

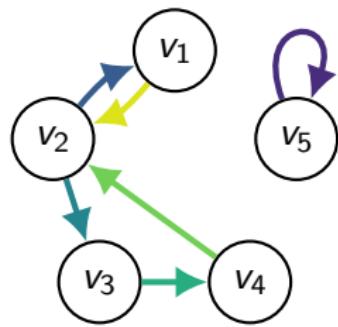
Systemisches Risiko von Firmen in Österreich Company induced systemic risk in the Austrian economy

Abraham Hinteregger

University of Vienna

2017-11-27

Netzwerk

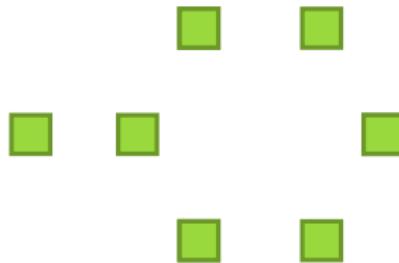


$$A_{5 \times 5} = \begin{pmatrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \\ 0 & \textcolor{blue}{1} & 0 & 0 & 0 \\ \textcolor{blue}{1} & 0 & \textcolor{red}{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \textcolor{red}{1} & 0 \\ 0 & \textcolor{blue}{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \textcolor{blue}{1} \end{pmatrix} \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{matrix}$$

Ein Netzwerk (Graph) und dessen Darstellung als Adjazenzmatrix

Finanzielle Netzwerke

- Netzwerk aus Banken



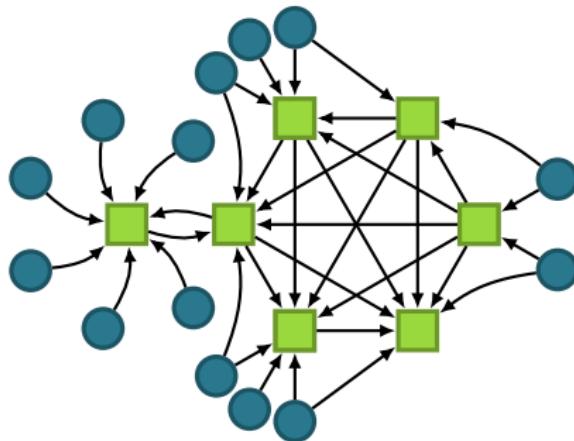
Finanzielle Netzwerke

- Netzwerk aus Banken  und Firmen , ...



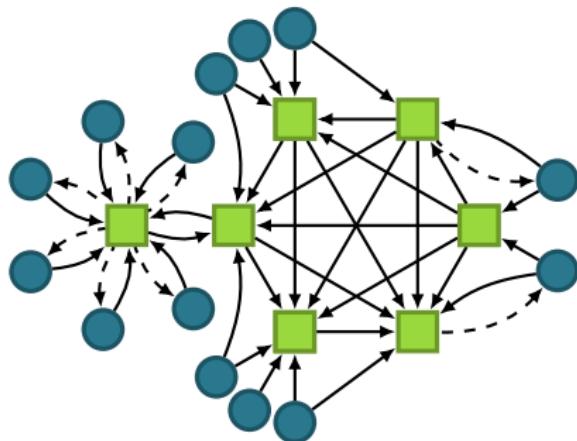
Finanzielle Netzwerke

- Netzwerk aus Banken  und Firmen , ...
- verbunden durch finanzielle Abhängigkeiten: Kredite 



Finanzielle Netzwerke

- Netzwerk aus Banken  und Firmen  , ...
- verbunden durch finanzielle Abhängigkeiten: Kredite ↗, Guthaben ↘, Investments, ...



Systemisches Risiko

- Eine Firma nimmt Kredite bei mehreren Banken auf

Systemisches Risiko

- Eine Firma nimmt Kredite bei mehreren Banken auf
- Die Firma geht Bankrott und kann ihre Kredite nicht mehr bedienen

Systemisches Risiko

- Eine Firma nimmt Kredite bei mehreren Banken auf
- Die Firma geht Bankrott und kann ihre Kredite nicht mehr bedienen
- Der operative Verlust wird vom Tier1 Kapital der Banken abgefедert

Systemisches Risiko

- Eine Firma nimmt Kredite bei mehreren Banken auf
- Die Firma geht Bankrott und kann ihre Kredite nicht mehr bedienen
- Der operative Verlust wird vom Tier1 Kapital der Banken abgefedert
- Wenn der Verlust größer ist als das Kapital ist auch die Bank insolvent

Systemisches Risiko

- Eine Firma nimmt Kredite bei mehreren Banken auf
- Die Firma geht Bankrott und kann ihre Kredite nicht mehr bedienen
- Der operative Verlust wird vom Tier1 Kapital der Banken abgedeckt
- Wenn der Verlust größer ist als das Kapital ist auch die Bank insolvent

- Systemisches Risiko:

Systemisches Risiko

- Eine Firma nimmt Kredite bei mehreren Banken auf
- Die Firma geht Bankrott und kann ihre Kredite nicht mehr bedienen
- Der operative Verlust wird vom Tier1 Kapital der Banken abgedeckt
- Wenn der Verlust größer ist als das Kapital ist auch die Bank insolvent
- Systemisches Risiko:
 - Breitet sich im Netzwerk entlang von finanziellen Abhängigkeiten aus

Systemisches Risiko

- Eine Firma nimmt Kredite bei mehreren Banken auf
- Die Firma geht Bankrott und kann ihre Kredite nicht mehr bedienen
- Der operative Verlust wird vom Tier1 Kapital der Banken abgedeckt
- Wenn der Verlust größer ist als das Kapital ist auch die Bank insolvent

- Systemisches Risiko:
 - Breitet sich im Netzwerk entlang von finanziellen Abhängigkeiten aus
 - Durch das Leihen an risikante Kreditnehmer geht ein Teil des Risikos an den Kreditgeber über

