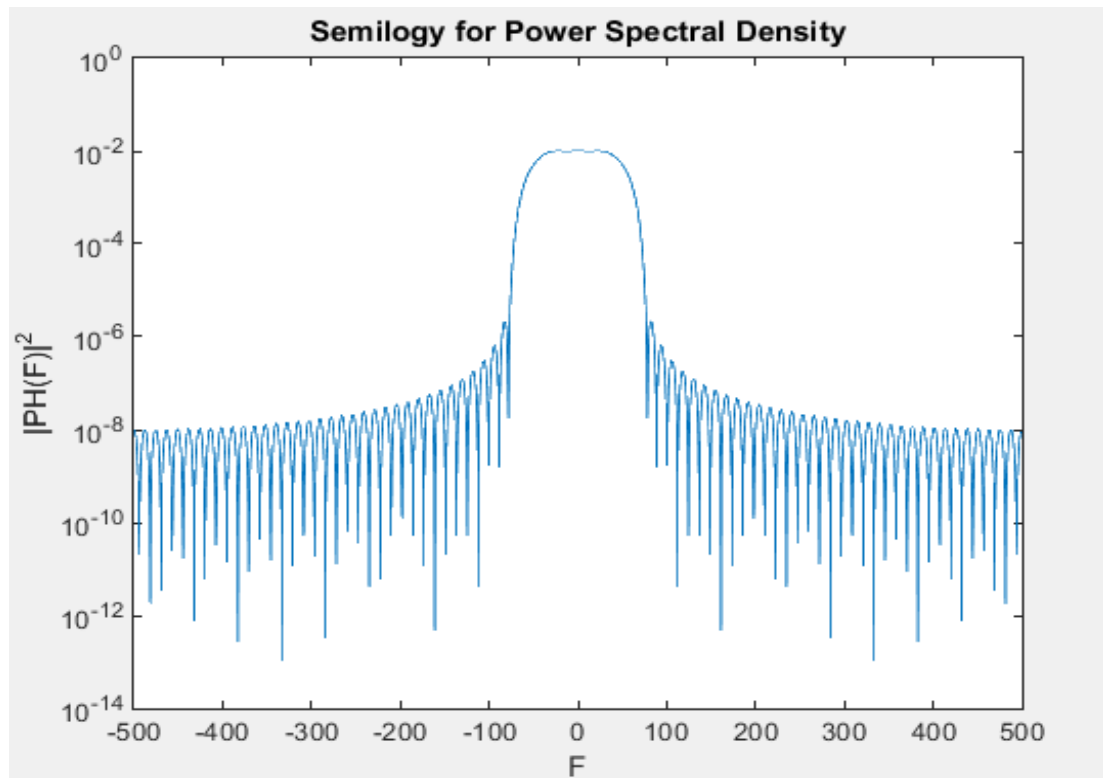


*ΤΗΛ 301 Διδάσκων Α. Λιάβας
Αναφορά 2ης Εργασίας*

*Πρινίτης Πολύδωρος 2018030098
Λεοντής Παναγιώτης 2018030099*

Μέρος Α

A1)



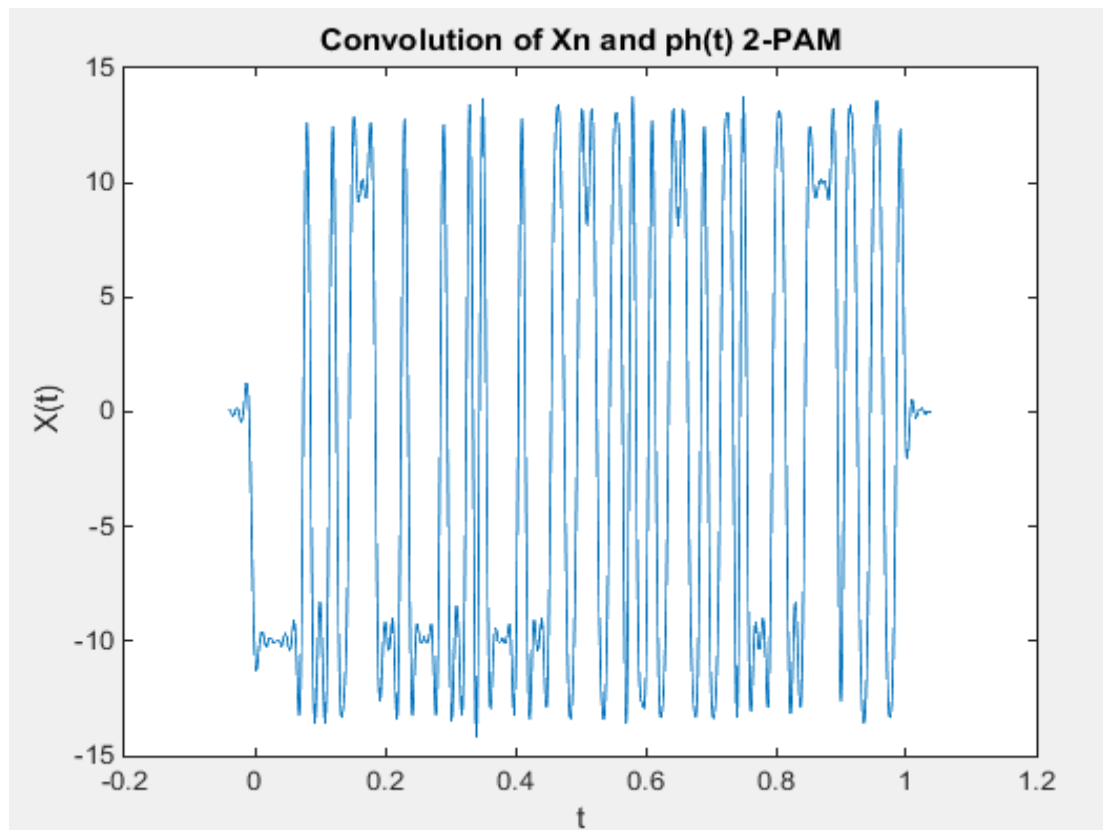
```
%% A1
T=10^(-2);
over=10;
Ts=T/over;
Fs=1/Ts;
A=4;
a=1/2;
Ns=2048;
F=-Fs/2:Fs/Ns:Fs/2-Fs/Ns;
[ph,t] = srcc_pulse(T,over,A,a);

phF=fftshift(fft(ph,Ns).*Ts);

figure()
p= semilogy(F,abs(phF).^2);
title('Semilogy for Power Spectral Density');
xlabel('F');
ylabel('|PH(F)|^2');
```

Αρχικά ορίσαμε τις σταθερές που μας δόθηκαν από την εκφώνηση και έπειτα ορίσαμε τα δείγματα της δειγματοληψίας N_s και το διάστημα της συχνότητας όπως ζητήθηκε. Χρησιμοποιήσαμε την συνάρτηση `srrc_pulse()` που μας έχει δοθεί από την πρώτη εργασία για να δημιουργήσουμε τον παλμό και έπειτα υπολογίσαμε τον μετασχηματισμό Fourier του. Τέλος απλά εκτυπώνουμε το διάγραμμα της φασματικής πυκνότητας ενάρργειας με τους κατάλληλους άξονες.

