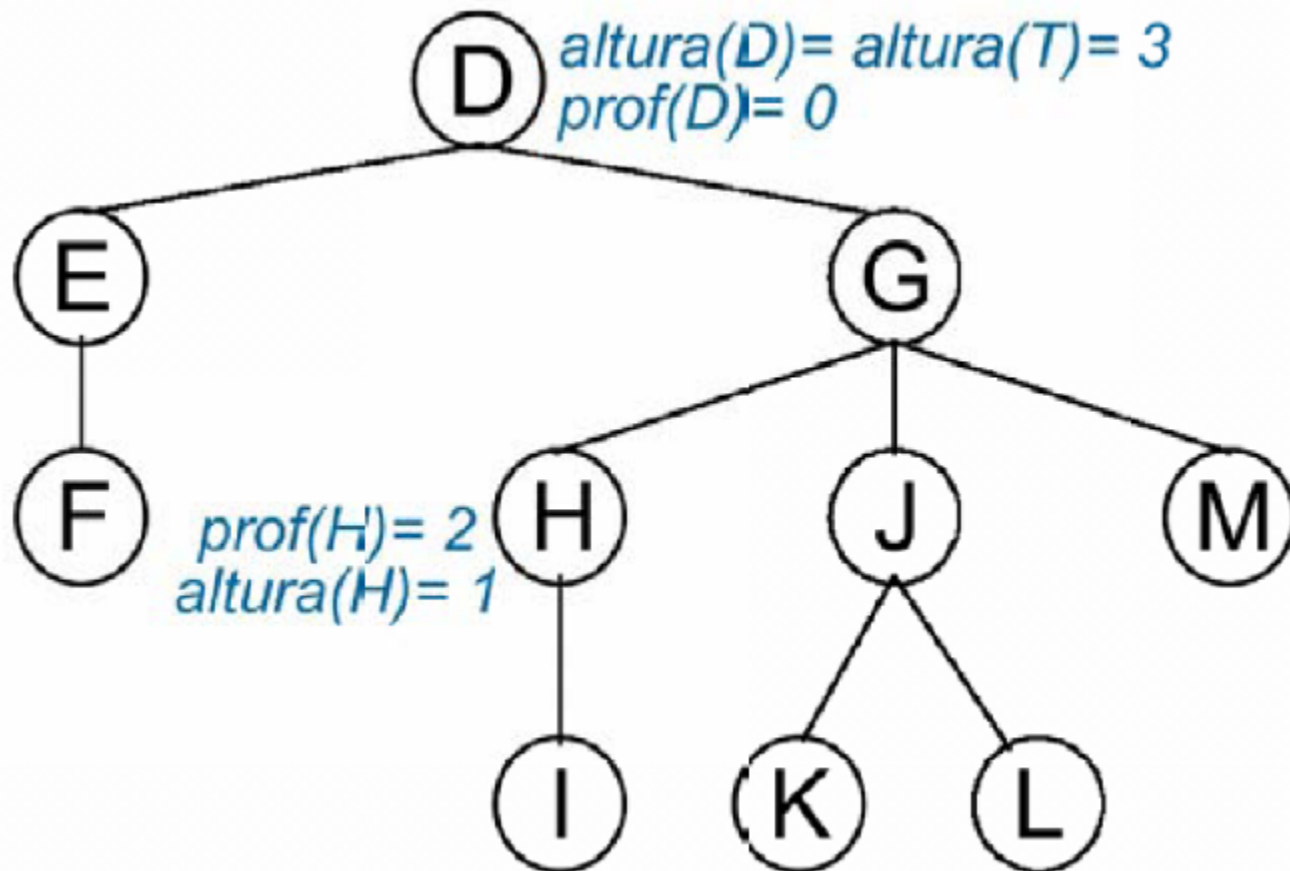


# Árvores: Terminologia

- Nível (ou profundidade) e altura de um nó e da árvore
  - O **nível** de um nó é o tamanho do caminho entre a raiz da árvore até esse nó
    - A raiz tem nível 0
  - A **altura** de um nó é o tamanho do maior caminho entre este nó e uma folha descendente desse nó
    - As folhas tem altura 0
    - A altura da raiz equivale à **altura da árvore**

# Árvores: Terminologia

- Considerando a árvore  $T_c$  anteriormente definida:





# Árvores: Exercícios

- Considere as seguintes árvores:
  - $T_1 = \{a, \{b, \{c, \{d\}\}, \{e, \{f\}, \{g\}\}\}, \{h, \{i\}\}\}$
  - $T_2 = \{2, \{1\}, \{3\}\}$
  - $T_3 = \{4, \{2, \{1\}, \{3\}\}, \{6, \{5\}, \{7\}\}\}$
- Pede-se que:
  - Obtenha as representações por conjunto, identificação e grafos das estruturas
  - Encontre grau, altura e profundidade de cada nó
  - Exercite os conceitos vistos na Seção Terminologia

Dúvidas?