Systemisches Risiko

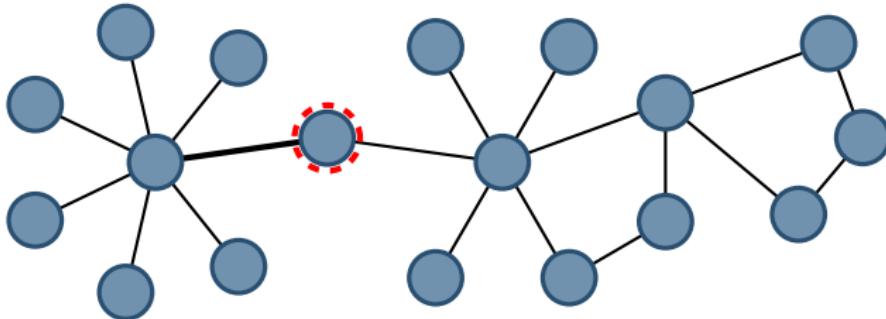


Figure: Ausbreitung von einem Marktschock ausgehend vom markierten Knoten

Systemisches Risiko

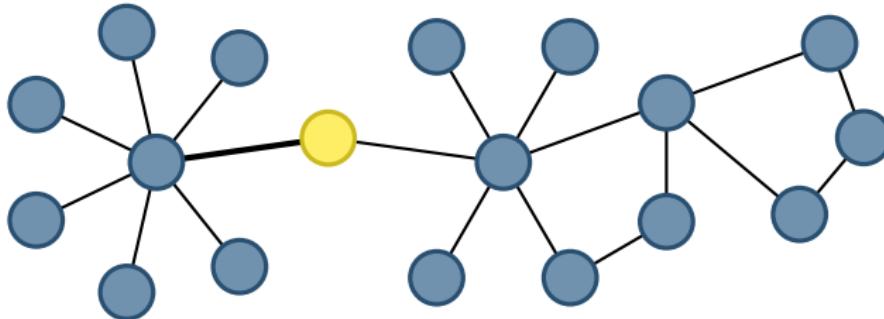


Figure: Ausbreitung von einem Marktschock ausgehend vom markierten Knoten

Systemisches Risiko

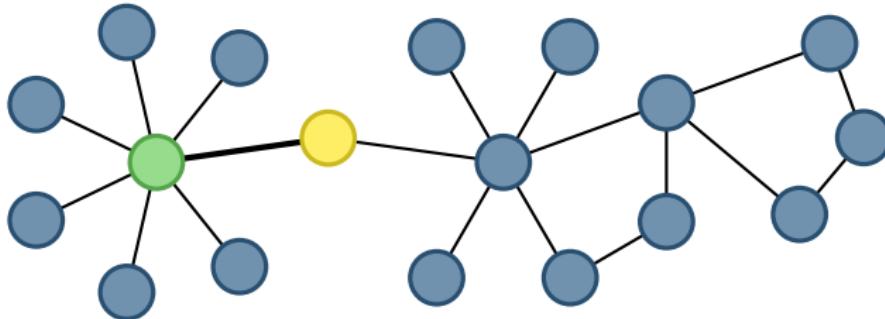


Figure: Ausbreitung von einem Marktschock ausgehend vom markierten Knoten

Systemisches Risiko

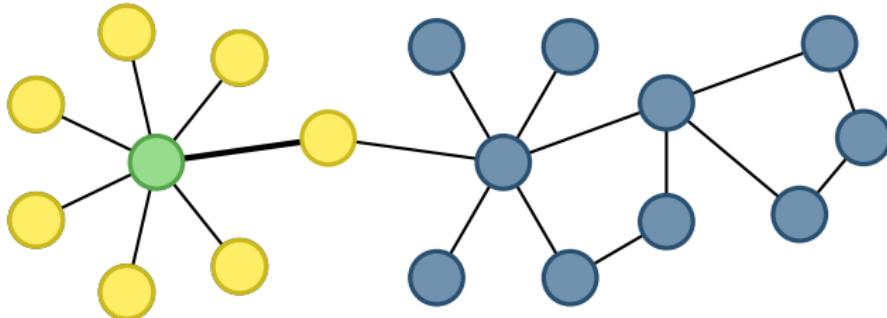


Figure: Ausbreitung von einem Marktschock ausgehend vom markierten Knoten

Diffusionsgleichung

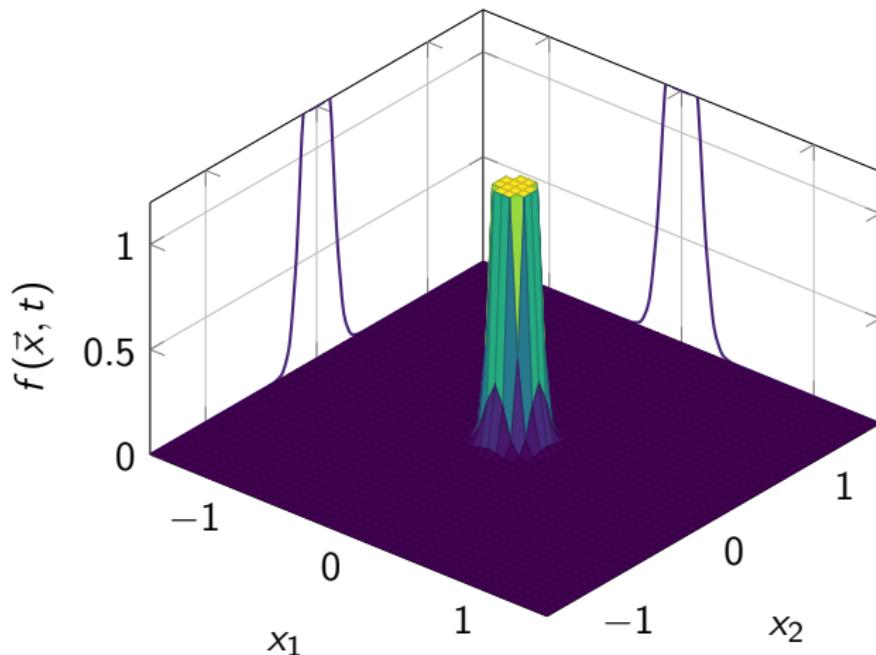
- Gelöstes Teilchen startet mit einer initialen Verteilung $f(x, t)|_{t=0} = f(x, 0) = \delta(x - x_0)$
- Häufige statistisch unabhängige Kollisionen mit den Molekülen der Lösung verursachen Brown'sche Bewegung
- Diffusionsgleichung [Einstein, 1905] beschreibt Zeitentwicklung der Verteilungsdichte $f(x, t)$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = D \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

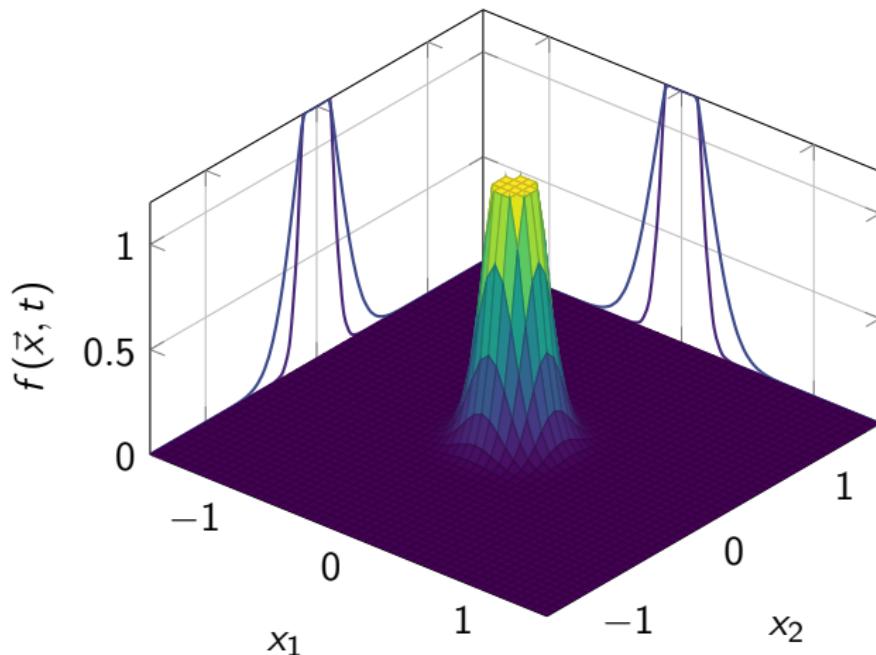
- Analytische Lösung

$$f(x, t) = \frac{n}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{(x - x_0)^2}{4Dt}\right)$$

