

— 2019 心理所内部工作坊 —

# 多层线性模型在元分析中的应用 ( 基于metafor包 )

包寒吴霜

2019-11-06

# 元分析：HLM的特例

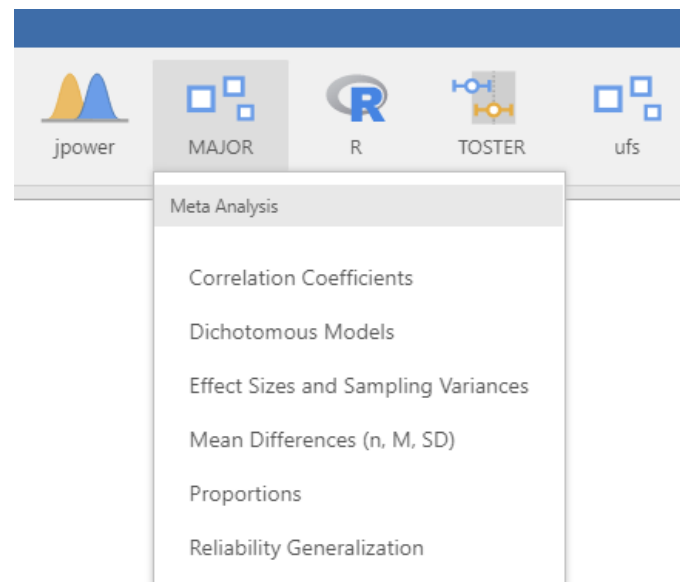
## ► 目的

### ■ 汇总效应量

- 原始均值 ( $M \pm SD$ )
- 标准化均值差 (Cohen's  $d$ 、Hedges'  $g$ )
- 相关系数 (Pearson's  $r$ )
- 优势比 (odds ratio)

### ■ 不同研究的效应是否一致?

- 固定效应模型 (FE)
  - 效应同质 → 合并为总效应 (一般的元分析)
- 随机效应模型 (RE)
  - 效应异质 → 合并为总效应 (一般的元分析)
  - 效应异质 → 希望解释为什么有差异 → 引入第二层解释变量 (元回归)



## ► HLM的特例

- 效应量 (参数估计, Level 1) 嵌套于不同的研究 (Level 2)

## 统计量-效应量的相互转换

---

$$r = \sqrt{\eta_p^2} = \sqrt{\frac{f^2}{f^2 + 1}} = \sqrt{\frac{d^2}{d^2 + 4}} = \sqrt{\frac{t^2}{t^2 + df}} = \sqrt{\frac{F \cdot df_1}{F \cdot df_1 + df_2}} = \sqrt{\frac{\chi^2}{N(k-1)}}$$

$$d = \pm 2f = \frac{2r}{\sqrt{1-r^2}} = t \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \text{ 或 } \frac{2t}{\sqrt{N}} \text{ (独立样本)} = \frac{t}{\sqrt{N}} \text{ (配对样本)} = \ln(OR) \cdot \frac{\sqrt{3}}{\pi}$$

( $n_1=n_2=\frac{N}{2}$ )

$$f = \sqrt{\frac{R^2}{1-R^2}} (= \sqrt{\frac{r^2}{1-r^2}}) = \left| \frac{d}{2} \right|$$

详见知乎专栏文章: <https://zhuanlan.zhihu.com/p/47849067>

# 元分析：固定 vs. 随机

	固定效应 (Fixed Effect, FE)	随机效应 (Random Effect, RE)
<b>元分析</b> (Meta-Analysis)	<b>固定效应模型</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– 实质：固定“斜率” (in HLM) (效应量之间不存在异质性)</li><li>– 估计方法：Mantel-Haenszel</li></ul>	<b>随机效应模型 &amp; 元回归</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– 实质：随机“斜率” (in HLM) (效应量之间存在异质性)</li><li>– 估计方法：ML、REML.....</li></ul>
<b>* HLM的特例</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– 只有Level 2 (组间) 模型</li><li>– Study的效应量和误差实为 HLM Level 1的斜率和残差</li></ul>	元分析的“截距” $\Leftrightarrow$ HLM Level 1的“斜率”；元回归相当于检验跨层交互作用	
	▲ 更多采用 <b>随机效应模型 (RE)</b> ，参数估计更保守，也更符合实际情况	

