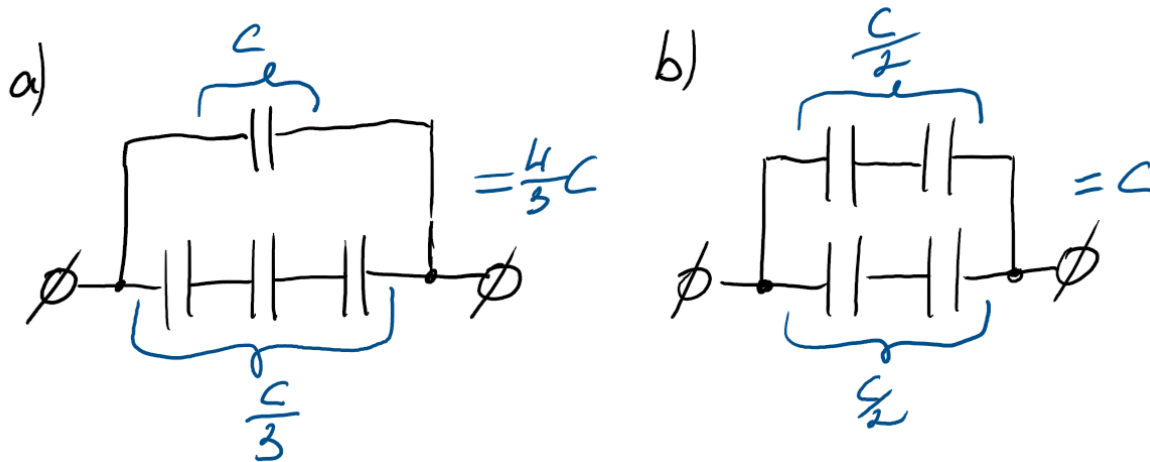


**Задача 7.3.6.** Батарея из четырех одинаковых конденсаторов включена один раз по схеме а), а другой раз — по схеме б). В каком случае емкость батареи будет больше? Если емкости конденсаторов различны, то какому соотношению они должны удовлетворять, чтобы при переключении со схемы а) на схему б) емкость батареи не менялась?



Обозначим  $C$  емкостью конденсатора, тогда в схеме а) нижние конденсаторы соединены последовательно и образуют емкость  $\frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C}} = \frac{C}{3}$  - эта группа соединена параллельно с

верхним конденсатором, тогда емкость батареи -  $C + \frac{C}{3} = \frac{4}{3}C$

Аналогично в схеме б) емкость батареи будет  $2 \left( \frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{C}} \right) = C$

Очевидно, что в схеме а) емкость больше, чем в схеме б)

Выясним, при каком соотношении емкость батареи в двух конфигурациях будет равна:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} + C_4 &= \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} + \frac{1}{\frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}} \\ \frac{C_1 C_2 C_3}{C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_1 C_2} + C_4 &= \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} \\ C_1 C_2 \frac{C_3 C_1 + C_3 C_2 - C_2 C_3 - C_1 C_3 - C_1 C_2}{C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_1 C_2} &= -\frac{C_4^2}{C_3 + C_4} \\ \frac{C_1^2 C_2^2}{C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_1 C_2} &= \frac{C_4^2}{C_3 + C_4} \end{aligned}$$

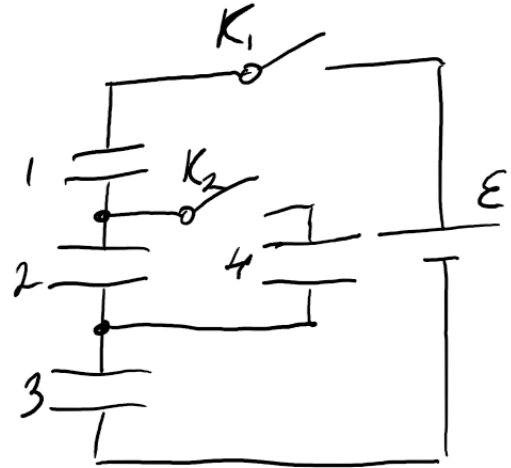
Ответ:  $\frac{C_1^2 C_2^2}{C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_1 C_2} = \frac{C_4^2}{C_3 + C_4}$

**Задача 13.9.** Четыре одинаковых конденсатора соединены и присоединены к батарее с ЭДС  $\varepsilon$ . Ключ  $K_2$  сначала разомкнут, а ключ  $K_1$  замкнут. Затем размыкают ключ  $K_1$  и замыкают ключ  $K_2$ . Какова будет разность потенциалов на каждом конденсаторе, если ЭДС батареи  $\varepsilon = 9$  В?