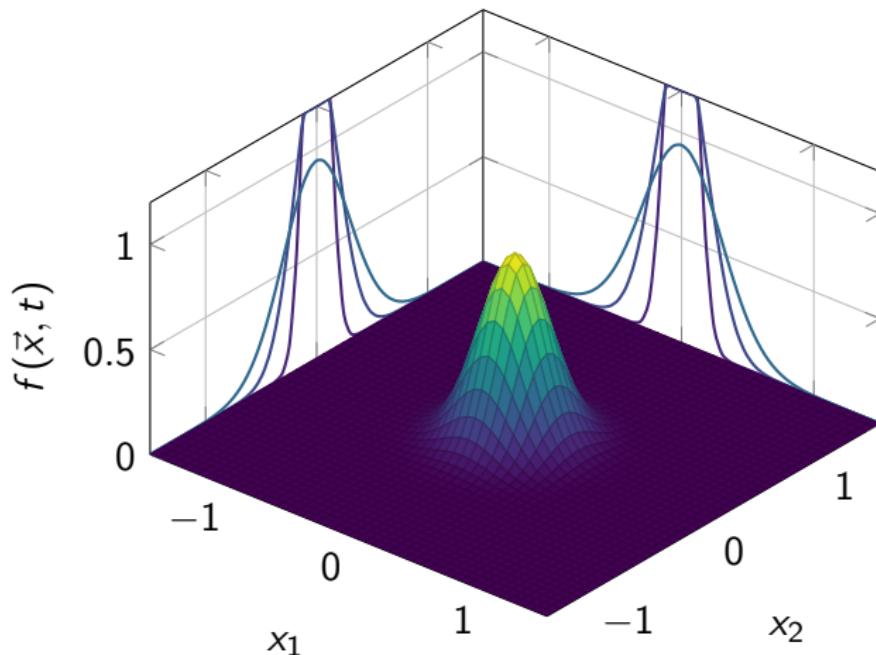
Diffusion in 2D



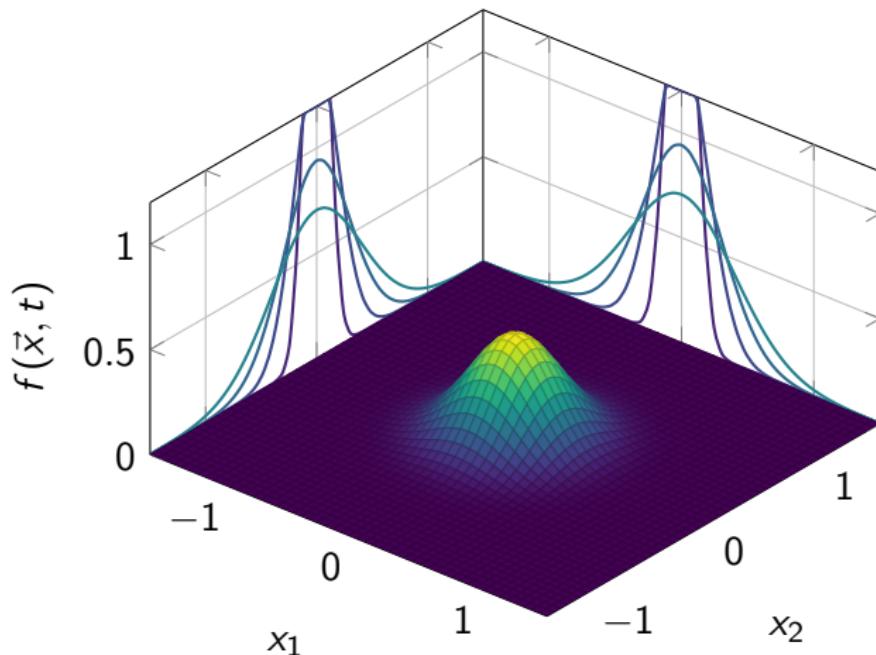
Diffusion in 2D



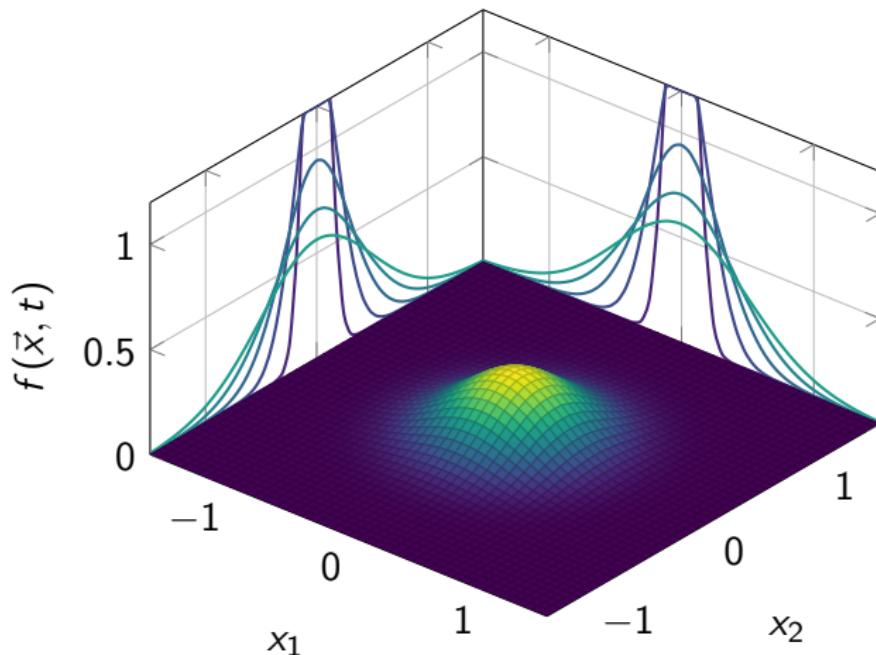
Diffusion in 2D



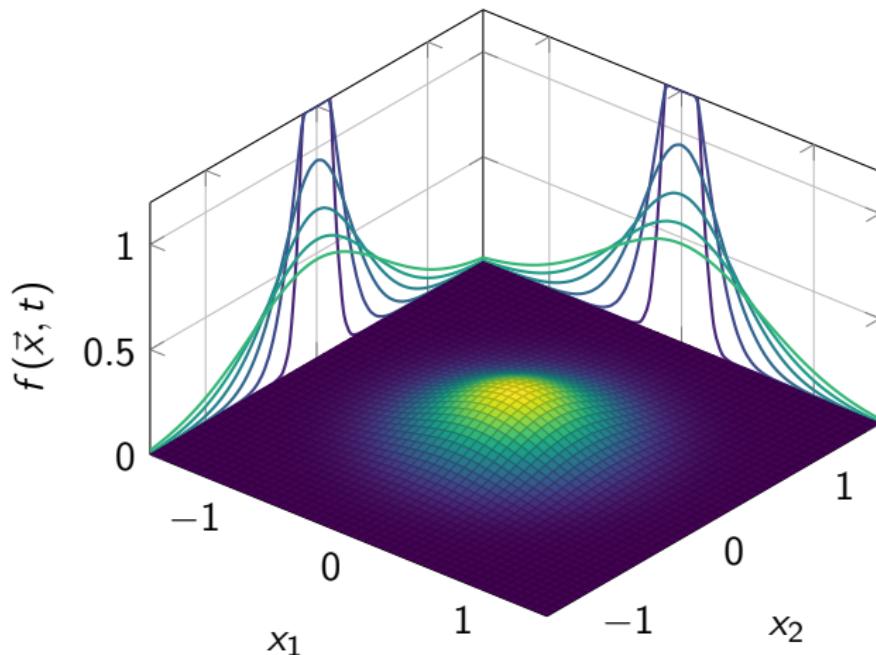
Diffusion in 2D



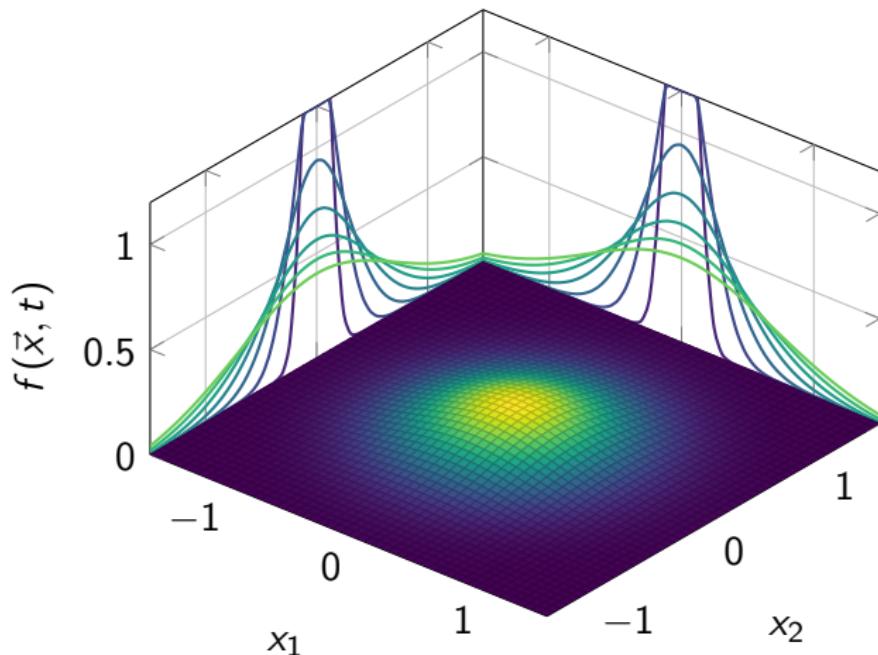
Diffusion in 2D



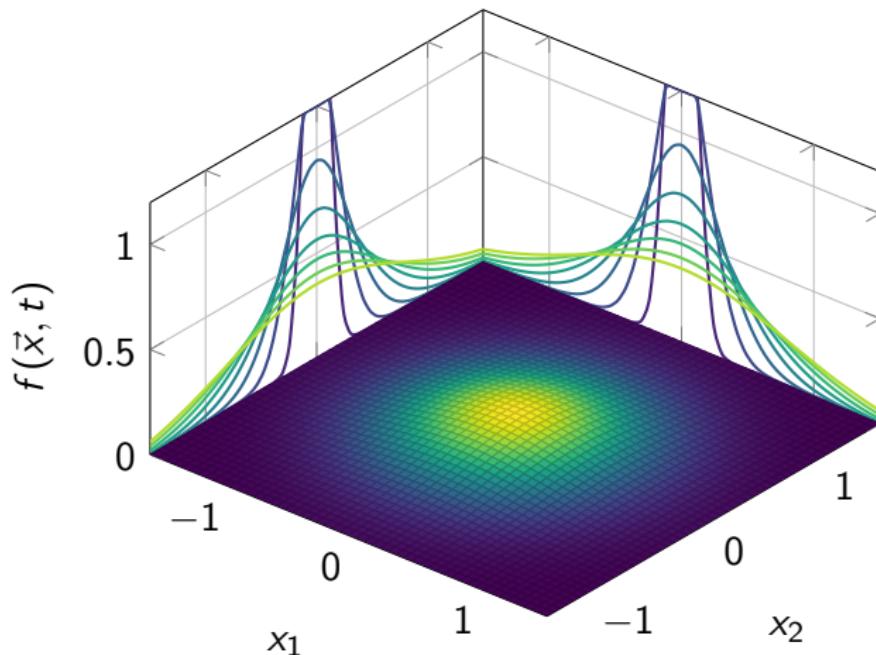
Diffusion in 2D



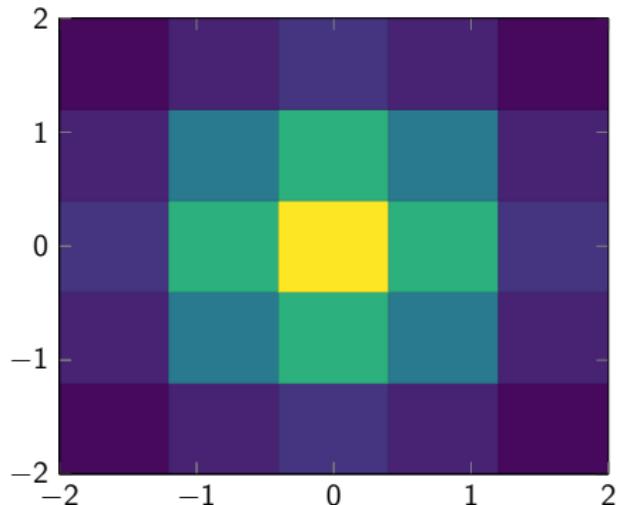
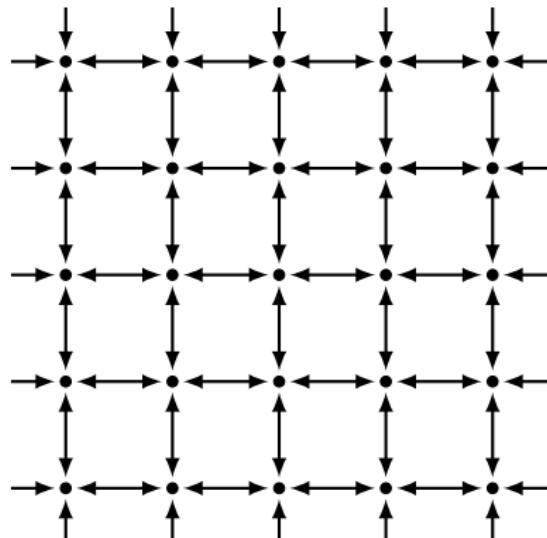
Diffusion in 2D



Diffusion in 2D



Diffusion mit diskreten Sprüngen



Knotengrad

Zentralitätsmaße quantifizieren Wichtigkeit von Knoten gemäß einem gewissen Kriterium

Source: [Jackson and Watts, 2002]

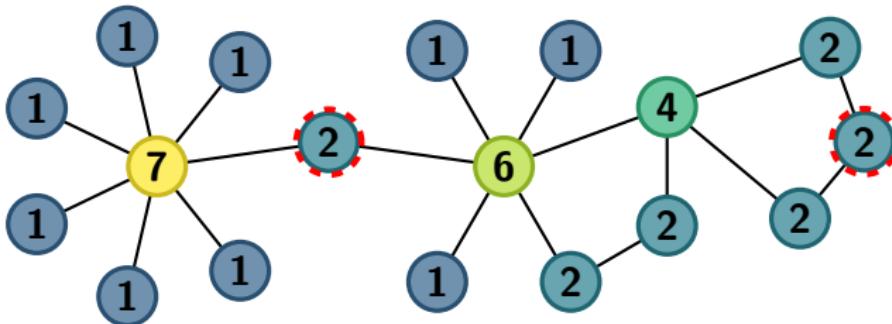


Figure: Knotengrad beschreibt Differenz von Zentralität der markierten

Markov Prozesse & stationäre Lösung

- Markov Prozesse mit n Zuständen werden mit einer $n \times n$ Matrix W beschrieben, deren Einträgen W_{nm} den Fluß von Zustand n zu Zustand m angeben (Master Glg.)

$$\frac{dp(t)}{dt} = Wp(t)$$

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = \sum_j w_{ji} \cdot p_j(t) - w_{ij} \cdot p_i(t)$$

Markov Prozesse & stationäre Lösung

- Markov Prozesse mit n Zuständen werden mit einer $n \times n$ Matrix W beschrieben, deren Einträgen W_{nm} den Fluß von Zustand n zu Zustand m angeben (Master Glg.)

$$\frac{dp(t)}{dt} = Wp(t)$$

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = \sum_j w_{ji} \cdot p_j(t) - w_{ij} \cdot p_i(t)$$

