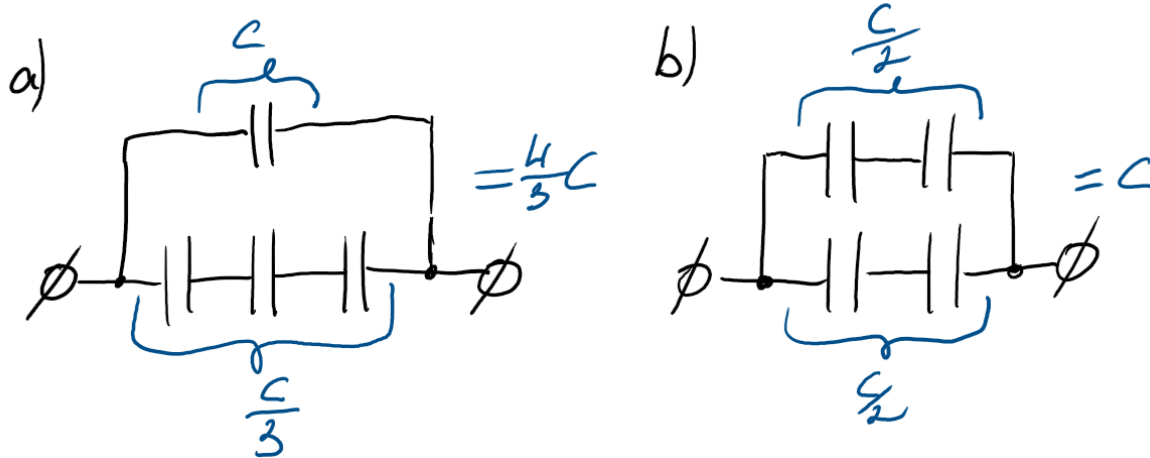


Задача 7.3.6. Батарея из четырех одинаковых конденсаторов включена один раз по схеме а), а другой раз — по схеме б). В каком случае емкость батареи будет больше? Если емкости конденсаторов различны, то какому соотношению они должны удовлетворять, чтобы при переключении со схемы а) на схему б) емкость батареи не менялась?



Обозначим C емкостью конденсатора, тогда в схеме а) нижние конденсаторы соединены последовательно и образуют емкость $\frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C}} = \frac{C}{3}$ - эта группа соединена параллельно с верхним конденсатором, тогда емкость батареи - $C + \frac{C}{3} = \frac{4}{3}C$

Аналогично в схеме б) емкость батареи будет $2 \left(\frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{C}} \right) = C$

Очевидно, что в схеме а) емкость больше, чем в схеме б)

Выясним, при каком соотношении емкость батареи в двух конфигурациях будет равна:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} + C_4 &= \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} + \frac{1}{\frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}} \\ \frac{C_1 C_2 C_3}{C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_1 C_2} + C_4 &= \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} \\ C_1 C_2 \frac{C_3 C_1 + C_3 C_2 - C_2 C_3 - C_1 C_3 - C_1 C_2}{C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_1 C_2} &= -\frac{C_4^2}{C_3 + C_4} \\ \frac{C_1^2 C_2^2}{C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_1 C_2} &= \frac{C_4^2}{C_3 + C_4} \end{aligned}$$

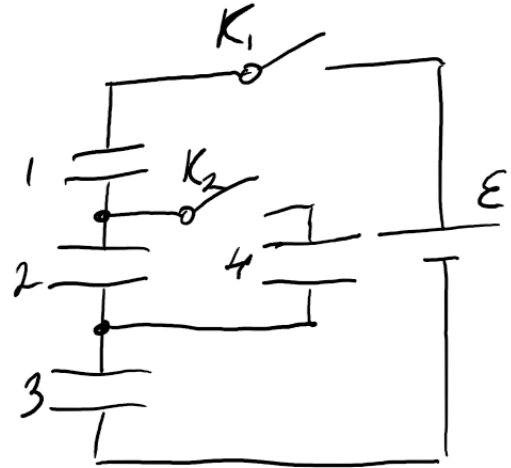
Ответ: $\frac{C_1^2 C_2^2}{C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_1 C_2} = \frac{C_4^2}{C_3 + C_4}$

Задача 13.9. Четыре одинаковых конденсатора соединены и присоединены к батарее с ЭДС ε . Ключ K_2 сначала разомкнут, а ключ K_1 замкнут. Затем размыкают ключ K_1 и замыкают ключ K_2 . Какова будет разность потенциалов на каждом конденсаторе, если ЭДС батареи $\varepsilon = 9$ В?