A2)



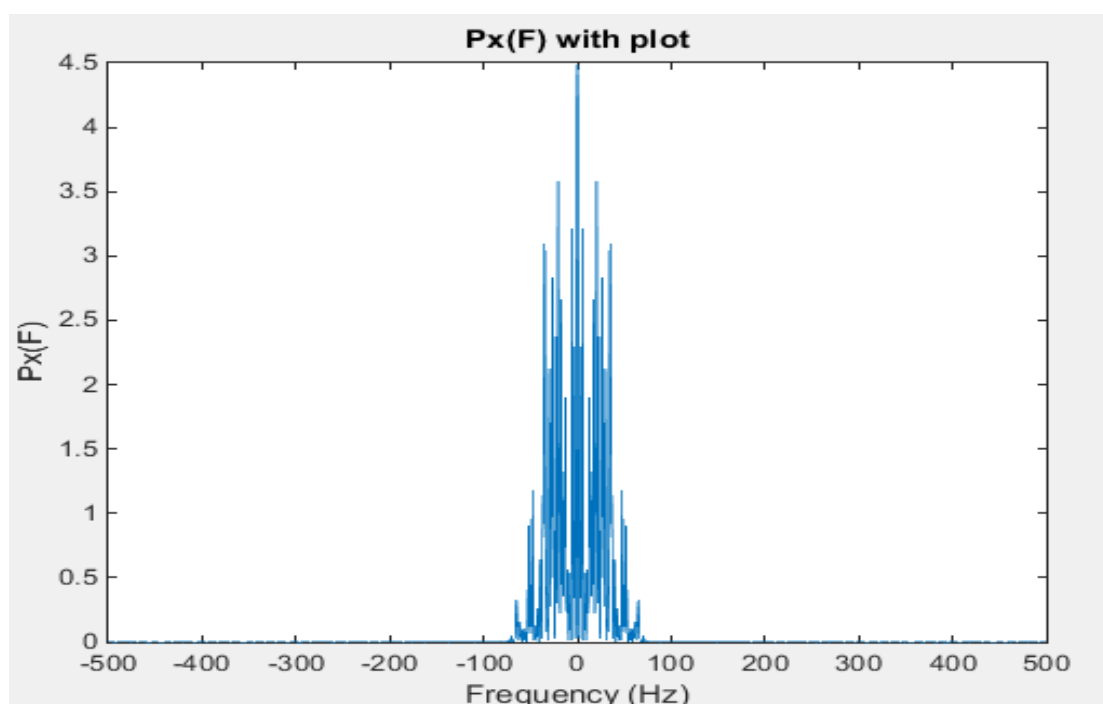
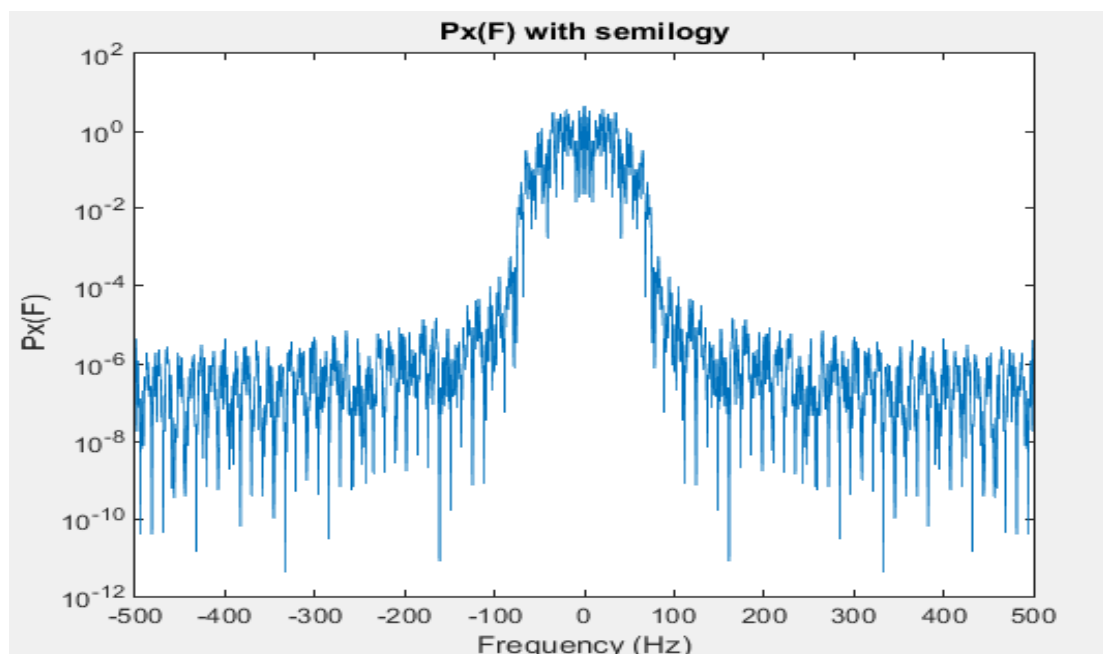
```
%% A2
N=100;
bs = (sign (randn(N,1)) + 1)/2;
x = bits_to_2PAM(bs);
xN=(1/Ts)*upsample(x,over);
t_xN=(0:Ts:N/(1/T)-Ts);
%Compute Convolution and create time axis
x_conv=conv(ph,xN).*Ts;
t_conv=t(1)+t_xN(1):Ts:t(end)+t_xN(end);

figure();
plot(t_conv,x_conv);
xlabel('t');
ylabel('X(t)');
title('Convolution of Xn and ph(t) 2-PAM');
```

```
function [x]=bits_to_2PAM(b)
    x=-2*b+1;
end
```

Αρχικά δημιουργήσαμε μια ακολουθία 100 τυχαίων ανεξάρτητων και ισοπίθανων bits χρησιμοποιώντας την απεικόνιση $\begin{cases} 0 \rightarrow +1 \\ 1 \rightarrow -1 \end{cases}$ όπως διδαχθήκαμε στην προηγούμενη εργαστηριακή άσκηση. Με την χρήση της συνάρτησης `bits_to_2PAM` δημιουργήσαμε την ακολουθία και έπειτα με το `upsample` δημιουργήσαμε το σήμα `xN` το οποίο θα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε στην συνέλιξη. Με την εντολή `convn` υπολογίσαμε την συνέλιξη του σήματος `xN` και του παλμού από το πρώτο ερώτημα και ορίσαμε και τον χρόνο της συνέλιξης. Τέλος με την εντολή `plot` τυπώσαμε το αποτέλεσμα.

A3)