- $p(t)$ ist die Verteilung zum Zeitpunkt t , ein Vektor mit n Einträgen

Markov Prozesse & stationäre Lösung

- Markov Prozesse mit n Zuständen werden mit einer $n \times n$ Matrix W beschrieben, deren Einträgen W_{nm} den Fluß von Zustand n zu Zustand m angeben (Master Glg.)

$$\frac{dp(t)}{dt} = Wp(t)$$

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = \sum_j w_{ji} \cdot p_j(t) - w_{ij} \cdot p_i(t)$$

- $p(t)$ ist die Verteilung zum Zeitpunkt t , ein Vektor mit n Einträgen
- p^S ist eine stationäre Lösung wenn p^S ein rechter EV von W mit EW $\lambda = 0$ ist

$$\frac{dp^S}{dt} = 0 = Wp^S$$

Eigenvektor Zentralität

$$\lambda x = Ax$$

- x ist der EV, der zum größten EW λ gehört
- Die i -te Komponente des EV entspricht der EV-Zentralität des Knotens v_i

$$C_E(v_i) = x_i = \frac{1}{\lambda} \sum_j A_{ij} x_j = \frac{1}{\lambda} \sum_{v_j \in N(v_i)} x_j$$

Eigenvektor Zentralität

$$\lambda x = Ax$$

- x ist der EV, der zum größten EW λ gehört
- Die i -te Komponente des EV entspricht der EV-Zentralität des Knotens v_i

$$C_E(v_i) = x_i = \frac{1}{\lambda} \sum_j A_{ij} x_j = \frac{1}{\lambda} \sum_{v_j \in N(v_i)} x_j$$

- Knoten, die zentrale Knoten als Nachbarn haben, haben selbst eine höhere Zentralität

Eigenvektor Zentralität

Source: [Jackson and Watts, 2002]

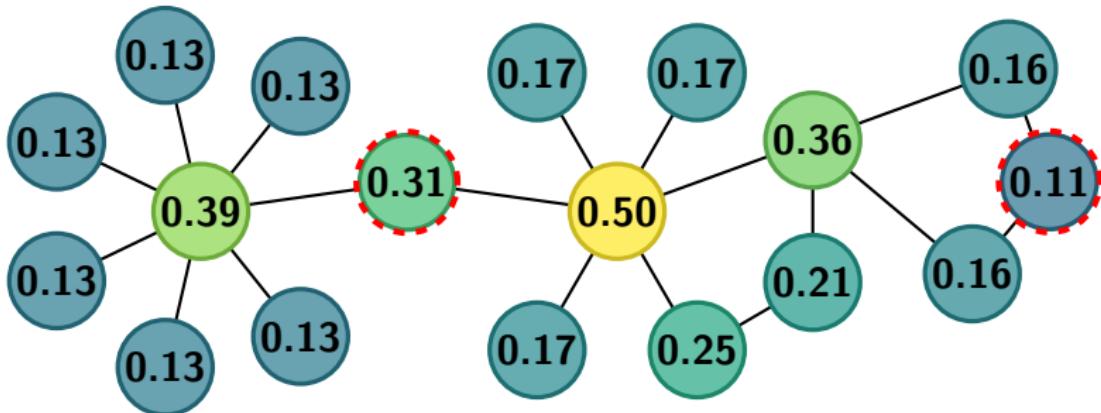


Figure: EV-Zentralität gibt die verschiedene Zentralität der markierten Knoten wieder

