Звіт з предмету Чисельні методи
Пустовіта Дмитра
КА-32

1. Умова Задачі (Варіант 16)

Розв'язати матричне рівняння (систему лінійних алгебраїчних рівнянь)

$$\text{Ax=b, де } A = \begin{pmatrix} 6.92 & 1.2 & 0.87 & 1.15 & -0.66 \\ 1 & 3.5 & 1.3 & -16.3 & 0.420 \\ 1.07 & -2.46 & 6.1 & 2.1 & 0.883 \\ 1.33 & 0.16 & 2.1 & 5.44 & -10 \\ 1.14 & -1.08 & -0.617 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \text{ та } \ b = \begin{Bmatrix} 2.1 \\ 0.72 \\ 2.15 \\ 10.12 \\ -1.08 \end{Bmatrix}$$

Ітераційним методом (методом Зейделя).

2. Математичне розв'язання задачі

Для початку елементарними перетвореннями приведемо матрицю А до діагональної переваги:

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 6.92 & 1.2 & 0.87 & 1.15 & -0.66 & 2.1 \\ 1 & 3.5 & 1.3 & -16.3 & 0.420 & 0,72 \\ 1.07 & -2.46 & 6.1 & 2.1 & 0.883 & 2,15 \\ 1.33 & 0.16 & 2.1 & 5.44 & -10 & 10,12 \\ 1.14 & -1.08 & -0.617 & 5 & 1 & -1,08 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \begin{array}{c} (1) \\ 3(2)-(3) \\ (2)+(3) \\ (5) \\ (4) \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 6.92 & 1.2 & 0.87 & 1.15 & -0.66 & 2.1 \\ 1,93 & 12,96 & -2,2 & -6,99 & 0.377 & 0,01 \\ 2.07 & 1,04 & 7,4 & 0,47 & 1,303 & 2,87 \\ 1.14 & -1.08 & -0.617 & 5 & 1 & -1,08 \\ 1.33 & 0.16 & 2.1 & 5.44 & -10 & 10,12 \end{array}\right)$$

Тепер перетворимо рівняння Ax=b на рівносильне x=Bx+d , виразивши з кожного ріняння початкової системи і-ту координату, тобто:

$$x_i = \frac{1}{a_{ii}}\left(-\sum\nolimits_{i \neq j}^{n} a_{ij}x_j + b_i\right) \qquad b_{ij} = \begin{cases} 0, \ i = j \\ -\frac{a_{ij}}{a_{ii}}, i \neq j \end{cases}$$

$$d_i = \frac{b_i}{a_{ii}}$$

Метод Зейделя задається наступними формулами:

$$x_i^{(k+1)} = \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} x_j^{(k+1)} + \sum_{j=i+1}^{n} b_{ij} x_j^{(k)} + d_i, i = 1,2,\ldots,n.$$

Умовою завершення ітераційного процесу буде:
$\|Ax_k - b\| < eps$, де $eps = 0.00001$

Метод збігатиметься, коли ||B||<1, що забезпечено діагональною перевагою матриці A.

3. **Результати роботи** (ітерації методу Зейделя)

```
ітерація № 1
вектор розв'яку:
0.303468
-0.0444208
0.309192
-0.256631
-1.04703
вектор нев'язки:
0.611603
0.718903
-1.48489
-1.04703
1.77636e-015
норма вектору нев'язки:
2.04745

ітерація № 2
вектор розв'яку:
0.215086
-0.0867299
0.540522
-0.00766755
-0.875443
вектор нев'язки:
0.32355
-2.1845
0.340587
0.171584
1.77636e-015
норма вектору нев'язки:
2.24102

ітерація № 3
вектор розв'яку:
0.168331
0.0887898
0.482908
-0.000521345
-0.887064
вектор нев'язки:
0.176388
0.0724173
-0.0117842
-0.0116216
0
норма вектору нев'язки:
0.191392

ітерація № 4
вектор розв'яку:
0.142841
0.086998
0.491883
0.00833501
-0.883781
вектор нев'язки:
0.0136751
-0.0804118
0.00844116
0.00328371
0
норма вектору нев'язки:
0.0820677
.
.
.
ітерація № 9
вектор розв'яку:
0.13956
0.0942347
0.490519
0.00978499
-0.883599
вектор нев'язки:
1.53177e-005
-2.26031e-005
2.59333e-006
7.39529e-007
0
норма вектору нев'язки:
2.74373e-005

ітерація № 10
вектор розв'яку:
0.139558
0.0942368
0.490519
0.00978579
-0.883599
вектор нев'язки:
3.27852e-006
-5.49117e-006
5.98724e-007
1.70246e-007
0
норма вектору нев'язки:
6.42566e-006
```

(вихідний файл)

```
Матриця А має діагональну перевагу
||B||<1
Розв'язок рівняння:
0.139558
0.0942368
```

