ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ — ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2014 ΣΤΟΝ ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΟ ΙΙ

ΘΕΜΑ 1ο. (1.5) (α) Να αποδειχθεί ότι η συνάρτηση $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ με

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3}{x^2+y^2}, & \text{όταν } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{όταν } (x,y) = (0,0), \end{cases}$$

είναι συνεχής στο σημείο $(0,0)$.
(β) Να υπολογιστούν όλες οι κατευθυνόμενες παράγωγοι της f στο σημείο $(0,0)$, αν υπάρχουν.
(γ) Είναι η f διαφορίσιμη στο σημείο $(0,0)$;

ΘΕΜΑ 2ο. (1.5) Να ευρεθούν τα σημεία τοπικών ακροτάτων και τα σαμάρια της συνάρτησης $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ με τύπο

$$f(x,y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1.$$

ΘΕΜΑ 3ο. (1,5) Να ευρεθούν τα σημεία του συνόλου

να ελέγξω αν οι προϋποθέσεις [illegible]

$$S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy^2 = 16\}$$

που βρίσκονται πλησιέστερα στο $(0,0)$. $d = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2}$

ΘΕΜΑ 4ο. (1,5) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα $\int_B e^{x+y}\,dxdy$, όπου B είναι το τραπέζιο στο $\mathbb{R}^2$ με κορυφές τα σημεία $(1,1)$, $(2,2)$, $(-2,2)$ και $(-\frac{1}{2}, 1)$.

ΘΕΜΑ 5ο. (2) Αν $0 < a < R$, να υπολογιστεί ο όγκος του στερεού

$$K = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, \quad z \geq a\}.$$

ΘΕΜΑ 6ο. (2) Αν $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2x, \quad y \geq 0\}$, να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_B (x-y)\,dxdy.$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