Ähnliche Zentralitätsmaße

■ Katz Zentralität

- Summe der Zentralität von Knoten in beliebiger Distanz k wird berücksichtigt
- Beiträge von Knoten mit Distanz k sind mit α^k ($\alpha < 1$) gewichtet, um Konvergenz zu gewährleisten

Ähnliche Zentralitätsmaße

■ Katz Zentralität

- Summe der Zentralität von Knoten in beliebiger Distanz k wird berücksichtigt
- Beiträge von Knoten mit Distanz k sind mit α^k ($\alpha < 1$) gewichtet, um Konvergenz zu gewährleisten

■ PageRank

- Die Beiträge eines Knotens zur Zentralität anderer Knoten werden mit dem inversen ausgehenden Knotengrad gewichtet
- Entspricht der Verteilung von Random Walkern auf einem Netzwerk, die Kanten ohne Bias wählen

Anwendbarkeit für systemisches Risiko?

Die bisher vorgestellten Methoden können nicht verwendet werden, da die Ausbreitung von systemischem Risiko zusätzlichen Einschränkungen unterliegt

- Netzwerk ist gerichtet und gewichtet
- Geld kann nur einmal verloren werden
- Marktschock breitet sich nur aus, wenn Kapital nicht ausreicht, um den Schock zu kompensieren

Anwendbarkeit für systemisches Risiko?

Die bisher vorgestellten Methoden können nicht verwendet werden, da die Ausbreitung von systemischem Risiko zusätzlichen Einschränkungen unterliegt

- Netzwerk ist gerichtet und gewichtet ⇒ Richtung und Gewicht der Kanten berücksichtigen (trivial)
 - Geld kann nur einmal verloren werden
-
- Marktschock breitet sich nur aus, wenn Kapital nicht ausreicht, um den Schock zu kompensieren

Anwendbarkeit für systemisches Risiko?

Die bisher vorgestellten Methoden können nicht verwendet werden, da die Ausbreitung von systemischem Risiko zusätzlichen Einschränkungen unterliegt

- Netzwerk ist gerichtet und gewichtet \Rightarrow Richtung und Gewicht der Kanten berücksichtigen (trivial)
- Geld kann nur einmal verloren werden \Rightarrow Rückkopplungen entlang von geschlossenen Pfaden (Zyklen) im Netzwerk verhindern
- Marktschock breitet sich nur aus, wenn Kapital nicht ausreicht, um den Schock zu kompensieren

Anwendbarkeit für systemisches Risiko?

Die bisher vorgestellten Methoden können nicht verwendet werden, da die Ausbreitung von systemischem Risiko zusätzlichen Einschränkungen unterliegt

- Netzwerk ist gerichtet und gewichtet \Rightarrow Richtung und Gewicht der Kanten berücksichtigen (trivial)
- Geld kann nur einmal verloren werden \Rightarrow Rückkopplungen entlang von geschlossenen Pfaden (Zyklen) im Netzwerk verhindern
- Marktschock breitet sich nur aus, wenn Kapital nicht ausreicht, um den Schock zu kompensieren \Rightarrow Kapital muss ebenfalls berücksichtigt werden (nicht trivial)

DebtRank

- 1 Konstruiere mit der Schuldenmatrix L sowie dem Kapital E einen “Impact Graph” W :

$$W_{ij} = \min \left(\frac{L_{ij}}{E_j}, 1 \right)$$

DebtRank

- 1 Konstruiere mit der Schuldenmatrix L sowie dem Kapital E einen “Impact Graph” W :

$$W_{ij} = \min \left(\frac{L_{ij}}{E_j}, 1 \right)$$

- 2 Für jeden Knoten im Netzwerk:

DebtRank

- 1 Konstruiere mit der Schuldenmatrix L sowie dem Kapital E einen "Impact Graph" W :

$$W_{ij} = \min \left(\frac{L_{ij}}{E_j}, 1 \right)$$

- 2 Für jeden Knoten im Netzwerk:
 - Gehe davon aus, dass der Knoten durch einen Marktschock zahlungsunfähig wird

DebtRank

- 1 Konstruiere mit der Schuldenmatrix L sowie dem Kapital E einen "Impact Graph" W :

$$W_{ij} = \min \left(\frac{L_{ij}}{E_j}, 1 \right)$$

- 2 Für jeden Knoten im Netzwerk:
 - Gehe davon aus, dass der Knoten durch einen Marktschock zahlungsunfähig wird
 - Simuliere Ausbreitung des Schocks im Netzwerk bis zur Konvergenz (verhindere dabei Rückkopplungen)

DebtRank

- 1 Konstruiere mit der Schuldenmatrix L sowie dem Kapital E einen “Impact Graph” W :

$$W_{ij} = \min \left(\frac{L_{ij}}{E_j}, 1 \right)$$

- 2 Für jeden Knoten im Netzwerk:
 - Gehe davon aus, dass der Knoten durch einen Marktschock zahlungsunfähig wird
 - Simuliere Ausbreitung des Schocks im Netzwerk bis zur Konvergenz (verhindere dabei Rückkopplungen)
 - Aggregiere den Impact multipliziert mit dem ökonomischen Wert und normalisiere mit dem gesamten Wert des Netzwerks

DebtRank

- 1 Konstruiere mit der Schuldenmatrix L sowie dem Kapital E einen "Impact Graph" W :

$$W_{ij} = \min \left(\frac{L_{ij}}{E_j}, 1 \right)$$

- 2 Für jeden Knoten im Netzwerk:
 - Gehe davon aus, dass der Knoten durch einen Marktschock zahlungsunfähig wird
 - Simuliere Ausbreitung des Schocks im Netzwerk bis zur Konvergenz (verhindere dabei Rückkopplungen)
 - Aggreggiere den Impact multipliziert mit dem ökonomischen Wert und normalisiere mit dem gesamten Wert des Netzwerks
- 3 Ergebnis: DebtRank $R(v_x) \in [0, 1]$ misst den Anteil des ökonomischen Wertes des Netzwerks, das durch Bankrott von v_x betroffen ist

Ziel meiner Arbeit

- Systemisches Risiko entsteht durch Kredite, die nicht zurück gezahlt werden können (Risiko beim Kreditgeber)
- Firmen sind üblicherweise keine Kreditgeber (nur noch eingeschränkt richtig)
- Forschung beschäftigte sich bislang primär mit Interbank Netzwerken ([Battiston et al., 2012, Thurner and Poledna, 2013, Martinez-Jaramillo et al., 2014, Poledna et al., 2015, Poledna and Thurner, 2016]...)

Ziel meiner Arbeit

- Systemisches Risiko entsteht durch Kredite, die nicht zurück gezahlt werden können (Risiko beim Kreditgeber)
- Firmen sind üblicherweise keine Kreditgeber (nur noch eingeschränkt richtig)
- Forschung beschäftigte sich bislang primär mit Interbank Netzwerken ([Battiston et al., 2012, Thurner and Poledna, 2013, Martinez-Jaramillo et al., 2014, Poledna et al., 2015, Poledna and Thurner, 2016]...)

