



## HY-111 Απειροστικός Λογισμός II

*Εαρινό εξάμηνο 2023*

**1<sup>η</sup> σειρά ασκήσεων**

**Παράδοση: 05/03/2023**

### Γενικές οδηγίες

Το όνομα του παραδοτέου πρέπει να είναι της μορφής **ask1\_AM** (όπου AM ο αριθμός μητρώου π.χ. ask1\_1234). Μπορείτε να κάνετε χρήση των equation tools στο Word ή κάποιου άλλου λογισμικού για συγγραφή εξισώσεων ή του Latex. Αν οι ασκήσεις παραδοθούν σε doc/pdf με χρήση Word θα έχετε bonus +5% ενώ αν χρησιμοποιήσετε Latex θα έχετε bonus +10% (μέγιστη βαθμολογία 105% ή 110% αντίστοιχα). Αν παραδώσετε σκαναρισμένες ή με φωτογραφίες τις ασκήσεις σας θα βαθμολογηθείτε με μέγιστο 100%. Στην περίπτωση παράδοσης με φωτογραφίες, τοποθετήστε όλες τις εικόνες σε **ένα ενιαίο** αρχείο κειμένου/pdf ώστε να διευκολύνετε την διόρθωση.

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνει **ηλεκτρονικά** μέχρι και τις 05/03/2023 και ώρα 23:59 από την ιστοσελίδα του μαθήματος στο eLearn. **Προσοχή:** Δεν θα δοθεί παράταση, υπάρχει όμως δυνατότητα καθυστερημένης παράδοσης με ποινή -10% ανά ημέρα και μέχρι 3 ημέρες καθυστέρηση το αργότερο.

### Άσκηση 1 (14 Μονάδες)

α) Για τα διανύσματα  $\mathbf{v} = 3\mathbf{i} - \mathbf{j}$  και  $\mathbf{u} = 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$  του  $\mathbb{R}^3$  βρείτε το  $|\mathbf{v}|$ ,  $|\mathbf{u}|$ ,  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{u}$ ,  $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ ,  $\mathbf{v} \times \mathbf{u}$ ,  $|\mathbf{v} \times \mathbf{u}|$ , την γωνία μεταξύ των  $\mathbf{u}$  και  $\mathbf{v}$  σε ακτίνια, και την διανυσματική προβολή του  $\mathbf{u}$  πάνω στο  $\mathbf{v}$ . β) Υπολογίστε όλα τα ζητούμενα του (α) ερωτήματος με χρήση του GeoGebra και προσθέστε στην απάντησή σας την εικόνα των σχημάτων και των εντολών που χρησιμοποιήσατε.

### Άσκηση 2 (10 Μονάδες)

α) Υπολογίστε την οξεία γωνία (σε μοίρες και ακτίνια) μεταξύ των ευθειών  $4x + 3y = 2$  και  $5x - 2y = 3$  β) Υπολογίστε με GeoGebra την γωνία του ερωτήματος (α) και προσθέστε στην απάντησή σας την εικόνα των σχημάτων και των εντολών που χρησιμοποιήσατε.

### Άσκηση 3 (8 Μονάδες)

Έστω  $\mathbf{v} = \langle 1, 1 \rangle$ . Δώστε μια περιγραφή όλων των διανυσμάτων θέσης  $\mathbf{w}$  που έχουν την ίδια προβολή στο  $\mathbf{v}$  με το  $\mathbf{u} = \langle 1, 2 \rangle$  δηλαδή  $\text{proj}_{\mathbf{v}} \mathbf{w} = \text{proj}_{\mathbf{v}} \langle 1, 2 \rangle$ . Σχεδιάστε στο χαρτί (ή με GeoGebra) το σχήμα της λύσης.



#### Άσκηση 4 (28 Μονάδες)

Διερευνήστε αν οι ακόλουθες προτάσεις είναι σωστές και δώστε μια εξήγηση ή απόδειξη ή ένα αντισταδείγμα για κάθε μια από αυτές. Θεωρήστε ότι τα  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$  είναι μη μηδενικά διανύσματα του  $\mathbb{R}^3$

α)  $(\mathbf{u} \cdot \mathbf{i})^2 + (\mathbf{u} \cdot \mathbf{j})^2 + (\mathbf{u} \cdot \mathbf{k})^2 = |\mathbf{u}|^2$

β) Αν το  $\mathbf{u}$  είναι κάθετο στο  $\mathbf{v}$  και το  $\mathbf{v}$  είναι κάθετο στο  $\mathbf{w}$ , τότε το  $\mathbf{u}$  είναι κάθετο στο  $\mathbf{w}$

γ) Τα διανύσματα που είναι κάθετα στο  $\langle 1, 1, 1 \rangle$  βρίσκονται στην ίδια ευθεία

δ) Αν  $\text{proj}_{\mathbf{v}} \mathbf{u} = 0$  τότε τα διανύσματα  $\mathbf{u}$  και  $\mathbf{v}$  (όχι μηδενικά και τα δύο) είναι κάθετα.

ε)  $\mathbf{u} \times (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \mathbf{0}$

στ)  $\text{proj}_{\mathbf{v}} \mathbf{u} = \text{proj}_{\mathbf{u}} \mathbf{v}$

ζ)  $(\mathbf{u} - \mathbf{v}) \times (\mathbf{u} + \mathbf{v}) = 2\mathbf{u} \times \mathbf{v}$

#### Άσκηση 5 (14 Μονάδες)

α) Βρείτε την απόσταση που χωρίζει το επίπεδο  $x+2y+6z=6$  από την ευθεία με παραμετρικές εξισώσεις  $x = 2+t, y = 1+t, z = -1/2-(1/2)t$  (10 Μονάδες). β) Με χρήση GeoGebra σχεδιάστε την ευθεία, το επίπεδο, υπολογίστε την απόσταση και προσθέστε στην απάντησή σας την εικόνα των σχημάτων μαζί με τις εντολές που χρησιμοποιήσατε (4 Μονάδες).

#### Άσκηση 6 (8 Μονάδες)

Έστω η ευθεία  $x = 3-2t, y = 1+5t, z = -2-3t$ . Είναι η ευθεία παράλληλη με το επίπεδο  $2x+y-z=17$ ; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

#### Άσκηση 7 (18 Μονάδες)

α) (8 Μονάδες) Βρείτε ένα επίπεδο που να διέρχεται από το σημείο  $P(1,1,1)$  και να τέμνει κάθετα το επίπεδο  $2x+3y+z=13$  β) (6 Μονάδες) Βρείτε την εξίσωση της ευθείας τομής των δύο επιπέδων γ) (4 Μονάδες) Σχεδιάστε τα δύο επίπεδα και την ευθεία τομής με χρήση GeoGebra και προσθέστε την εικόνα στην απάντησή σας.