详见知乎专栏文章：<https://zhuanlan.zhihu.com/p/60528092>

# 元分析：固定 vs. 随机

## ► 固定效应模型 (Fixed-Effect Model) $\approx$ HLM 固定 “斜率”

$$\begin{aligned} Y_j &= \beta_{0j} + \varepsilon_j &= \gamma_{00} + \varepsilon_j \\ (\beta_{0j} &= \gamma_{00}) \end{aligned}$$

## ► 随机效应模型 (Random-Effects Model) $\approx$ HLM 随机 “斜率”

$$\begin{aligned} Y_j &= \beta_{0j} + \varepsilon_j &= \gamma_{00} + u_{0j} + \varepsilon_j \\ (\beta_{0j} &= \gamma_{00} + u_{0j}) \end{aligned}$$

## ► 元回归模型 (Meta-Regression) $\approx$ HLM “跨层调节作用”

$$\begin{aligned} Y_j &= \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1j} + \dots + \varepsilon_j &= \gamma_{00} + \boxed{\gamma_{10}X_{1j} + \dots} + u_{0j} + \varepsilon_j \\ (\beta_{0j} &= \gamma_{00} + u_{0j}) \\ (\beta_{1j} &= \gamma_{10}) \\ (... &) \end{aligned}$$

# 元分析：固定 vs. 随机

研究背景

文献综述

研究方法

研究结果

研究结论

## 📖 固定效应模型 (Fixed-effect Model)

$$y_i = \theta + e_i$$

$y_i$  : 第  $i$  个原始研究中的ES观测值, 共  $k$  个, 服从正态分布

$\theta$  : **ES真值** (Fixed and same for all studies included)

$e_i$  : 抽样误差, 服从  $N(0, v_i)$

## 📖 随机效应模型 (Random-effects Model)

$$y_i = \mu + u_i + e_i$$

$\mu$  : **ES真值的均值**

$u_i$  : 研究间/ES真值间的异质性, 服从  $N(0, \tau^2)$

(方俊燕, 2019全国心理学大会)

# 元分析：固定 vs. 随机

## 2.2 混合效应元回归模型

### (1) 混合效应元回归模型 (Mixed-effects Meta-regression model)

研究背景

文献综述

研究方法

研究结果

研究结论

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip} + u_i + e_i$$

$y_i$ ：第  $i$  个原始研究中的ES观测值，共  $k$  个

$\beta_0$ ：模型截距；

$x_{ip}$ ：第  $i$  个研究中第  $p$  个调节变量的值；

$\beta_p$ ：第  $p$  个调节变量的回归系数；

$u_i$ ：纳入调节变量后的剩余研究间异质性， $u_i \sim N(0, \tau^2)$

$e_i$ ：抽样误差，服从  $N(0, v_i)$



目的：估计回归系数 $\beta$ 、计算 $\tau^2$ 的变化

(方俊燕，2019全国心理学大会)

