

Apeirostikos Logismos 2020 June

Θεμα 1)

- α) είναι συνενυθιθακά τα $A(2, 3, -4), B(2, 1, -1), G(2, 7, -10)$
β) Βρείτε μια εξίσωση για το επίπεδο που περιέχει τις παράλληλες ευθείες
 $r_1(t) = (0, 1, -2) + t(2, 3, -1), r_2(t) = (2, -1, 0) + t(2, 3, -1)$
γ) Βρείτε το μοναδιαίο διάνυσμα το οποίο να είναι κάθετο στην ευθεία με παραμετρικές $x = 2t - 1, y = -t - 1, z = t + 2$

Θέμα 2)

- α) Βρείτε ένα σημείο $A(x, y, z)$ τομής των επιπέδων $M1 : x + 2y + z = 0, M2 : x - 3y - z = 0$
Βρείτε τις παραμετρικές εξ. της ευθείας τομής των $M1$ και $M2$. Βρείτε την απόσταση αυτήνης από το $S(0, 1, 2)$
β) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x+y)}{x+y}$
γ) Υπάρχει $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{xy^2-1}{y-1}$

Θέμα 3)

- $r(t) = (\cos t)i + (\sin t)j + t^2k$
α) Μέτρο ταχύτητας στο $t_0 = 4\pi$
β) Υπάρχει χρον. στιγμή που το διάνυσμα ταχύτητας κάθετο στο διάνυσμα θέσης;
γ) Βρείτε το διάνυσμα της επιτάχυνσης
δ) παραμετρικές εξισώσεις που εφάπτονται στην καμπύλη για $t_0 = 4\pi$. Σε ποιο σημείο τέμνει αυτή η ευθεία το $\xi\psi$ επίπεδο

Θεμά 4)

- $f(x, y) = x^3 + 3xy + y^3 + 1$
α) Ακρότατα
β) ακρότατα που περικλείται από τις ευθείες $x = -1, x = 1, y = -1, y = 1$
γ) ακρότατα του $h(x, y) = x^3 + 3xy + y^3$ υπό τον περιορισμό $g(x, y) = 3x^2 + 3y^2 = 0$

Θέμα 5)

- $f(x, y, z) = \ln(2x + 3y + 6z)$ και σημείο $P_0(-1, -1, 1)$
α) διάνυσμα με μέγιστο ρυθμό αύξησης και να βρεθεί και η παράγωγος σε αυτήν την κατεύθυνση.
β) να υπολογιστεί η παράγωγος της f στο σημείο $P_0(-1, -1, 1)$ στην κατεύθυνση

του διανύσματος ν που δείχνει προς το σημείο $P_1(-3, 4, 1)$

γ) να βρεθούν οι παραμετρικές εξισώσεις που περιγράφουν το εφαπτομένο επίπεδο και την κάθετη ευθεία στην επιφάνεια $f(x, y, z) = 0$ στο σημείο $P_0(-1, -1, 1)$

Θέμα 6)

α) Εμβυσάδον που περικλείεται από $y = x, x = 0, y + x = 2$ και είναι πάνω από το xy

β) Όγκος του α) με επιφάνεια $z = x^2 + y^2$

γ) όγκος ανάμεσα στα $2x + y + z = 4, x = 0, y = 0, z = 0$