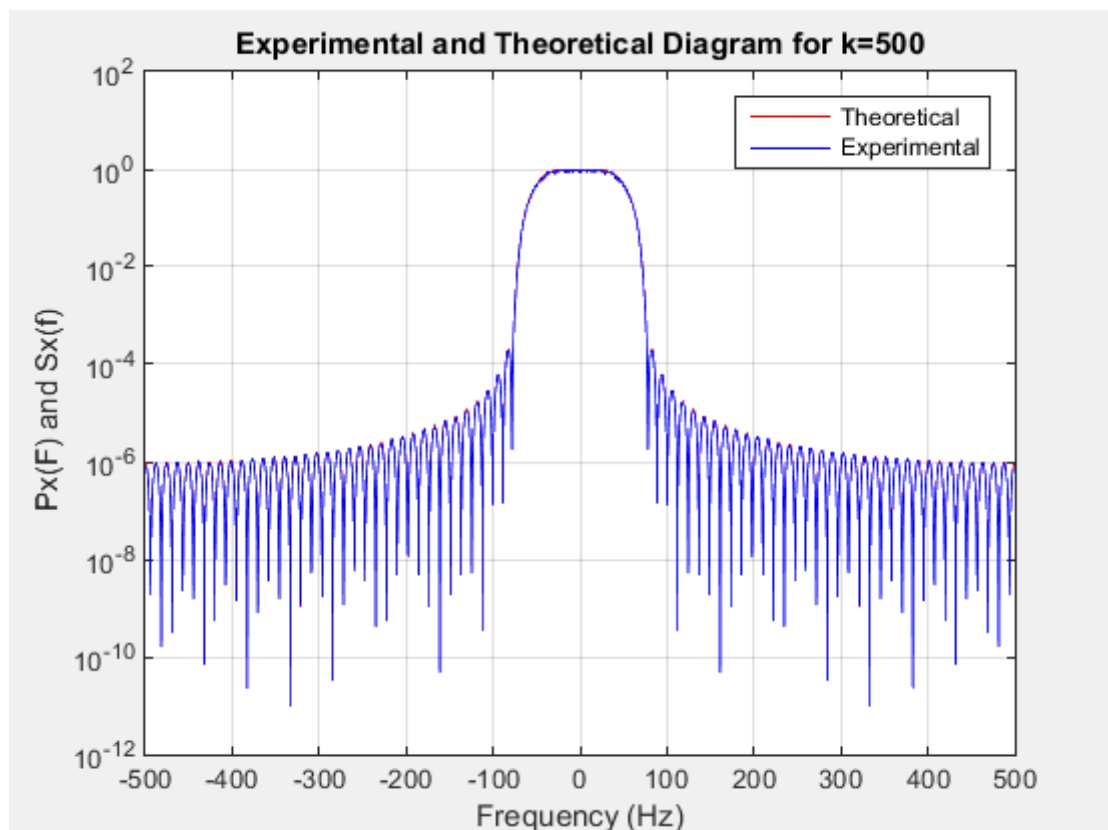


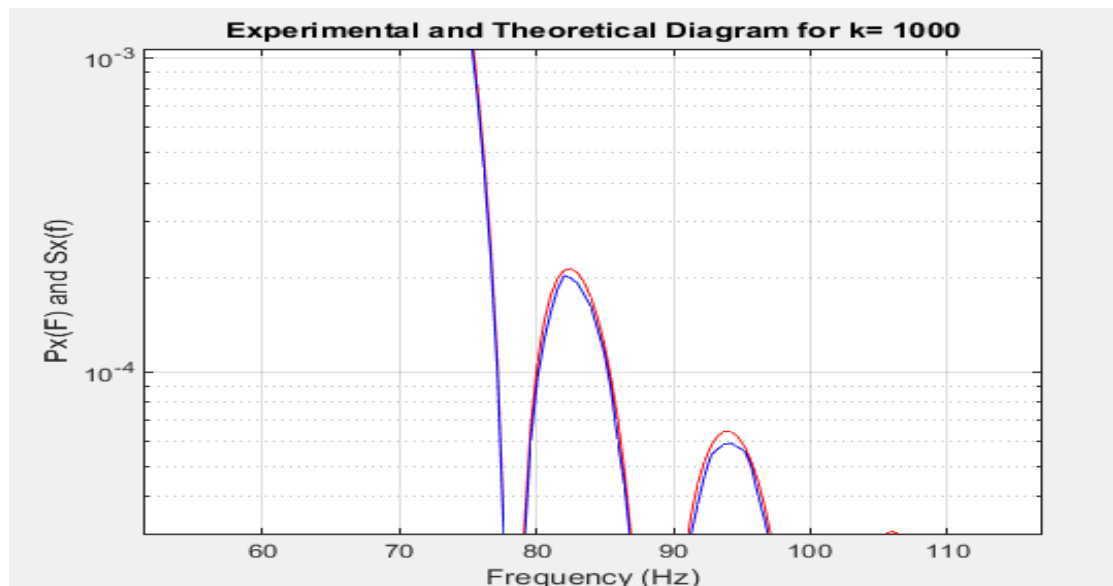
```

%% A3 Part 1
len_total=length(t_conv)*Ts;
%Fourier Transform and compute Periodogram
Fx=fftshift(fft(x_conv,Ns)*Ts);
Px=(abs(Fx).^2)/len_total;
%Show results with semilogy
figure()
semilogy(F,Px);
xlabel('Frequency (Hz)');
ylabel('Px(F)');
title('Px(F) with semilogy');
%Show results with plot
figure()
plot(F,Px);
xlabel('Frequency (Hz)');
ylabel('Px(F)');
title('Px(F) with plot');

```

Αρχικά υπολογίσαμε τον συνολικό χρόνο της $X(t)$, δηλαδή της συνέλιξης και έπειτα με τις εντολές `fft` και `fftshift` κάναμε τον μετασχηματισμό Fourier της. Στην συνέχεια υπολογίσαμε το περιοδόγραμμα σύμφωνα με τον τύπο που μας δίνεται και εμφανίσαμε το αποτέλεσμα με τη χρήση `plot` και `semilogy` ξεχωριστά με άξονα x την συχνότητα στο διάστημα F του ερωτήματος Α1. Τέλος συμπεραίνουμε την δυνατότητα που μας δίνει μόνο η `semilogy` να μελετήσουμε τις τιμές των $|\Phi(F)|^2$ εκεί που είναι πολύ μικρές.





```

%% A3 Part 2
k=500;
%Experiment for k repetitions
for i=1:k
    b = (sign(randn(N,1))+1)/2;
    x_test = bits_to_2PAM(b);
    xn=(1/Ts)*upsample(x_test,over);
    x_conv_test=conv(ph,xn)*Ts;
    t_conv_test=t(1)+t_xN(1):Ts:t(end)+t_xN(end);
    len_t=length(t_conv_test)*Ts;
    Fx_test=fftshift(fft(x_conv_test,Ns)*Ts);
    Px=(abs(Fx_test).^2)/len_t;
    P(i,:)=Px;
end
%Compute experimet's average result
Pavg=sum(P)/k;
%Compute theoretical Power Spectral Density
Sx=(var(x)).*abs((phF).^2)./T;
%Show theoretical and experimental results on same plot
figure()
semilogy(F,Sx,'red');
xlabel('Frequency (Hz)');
ylabel('Px(F) and Sx(f)');
title(['Experimental and Theoretical Diagram for k= ',num2str(k)]);
grid on;
hold on;
semilogy(F,Pavg,'blue');
hold off;

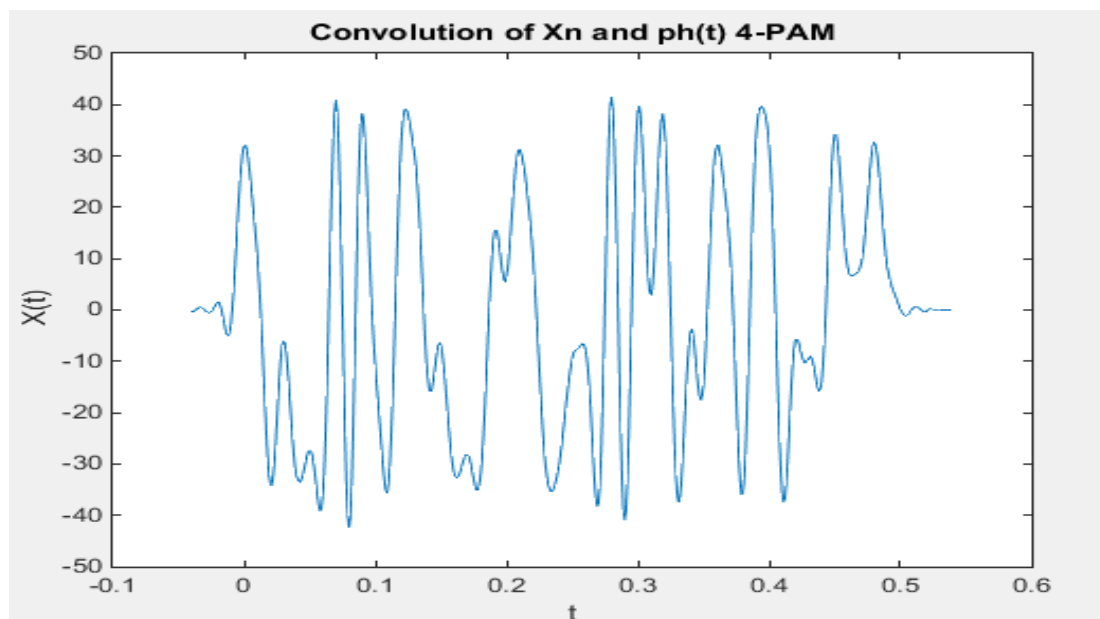
```