## 举个栗子

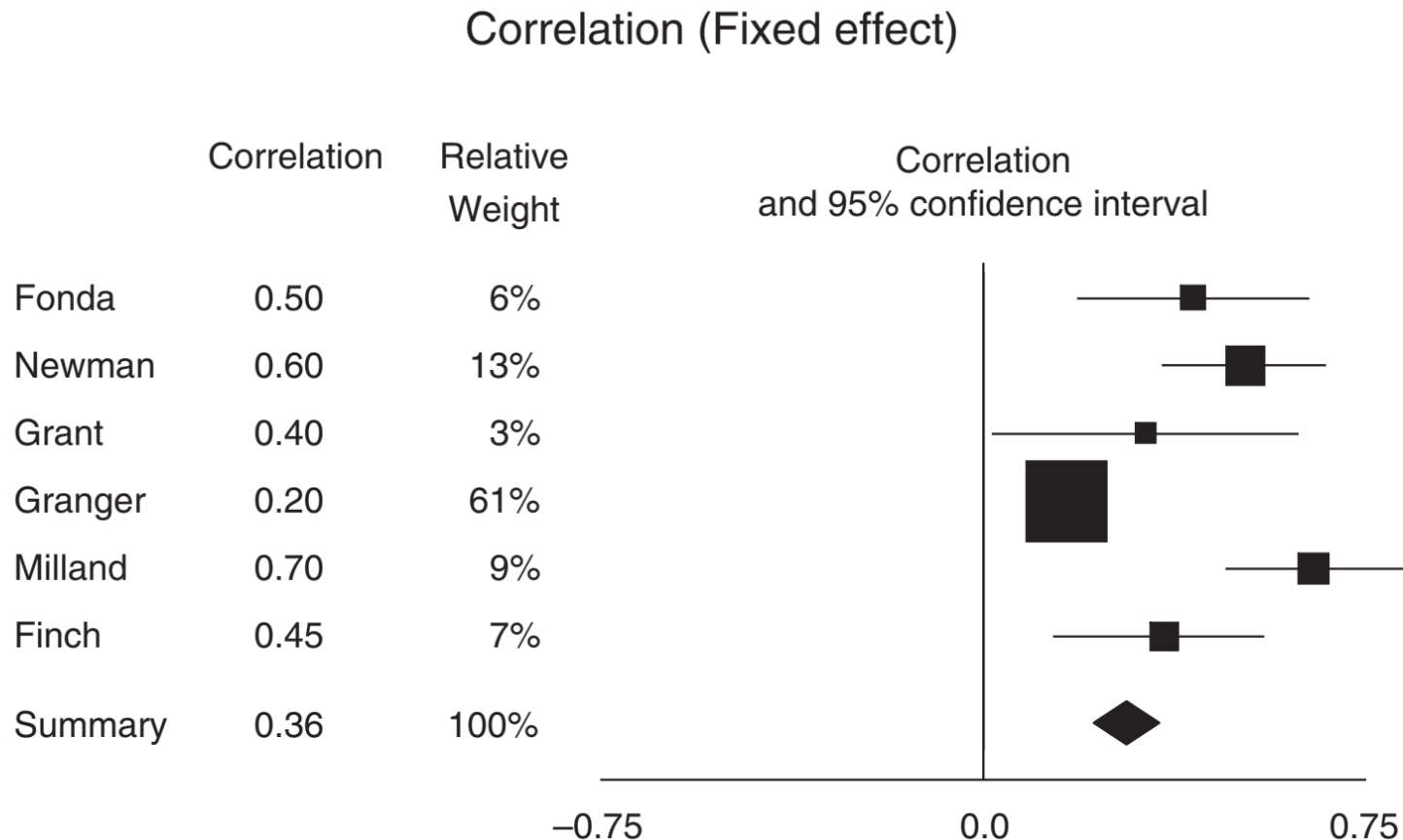
---

**Table 14.7** Dataset 3 – Part A (basic data).

Study	Correlation	<i>N</i>
Fonda	0.50	40
Newman	0.60	90
Grant	0.40	25
Granger	0.20	400
Milland	0.70	60
Finch	0.45	50

