

### 3. Кинематика вращательного движения. Динамика материальной точки

#### План лекции

- Угловые величины: угол поворота, угловая скорость
- Взаимосвязь между линейными и угловыми величинами
- Плоское движение
- Динамика материальной точки
- Законы Ньютона. Силы в механике
- Принципы работы акселерометра

#### Движение по окружности

Возьмем точку  $A$ , положение которой определим через  $\vec{r}$ . Точка  $A$  движется по окружности вокруг неподвижной оси  $OO'$

Тогда  $d\vec{r}$  - перемещение,  $d\vec{\varphi}$  - элементарный угол поворота (вектор определяет в какую сторону, по часовой или против, обращается по окружности тело; вектор направлен перпендикулярно окружности)

$$|d\vec{r}| = R d\varphi = r \cdot \sin \alpha d\varphi$$

$$R = r \cdot \sin \alpha$$

$$d\vec{r} = [d\vec{\varphi} \vec{r}]$$

здесь и далее  $[\vec{x} \vec{y}]$  - векторное произведение

Угловая скорость - векторная величина, показывающая как меняется угол поворота тела со временем:

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \quad \vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

Направление совпадает с направлением угла поворота  $d\vec{\varphi}$ :  $\vec{\omega} \uparrow \uparrow d\vec{\varphi}$

Угловое ускорение - векторная величина, показывающая как меняется угловая скорость тела со временем

$$\langle \beta \rangle = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \quad \vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2 \vec{\varphi}}{dt^2}$$

Направление совпадает с направлением вектора изменения скорости  $\Delta \vec{\omega}$ :  $\vec{\beta} \uparrow \uparrow d\vec{\omega}$

$$d\vec{r} = [d\vec{\varphi} \vec{r}]$$

$$dr = d\varphi \cdot r \cdot \sin \alpha = d\varphi \cdot R$$

$$\text{Выразим скорость } \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \left[ \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \vec{r} \right] = [\vec{\omega} \vec{r}]$$

$$v = \omega \cdot r \cdot \sin \alpha = \omega \cdot R$$

$$\text{Выразим ускорение: } \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left[ \frac{d\vec{\omega}}{dt} \vec{r} \right] + \left[ \vec{\omega} \frac{d\vec{r}}{dt} \right] = [\vec{\beta} \vec{r}] + [\vec{\omega} \vec{v}] = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

$\vec{a}_\tau$  называют тангенциальным ускорением (направленным по касательной),  $\vec{a}_n$  - нормальным (направленным к центру)

$$a_\tau = \beta \cdot r \cdot \sin \alpha = \beta \cdot R$$

Перемещение, путь, скорость:

$$d\vec{r} = [d\vec{\varphi}\vec{\rho}] (\vec{\rho} - \text{вектор радиуса окружности}) \quad \vec{v} = [\vec{\omega}\vec{\rho}]$$

$$dr = d\varphi \cdot R \quad v = \omega \cdot R$$

$$S = \varphi \cdot R$$

$$\text{Ускорение: } \vec{a} = [\vec{\beta}\vec{r}] + [\vec{\omega}\vec{v}]$$

$$\vec{a}_\tau = [\vec{\beta}\vec{r}]$$

$$\vec{a}_n = [\vec{\omega}\vec{v}] = [\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{\rho}]]$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu} - \text{период}$$

$$a_\tau = \beta \cdot R$$

$$a_n = \omega^2 R = \frac{1}{R} v^2$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} - \text{частота}$$

Плоское движение - движение твердого тела, при котором каждая его точка движется в плоскости, параллельной некоторой неподвижной в данной системе отсчета плоскости

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}'$$

$$d\vec{r} = d\vec{r}_0 + d\vec{r}' = d\vec{r}_0 + [d\vec{\varphi}\vec{r}']$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + [\vec{\omega}\vec{r}']$$

$\vec{v}_C$  - скорость центра колеса относительно точки отсчета

$\vec{v}_{вр}$  - скорость точек колеса относительно его центра

**Def.** Динамика - раздел механики, изучающий причины, вызывающие движение тел

1687 г. - законы Ньютона, основа классической механики (механики Ньютона), обобщение большего количества опытов (Г. Галилей)

Классическая механика - частный случай 1) СТО при скоростях много меньших скорости света  $v \ll c$ ; 2) квантовой механики при массах, много больших массы атома

В динамике существуют различия между системами отсчета и преимуществами одних СО над другими.

Существуют такие системы отсчета, относительно которых свободное тело (тело, на которое не действуют другие тела) движется равномерно и прямолинейно или находится в состоянии покоя. Такие системы называются инерциальными (ИСО)

### Принцип относительности Галилея:

Любая СО, движущаяся с постоянной скоростью относительно ИСО, также является ИСО.

Тогда справедливо любое из этих утверждений:

1. все ИСО эквивалентны друг другу по своим механическим свойствам
2. во всех ИСО свойства пространства и времени одинаковы
3. законы механики одинаковы во всех ИСО

Преобразования Галилея - преобразования координат при переходе от одной ИСО к другой

$K, K'$  - ИСО

$\vec{V}$  - скорость, с которой движется СО  $K'$  относительно  $K$   $t = t'$

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{V}t$$

$$\vec{c} = \vec{c}' + \vec{V}$$

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

**Def.** Сила - физическая величина, определяющая количественную характеристику и направление воздействия, оказываемого на данное тело со стороны других тел.

Силы условно можно разделить на силы, возникающие при непосредственном контакте (силы трения, давления) и на силы, возникающие через поля (электрические, гравитационные).

**Def.** Инертная масса - мера инертности тела, то есть способности тела сохранять свою скорость при движении

**Def.** Гравитационная масса - мера гравитационного взаимодействия, величина, определяющая вес тел.

$m_{\text{ин}} = m_{\text{гр}}$  с точностью до  $10^{-13}$  кг

В классической механике 1) масса - величина аддитивная ( $m_1 + m_2 + \dots = m$ ); 2)  $m = \text{const}$

## Законы Ньютона

### I закон Ньютона

Существуют такие системы отсчёта, называемые инерциальными, относительно которых материальные точки, когда на них не действуют никакие силы (или действуют силы взаимно уравновешенные), находятся в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения.

### II закон Ньютона

Ускорение тела пропорционально действующей на него силе и обратно пропорционально его массе  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

Под равнодействующей всех сил понимают векторную сумму всех сил, действующих на тело (принцип суперпозиции)

$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$  - II закон в импульсной (дифференциальной) форме

### III закон Ньютона

Силы, с которыми два тела действуют друг на друга равны по модулю и направлены в противоположные стороны  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Закон Гука:  $F = k|\Delta l|$  - сила упругости пропорциональна изменению длины тела

Акселерометр - прибор, измеряющий ускорение, точнее проекцию кажущегося ускорения.

Акселерометр использует II закон Ньютона ( $mg - k\Delta l = ma$ ) во всех трех осях, что позволяет измерение ускорения в трех направлениях. Акселерометр используется в автомобилях,

авиации, телефонах, игровых контроллерах, компьютерах (защита жесткого диска). Сейчас акселерометры изготавливаются в размерах от 20 мкм до 1 мм из кремния