Χρησιμοποιήσαμε μια for loop ώστε να κάνουμε ενδεικτικά 500 υλοποιήσεις περιοδογραμμάτων και να υπολογίσουμε το μέσο αποτέλεσμά τους. Αρχικά σε κάθε επανάληψη δημιουργείται μια νέα ακολουθία από bits με την απεικόνιση 2PAM (x_{test}). Στην συνέχεια κάνουμε την συνέλιξη της με τον παλμό του ερωτήματος A1 και υπολογίζουμε τον χρόνο της συνέλιξης. Αφού υπολογίσουμε την συνολική διάρκεια της συνέλιξης κάνουμε τον μετασχηματισμό Fourier της και υπολογίζουμε το περιοδόγραμμα ακριβώς όπως στο προηγούμενο ερώτημα. Έπειτα προσθέτουμε

σε έναν πίνακα το τρέχων περιοδόγραμμα και επαναλαμβάνουμε. Όταν τελειώσει η επαναληπτική δομή, υπολογίζουμε τον μέσο όρο του πίνακα P με το `sum` και διαιρούμε με τον αριθμό των επαναλήψεων. Σύμφωνα με την θεωρία υπολογίζουμε το θεωρητικό περιοδόγραμμα και εκτυπώνουμε θεωρητικά και πειραματικά αποτελέσματα σε κοινό `semilogy` με οριζόντιο άξονα ρη συχνότητα F στα όρια του ερωτήματος A1.

Παρατηρούμε πως η πειραματική υλοποίηση σχεδόν ταυτίζεται με την θεωρητική. Επιπλέον όσο αυξάνεται ο αριθμός των επαναλήψεων k η προσέγγιση γίνεται ακόμη καλύτερη καθώς όσο τα δείγματα αυξάνονται τότε θα τείνουν όλο και περισσότερο προς τη μέση τιμή. Επιπροσθέτως όταν αυξάνουμε το N πρέπει να προσέξουμε να αυξήσουμε και τα δείγματα της δειγματοληψίας (N_s) για να παρατηρήσουμε την αντίστοιχη βελτίωση της προσέγγισης. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το εργαλείο `Zoom In` του Matlab για να παρατηρήσουμε καλύτερα.

A4)



```
%% A4 Part 1
%Create sequence 4-PAM
N4=N/2;
b1s=(sign(randn(N4,1))+1)/2;
b2s=(sign(randn(N4,1))+1)/2;
x4=bits_to_4PAM(b1s,b2s);
xN4=(1/Ts)*upsample(x4,over);
t_xN4=(0:Ts:N4/(1/T)-Ts);
%Compute Convolution and create time axis
x_conv=conv(ph,xN4).*Ts;
t_conv=t(1)+t_xN4(1):Ts:t(end)+t_xN4(end);
%Show results
figure();
plot(t_conv,x_conv);
xlabel('t');
```

```

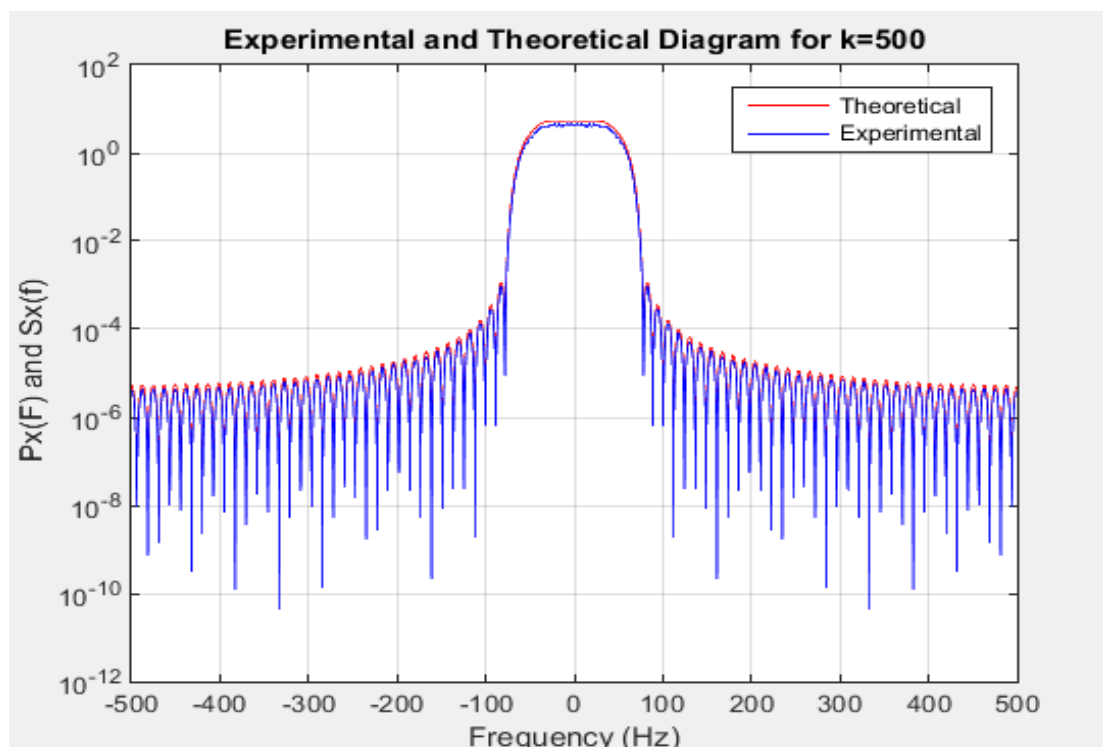
ylabel('X(t)')
title('Convolution of Xn and ph(t) 4-PAM');
function [ x ] = bits_to_4PAM( b1, b2 )
    for i=1:length(b1)
        if(b1(i)==0)
            if(b2(i)==0)
                x(i)=+3;
            else
                x(i)=+1;
            end
        else %That means that b1==1
            if(b2(i)==0)
                x(i)=-3;
            else
                x(i)=-1;
            end
        end
    end
end
end

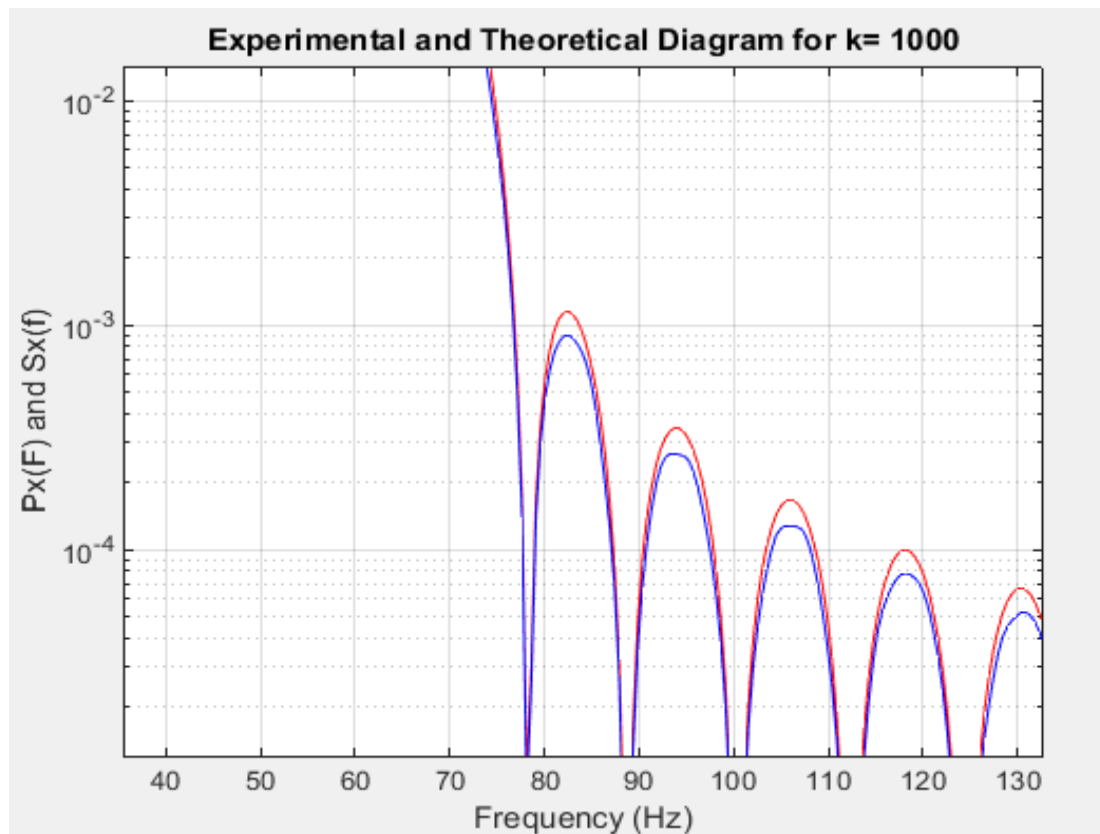
```