Ключ K_1 замкнут, значит через конденсаторы 1, 2 и 3 идет ток. Через конденсатор 4 ток не идет, так как ключ K_2 разомкнут. Всего емкость трех конденсаторов равна $C_{123} = \frac{C}{3}$, где C - емкость одного конденсатора. Разность потенциала между ними $\varphi = 9$ вольт, так как конденсаторы соединены последовательно, заряд на всех конденсаторах будет $q_1 = q_2 = q_3 = C_{123}\varphi = 3C$, а напряжение $U_1 = \frac{q_1}{C} = 3$ В

Будем считать четвертый конденсатор незаряженным; при размыкании ключа K_1 ничего не происходит, при замыкании ключа K_2 ток пойдет от второго конденсатора к четвертому, причем $U_{2\text{после}} = U_4 = \frac{U_{2\text{до}}}{2} = 1.5$ В

Первый и третий конденсаторы не подключены в цепь, напряжение на них не изменится



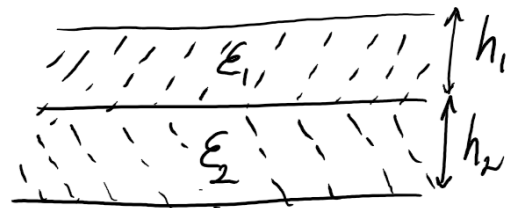
Ответ: 3 В, 1.5 В, 3 В, 1.5 В

Задача 9.3.4. Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектриков. Толщина слоя первого диэлектрика с проницаемостью ε_1 равна h_1 , толщина слоя второго диэлектрика с проницаемостью ε_2 равна h_2 . Площадь каждой обкладки равна S . Найти емкость C конденсатора.

Считаем конденсаторы соединенными последовательно, тогда

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{1}{\frac{h_1}{\varepsilon_1 S} + \frac{h_2}{\varepsilon_2 S}} = \frac{1}{\frac{h_1 \varepsilon_2 + h_2 \varepsilon_1}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 S}} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 S}{h_1 \varepsilon_2 + h_2 \varepsilon_1}$$

Ответ: $\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 S}{h_1 \varepsilon_2 + h_2 \varepsilon_1}$



Задача 11.3.9. Плоский воздушный конденсатор с пластинами площадью S и расстоянием между ними d заряжен до разности потенциалов U и отключен от батареи. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы увеличить расстояние между его пластинами на Δx ?

В ходе перемещения обкладки заряд на конденсаторе не изменяется, поэтому $q = \text{const} = CU = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} U$

Тогда $\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} U = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d + \Delta x} U'$

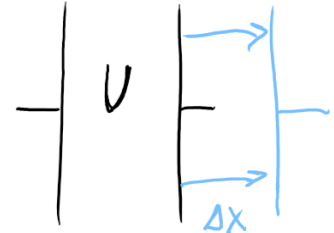
Из этого $U' = \frac{d + \Delta x}{d} U$

Получаем разность напряжений $\Delta U = U' - U = U \left(\frac{d + \Delta x}{d} - 1 \right) =$

$U \frac{\Delta x}{d}$

Получаем работу $A = q\Delta U = qU \frac{\Delta x}{d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S \Delta x}{d^2} U^2$

Ответ: $\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S \Delta x}{d^2} U^2$ Дж



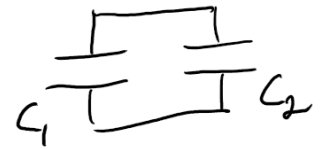
Задача 11.3.13. Конденсатор емкости $C_1 = 1$ мкФ (10^{-6} Ф), предварительно заряженный до напряжения $U = 300$ В и отсоединенный от источника ЭДС, подключили параллельно к незаряженному конденсатору емкости $C_2 = 2$ мкФ. Найти изменение энергии этой системы к моменту установления равновесия.

Конденсаторы соединены параллельно, значит $U_1 = U_2$

На первом конденсаторе до подключения ко второму сосредоточился заряд $Q = C_1 \cdot U$

По закону сохранения заряда $q_2 + q_1 = Q \Rightarrow C_1 U_1 + C_2 U_2 = C_1 \cdot U$

$U_1 = U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U$



Энергия первого конденсатора до подключения ко второму равна $W_1 = \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{10^{-6} \cdot 90000}{2} =$

0.045 Дж; после подключения $W_2 = \frac{C_1 U_1^2 + C_2 U_2^2}{2} = \frac{C_1 + C_2}{2} \frac{C_1^2}{(C_1 + C_2)^2} U^2 = \frac{C_1^2}{2(C_1 + C_2)} U^2 =$

$\frac{10^{-12}}{2(10^{-6} + 2 \cdot 10^{-6})} \cdot 90000 = \frac{10^{-6}}{6} \cdot 90000 = 0.015$ Дж

$\Delta W = -0.03$ Дж

Ответ: -0.03 Дж