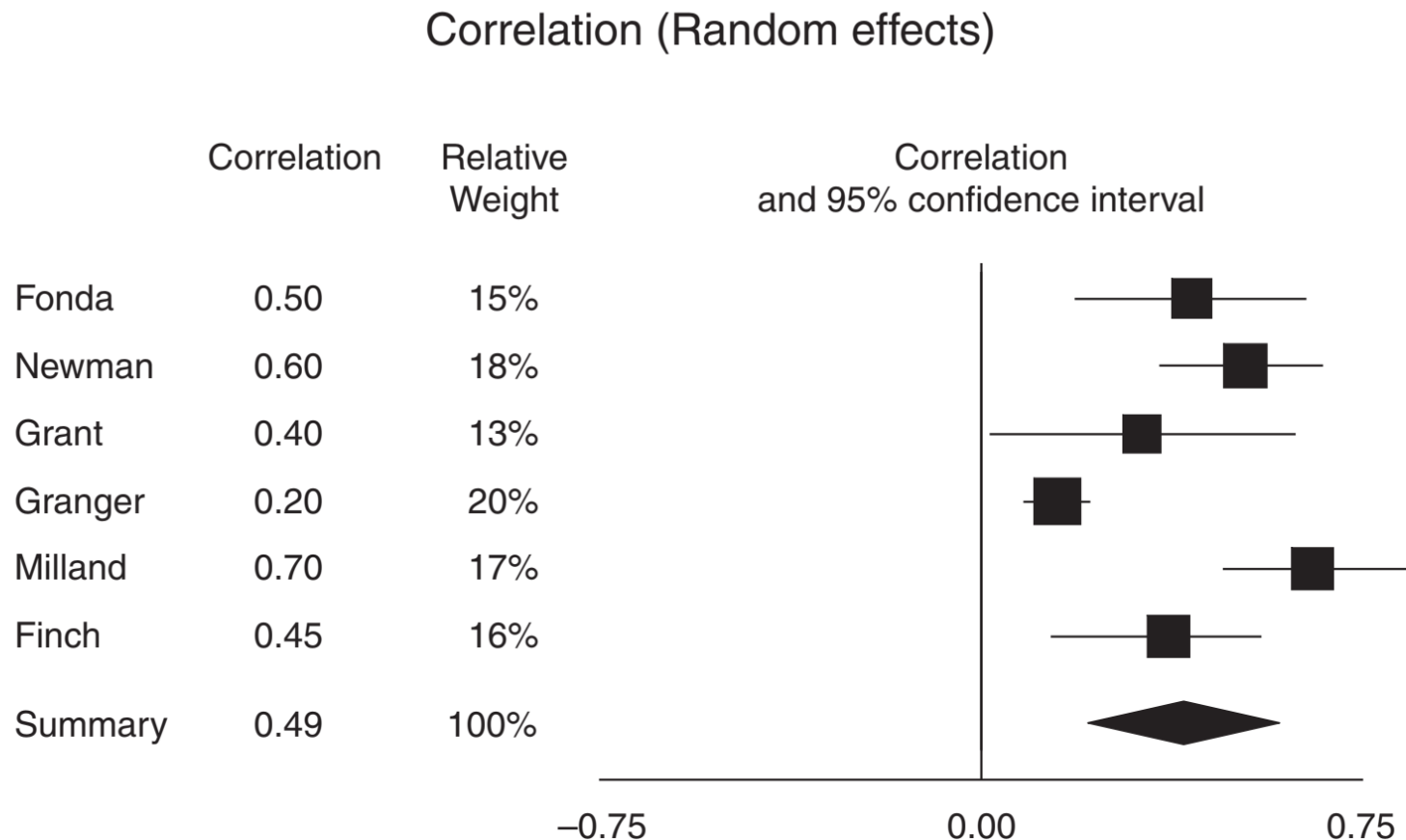


# 固定效应模型 ( Fixed-Effect Model )



**Figure 14.5** Forest plot of Dataset 3 – fixed-effect weights.

# 随机效应模型 ( Random-Effects Model )



**Figure 14.6** Forest plot of Dataset 3 – random-effects weights.

# 亚组分析 ( Subgroup Analysis )

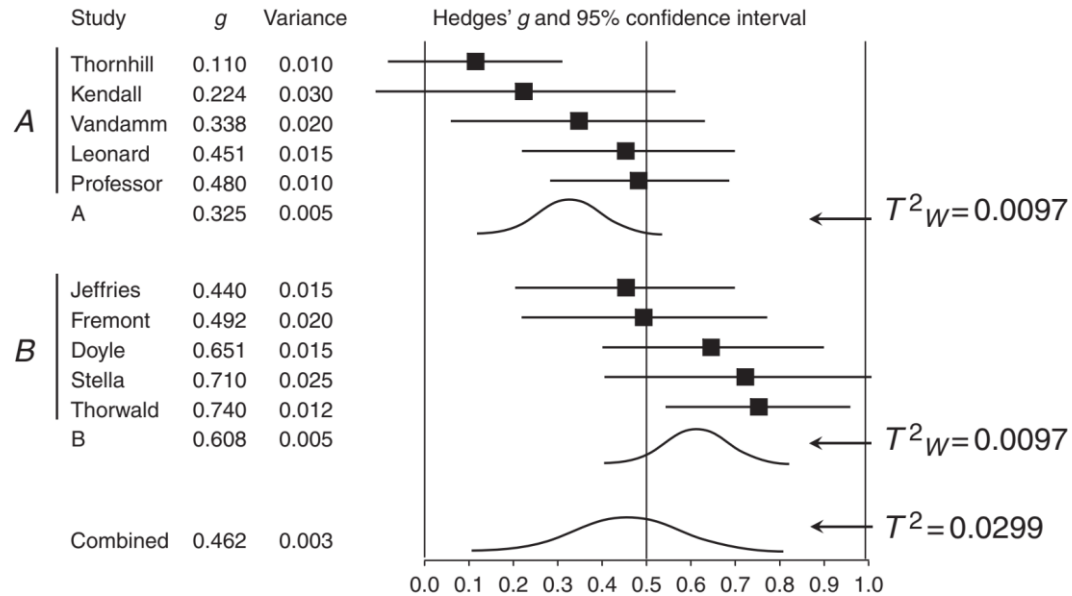


Figure 19.12 Random-effects model – variance within and between subgroups.

