

## 1. Умова Задачі

На прямій  $\begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0 \\ 3x - y + 4 - 29 = 0 \end{cases}$  знайти точку, рівновіддалену від двох даних точок А (3, 11, 4) та В(-5, -13, -2).

## 2. Математичне розв'язання задачі

Геометричне місце точок, рівновіддалених від двох наданих точок у просторі – це площина, перпендикулярна до відрізка, кінцями якого є ці точки. Знайдемо рівняння цієї площини ( $\alpha$ ) :

$$\text{т. } M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \alpha \text{ тоді і тільки тоді, коли } |MA| = |MB|,$$

що рівносильно рівнянню

$$(x - A_x)^2 + (y - A_y)^2 + (z - A_z)^2 = (x - B_x)^2 + (y - B_y)^2 + (z - B_z)^2$$

Розкривши дужки отримуємо що рівняння площини  $\alpha$  виглядає наступним чином:

$$(B_x - A_x)x + (B_y - A_y)y + (B_z - A_z)z + \frac{1}{2}(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 - B_x^2 - B_y^2 - B_z^2) = 0$$

Для заданих точок зокрема  $4x + 12y + 3z + 13 = 0$ ;

Отримали пряму  $\begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0 \\ 3x - y + 4 - 29 = 0 \end{cases}$  та площину  $4x + 12y + 3z + 13 = 0$ , що й дають в перетині шукану точку. Перевіривши чи дана площина перетинається прямою, координати шуканої точки можна отримати як розв'язок системи 3 лінійних алгебраїчних рівнянь,

розв'яжемо їх методом Крамера: 
$$\begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0 \\ 3x - y + 4 - 29 = 0 \\ 4x + 12y + 3z + 13 = 0 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \\ 4 & 12 & 3 \end{vmatrix} = 3$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 29 & -1 & 4 \\ -13 & 12 & 3 \end{vmatrix} = 6;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 29 & 4 \\ 4 & -13 & 3 \end{vmatrix} = -9;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 29 \\ 4 & 12 & -13 \end{vmatrix} = 15;$$

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 2 \quad y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -3 \quad z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 5$$

### 3. Результати роботи

X=2  
Y=-3  
Z=5

### 4. Код програми

```
#include "stdafx.h"
#include "fstream"
#include "iostream"
#include "math.h"
#include "geometry.h"
#define eps 0.00001
using namespace std;

ofstream fout("out.txt");
ifstream fin("in.txt");

TPlane plane1, plane2, plane3;
TPoint A, B, X;

void error(int n){
    fout << "Error # " << n << ":\n";
    switch (n) {
        case 1:
            fout << "Plane is incorrect (|A|+|B|+|C|=0)";
            break;
        case 2:
            fout << "Dots are very close";
            break;
        case 3:
            fout << "Planes are paralel";
            break;
        case 4:
            fout << "Dots locasion is incorrect";
            break;
    }
    exit(n);
}

void inPoint(ifstream &fin, TPoint *point){
    fin >> point->x >> point->y >> point->z;
}

void outPoint(ofstream &fout, TPoint *point){
    fout << "X=" << point->x << "\nY=" << point->y << "\nZ=" << point->z;
}

void inPlane(ifstream &in, TPlane *plane){
    fin >> plane->A >> plane->B >> plane->C >> plane->D;
    if ((fabs(plane->A) < eps) && (fabs(plane->B) < eps) && (fabs(plane->C) < eps))
        error(1);
}

void createPlane(TPlane *plane, double a, double b, double c, double d){
    plane->A = a;
    plane->B = b;
    plane->C = c;
```

```

        plane->D = d;
        if ((fabs(plane->A) < eps) && (fabs(plane->B) < eps) && (fabs(plane->C) < eps))
            error(2);
    }

    int paralPlanes(TPlane *p1, TPlane *p2){
        if ((fabs((p1->A)*(p2->B) - (p2->A)*(p1->B)) < eps) & (fabs((p1->A)*(p2->C) - (p2->A)*(p1->C)) < eps) & (fabs((p1->B)*(p2->C) - (p2->B)*(p1->C)) < eps)) return 1;
        return 0;}

    void correct(TPlane *plane1, TPlane *plane2, TPlane *plane3){
        if (paralPlanes(plane1, plane2)) error(3);
        if ((paralPlanes(plane1, plane3)) | (paralPlanes(plane2, plane3))) error(4);
    }

    TPoint PlanesToPoint(TPlane *p1, TPlane *p2, TPlane *p3){
        double d0, d1, d2, d3;
        d0 = Deter3(p1->A, p1->B, p1->C, p2->A, p2->B, p2->C, p3->A, p3->B, p3->C);
        d1 = Deter3(-p1->D, p1->B, p1->C, -p2->D, p2->B, p2->C, -p3->D, p3->B, p3->C);
        d2 = Deter3(p1->A, -p1->D, p1->C, p2->A, -p2->D, p2->C, p3->A, -p3->D, p3->C);
        d3 = Deter3(p1->A, p1->B, -p1->D, p2->A, p2->B, -p2->D, p3->A, p3->B, -p3->D);
        TPoint X;
        X.x = d1 / d0;
        X.y = d2 / d0;
        X.z = d3 / d0;
        return X;
    }

    TPoint PointLine(TPoint *A, TPoint *B, TLine *L){
        TPlane p3;
        createPlane(&p3, B->x - A->x, B->y - A->y, B->z - A->z, (pow(A->x, 2) + pow(A->y, 2) + pow(A->z, 2) - pow(B->x, 2) - pow(B->y, 2) - pow(B->z, 2)) / 2);
        correct(&L->p1, &L->p2, &p3);
        return PlanesToPoint(&L->p1, &L->p2, &p3);
    };

    int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[])
    {
        inPlane(fin, &plane1);
        inPlane(fin, &plane2);
        inPoint(fin, &A);
        inPoint(fin, &B);
        L.p1 = plane1;
        L.p2 = plane2;
        X = PointLine(&A, &B, &L);
        outPoint(fout, &X);
        fin.close();
        fout.close();
        system("Pause");
        return 0;
    }

```

## 5. Висновок

Було створено програму для розв'язання поставленої задачі в загальному випадку, з довільними параметрами та обробкою помилок.