Ключ  $K_1$  замкнут, значит через конденсаторы 1, 2 и 3 идет ток. Через конденсатор 4 ток не идет, так как ключ  $K_2$  разомкнут. Всего емкость трех конденсаторов равна  $C_{123} = \frac{C}{3}$ , где  $C$  - емкость одного конденсатора. Разность потенциала между ними  $\varphi = 9$  вольт, так как конденсаторы соединены последовательно, заряд на всех конденсаторах будет  $q_1 = q_2 = q_3 = C_{123}\varphi = 3C$ , а напряжение  $U_1 = \frac{q_1}{C} = 3$  В

Будем считать четвертый конденсатор незаряженным; при размыкании ключа  $K_1$  ничего не происходит, при замыкании ключа  $K_2$  ток пойдет от второго конденсатора к четвертому, причем  $U_{2\text{после}} = U_4 = \frac{U_{2\text{до}}}{2} = 1.5$  В

Первый и третий конденсаторы не подключены в цепь, напряжение на них не изменится



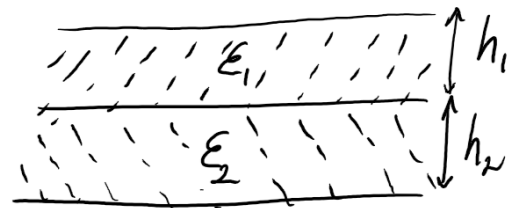
Ответ: 3 В, 1.5 В, 3 В, 1.5 В

**Задача 9.3.4.** Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектриков. Толщина слоя первого диэлектрика с проницаемостью  $\varepsilon_1$  равна  $h_1$ , толщина слоя второго диэлектрика с проницаемостью  $\varepsilon_2$  равна  $h_2$ . Площадь каждой обкладки равна  $S$ . Найти емкость  $C$  конденсатора.

Считаем конденсаторы соединенными последовательно, тогда

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{1}{\frac{h_1}{\varepsilon\varepsilon_1 S} + \frac{h_2}{\varepsilon\varepsilon_2 S}} = \frac{1}{\frac{h_1\varepsilon_2 + h_2\varepsilon_1}{\varepsilon\varepsilon_1\varepsilon_2 S}} = \frac{\varepsilon\varepsilon_1\varepsilon_2 S}{h_1\varepsilon_2 + h_2\varepsilon_1}$$

Ответ:  $\frac{\varepsilon\varepsilon_1\varepsilon_2 S}{h_1\varepsilon_2 + h_2\varepsilon_1}$



**Задача 11.3.9.** Плоский воздушный конденсатор с пластинами площадью  $S$  и расстоянием между ними  $d$  заряжен до разности потенциалов  $U$  и отключен от батареи. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы увеличить расстояние между его пластинами на  $\Delta x$ ?

В ходе перемещения обкладки заряд на конденсаторе не изменяется, поэтому  $q = \text{const} = CU = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} U$

Тогда  $\frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} U = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d + \Delta x} U'$

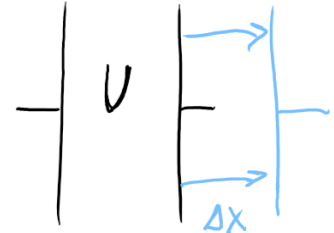
Из этого  $U' = \frac{d + \Delta x}{d} U$

Получаем разность напряжений  $\Delta U = U' - U = U \left( \frac{d + \Delta x}{d} - 1 \right) =$

$U \frac{\Delta x}{d}$

Получаем работу  $A = q \Delta U = q U \frac{\Delta x}{d} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S \Delta x}{d^2} U^2$

Ответ:  $\frac{\varepsilon \varepsilon_0 S \Delta x}{d^2} U^2$  Дж



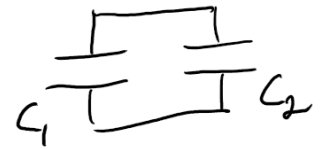
**Задача 11.3.13.** Конденсатор емкости  $C_1 = 1$  мкФ ( $10^{-6}$  Ф), предварительно заряженный до напряжения  $U = 300$  В и отсоединенный от источника ЭДС, подключили параллельно к незаряженному конденсатору емкости  $C_2 = 2$  мкФ. Найти изменение энергии этой системы к моменту установления равновесия.

Конденсаторы соединены параллельно, значит  $U_1 = U_2$

На первом конденсаторе до подключения ко второму сосредоточился заряд  $Q = C_1 \cdot U$

По закону сохранения заряда  $q_2 + q_1 = Q \Rightarrow C_1 U_1 + C_2 U_2 = C_1 \cdot U$

$U_1 = U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U$



Энергия первого конденсатора до подключения ко второму равна  $W_1 = \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{10^{-6} \cdot 90000}{2} =$

$0.045$  Дж; после подключения  $W_2 = \frac{C_1 U_1^2 + C_2 U_2^2}{2} = \frac{C_1 + C_2}{2} \frac{C_1^2}{(C_1 + C_2)^2} U^2 = \frac{C_1^2}{2(C_1 + C_2)} U^2 =$

$\frac{10^{-12}}{2(10^{-6} + 2 \cdot 10^{-6})} \cdot 90000 = \frac{10^{-6}}{6} \cdot 90000 = 0.015$  Дж

$\Delta W = -0.03$  Дж

Ответ:  $-0.03$  Дж