Equações Diferenciais: Notas de Aula
Introdução às EDOs

Prof: Felipe Figueiredo
http://sites.google.com/site/proffelipefigueiredo
Versão: 20150724

1 Objetivos de aprendizagem

Ao final desta aula o aluno deve saber identificar uma Equação Diferencial Ordinária (EDO), em comparação aos tipos de equações elementares já familiares ao aluno. O aluno também conhecerá as principais nomenclaturas para as EDOs e saber testar possíveis soluções.

2 Pré-requitos da aula

1. Derivação das funções polinomiais e exponenciais
   (a) $y = x^2$
   (b) $y = 5x^3$
   (c) $y = e^{2x}$
   (d) $y = 2e^{2x}$
2. Notações de derivada
   (a) y'
   (b) $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$

3 Conteúdo

O aluno deve consultar o PLT na seção 11.1 para se aprofundar no conteúdo desta aula.

3.1 Problema

Um CSI chega na cena de um assasinato à meia noite e introduz um termômetro no corpo, observando a temperatura 27^oC. Duas horas depois, ele observa a temperatura 25°C. O ar condicionado mantém a temperatura ambiente em 19°C. Qual é a hora aproximada da morte?

3.2 Tipos de equações já familiares

Equações algébricas são as que envolvem apenas operações algébricas na variável. Nelas a variável representa um número.

3.2.1 Equação de primeiro grau

Equação: $3x - 6 = 0$
Verificar candidato a solução: $x = 2$
Resolução (observar o lado esquerdo da igualdade)
$3(2) - 6 = 0$
$6 - 6 = 0$
$0 = 0$
A igualdade é verdadeira, portanto $x = 2$ satisfaz a equação. Dizemos que $x = 2$ **é** uma solução.

3.2.2 Equação de segundo grau

Equação: $x^2 - 3x + 2 = 0$
Verificar candidato a solução: $x_1 = 1, x_2 = 3$
Resolução:

x_1:
$1^2 - 3(1) + 2 = 0$
$1 - 3 + 2 = 0$
$-2 + 2 = 0$
$0 = 0$ (Satisfaz)

x_2:
$3^2 - 3(3) + 2 = 0$
$9 - 9 + 2 = 0$
$0 + 2 = 0$
$2 = 0$ (Não satisfaz)

3.2.3 Sistema de equações lineares

Sistema: $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 = 10 \\ 3x_1 + 4x_2 = 12 \end{cases}$
Verificar candidato a solução: x=$\{x_1 = 1, x_2 = 2\}$
Resolução:

Primeira equação:
$2(1) + 4(2) = 10$
$2 + 8 = 10$
$10 = 10$ (Satizfaz a primeira equação)

Segunda equação:
$3(1) + 4(2) = 12$
$3 + 8 = 12$
$11 = 12$ (Não satisfaz a segunda equação)

3.2.4 Equação exponencial

Equação: $2^x = 4$
Verificar candidato a solução: $x = 3$
Resolução:
$2^3 = 4$
$8 = 4$ (Não satisfaz)

3.3 Equações Diferenciais

Equações em que a variável representa uma função, $y = y(x)$. Nesta equação aparecem tanto a função y como suas derivadas y', y'', etc.
Equação: $y' = y + 1$
Equação: $y' = y - y^2$
Como verificar candidatos a soluções nesse caso? Como sempre, basta substituir na equação. Para isso, precisaremos derivar a função quantas vezes for necessário.

3.3.1 Exemplos

Equação: $y' - 3y = 0$
Testar os seguintes candidatos de solução: $y = x^3$, $y = e^{3x}$ e $y = 2e^{3x}$.
Resolução:
Primeiramente vamos reescrever a equação como:
$y' - 3y = 0$

$y = e^{3x}$
$y' = 3e^{3x}$
Substituindo na equação:
$3x^{3x} - 3(e^{3x}) = 0$
$3x^{3x} - 3x^{3x} = 0$
$0 = 0$
(Statisfaz para todo x)

$y = 2e^{3x}$
$y' = 6e^{3x}$
Substituindo na equação:
$6e^{3x} - 3(2e^{3x}) = 0$
$6e^{3x} - 6e^{3x} = 0$
$0 = 0$
(Statisfaz para todo x)

$y = x^3$
$y' = 3x^2$
Substituindo na equação:
$3x^2 - 3(x^3) = 0$
$3x^2 - 3x^3 = 0$
(Não satisfaz para todo x!)