⇒ Ziel: Quantifizieren der Beiträge von Firmen zum systemischen Risiko

Empirische Daten

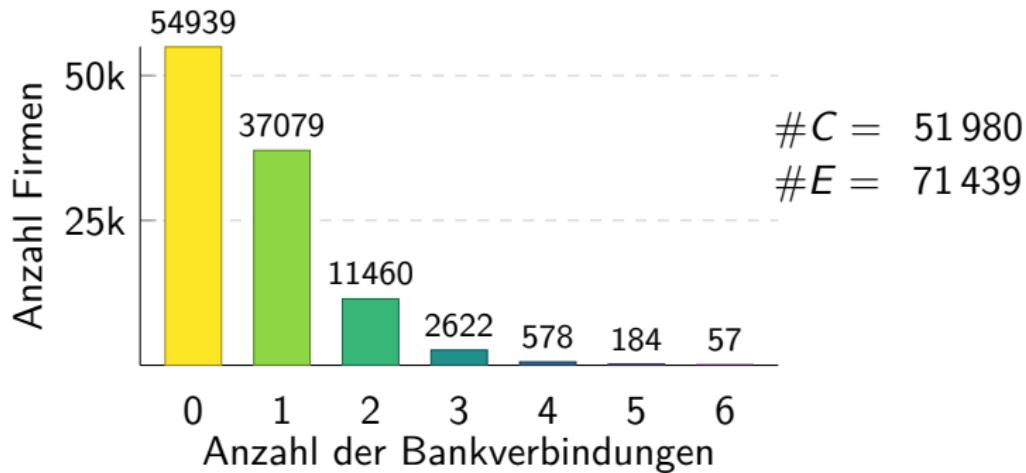
- Interbank Schulden Netzwerk (erhalten von der ÖNB, 796 Banken, 2007-2008)

Empirische Daten

- Interbank Schulden Netzwerk (erhalten von der ÖNB, 796 Banken, 2007-2008)
- Firmenbuch Daten (Bureau v. Dijk, \approx 170 000 Firmen, 2008-2015)

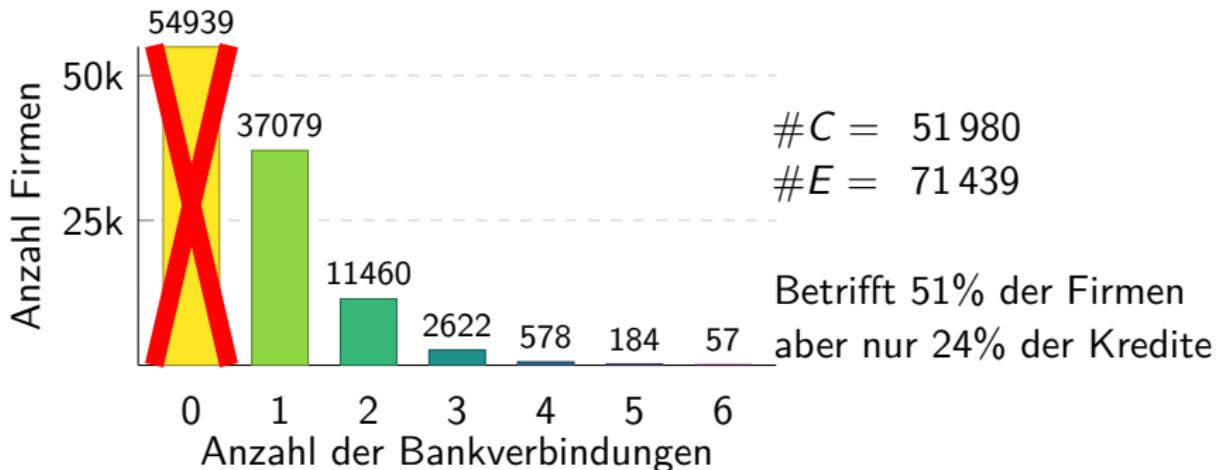
Empirische Daten

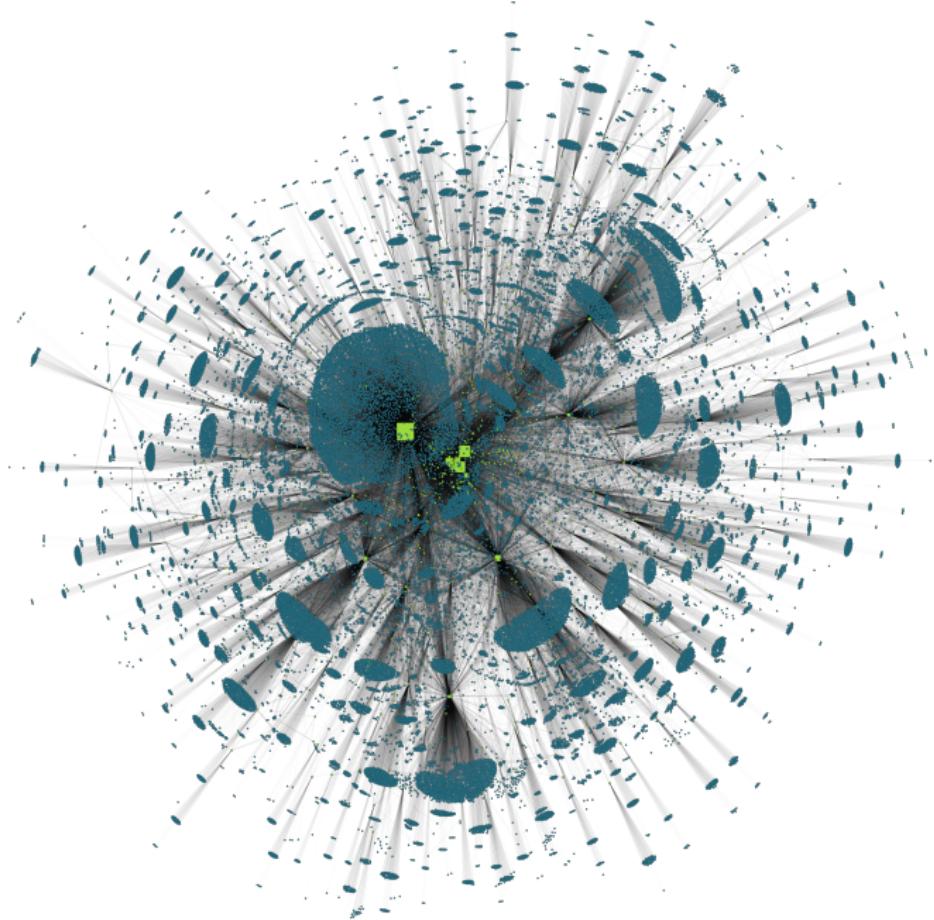
- Interbank Schulden Netzwerk (erhalten von der ÖNB, 796 Banken, 2007-2008)
- Firmenbuch Daten (Bureau v. Dijk, $\approx 170\,000$ Firmen, 2008-2015)
- Daten überschneiden sich im Jahr 2008



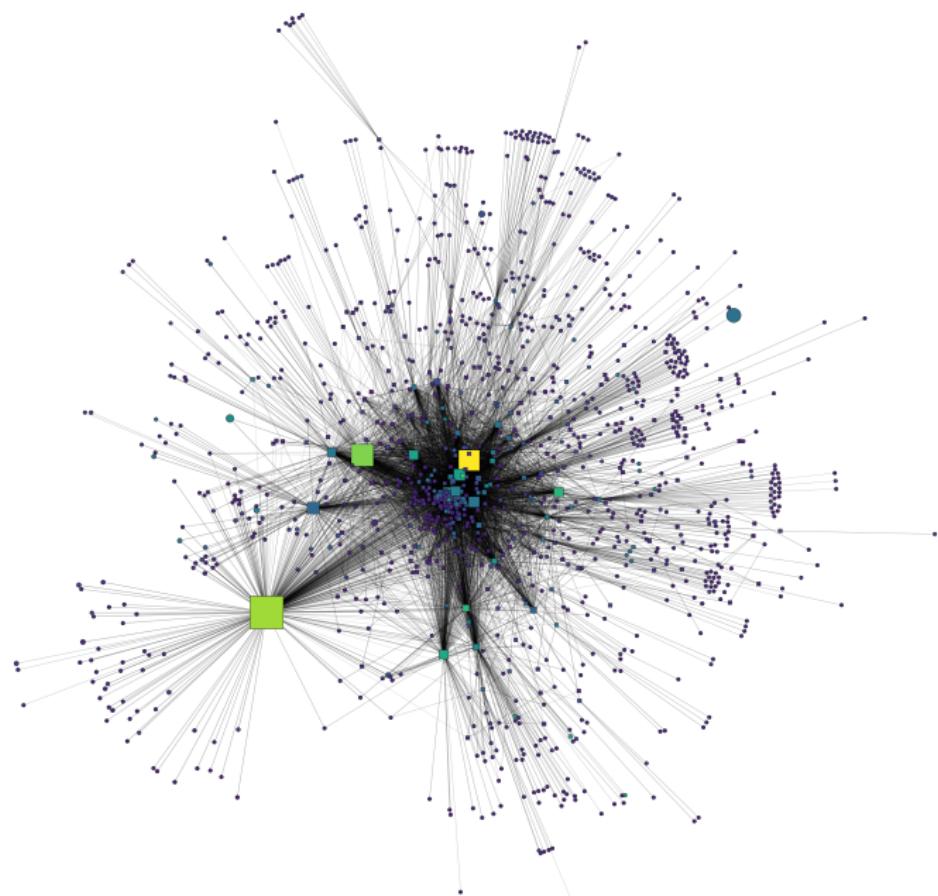
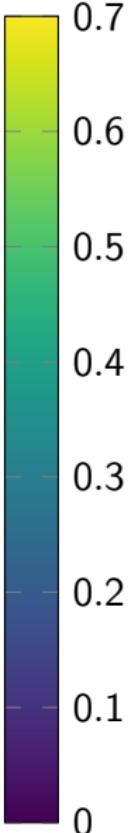
Empirische Daten