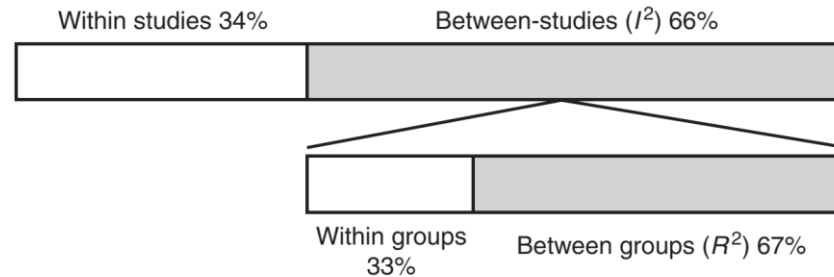
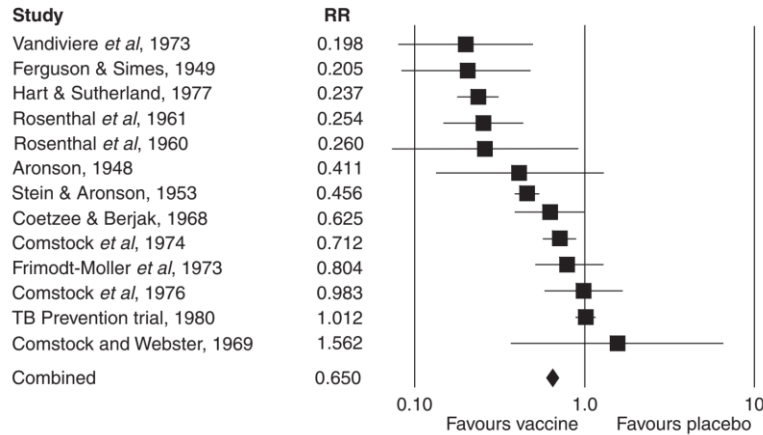


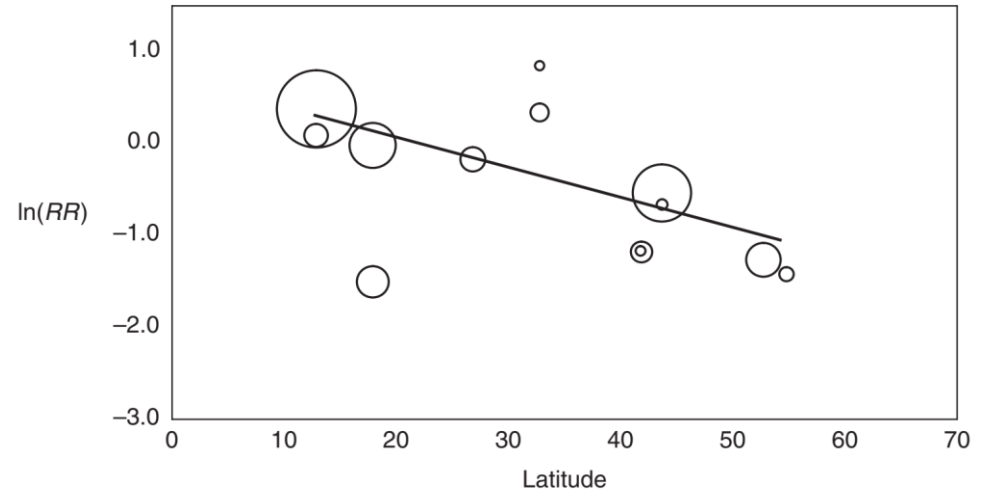
Figure 19.13 Proportion of variance explained by subgroup membership.

