Pr. Morad Lakhssassi

Analyse 2 - Contrôle continu 2 - Durée 2h

CPI1

(Documents et calculatrice non autorisés)

Questions de cours : 3 points

- Enoncez le théorème donnant la Formule de Taylor Young.
- Donnez la définition d'un développement limité d'une fonction f en un point a à l'ordre n: $DL_n(f,a)$.
- \nearrow Donner le DL à l'ordre 2n+1 de cos(x) en 0.
- Donner le $DL_n(\ln(1+x), 0)$.
- Donner le $DL_n((1+x)^{\alpha},0)$.

Exercice 1: 1,5 points : Donner une approximation de $\sqrt{1,01}$ à 10^{-6} près.

Exercice 2:6 points

Donner les développements limités en 0 des fonctions suivantes :

cos x . exp x à l'ordre 3.

 $\sqrt{\cos(x)}$ à l'ordre 2

(h(x)-1) $\frac{\ln(1+x)-x}{ch(x)-1}$ à l'ordre 2

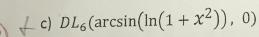
d) $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)^{3/x^2}$ à l'ordre 2.

Exercice 3: 6 points

Donner les développements limités suivantes :

$$\mathcal{A}$$
 a) $DL_2(e^x,1)$

(a)
$$DL_2(e^x, 1)$$
 (b) $DL_3(\ln(3+5x), 1)$



d)
$$DL_6((1+\frac{1}{x})^x, +\infty)$$
.

Exercice 4: 1,5 points

 \bigwedge Calculer la limite suivante : $\lim_{x\to 0} \left(\frac{\cos(x)-\sqrt{1-x^2}}{x^4}\right)$

Exercice 5:2 points

Soit $f(x) = \exp(x) + \sin(x)$

Trouver en utilisant les développements limités, l'équation de la tangente à la courbe de f en 0 et la position de la courbe de f par rapport à sa tangente en 0.