



ΗΥ-111 Απειροστικός Λογισμός II
Εαρινό εξάμηνο 2023

3^η σειρά ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: **14/5/2023**

Άσκηση 1

Να βρεθούν οι δεύτερες (f_{xx} , f_{yy} , f_{xy}) μερικές παράγωγοι των παρακάτω συναρτήσεων

(α) $f(x, y) = e^x + y \sin(x)$

(β) $f(x, y) = y^2 - 3xy + \cos y + 7e^y$

(γ) $f(x, y) = \frac{y}{2x+3y}$

Άσκηση 2

Να βρεθούν οι κατευθυνόμενες παράγωγοι των συναρτήσεων f στα σημεία P_0 στην κατεύθυνση των διανυσμάτων \mathbf{u}

(α) $f(x, y) = x^2 e^{-2y}$ στο $P_0(1, 0)$ στην κατεύθυνση του $\mathbf{u} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$

(β) $f(x, y) = \cos x \cos y$ στο $P_0\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ στην κατεύθυνση του $\mathbf{u} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$

(γ) $h(r, s, t) = \ln(3r + 6s + 9t)$ στο $P_0(1, 1, 1)$ στην κατεύθυνση του $\mathbf{u} = 4\mathbf{i} + 12\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$

Άσκηση 3

Να βρεθούν οι εξισώσεις του εφαπτόμενου επιπέδου στις παρακάτω επιφάνειες στα συγκεκριμένα σημεία

(α) $x^2 + 2y^2 - 3z^2 = 3$ στο $(2, -1, 1)$

(β) $z = \frac{1}{x^2 + y^2}$ στο $(1, 1, 0.5)$

(γ) $\sin(xyz) = x + 2y + 3z$ στο $(2, -1, 0)$



Άσκηση 4

Να βρεθούν και να χαρακτηριστούν τα ακρότατα (μέγιστα, ελάχιστα, σαγματικά) για παρακάτω τις συναρτήσεις

(α) $f(x, y) = x^2 + y^4 + 2xy$

(β) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy + 15$

(γ) $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 2x - 4y + 1$ για $0 \leq x \leq 2$ και $0 \leq y \leq 2$

Άσκηση 5

Να βρεθούν τα μέγιστα και ελάχιστα των παρακάτω συναρτήσεων, δεδομένου των αντίστοιχων περιορισμών.

(α) $f(x, y) = x^2 - y^2$ υπό τον περιορισμό ότι $x^2 + y^2 = 1$

(β) $f(x, y, z) = 2x + 2y + z$ υπό τον περιορισμό ότι $2x^2 + y^2 + z^2 = 9$

(γ) $f(x, y, z) = x + y + z$ υπό τον περιορισμό ότι $x^2 + z^2 = 2$ και $x + y = 1$

Άσκηση 6

(α) Να βρεθούν τα σημεία που ανήκουν στην επιφάνεια $x^2 + y^2 = z^2$ και έχουν την μικρότερη απόσταση από το σημείο $(4, 2, 0)$

(β) Να βρεθεί η ελάχιστη απόσταση από το σημείο $(2, -1, 1)$ στο επίπεδο $x + y - z = 2$