Σε αυτό το ερώτημα εργαστήκαμε ακριβώς όπως και στο ερώτημα A2 με μοναδική

αλλαγή πως έχουμε απεικόνιση σε 4-PAM
$$\begin{cases} 00 \rightarrow +3 \\ 01 \rightarrow +1 \\ 11 \rightarrow -1 \\ 10 \rightarrow -3 \end{cases} \quad \text{για } n=0,1,2,\dots,\frac{N}{2}-1.$$

Έτσι δημιουργήσαμε την συνάρτηση bits_to_4PAM η οποία παίρνει δυο τυχαία bits (0 ή 1) σαν όρισμα και μας επιστρέφει το επιθυμητό αποτέλεσμα. Έπειτα υπολογίζουμε την συνέλιξη με τον παλμό του ερωτήματος A1, καθώς και τον άξονα του χρόνου. Τέλος σχεδιάζουμε με plot το αποτέλεσμα όπως φαίνεται παραπάνω.





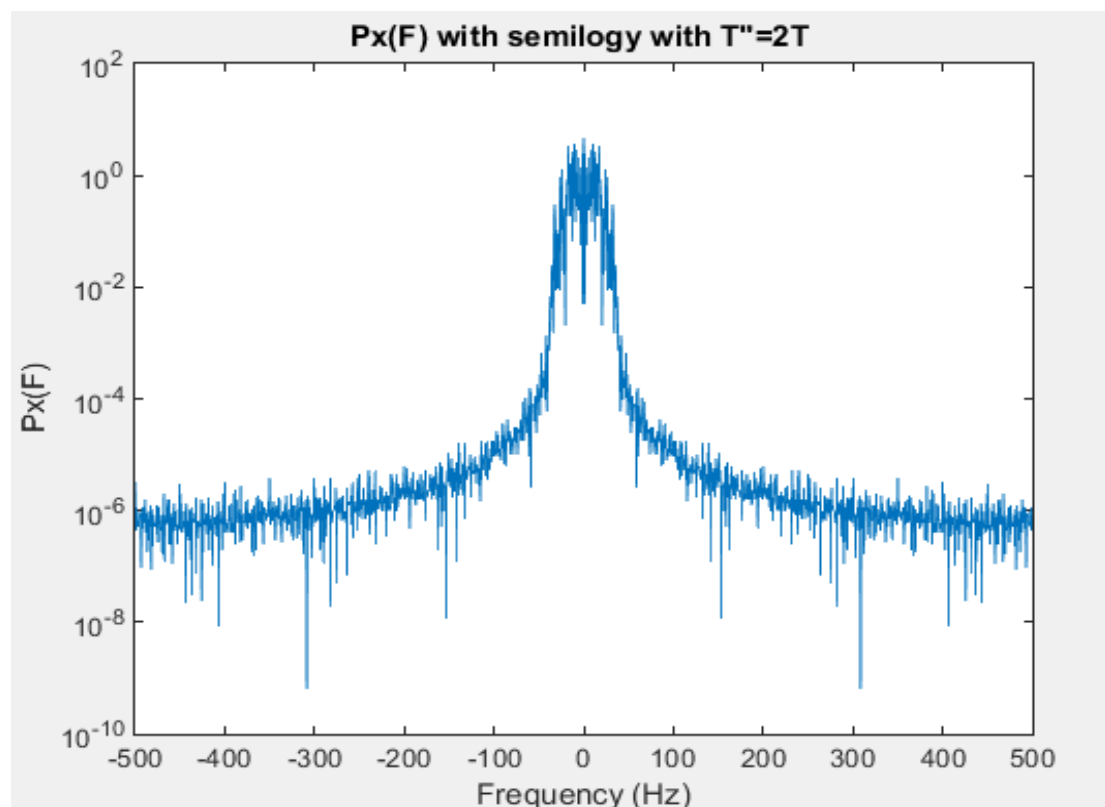
```
%% A4 Part 2
k=500;
%Experiment for k repetitions
for i=1:k
    b1=(sign(randn(N4,1))+1)/2;
    b2=(sign(randn(N4,1))+1)/2;
    x4_test=bits_to_4PAM(b1,b2);
    xn4=(1/Ts)*upsample(x4_test,over);
    x_conv_test4=conv(ph,xn4)*Ts;
    t_conv_test4=t(1)+t_xN4(1):Ts:t(end)+t_xN4(end);
    len_t4=length(t_conv_test4)*Ts;
    Fx4_test=fftshift(fft(x_conv_test4,Ns)*Ts);
    Px=(abs(Fx4_test).^2)/len_t4;
    P(i,:)=Px;
end
%Compute experimet's average result
Pavg=sum(P)/k;
%Compute theoretical Power Spectral Density
Sx=(var(x4)).*abs((phF).^2)./T;
%Show theoretical and experimental results on same plot
figure()
semilogy(F,Sx,'red');
xlabel('Frequency (Hz)');
ylabel('Px(F) and Sx(f)');
title(['Experimental and Theoretical Diagram for k= ',num2str(k)]);
grid on;
hold on;
semilogy(F,Pavg,'blue');
hold off;
```