# 元回归 ( Meta-Regression )

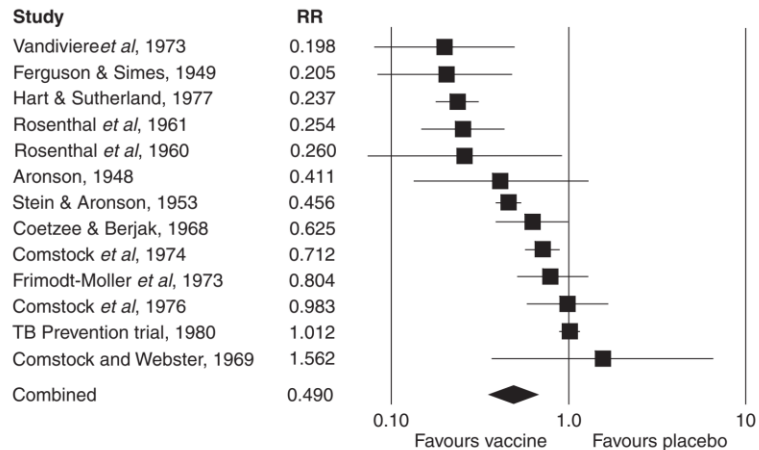
Risk ratio for TB (vaccine vs. placebo) Fixed-effects



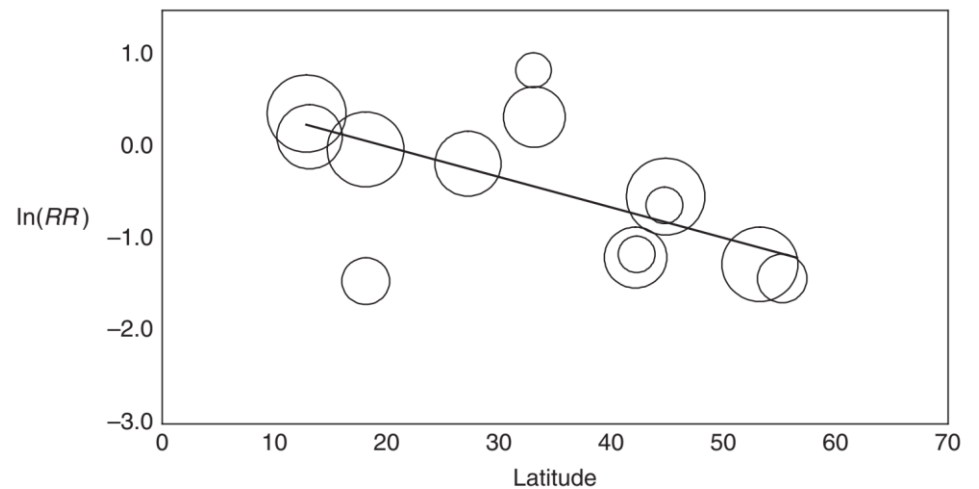
Regression of log risk ratio on latitude (Fixed-effect)



Risk ratio for TB (vaccine vs. placebo) Random-effects



Regression of log risk ratio on latitude (Random-effects)



# 元回归 ( Meta-Regression )

**Table 20.4** Random-effects model – regression results for BCG.

Random effects, Z-Distribution						
	Point estimate	Standard error	95% Lower	95% Upper	Z-value	p-Value
Intercept	0.25954	0.23231	−0.19577	0.71486	1.11724	0.26389
Latitude	−0.02923	0.00673	−0.04243	−0.01603	−4.34111	0.00001

**Table 20.5** Random-effects model – test of the model.

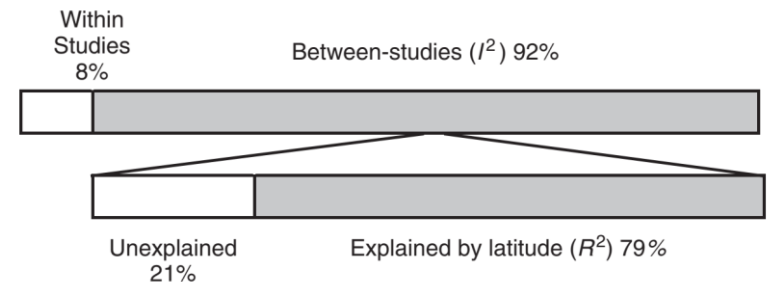
## Test of the model:

Simultaneous test that all coefficients (excluding intercept) are zero

$Q^*_{model} = 18.8452$ ,  $df = 1$ ,  $p = 0.00001$

Goodness of fit: Test that unexplained variance is zero

$T^2 = 0.063$ ,  $SE = 0.055$ ,  $Q_{resid} = 30.733$ ,  $df = 11$ ,  $p = 0.00121$



**Table 20.6** Random-effects model – comparison of model (latitude) versus the null model.

## Comparison of model with latitude versus the null model

Total between-study variance (intercept only)

$T^2_{total} = 0.309$ ,  $SE = 0.230$ ,  $Q_{resid} = 152.233$ ,  $df = 12$ ,  $p = 0.00000$

Unexplained between-study variance (with latitude in model)

$T^2_{unexplained} = 0.063$ ,  $SE = 0.055$ ,  $Q_{resid} = 30.733$ ,  $df = 11$ ,  $p = 0.0012$

Proportion of total between-study variance explained by the model

$R^2 \text{ analog} = 1 - (0.063/0.309) \text{ 79.50\%}$

# 元分析中的研究个数问题

表9 不同情境下混合效应元回归模型对效应量个数的最低要求（汇总）

研究背景

文献综述

研究方法

研究结果

研究结论

	剩余异质性较小		剩余异质性较大	
	包含一个 调节变量	包含两个 调节变量	包含一个 调节变量	包含两个 调节变量
$\beta$ (均) 为0	20	20	38	38
$\beta$ (均) 较小	30	30	70	70
$\beta$ (均) 较大	20	20	38	38
$\beta_1$ 较小 $\beta_2$ 较大	—	20	—	50

注：这里仅呈现采用Knapp and Hartung检验方法的情况。

（方俊燕，2019全国心理学大会）

# 元分析中的研究个数问题

## 5.1 研究结论

研究背景

文献综述

研究方法

研究结果

研究结论

1. 混合效应元回归模型对Fisher的 $Z_r$ 的适应性较好；
2. 为达到参数估计要求，元回归模型至少需要20个效应量，且应当根据实际情况进一步增加。纳入合适的调节变量能降低对效应量的个数需求；
3. 最小效应量个数需求在包含一个、两个调节变量的模型中差别不大；
4. 采用Knapp and Hartung方法总能较好地控制I类错误率。

(方俊燕, 2019全国心理学大会)

# 元分析中的研究个数问题

## 5.2 建议

研究背景

➤ 元回归模型可以成为整合和比较心理学领域研究结果的有效工具；

文献综述

➤ 实证研究者慎重采用内嵌Wald-type  $z$ 检验方法的CMA软件，推荐使用metafor包及其中的Knapp and Hartung检验方法；

研究方法

➤ 实证研究至少需要20个效应量，且应当根据实际情况进一步增加效应量个数。

研究结果

在研究开始前，研究者应对回归系数的大小范围进行预估。

研究结论

在研究过程中，需要探索合适的调节变量以降低剩余异质性。

➤ 这几点建议可以对未来审稿人在评估一个元回归研究的质量时提供参考

(方俊燕, 2019全国心理学大会)



[rma](#)  
[rma.glmm](#)  
[rma.mh](#)  
[rma.mv](#)  
[rma.peto](#)  
[rma.uni](#)

Meta-Analysis via Linear (Mixed-Effects) Models  
Meta-Analysis via Generalized Linear (Mixed-Effects) Models  
Meta-Analysis via the Mantel-Haenszel Method  
Meta-Analysis via Multivariate/Multilevel Linear (Mixed-Effects) Models  
Meta-Analysis via Peto's Method  
Meta-Analysis via Linear (Mixed-Effects) Models

- 转换效应量（非必需）
  - `escalc()` —可在`rma()`中使用原始效应量并定义measure
- 建立模型
  - `rma()` —元分析、元回归
  - `rma.mv()` —具有复杂嵌套结构的元分析、元回归
- 补充分析（非必需）
  - `permutest()` —置换检验
  - `robust()` —稳健标准误
  - `predict()` —预测新取值/特定取值
- 绘制森林图与漏斗图
  - `forest()` —森林图
  - `addpoly()` —在森林图中增加效应量的汇总行（菱形）
  - `funnel()` —漏斗图

**Q & A**