0.490519
0.00978579
-0.883599

4.Код програми

```
//IterMethod.cpp : Defines the entry point for the console application.
//

#include "stdafx.h"
#include "iostream"
#include "fstream"
#include "math.h"

#define n 5
#define eps 0.00001
#define zn 6

using namespace std;

typedef double Mat[n][n];
typedef double vec[n];

void error(int k){
	ofstream stm("out.txt", ios_base::app);
	switch (k)
	{
	case 1: stm << "Метод розбігається";
		break;
	case 2: "";
		break;
	}
	exit(k);
	stm.close();
};

void inMat(Mat* A){
	ifstream stm("inMat.txt");
	int i, j;
	for (i = 0; i < n; i++)
		for (j = 0; j < n; j++)
			stm >> (*A)[i][j];
	stm.close();
};

void inVec(vec* b){
	ifstream stm("inVec.txt");
	for (int i = 0; i < n; i++)
		stm >> (*b)[i];
	stm.close();
};

void outVec(ofstream &stm, vec* x){
	int i;
	for (i = 0; i < n; i++)
		stm << (*x)[i] << endl;
}

void product(Mat*  A, vec* b, vec* Ab){
	int i, j;
	double S;
	for (i = 0; i < n; i++){
		S = 0;
		for (j = 0; j < n; j++)
			S = S + (*A)[i][j] * (*b)[j];
		(*Ab)[i] = S;
	}
}

double normvec(vec* x){
	double s = 0;
	for (int i = 0; i < n; i++)
		s = s + pow((*x)[i], 2);
	return pow(s, 0.5);
}

double checkSolution( ofstream &fout, Mat* A, vec* b, vec* x, int k){
	fout <<"ітерація № " << k << endl;
	fout << "вектор розв'яку: " << endl;
	outVec(fout, x);
	fout << "вектор нев'язки: " << endl;
	vec Ax_b;
	product(A, x, &Ax_b);
	for (int i = 0; i < n; i++)
		Ax_b[i] = Ax_b[i] - (*b)[i];
	outVec(fout, &Ax_b);
	fout << "норма вектору нев'язки: " << endl;
	fout << normvec(&Ax_b)<< endl;
	return normvec(&Ax_b);
}

bool checkAbsSum(Mat* A){
	int i,j;
	double s;
	for (i = 0; i < n; i++){
		s = 0;
		for (j = 0; j < n; j++)
			s += fabs((*A)[i][j]);
		if (s > 1) return 0;
	}
	return 1;
}

bool checkDiagPerev(Mat *A){
	int i, j;
	double s,b;
	for (i = 0; i < n; i++){
		s = 0;
		for (j = 0; j < i; j++) s += fabs((*A)[i][j]);
		for (j = i + 1; j < n; j++)	s += fabs((*A)[i][j]);
		if (fabs((*A)[i][i]) < s) return 0;
	}
	return 1;
}

void transform(Mat* A, Mat* B, vec* b, vec* d){
	int i, j;
	for (i = 0; i < n; i++){
		for (j = 0; j < i; j++)
			(*B)[i][j] = -(*A)[i][j] / (*A)[i][i];
		(*B)[i][i] = 0;
		for (j = i+1; j < n; j++)
			(*B)[i][j] = -(*A)[i][j] / (*A)[i][i];
		(*d)[i] = (*b)[i] / (*A)[i][i];
	}
```

```
}

void Zeidel(Mat* B, vec* d, vec* x){
	int i, j;
	double s = 0;
	for (i = 0; i < n; i++){
		for (j = 0; j < n; j++)
			s = s + (*B)[i][j] * (*x)[j];
		(*x)[i] = s + (*d)[i];
		s = 0;
	}
}

int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[])
{
	ofstream fout1("zeidel.txt"),
fout2("out.txt");
	Mat A, B;
	vec x = {0,0,0,0,0}, d, b;
	int k = 0;
	inMat(&A);
	inVec(&b);
	if (checkDiagPerev(&A))
		fout2 << "Матриця А має діагональну
перевагу" << endl;
	transform(&A, &B, &b, &d);
	if (checkAbsSum(&B))
		fout2 << "||B||<1" << endl;
	do	{
		Zeidel(&B, &d, &x);
		k++;
		if (k > 300) error(1);
	} while (fabs(checkSolution(fout1, &A, &b, &x,
k))>eps);
	fout2 << "Розв'язок рівняння:" << endl;
	outVec(fout2, &x);
	system("Pause");
	return 0;
}
```

5. Висновок

Виконавши перетворення матриці А, та привівши її до діагональної переваги вдалося забезпечити збіжність методу. Хоча варто відмітити що в загальному випадку перевірка умови ||B||<1 є справою непростою. Оскільки це рівняння було розв’язано в лабораторній роботі №2, маємо можливість порівняти результати

	Метод Зейделя (10 ітерацій)	Метод Гауса
Розв’язок рівняння	0.139558 0.0942368 0.490519 0.00978579 -0.883599	0.139557 0.0942374 0.490519 0.00978602 -0.883599
Вектор Нев’язки (в експоненційній формі)	3.27852e-006 -5.49117e-006 5.98724e-007 1.70246e-007 0	0 -9.992007e-016 4.440892e-016 3.552714e-015 -8.881784e-016

Як бачимо умова $\|Ax_k - b\| < eps$ забезпечила досить непогану точність при розв’язанні.