Modelska analiza I
2017/18

4. naloga – Populacijski modeli

1. Preuči standardni standardni deterministični **model zajci-lisice** (model Lotka-Volterra) v obliki

$$\dot{Z} = \alpha Z - \beta Z L,$$
$$\dot{L} = -\gamma L + \delta Z L.$$

   - Nariši in preišči fazni diagram (brezdimenzijska oblika, zastojne točke, stabilnost ...).
   - Oglej si obhodne dobe v odvisnosti od začetnega stanja. Zadošča, da preiščeš stanja, v katerih ima ena komponenta ravnovesno vrednost.

2. Analiziraj fazni portret za **populacijski model laserja** s konstantnim črpanjem.

$$\dot{f} = -Bf + Daf,$$
$$\dot{a} = -Ca - Eaf + Q$$

   Določi ravnovesno stanje v odvisnosti od moči črpanja. Kako se s tem parametrom spreminjata frekvenca in karakteristični čas relaksacijskih oscilacij?

3. **Model epidemije:** populacijo razdelimo v tri razrede: (D) zdravi in dovzetni, (B) bolni in kliconosni, (I) imuni: nedovzetni in nekliconosni. Bolezen se širi s stiki med zdravimi in bolnimi. Bolnik preide s konstantno verjetnostjo med imune (ozdravi ali umre).

$$\dot{\mathsf{D}} = -\alpha \mathsf{D}\mathsf{B}$$
$$\dot{\mathsf{B}} = +\alpha \mathsf{D}\mathsf{B} - \beta \mathsf{B}$$
$$\dot{\mathsf{I}} = \beta \mathsf{B}$$

   V epidemiji nas zanima njen vrh (maksimalno trenutno število obolelih), čas nastopa maksimuma in celotno število obolelih. S cepljenjem lahko vnaprej preselimo določen del populacije med imune. Kako vpliva delež cepljenih na parametre epidemije? Kako se spremeni potek epidemije, če obolele razdeliš na več razredov?

Sklopljen sistem linearnih enačb prvega reda $\dot{y}_i(x) = f_i(x, y_1, \ldots, y_N)$ lahko rešujemo z integracijskimi metodami družine Runge-Kutta. V zbirki *GSL* integratorje najdemo v modulu `gsl_odeiv.h`, v Pythonu pa v modulu `scipy.integrate`, kjer ustvarite objekt razreda `ode` in mu tip integratorja nastavite z metodo `set_integrator`.