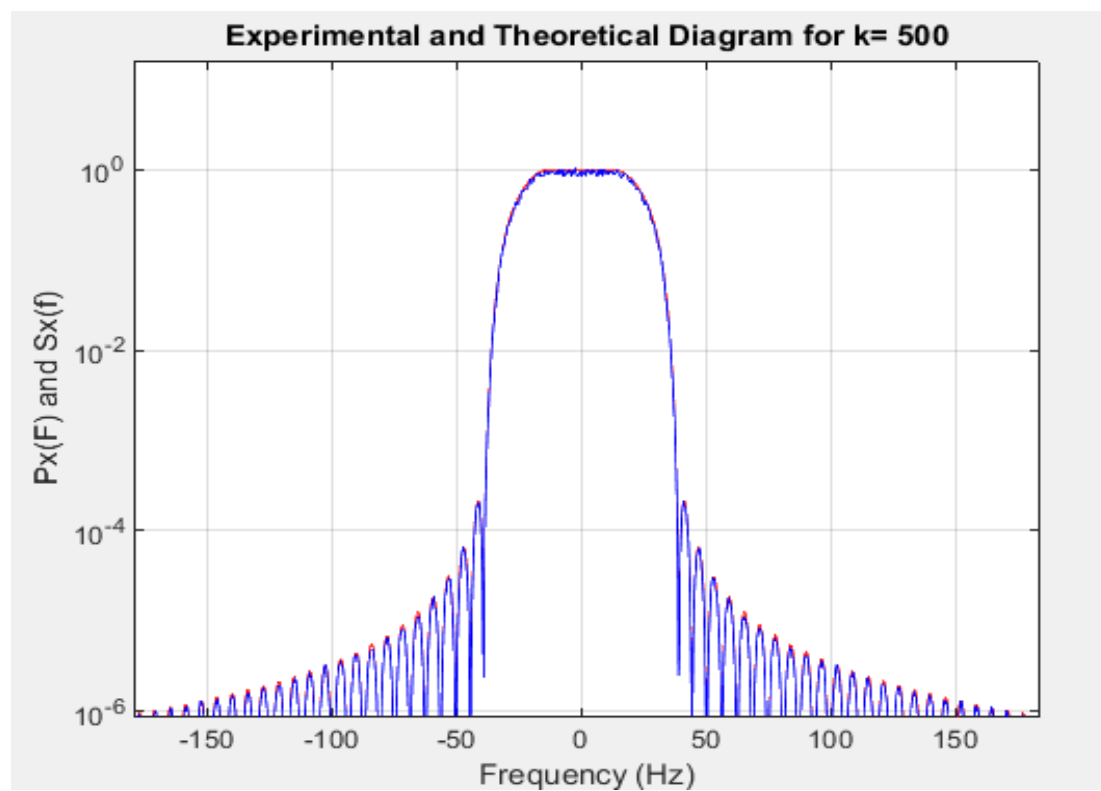
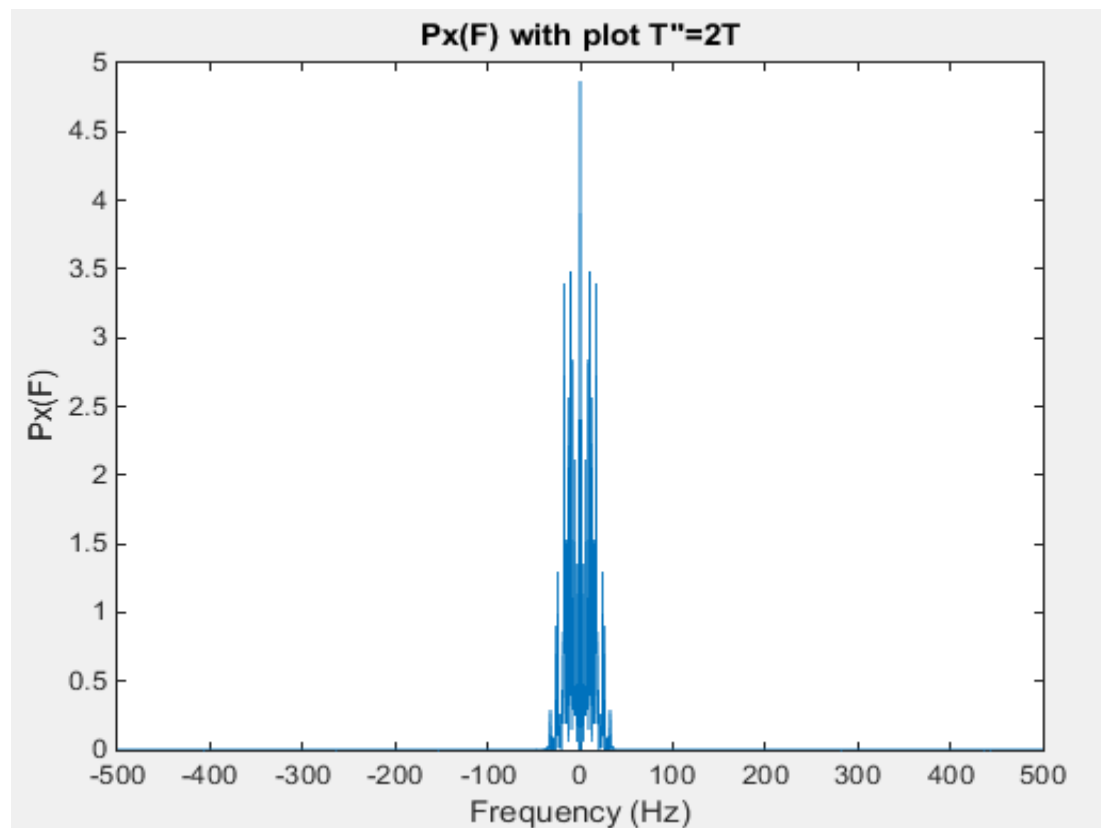

Βασισμένοι στον τρόπο υλοποίησης του δεύτερου μέρους του ερωτήματος A3 κάναμε ενδεικτικά 500 υλοποιήσεις περιοδογραμμάτων και υπολογίσαμε το μέσο αποτέλεσμά τους. Η μόνη διαφορά ήταν η ακολουθία 4-PAM αντί για 2-PAM όπου δείξαμε τον τρόπο υλοποίησης στο πρώτο μέρος του ερωτήματος A4. Έπειτα σχεδιάσαμε σε κοινό semilogy την πειραματική με την θεωρητική φασματική πυκνότητα ισχύος.

Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρούμε μεγαλύτερη απόκλιση των δύο γραφικών παραστάσεων ως προς το πλάτος και τις διακυμάνσεις απ' ότι με την απεικόνιση 2-PAM, αλλά και πάλι αρκετά καλή προσέγγιση. Χρησιμοποιήσαμε ξανά το εργαλείο Zoom In ώστε να ελέγξουμε και το εύρος φάσματος όπου εκεί δεν διαπιστώθηκε μεγάλη απόκλιση. Όπως και στο δεύτερο μέρος του ερωτήματος A3 παρατηρούμε πως αν αυξήσουμε τον αριθμό των επαναλήψεων k η προσέγγιση γίνεται καλύτερη.

Συγκριτικά με την διαμόρφωση 2-PAM. Οι δυο διαμορφώσεις έχουν ίδιο θεωρητικό εύρος φάσματος λόγω του τύπου $BW = \frac{1+a}{2T}$ για σταθερή περίοδο T . Επιπλέον η 4-PAM έχει πολύ μεγαλύτερη τιμή από την 2-PAM. Επομένως είναι αναμενόμενο η φασματική πυκνότητα του $X(t)$ του ερωτήματος A4 να έχει μεγαλύτερο πλάτος από την αντίστοιχη φασματική πυκνότητα για το ερώτημα A2.