- Interbank Schulden Netzwerk (erhalten von der ÖNB, 796 Banken, 2007-2008)
- Firmenbuch Daten (Bureau v. Dijk, $\approx 170\,000$ Firmen, 2008-2015)
- Daten überschneiden sich im Jahr 2008

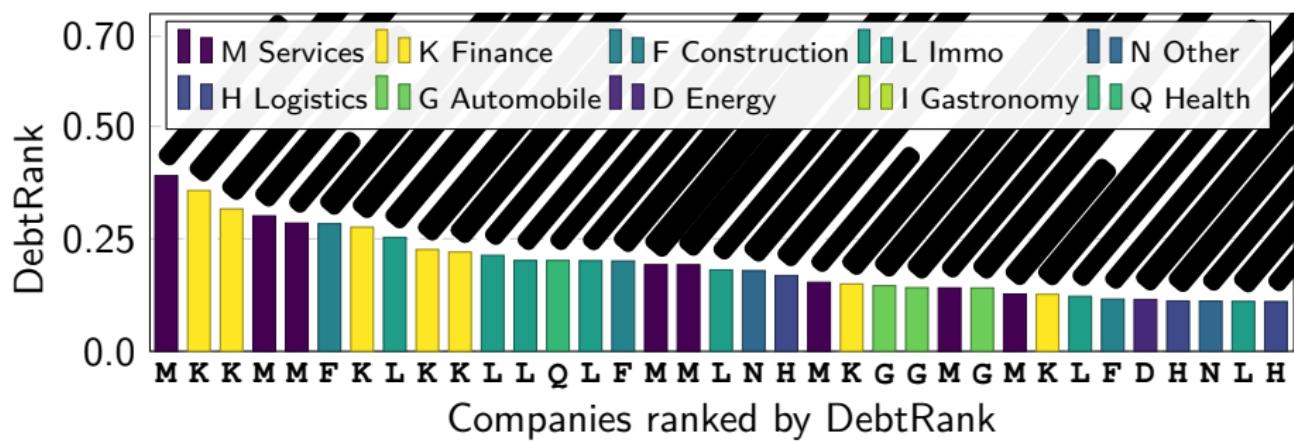




DebtRank R^F :







Zusammenfassung

- Verwendete Methoden inspiriert von stochastischen Prozessen um das systemische Risiko von Firmen und Banken eines Landes zu quantifizieren
- Systemisches Risiko von Interbank Netzwerk unterschätzt das reale Risiko (nur 29% des absoluten Betrages)
- Im vollständigen Netzwerk beträgt der Beitrag der Firmen zum systemischen Risko 55%

References I

-  Battiston, S., Puliga, M., Kaushik, R., Tasca, P., and Caldarelli, G. (2012).
DebtRank: Too Central to Fail? Financial Networks, the FED and Systemic Risk.
Scientific Reports, 2:541.
-  Einstein, A. (1905).
On the motion of small particles suspended in liquids at rest required by the molecular-kinetic theory of heat.
Annalen der physik, 17:549–560.
-  Jackson, M. O. and Watts, A. (2002).
The evolution of social and economic networks.
Journal of Economic Theory, 106(2):265–295.

References II

-  Martinez-Jaramillo, S., Alexandrova-Kabadjova, B., Bravo-Benitez, B., and Solórzano-Margain, J. P. (2014). An empirical study of the Mexican banking system's network and its implications for systemic risk. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 40:242–265.
-  Newman, M. (2010). *Networks: An Introduction*. Oxford University Press, Inc., New York, NY, USA.
-  Poledna, S., Molina-Borboa, J. L., Martínez-Jaramillo, S., Van Der Leij, M., and Thurner, S. (2015). The multi-layer network nature of systemic risk and its implications for the costs of financial crises. *Journal of Financial Stability*, 20:70–81.

References III

-  Poledna, S. and Thurner, S. (2016).
Elimination of systemic risk in financial networks by means of a
systemic risk transaction tax.
Quantitative Finance, 16(10):1599–1613.
-  Thurner, S. and Poledna, S. (2013).
DebtRank-transparency: Controlling systemic risk in financial
networks.
Scientific Reports, 3:1888.

Centrality Measures

Details from centrality measures mentioned previously

- Katz centrality: Not only sum of centralities of nearest neighbors but also the centrality of nodes at arbitrary distance k taken into account (with a factor α^k where $\alpha < 1$):

$$C_K(v_i) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{v_j \in V} \alpha^k (A^k)_{ij} \quad \vec{K} = ((I - \alpha A)^{-1} - I) \cdot \vec{1}$$

- PageRank: Divide centrality contribution of node by the number of outgoing links (with $D_{ij} = \delta_{ij} \max(1, k_j^{\text{out}})$)

$$C_P(v_i) = \alpha \sum_{k=1}^N A_{ij} \frac{x_j}{k_j^{\text{out}}} + \beta \quad \vec{P} = D(D - \alpha A)^{-1} \cdot \vec{1}$$

Centrality Measures

Details from centrality measures mentioned previously

- Katz centrality: Not only sum of centralities of nearest neighbors but also the centrality of nodes at arbitrary distance k taken into account (with a factor α^k where $\alpha < 1$):

$$C_K(v_i) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{v_j \in V} \alpha^k (A^k)_{ij} \quad \vec{K} = ((I - \alpha A)^{-1} - I) \cdot \vec{1}$$

- PageRank: Divide centrality contribution of node by the number of outgoing links (with $D_{ij} = \delta_{ij} \max(1, k_j^{\text{out}})$)

$$C_P(v_i) = \alpha \sum_{k=1}^N A_{ij} \frac{x_j}{k_j^{\text{out}}} + \beta \quad \vec{P} = D(D - \alpha A)^{-1} \cdot \vec{1}$$

Centrality Measures

Details from centrality measures mentioned previously

- Katz centrality: Not only sum of centralities of nearest neighbors but also the centrality of nodes at arbitrary distance k taken into account (with a factor α^k where $\alpha < 1$):

$$C_K(v_i) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{v_j \in V} \alpha^k (A^k)_{ij} \quad \vec{K} = ((I - \alpha A)^{-1} - I) \cdot \vec{1}$$

- PageRank: Divide centrality contribution of node by the number of outgoing links (with $D_{ij} = \delta_{ij} \max(1, k_j^{\text{out}})$)

$$C_P(v_i) = \alpha \sum_{k=1}^N A_{ij} \frac{x_j}{k_j^{\text{out}}} + \beta \quad \vec{P} = D(D - \alpha A)^{-1} \cdot \vec{1}$$

DebtRank

- Nodes have three states, undistressed (U), distressed (D) and inactive (I) and a distress level $\in [0, 1]$. Initially, all nodes start in state U.

DebtRank

- Nodes have three states, undistressed (U), distressed (D) and inactive (I) and a distress level $\in [0, 1]$. Initially, all nodes start in state U.
- Nodes are connected with weighted arcs, $W_{ij} = \min\left(\frac{L_{ij}}{C_j}, 1\right)$

DebtRank

- Nodes have three states, undistressed (U), distressed (D) and inactive (I) and a distress level $\in [0, 1]$. Initially, all nodes start in state U.
- Nodes are connected with weighted arcs, $W_{ij} = \min\left(\frac{L_{ij}}{C_j}, 1\right)$
- To measure the impact of default from a set of nodes the distress level of those nodes is set to 1.

