Nous innovons pour votre réussite!

Contrôle en Analyse 3

Durée (2 h: 00 mn)

Prof. A.Ramadane, Ph.D.



Université Internationale de Casablanca

LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

LAUREATE SOMED EDUCATION HOLDING • Zénith Millénium, Bâtiment 6, Lot Attawfiq, Sidi Mâarouf Casablanca • Tél : 05 29 02 37 00 • Fax : 05 22 78 61 04

Capital social: 111, 830,000.00 dhs • Taxe professionnelle 37983111 • N°RC 214245 • N°IF 40192279

| www.uic.ac.ma |

Nous innovons pour votre réussite!

#### 1. Exercice (8 points)

- **a.** Rappeler les tests de comparaison (deux tests) et faire une seule démonstration de votre choix.
- **b.** Supposons que  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  et  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  deux séries à termes positifs et que  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  converge. Démontrer que si

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=0.$$

alors  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge aussi.

- c. Rappeler le test du rapport et faire la démonstration.
- d. Étudier la convergence de la série :

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{-n!}{e^{n^2}}$$

## 2. Exercice (4 points)

- a) Faire un rappel sur le test de l'intégrale pour la convergence d'une série.
- b) Montrer graphiquement que le reste R<sub>n</sub> d'une série est compris entre

$$\int_{n+1}^{\infty} f(x) \ dx \le R_n \le \int_{n}^{\infty} f(x) \ dx$$

# c) Application 1:



Nous innovons pour votre réussite!

- $\checkmark$  Trouver la somme partielle  $S_6$  de la série  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$
- ✓ Estimez l'erreur R<sub>6</sub>
- ✓ Trouver une valeur de n qui assure que l'erreur d'approximation soit inférieure à 10<sup>(-5).</sup>
- ✓ Estimer la somme  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

## Application 2:

Montrer que 
$$t_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \ln(n) > 0$$

$$f(x) = \frac{1}{x}$$
The (3 points)

## 3. Exercice (3 points)

Étudier la convergence des séries suivantes :

a) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$$

b) 
$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n!}$$

Comparer la  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$  avec ln(2) et  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n!}$  Avec  $e^{-1}$  avec trois chiffre significatifs

# 4. Exercice (3 points)

- A) Étudier la convergence des séries :
- a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2^n}$
- b)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^p}$



Université Internationale de Casablanca

LALIRFATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

Nous innovons pour votre réussite!

- c)  $\sum_{n=1}^{\infty} n e^{-n^2}$
- B) Dans le cas de la convergence décrire comment peut-on trouver la somme.



Université Internationale de Casablanca

LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

05 22 79 61 04