A5)





```

%% A5
N=100;
over_5=2*over;
T_5=2*T;
Ns=4096;
F=-Fs/2:Fs/Ns:Fs/2-Fs/Ns;
[ph,t] = srrc_pulse(T_5,over_5,A,a);
phF=fftshift(fft(ph,Ns).*Ts);
xN=(1/Ts)*upsample(x,over_5);
t_xN=(0:Ts:N/(1/T_5)-Ts);
%Compute Convolution and create time axis
x_conv=conv(ph,xN).*Ts;
t_conv=t(1)+t_xN(1):Ts:t(end)+t_xN(end);

len_total=length(t_conv)*Ts;
%Fourier Transform and compute Periodogram
Fx=fftshift(fft(x_conv,Ns)*Ts);
Px=(abs(Fx).^2)/len_total;
%Show results with semilogy
figure()
semilogy(F,Px);
xlabel('Frequency (Hz)');
ylabel('Px(F)');
title('Px(F) with semilogy with T"=2T ');
%Show results with plot
figure()
plot(F,Px);
xlabel('Frequency (Hz)');
ylabel('Px(F)');
title('Px(F) with plot T"=2T');
k=500;
%Experiment for k repetitions
for i=1:k
    b = (sign(randn(N,1))+1)/2;
    x_test = bits_to_2PAM(b);
    xn=(1/Ts)*upsample(x_test,over_5);
    x_conv_test=conv(ph,xn)*Ts;
    Fx_test=fftshift(fft(x_conv_test,Ns)*Ts);
    Px=(abs(Fx_test).^2)/len_total;
    P(i,:)=Px;
end
%Compute experimet's average result
Pavg=sum(P)/k;
%Compute theoretical Power Spectral Density
Sx=(var(x)).*abs((phF).^2)./T_5;
%Show theoretical and experimental results on same plot
figure()
semilogy(F,Sx,'red');
xlabel('Frequency (Hz)');
ylabel('Px(F) and Sx(f)');
title(['Experimental and Theoretical Diagram for k= ',num2str(k)]);
grid on;
hold on;
semilogy(F,Pavg,'blue');
hold off;

```

Θεωρούμε πως δεν είναι απαραίτητη κάποια επεξήγηση καθώς ουσιαστικά αντιγράφουμε τον κώδικα των προηγούμενων ερωτημάτων. Να επισημάνουμε πως μοναδική αλλαγή είναι ο διπλασιασμός της περιόδου ($T_5=2 \cdot T$) και του over ($over_5=2 \cdot over$). Επιπλέον αναγκαστήκαμε να αυξήσουμε το N_s ώστε να μην παρουσιάζεται απόκλιση κατά την σύγκριση πειραματικού και θεωρητικού περιοδογράμματος. Συνοπτικά αφού ορίσουμε τον νέο παλμό (p_h), χρησιμοποιούμε την ακολουθία 2-PAM (x) και δημιουργούμε την συνέλιξη με τον παλμό. Έπειτα σχεδιάσουμε με plot και semilogy ένα περιοδογράμμο της φασματικής πυκνότητας ισχύος της συνέλιξης. Παρατηρούμε τα αποτελέσματα στα δύο πρώτες παραπάνω εικόνες. Έπειτα απλά επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία για 500 φορές για διαφορετικές υλοποιήσεις της $X(t)$ (μεταβλητή x_h) και σχεδιάζουμε την πειραματική φασματική πυκνότητα ισχύος σε κοινό semilogy με την θεωρητική.

Αρχικά γνωρίζουμε από την θεωρία ότι για το εύρος φάσματος ισχύει ότι $BW = \frac{1+a}{2T}$. Επομένως είναι αναμενόμενο το εύρος φάσματος των κυματομορφών αυτού του ερωτήματος να είναι μικρότερο από αυτό του ερωτήματος A3, καθώς με διπλασιασμό της περιόδου έχουμε υποδιπλασιασμό του εύρους φάσματος.

A6)

Όταν θέλουμε να στείλουμε όσο το δυνατόν ταχύτερα τα δεδομένα μας έχοντας διαθέσιμο το ίδιο εύρος φάσματος, θα επιλέγαμε 4-PAM καθώς είναι δυνατό να στείλουμε περισσότερα bits πληροφορίας στον ίδιο χρόνο που θα χρειαζόμασταν αν χρησιμοποιούσαμε 2-PAM για λιγότερα bits.

Εάν το διαθέσιμο εύρος φάσματος είναι πολύ ακριβό, τότε θα προτιμούσαμε περίοδο συμβόλου $T'=2T$ καθώς έτσι μειώνεται το απαιτούμενο εύρος φάσματος. Αυτό προκύπτει από την σχέση που γνωρίζουμε από τη θεωρία $BW = \frac{1+a}{2T}$.

Μέρος Β

B1)

Για τον υπολογισμό της μέσης τιμή της $Y(t)$ ισχύει ότι:

$$E[Y(t)] = E[X(t) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \theta)] = E[X(t)] \cdot E[\cos(2\pi f_0 t + \theta)] = 0$$

Λόγω ανεξαρτησίας των X και θ . Επιπλέον αποδεικνύουμε ότι:

$$E[X(t)] = E\left[\sum_n X_n \varphi(t - nT)\right] = \sum_n E[X_n] E[\varphi(t - nT)] = 0.$$

Καθώς ισχύει ότι $E[X_n] = 0$ από την εκφώνηση.

Για την συνάρτηση αυτοσυσχετίσης $R_{xx}(t-\tau, \tau) = E[X(t+\tau) X(t)] =$

$$\begin{aligned} E \left[\sum_n X_n \varphi(t + \tau - nT) \cdot \sum_n X_n \varphi(t - nT) \right] &= \\ E \left[\sum_n X_n \varphi(t + \tau - nT) \cdot X_n \varphi(t - nT) \right] &= \\ \sum_n E[X_n^2 \varphi(t + \tau - nT) \cdot \varphi(t - nT)] &= \\ \sum_n \sigma_x^2 \cdot \varphi(t + \tau - nT) \cdot \varphi(t - nT) \end{aligned}$$

Καθώς ισχύει ότι $E[X_n^2] = \sigma_x^2$ όπως μας δίνεται στην εκφώνηση.

Για την συνάρτηση αυτοσυσχετίσης: $R_{YY}(t - \tau, t) =$

$$\begin{aligned} E[Y(t + \tau)Y(t)] &= E[X(t + \tau)\cos(2\pi f_0(t + \tau) + \theta)X(t)\cos(2\pi f_0 t + \theta)] = \\ E[X(t + \tau)X(t)] \cdot E[\cos(2\pi f_0(t + \tau) + \theta)\cos(2\pi f_0 t + \theta)] &= \\ R_{xx}(t + \tau, t) \cdot E \left[\frac{1}{2}(\cos(2\pi f_0 \tau) + \cos(4\pi f_0 t + 2\pi f_0 \tau + 2\theta)) \right] &= \\ R_{xx}(t + \tau, t) \cdot \frac{1}{2}(E[\cos(2\pi f_0 \tau)] + E[\cos(4\pi f_0 t + 2\pi f_0 \tau + 2\theta)]) &= \\ R_{xx}(t + \tau, t) \cdot \frac{1}{2}E[\cos(2\pi f_0 \tau)] &= \\ R_{xx}(t + \tau, t) \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos(2\pi f_0 \tau) \end{aligned}$$

B2)

Υπολογίσαμε πως η μέση τιμή της $Y(t)$ είναι μηδέν $E(Y(t))=0$. Επιπλέον η συνάρτηση αυτοσυσχετίσης εξαρτάται μόνο από το τ (διαφορά t_1-t_2). Για να το συμπεράνουμε και αυτό έπρεπε να υπολογίσουμε και την συνάρτηση αυτοσυσχετίσης $R_{xx}(t+\tau, t)$ η οποία εξαρτάται επίσης μόνο από το τ . Άρα τελικά η $Y(t)$ είναι (κυκλο)-στάσιμη υπό την ευρεία έννοια