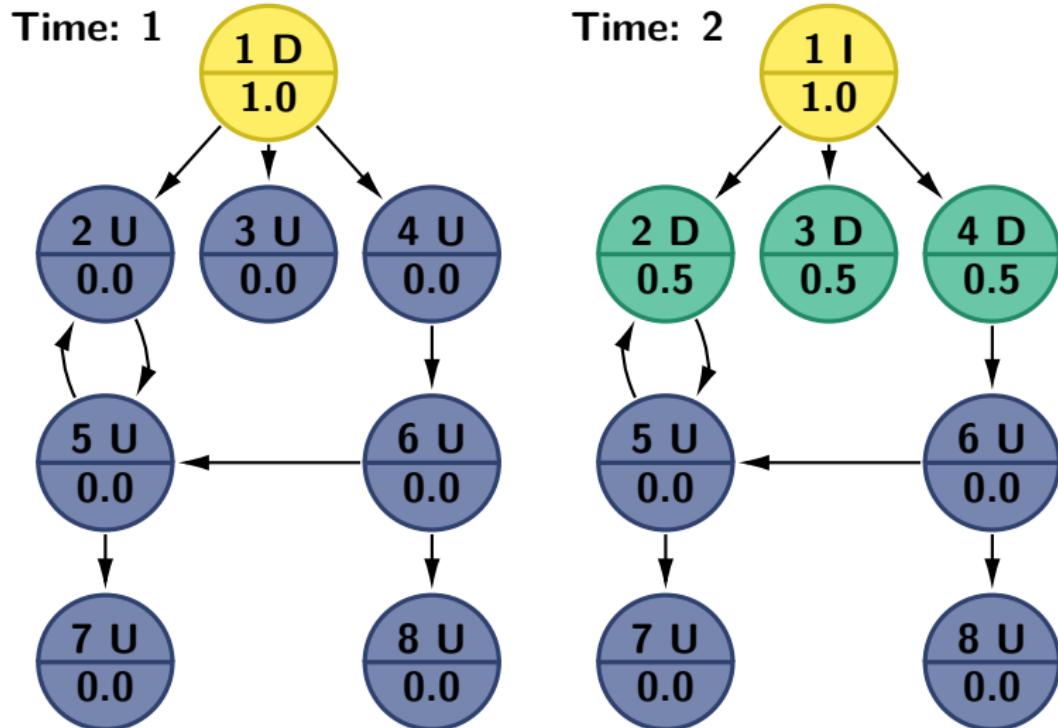
DebtRank

- Nodes have three states, undistressed (U), distressed (D) and inactive (I) and a distress level $\in [0, 1]$. Initially, all nodes start in state U.
- Nodes are connected with weighted arcs, $W_{ij} = \min\left(\frac{L_{ij}}{C_j}, 1\right)$
- To measure the impact of default from a set of nodes the distress level of those nodes is set to 1.
- Nodes go into state D (distressed) if a neighboring node ($W_{ij} > 0$) is in distress

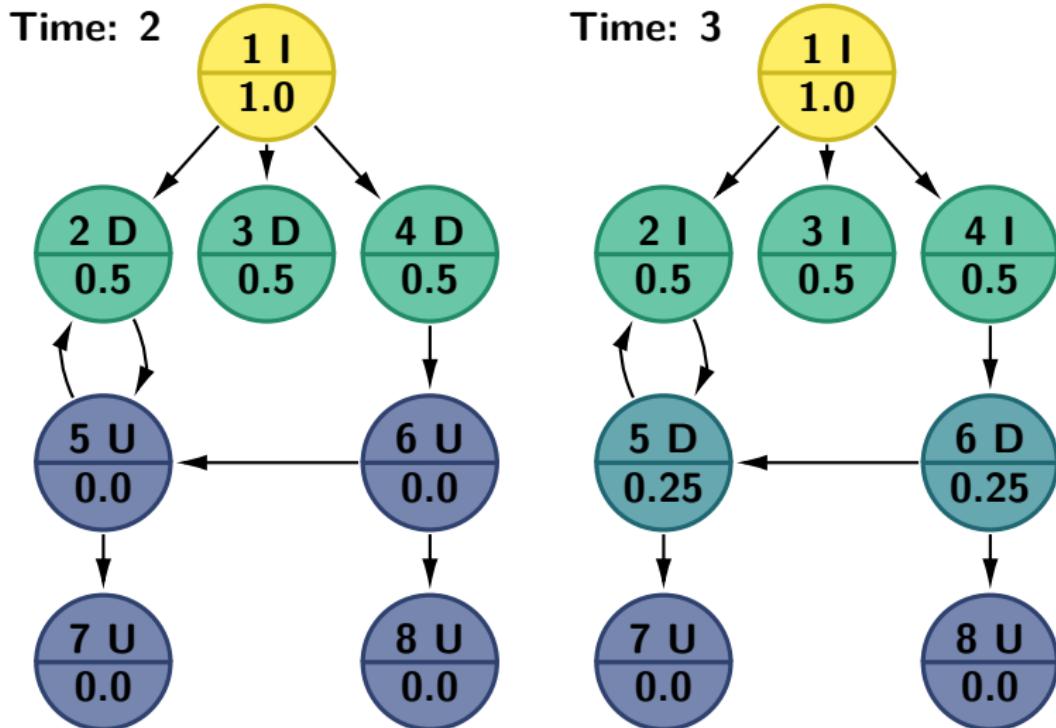
DebtRank

- Nodes have three states, undistressed (U), distressed (D) and inactive (I) and a distress level $\in [0, 1]$. Initially, all nodes start in state U.
- Nodes are connected with weighted arcs, $W_{ij} = \min\left(\frac{L_{ij}}{C_j}, 1\right)$
- To measure the impact of default from a set of nodes the distress level of those nodes is set to 1.
- Nodes go into state D (distressed) if a neighboring node ($W_{ij} > 0$) is in distress
- If a node has been in distress in the previous timestep it will be inactive from then on (\Rightarrow no loops)

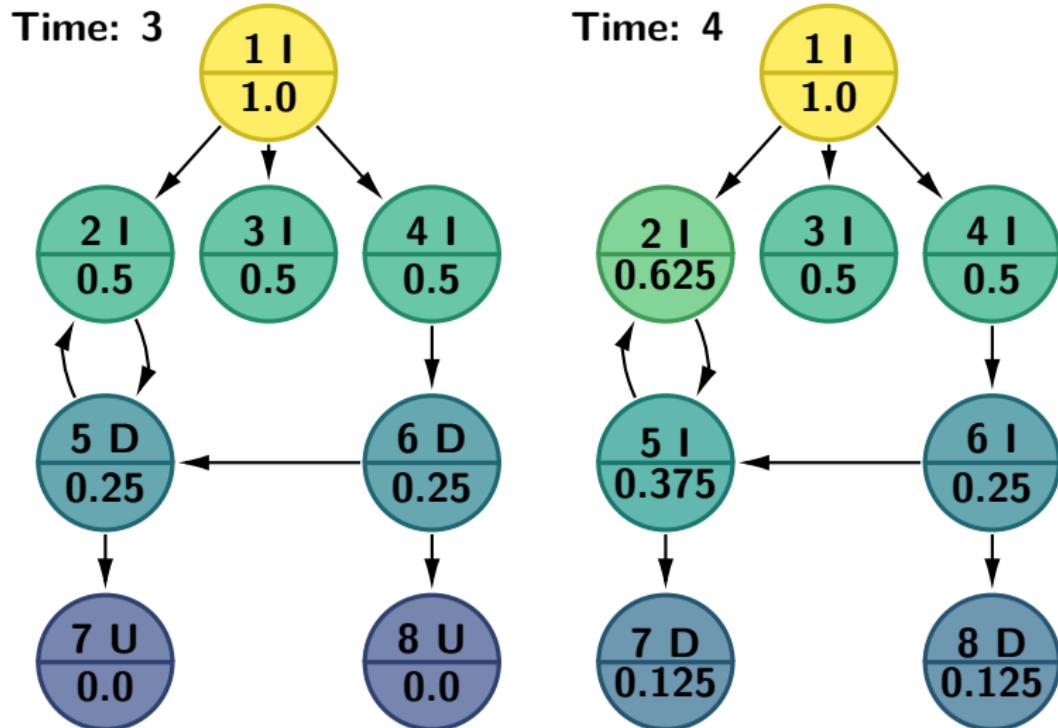
DebtRank: Example ($W_{ij} = 0.5$)



DebtRank: Example ($W_{ij} = 0.5$)



DebtRank: Example ($W_{ij} = 0.5$)



DebtRank: Example ($W_{ij} = 0.5$)