B3)

Αφού η $Y(t)$ είναι (κυκλο)-στάσιμη υπό την ευρεία έννοια ισχύει ότι :

$$S_y(F) = F\{\overline{R_Y}(\tau)\} \text{ όπου,}$$

$$\overline{R_Y}(\tau) = \frac{1}{T} \int_T R_{YY}(t + \tau, t) dt = \frac{1}{T} \int_T R_{XX}(t + \tau, t) \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos(2\pi f_0 \tau) dt =$$

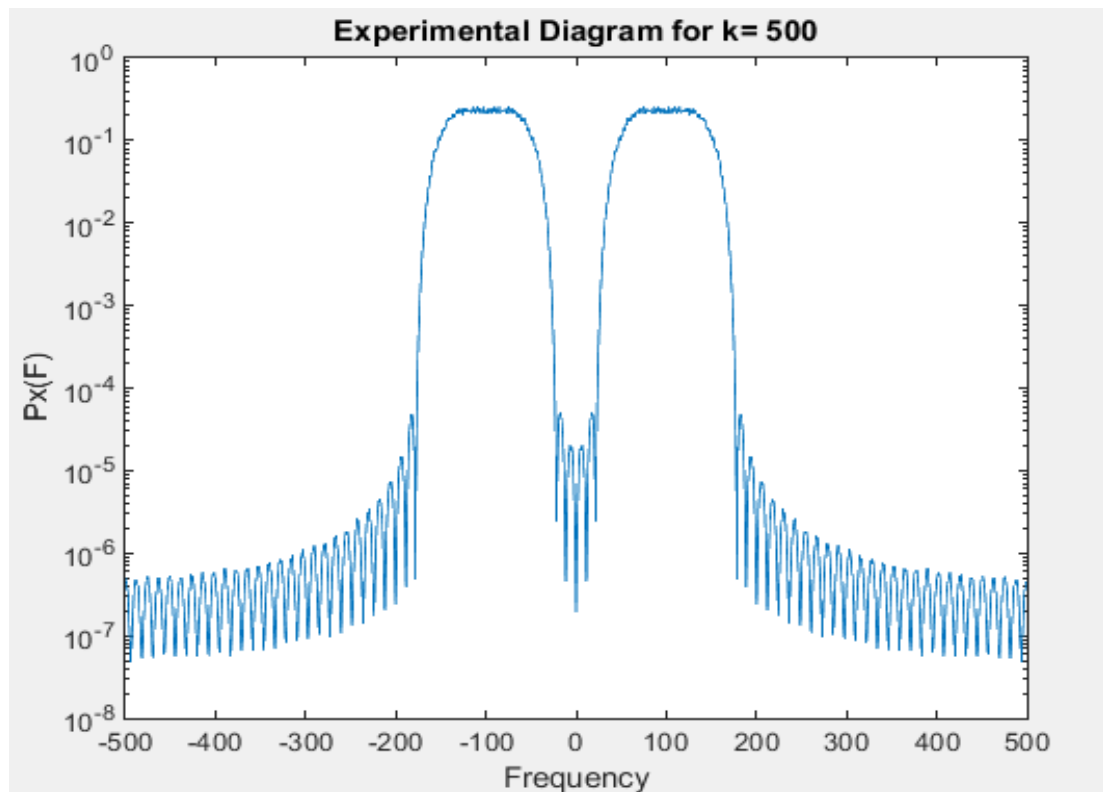
$$\frac{1}{2T} \cos(2\pi f_0 \tau) \cdot \int_T R_{XX}(t + \tau, t) dt =$$

$$\frac{1}{2} \cos(2\pi f_0 \tau) \cdot \overline{R_X}(\tau)$$

Άρα τελικά προκύπτει

$$S_Y(F) = F\{\overline{R_Y}(\tau)\} = \frac{1}{2} F\{\cos(2\pi f_0 \tau) \cdot \overline{R_X}(\tau)\} = \frac{1}{4} (S_X(F + f_0) + S_X(F - f_0))$$

B4)



```
%% B4
T=10^(-2);
over=10;
Ts=T/over;
Fs=1/Ts;
A=4;
a=1/2;
Ns=2048;
F=-Fs/2:Fs/Ns:Fs/2-Fs/Ns;
%Choosing a random value for fo in space 50<fo<450
fo=100;
```

```

%Create pulse
[ph,t] = srrc_pulse(T,over,A,a);
phF=fftshift(fft(ph,Ns).*Ts);
%Experiment for k repetitions
N=100;
t_xN=(0:Ts:N/(1/T)-Ts);
t_conv=t(1)+t_xN(1):Ts:t(end)+t_xN(end);
len_t=length(t_conv)*Ts;
%Change direction of array so we can multiply
to=t_conv.';

k=500;
for i=1:k
    %Create 2-PAM sequence
    bs = (sign (randn(N,1)) + 1)/2;
    x = bits_to_2PAM(bs);
    xN=(1/Ts)*upsample(x,over);
    %Compute Convolution and create time axis
    x_conv=conv(ph,xN).*Ts;
    %Set random variable theta with uniform distribution and create Y(t) signal
    theta=unifrnd(0,2*pi);
    yt=x_conv.*cos(2.*pi.*fo.*to+theta);
    %Compute Fourier Transform and Power Spectral Density
    yF=fftshift(fft(yt,Ns)).*Ts;
    Py=(abs(yF).^2)/len_t;
    P(i,:)=Py;
end
Pavg=sum(P)/k;
%Semilogy results
semilogy(F,Pavg);
title(['Experimental Diagram for k= ',num2str(k)]);
xlabel('Frequency');
ylabel('Px(F)')

```

Αρχικά έχουμε τις σταθερές όπως μας δίνονται από την εκφώνηση και έπειτα επιλέξαμε μία τυχαία τιμή της f_0 ώστε αυτή να είναι μέσα στο επιθυμητό εύρος. Στην συνέχεια όπως και στο Μέρος Α αρχικά δημιουργήσαμε τον παλμό $\phi(t)$ και έπειτα εργαστήκαμε όπως έχουμε εξηγήσει παραπάνω. Μέσα σε μια for φτιάχνουμε την ακολουθία 2-PAM και έπειτα υπολογίζουμε την συνέλιξη με τον παλμό. Η συνέλιξη(x_{conv}) είναι το $X(t)$. Για την ομοιόμορφα κατανομημένη τυχαία μεταβλητή Θ χρησιμοποιήσαμε την `unifrnd`. Στην συνέχεια πολλαπλασιάζουμε με το συνιμήτονο ώστε να φτιάξουμε το $Y(t)$. Κάνουμε τον μετασχηματισμό Fourier του και υπολογίζουμε το περιοδόγραμμα της φασματικής πυκνότητας ισχύος του. Τέλος αποθηκεύουμε το περιοδόγραμμα και επαναλαμβάνουμε για (ενδεικτικά) 500 επαναλήψεις. Υπολογίζουμε τον μέσο αριθμητικό όρο και με `semilogy` εμφανίζουμε τα αποτελέσματα.

Το αποτέλεσμα είναι σύμφωνο με τους θεωρητικούς υπολογισμούς. Αυτό διότι παρατηρούμε δύο κυματομορφές αντί για 1 οι οποίες είναι μετατοπισμένες. Η μία στο $-F_0$ και η άλλη στο $+F_0$. Αυτή είναι η ιδιότητα προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό με το συνιμήτονο στο πεδίο του χρόνου.